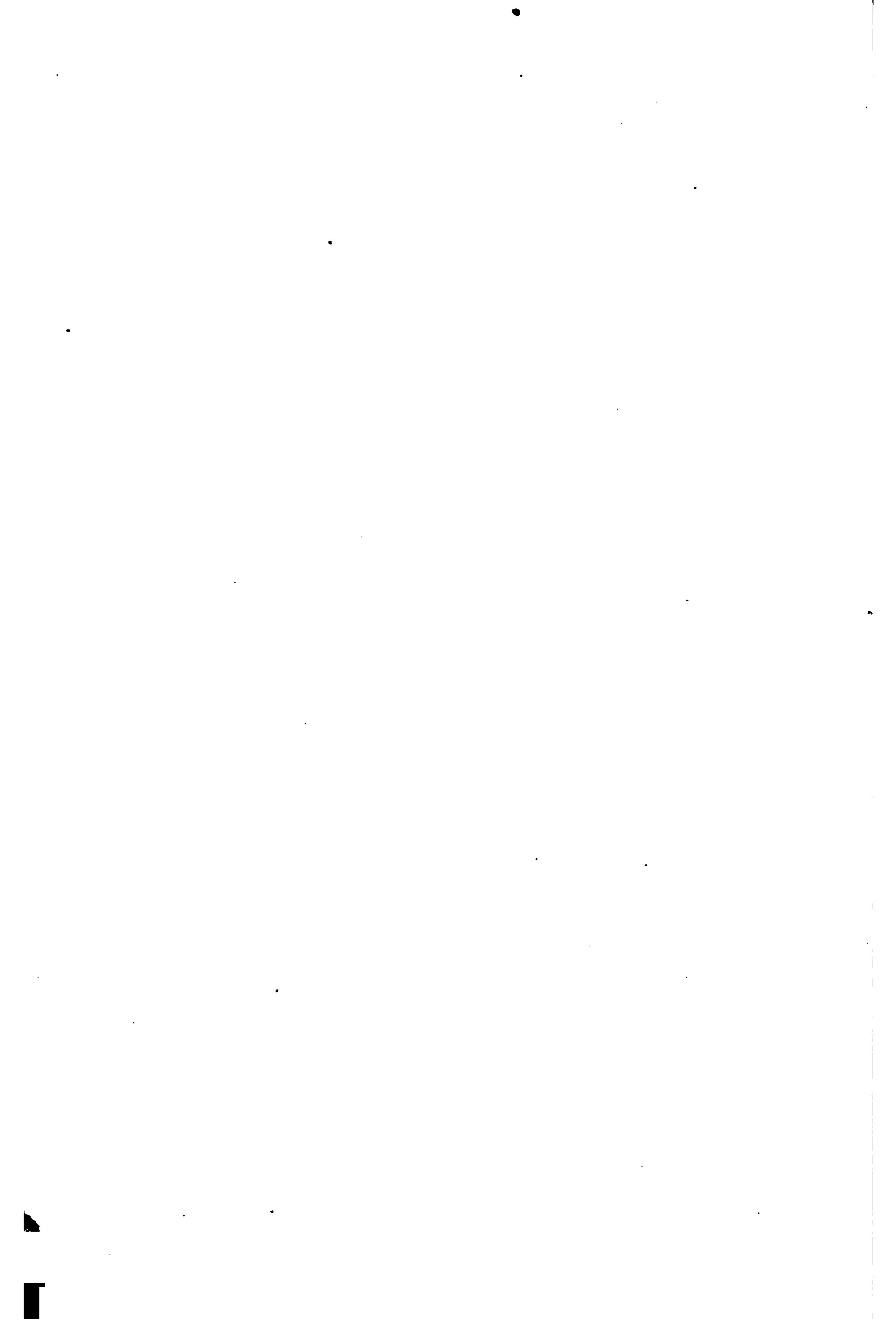

WIDENER LIBRARY
HX GSTJ D


SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO
ECCLESIAE





REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

NEUNZEHNTER BAND.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Franz
DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

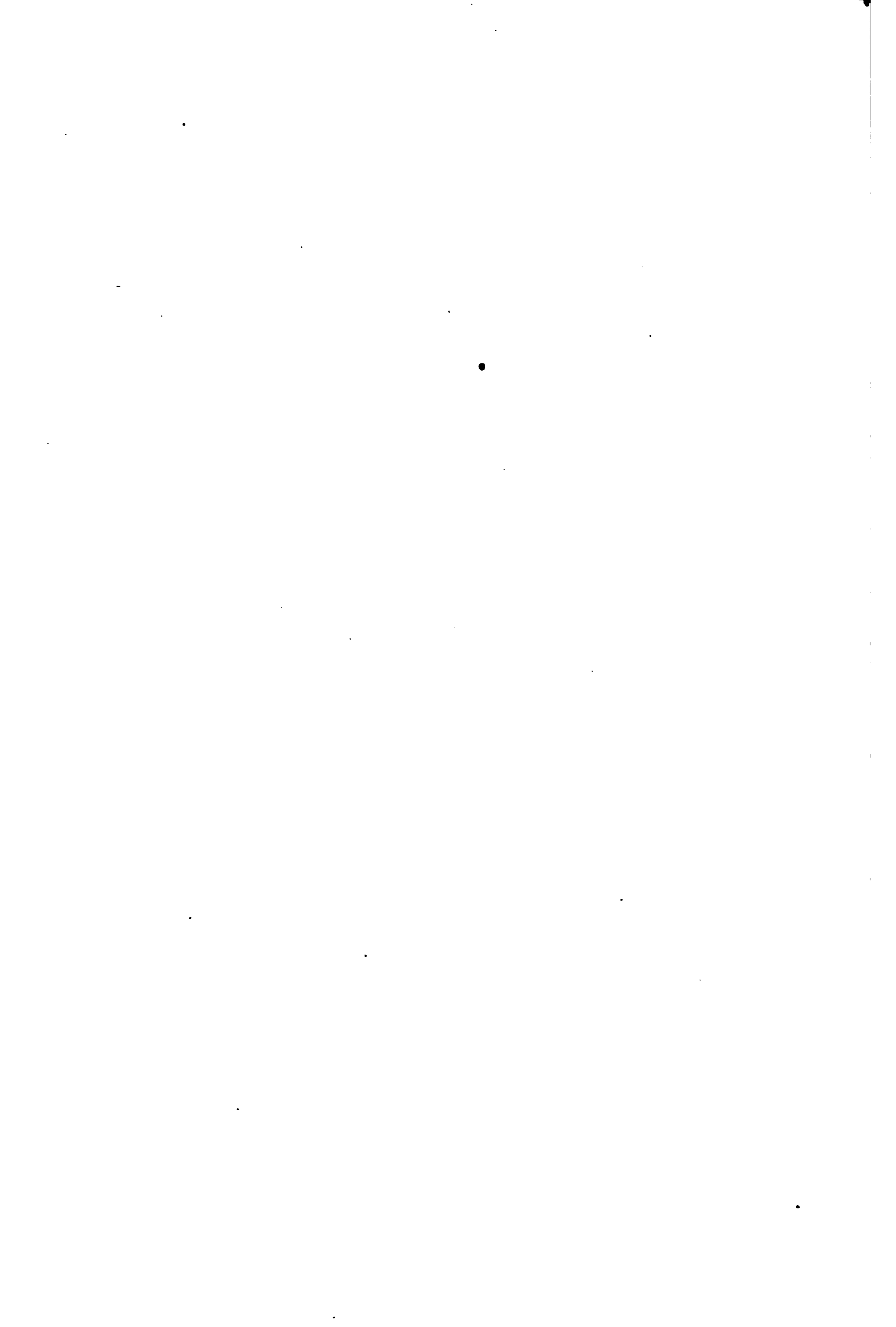
NEUNZEHNTER BAND.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

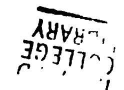
1883, Jan. 29 — 1884, Jan. 17.
Farrar Fund.

Inhalt.



XIX. Band. 1. Heft.

REPERTORIUM
DER
P H Y S I K.



HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

MÜNCHEN, im December 1882.

An die P. T. Herren Abnehmer der Zeitschrift.

Die Redaction dieser Zeitschrift geht mit dem nunmehr beginnenden 19. Bande in die Hände des Herrn Dr. **Franz Exner**, a. ö. Professor der Physik an der Universität Wien, über; es hat sich als wünschenswerth herausgestellt, in der Führung des Journals einige Veränderungen eintreten zu lassen, deren Charakter im nachfolgenden kurz angedeutet werden soll.

Mit Rücksicht darauf, dass in den letzten Jahren mehrere Journale gegründet wurden, deren Zweck ausschliesslich die Förderung und Publicirung physikalisch-technischer Kenntnisse und Erfindungen ist, erscheint es angezeigt, in Zukunft Arbeiten rein technischen Inhaltes von der Publication im Repertorium auszuschliessen und nur solche Artikel zu bringen, die sich auf Gegenstände rein wissenschaftlichen Charakters beziehen; doch sollen kurze Mittheilungen über wissenschaftliche Apparate, Vorlesungsversuche u. dgl. wie bisher beibehalten werden.

Eine weitere Veränderung, welche in der Führung des Journals eintreten wird, soll darin bestehen, für dasselbe in einer anderen Richtung einen neuen Wirkungskreis zu schaffen. Die grosse Anzahl vortrefflicher ausländischer Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, die fast alle in Journalen erscheinen, die den meisten Lesern nur schwer oder gar nicht zugänglich sind und von deren Existenz man nur durch kurze Referate erfährt, lässt es wohl gerechtfertigt erscheinen, wenn künftighin von den bedeutendsten derselben Uebersetzungen im Repertorium erscheinen; diese Uebersetzungen werden vollständig und wortgetreu sein, damit sie im Stande sind, das Original in jeder Beziehung zu ersetzen.

Dem vorstehenden entsprechend wird das Journal künftig den Titel »Repertorium der Physik« führen.

In der äusseren Erscheinungsweise und im Preise der Zeitschrift ändert sich im übrigen absolut nichts. Dieselbe erscheint nach wie vor in monatlichen Heften von ca. 4 Druckbogen Stärke und zum Abonnements-Preise von 24 Mark pro Band.

Ueber den gegenwärtigen Stand der Frage nach der Ursache der Elektricitätsentwicklung beim Contact heterogener Körper.

Von

Prof. **Franz Exner.**

Solange den Naturforschern als Quelle der Elektricitätsentwicklung einzig und allein die Reibung bekannt war, konnte von einer Frage nach der Ursache dieses Phänomens nicht viel die Rede sein; man hat sich vielmehr begnügt, das Auftreten derselben als zu den speciellen Eigenschaften der geriebenen Körper, wie Bernstein, Harz etc., gehörig zu betrachten. Erst als mit der Wende des vorigen Jahrhundert Volta durch seine denkwürdigen Untersuchungen zeigte, dass die Versetzung eines Körpers in den elektrischen Zustand auch noch auf andere Weise gelinge und dass man dabei durchaus nicht auf einzelne Substanzen beschränkt sei, fühlte man, durch das Allgemeine der Erscheinung dazu angeregt, das Bedürfnis nach einer wissenschaftlichen Erklärung dieses Phänomens. Volta selbst war der erste, der eine solche gab. Er suchte zunächst die Erscheinung auf ihre einfachste Form zu bringen und gelangte so zu dem nach ihm benannten Fundamentalversuche. Er zeigte, dass zwei heterogene Körper — zunächst Metalle —, wenn sie in Scheibenform auf einander gelegt und dann mittels isolirender Handhaben wieder von einander abgehoben werden, sich in entgegengesetzt elektrischen Zuständen befinden; er zeigte weiter, dass es nicht nothwendig sei, dass beide Scheiben unmittelbar auf einander gelegt werden, dass es genüge, sie einander zu nähern und ausserhalb durch einen metallischen Leiter zu verbinden. Doch musste eine solche Verbindung unter allen Umständen, wenigstens an einer Stelle, hergestellt werden.

Nach Ausführung der weiteren bekannten Varianten des Fundamentalversuches schritt Volta zur Aufstellung einer Theorie, welche nicht nur seine Experimente vollkommen zu erklären, sondern auch fernerhin der Forschung wichtige Dienste zu leisten im Stande war.

Er stellte den Satz auf, dass zwei Metalle, lediglich durch die Berührung mit einander, entgegengesetzt elektrisch werden, und folgerte weiter, dass die Plattenform derselben nur deshalb von Wichtigkeit sei, um durch die solchermaassen ermöglichte condensatorische Wirkung das ursprünglich äusserst schwache Phänomen zu verstärken und der Beobachtung zugänglich zu machen. Zur Aufstellung des sog. Spannungsgesetzes kam Volta erst später durch sorgfältige Versuche mit den verschiedensten Metallen; dieses Gesetz ist aber in der Folge von grosser Wichtigkeit gewesen, denn nur durch dasselbe war es möglich, die Contacttheorie mit dem Principe von der Erhaltung der Kraft in Uebereinstimmung zu bringen.

Ueber die Ursache, warum durch den Contact die Metalle in den elektrischen Zustand versetzt werden, hat Volta selbst keine Annahme gemacht; erst um die Mitte dieses Jahrhunderts wurde durch Helmholtz der Sache eine physikalische Deutung gegeben. Die Symmer'sche Ansicht, dass ein jeder Körper im neutralen Zustande gleiche Quantitäten positiver und negativer Elektricität in beliebiger Menge enthalte, und die Voraussetzung, dass die verschiedenen Metalle auch verschiedene Anziehungskräfte für die Elektricitäten besitzen, bildeten den Ausgangspunkt der Helmholtz'schen Hypothese.

Es erklärt sich daraus leicht das Auftreten von Elektricität beim Contact von Metallen; denn wenn z. B. das Zink eine grössere Anziehungskraft für die positive Elektricität hat als das berührende Kupfer, so wird es diesem so lange positive Elektricität entreissen, bis sich zwischen diesen Kräften und der Tendenz zum Ausgleiche nach Art der ursprünglichen Elektricitätsvertheilung ein Gleichgewichtszustand hergestellt hat. Unterbricht man nun die Verbindung und untersucht beide Metalle gesondert, so enthält das Zink mehr, das Kupfer weniger positive Elektricität als im natürlichen Zustande, ersteres erscheint somit positiv elektrisch, letzteres negativ. Auch das für die Contacttheorie so wichtige Gesetz der Spannungsreihe ergibt sich aus dieser Hypothese von selbst.

Die Einfachheit dieser Hypothese, sowie die Leichtigkeit, mit der sie die bisher erwähnten Erscheinungen erklärt, lässt es begreiflich erscheinen, dass dieselbe bald nahezu unbedingt anerkannt wurde und sich in unveränderter Form bis auf den heutigen Tag als Contacttheorie erhielt. —

Doch möchte ich dazu einiges bemerken. Man hat es hier eigentlich nicht mit einer Theorie, sondern mit einer Hypothese zu thun, denn von einer Theorie erwartet man mit Recht, dass ihre Consequenzen an der Hand der Erfahrung geprüft und bestätigt sind. Das gilt aber von der Helmholtz'schen Hypothese nicht; es lässt

sich vielmehr zeigen, dass sie — wenigstens in der ursprünglichen Form, in der sie auch in alle Lehrbücher einging — nicht haltbar ist, dass vielmehr, wenn man sie nicht ganz fallen lassen will, gewisse Veränderungen daran vorgenommen werden müssen, wodurch die Erklärung der Contacterscheinungen eine wesentlich andere als die übliche wird. — Im weiteren scheint mir noch folgender Punkt von Wichtigkeit. Es ist nicht zu vergessen, dass die Hypothese der Contactwirkung einzig und allein zum Zwecke der Erklärung des Volta-schen Versuchs aufgestellt wurde und dass auch bis zur Stunde kein weiteres Phänomen bekannt ist, das von neuem nach dieser Hypothese verlangte. Nun hat man sich aber im Laufe der Zeit daran gewöhnt, umgekehrt den Volta'schen Versuch als den experimentellen Beweis für die Existenz der Contactwirkung anzusehen und auszugeben; das ist aber ein circulus vitiosus, wie er kürzer nicht mehr gedacht werden kann. Davon aber ganz abgesehen ist so viel doch gewiss, dass das Volta'sche Phänomen das einzige ist, welches die Aufstellung einer derartigen Hypothese rechtfertigt, und dass man mit der Erklärung dieser Erscheinung aus anderen und näher liegenden Ursachen auch der Contacttheorie, wenn nicht ihre Berechtigung, so doch ihre Nothwendigkeit entzieht.

Ich muss nun, wenn auch nur mit wenigen Worten, von einer Ansicht sprechen, welche, bald nach Aufstellung der Helmholtz-schen Hypothese, von De la Rive über die Natur des Volta'schen Phänomens aufgestellt wurde. Nach ihm ist jeder chemische Process, hier speciell jede Oxydation, eine Quelle von Elektricität. Beim Volta-schen Versuch soll nun eine solche Oxydation hervorgerufen werden, entweder direct durch den Sauerstoff der Luft oder durch eine auf der Metalloberfläche sich bildende Feuchtigkeitsschichte. Gleichwie in einem galvanischen Elemente soll auch hier die Entwicklung von Elektricität so lange dauern als der chemische Angriff währt.

Gegen diese, im Gegensatze zur Contacttheorie als „chemische Theorie" bezeichnete Hypothese lassen sich aber gewichtige Einwände erheben. Schon von Pfaff u. A. wurde bemerkt, dass, wenn De la Rive Recht hat, der Volta'sche Versuch in einer indifferenten Atmosphäre ein negatives Resultat geben müsste. Das ist aber nicht der Fall; und selbst, wenn man annimmt, dass eine Luft- oder Feuchtigkeitsschichte sehr fest am Metalle haftet, so muss man doch zugestehen, dass eine solche in Vacuo oder in einem indifferenten Gase sehr bald aufgezehrt würde. Es ist jedoch bisher der Nachweis nicht geglückt, dass ein Plattenpaar seine Wirksamkeit in einer indifferenten Atmosphäre merklich schneller einbüsse als in Luft. Ausserdem aber steht die Ansicht De la Rive's in quantitativer Beziehung mit der

Erfahrung im Widerspruch, denn die thatsächlich beobachteten Spannungsdifferenzen sind nur etwa halb so gross als die von der Theorie geforderten. Was De la Rive bewog, dem Volta'schen Phänomen einen chemischen Charakter zuzuschreiben, war augenscheinlich die auffallende Analogie zwischen der Spannungsreihe und der Reihe der Oxydirbarkeit, und ich hoffe im weiteren noch zu zeigen, dass diese Analogie durchaus im Wesen der Sache begründet ist.

Wenn man zugeben muss, dass die chemische Theorie in ihrer ersten Form, die ihr De la Rive gab, der Contacttheorie entschieden unterlag — wozu vielleicht nicht wenig die damalige Unvollkommenheit elektrometrischer Apparate, sowie die mangelhafte Kenntnis der Oxydationswärmen beitrug — so waren doch De la Rive's Ansichten nicht durchweg falsch. So ist es z. B. vollkommen richtig, dass ein Metall von dem umgebenden, wenn auch trockenen Gase angegriffen werden kann und zwar unter Entwicklung von Elektricität, wobei sich zeigen lässt, dass diese Entwicklung so lange währt wie der Angriff. Es hat dies zuerst, wie ich glaube, J. Brown[1]) durch genauere Versuche dargethan; er fertigte die beiden Halbringe eines Thomson-schen Ringelektrometers aus verschiedenen Metallen und umgab dieselben entweder mit Luft oder mit anderen passend gewählten Gasen. Es zeigte sich, dass z. B. das Kupfer eines Kupfer-Nickel-Ringes, das in Luft immer negativ ist gegen Nickel, diese Eigenschaft nicht in allen Gasen behält. So wird es z. B. in einer Chlorwasserstoffatmosphäre gegen Nickel positiv. Die stets gleichnamig elektrische Nadel des Instrumentes, die in Luft nach der einen Seite des Schlitzes, über dem sie schwebt, auswich, geht beim Einleiten von Chlorwasserstoff über die Ruhelage zurück und nimmt eine dauernd entgegengesetzte Stellung ein. Dabei ist noch zu bemerken, dass bei Unterbrechung des Chlorwasserstoffstromes der Ausschlag der Nadel sich wieder verringert. Nun ist auch im Wasser das Kupfer gegen Nickel negativ, in Salzsäure dagegen positiv, d. h. in letzterer erleidet das Kupfer, in ersterem das Nickel den stärkeren Angriff.

Wenngleich ich nun Brown nicht beipflichten kann, wenn er aus diesen Versuchen schon die chemische Natur des Volta'schen Phänomens schliesst, so ist aus denselben doch zu entnehmen, dass zwischen den Metallen und den umgebenden Gasen eine lebhafte und das elektrische Verhalten der ersteren bedingende Wechselwirkung statthaben kann; inwiefern aber eine solche zur Erklärung der fraglichen Erscheinung herangezogen werden kann, soll im folgenden näher erörtert werden.

---

1) Phil. Mag. (5) t. VI u. VII.

Die Unmöglichkeit, die Oberfläche eines oxydirbaren Metalles auch nur kurze Zeit in wirklich reinem Zustand zu erhalten, kann keinem Zweifel unterliegen; wir werden weiter unten sehen, wie dies auch von allen Forschern, welche sich in letzter Zeit mit diesem Gegenstande beschäftigten, constatirt wird. Dieses Verhalten legt die Vermuthung nahe, in der Bildung und Existenz dieser Oxydschichten die Ursache des Volta'schen Phänomens zu finden. Es ist in der That eine Voraussetzung, die man mit Hinblick auf die Wirkungsweise der galvanischen Elemente wohl zu machen berechtigt ist, dass die Oxydation eines Metalles von Elektricitätsentwicklung begleitet sei, und da ferner die Oxyde zu den schlechtesten Leitern der Elektricität gehören, so wird es erklärlich, dass die Oberfläche eines Metalles durch die Einwirkung der Luft in einen längere Zeit dauernden elektrischen Zustand versetzt wird. An diesem wird auch nichts mehr geändert werden, wenn wir das Metall in eine indifferente Atmosphäre oder in das Vacuum bringen. Nach der Ansicht, die im vorliegenden Aufsatze vertreten werden soll, beruht nun die Wirkung beim Volta-schen Versuch lediglich auf der Induction, die zwischen den beiden mit verschiedenen Oberflächenschichten behafteten Metallen auftritt, wobei die äussere metallische Schliessung keinen anderen Zweck und Effect hat, als den, einen Ausgleich der durch die Induction freigewordenen Elektricitäten zu ermöglichen. Doch bevor in die näheren Details dieses Processes eingegangen werden soll, ist es nöthig, einige Versuche zu erwähnen, die mit der eben vorgetragenen Ansicht wohl vollkommen im Einklang sind, nicht aber mit der Contacttheorie in ihrer ursprünglichen Form; es wird daher gut sein, gleich hier die Aenderungen zu erwähnen, denen die üblichen Ansichten über die Wirkung des Contactes unterliegen müssen.

Dass an der Contactstelle zweier Metalle eine elektromotorische Kraft auftritt, welche die Potentialniveaux derselben so lange verändert, bis eine für jede Metallcombination constante Potentialdifferenz sich herstellt — dieser Satz ist falsch, und seine Unrichtigkeit lässt sich sowohl experimentell erweisen als auch a priori begreifen. Denn wenn man an der Contacttheorie festhält, so wird man zugeben müssen, dass ein Metall, das zur Erde abgeleitet ist, sich also im sog. unelektrischen Zustande befindet, keineswegs das Potential Null hat, sondern eines, das seiner Spannungsdifferenz mit der Erdleitung entspricht. Einem jeden Metalle wird somit im abgeleiteten Zustande ein bestimmtes Potentialniveau zukommen und dieses kann, wie leicht einzusehen, durch keine Verbindung mit anderen Metallen verändert werden. Das Zink und das Kupfer des Volta'schen Versuches sind also schon vor dem Contacte ein jedes auf seinem ihm eigenthüm-

lichen Potentialniveau und die Contactkraft, wenn eine solche existirt, hätte nicht den Effect, eine Potentialdifferenz zu schaffen, sondern diese zu erhalten; sie müsste verhindern, dass die metallische Berührung zu einem Ausgleiche der Potentiale führt.

Experimentell lässt es sich leicht zeigen, dass das Zink und das Kupfer im sog. unelektrischen Zustande die Potentialdifferenz Zn|Cu besitzen. Es gelingt nämlich der Volta'sche Fundamentalversuch auch ohne directe Verbindung der Platten, wenn man nur einige Male abwechselnd hinter einander die eine und die andere Platte zur Erde leitet. Der Condensator zeigt sich dann genau so geladen, wie bei directem Schluss. Auch lässt sich die Induction, die zwischen zwei isolirten, vorher abgeleiteten Platten auftritt, sobald man sie einander nähert, direct am Elektrometer beobachten. Die betreffenden Messungen habe ich in einer früheren Publication mitgetheilt [1]).

Es reducirt sich somit der Volta'sche Versuch auf ein Inductionsphänomen, von dem — vorläufig in qualitativer Beziehung — sowohl die chemische Theorie als die Contacttheorie Rechenschaft zu geben im Stande sind; erstere, wenn wir die Existenz elektrischer Oberflächenschichten annehmen, letztere, wenn wir die Erweiterung machen, dass ein jedes Metall sich im natürlichen Zustande auf einem ihm eigenthümlichen Potentialniveau befindet. Doch ist diese Erweiterung nichts anderes als eine, soviel mir bekannt, bisher noch nicht ausgesprochene Consequenz der ursprünglichen Contacttheorie.

Es fragt sich nun, inwieweit auch in quantitativer Beziehung beide Theorien befriedigende Resultate ergeben. Da ist denn zu bemerken, dass die Contacttheorie eine solche quantitative Prüfung nicht zulässt; die elektromotorischen Kräfte des Contactes sind rein hypothetischer Natur und da wir, mit Ausnahme des Volta'schen Versuches, kein Phänomen kennen, das uns auf ihre Grösse, ja nur auf ihre Existenz, schliessen liesse, so entfällt jede Aussicht auf eine numerische Controlle. Anders verhält es sich mit der chemischen Theorie; hier haben wir in den genau bekannten Oxydationswärmen der Metalle ein Mittel, die erzeugten Potentiale zu berechnen, und ich glaube, man wird in der Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung eine starke Stütze für die Theorie erkennen.

Bevor wir daran gehen, die Wirkungsweise der Oxydschichten zu betrachten, seien die Umstände erwähnt, welche überhaupt auf die Existenz derselben hinweisen. Es ist mir nicht bekannt, dass man vor Publication meiner Abhandlung [2]), in welcher diesen Oxydschichten

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 81, Mai 1880.
2) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 80, Juli 1879.

die meritorische Wirkung beim Volta'schen Versuch zugeschrieben wird, sein Augenmerk auf diesen Punkt gerichtet hätte, ausgenommen etwa die vereinzelten Beobachtungen über den Einfluss des Polirens eines Metalles, auf dessen Stellung in der Spannungsreihe. Seither haben viele Forscher, sämmtlich Anhänger der Contacttheorie, sich mit diesem Gegenstande beschäftigt und ohne Ausnahme einen starken Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit der Metalle auf das Resultat des Versuches constatirt. Ja man hat gefunden, dass es überhaupt nicht möglich sei, eine reine Metalloberfläche auch nur für wenige Secunden herzustellen[1]).

Die Methode, nach welcher ich zuerst versuchte[2]), die Existenz und Wirkung solcher Oxydschichten nachzuweisen, war eine doppelte: erstens durch Beseitigung der Schichten selbst, zweitens durch Beseitigung ihrer elektrischen Ladung. Was den ersteren Weg anlangt, so kommt man nicht weit; denn eine Reinigung mit Schmirgelpapier u. dgl. erfordert stets eine nachherige Ableitung des Metalles, etwa durch Bestreichen mit einer Flamme, da durch das Reiben am Metall grosse Quantitäten von Elektricität erzeugt werden. Das Ableiten aber erfordert mehr Zeit als zur Neubildung einer wenn auch feinen Oxydschichte benöthigt wird. Am besten gelingt die Procedur noch durch Abdrehen der Platten auf der Drehbank, wobei man freilich jede Reibung der Drehspäne gegen die Platte möglichst vermeiden muss. Man findet, dass das so gereinigte Metall in der Spannungsreihe gegen das negative Ende gerückt ist. Im folgenden ist ein Beispiel dafür gegeben. Es wurde die Zinkplatte eines Zn|Cu-Condensators abgedreht und die Ladung der Kupferplatte mit ihr in unmittelbarer Aufeinanderfolge bestimmt. Es war beim ersten Contact der Ausschlag (hervorgebracht durch die Ladung des Kupfers) gleich — 60 Scalentheile, dann successive = — 85, — 100, — 125. Es war also unmittelbar nach der Reinigung das Zink viel weniger positiv als einige Minuten später. Wäre es dagegen vollkommen rein gewesen, so hätte es gegen Kupfer sich verhalten müssen wie Platin, d. h. das Kupfer hätte keine positive Ladung zeigen sollen.

Besser als die Beseitigung der Oxydschichten selbst gelingt die Beseitigung ihrer elektrischen Ladung. Das beste Mittel, einen Isolator unelektrisch zu machen, ist wohl das Bestreichen desselben mit einer Flamme, doch ist dabei eine ziemlich bedeutende Erwärmung erforderlich. Eine jede solche Erwärmung nähert aber auch das Metall merklich dem negativen Ende der Spannungsreihe. Das bestätigen die folgenden Versuche. Die Zinkplatte eines Zink-Kupfer-Condensators

---

1) So z. B. Knott, Edinb. Trans. Januar 1880.

2) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 81, Mai 1880.

wurde frisch abgedreht und auf circa 200° C. erwärmt durch Bestreichen mit einer abgeleiteten Flamme; das Kupfer, mit derselben zu einem Condensator geschlossen, gab — 50 Scalentheile Ausschlag d. h. das Zink war noch immer positiv gegen das Kupfer, es war somit seiner Oxydschichte noch keineswegs alle Elektricität entzogen. Nach Abkühlung der Platte auf die Zimmertemperatur gab das Kupfer den Ausschlag — 150, und nach 24 Stunden — 250.

Eine Erhitzung auf circa 300° C. genügt aber schon, um das Zink gegen Kupfer negativ zu machen. Mit einer solchen Zinkplatte gab das Kupfer den Ausschlag + 50, nach Abkühlung + 10, nach einer weiteren halben Stunde 0, nach zwei Stunden — 25 und nach 24 Stunden — 63, welcher Werth constant blieb. Man sieht hier, dass die Verschiebung des Zinks gegen das negative Ende der Spannungsreihe nicht direct Folge der Temperaturerhöhung ist; denn auch nach Abkühlung desselben bis zur Zimmertemperatur ist es noch negativ gegen das Kupfer.

Ich habe schliesslich versucht, die Oberfläche einer Zinkplatte durch Amalgamirung wenigstens für kurze Zeit und theilweise zu reinigen. Mit einer solchen frisch abgedrehten und amalgamirten Zinkplatte gab eine Kupferplatte, die durch 3 Paraffinpunkte von ihr getrennt war, die folgenden Werthe:

Zeit in Minuten:	Ausschläge:
1/2	— 10 Scalentheile
2	— 21 „
6	— 30 „
10	— 32 „
15	— 33 „
20	— 33 „

Letzterer Werth blieb constant. Man sieht, dass schon eine halbe Minute nach Herstellung der frischen Zinkfläche die Oxydation so bedeutend war, dass das Zink gegen Kupfer positiv erscheint, doch ist auch hier der Effect der Reinigung nicht zu verkennen.

Von späteren Untersuchungen anderer Autoren, die sich auf den Einfluss der Oberflächenschichten der Metalle beziehen, will ich hier nur noch eine ausführliche Arbeit von Pellat[1]) erwähnen, aus welcher hervorgeht, dass beim Volta'schen Versuch die Existenz solcher Schichten eine sehr wesentliche und niemals zu vermeidende Rolle spielt. Da Pellat Anhänger der Contacttheorie ist, so drückt er die Wirkung eines Condensators durch die Summe der vorhandenen Spannungen

1) C. R. t. XC. 1880 und Ann. de Chem. et Phys. 1881.

aus, zeigt aber, dass z. B. für einen Condensator aus Zink und Kupfer der Ausdruck Zn|Cu nicht genügt, sondern dass man schreiben muss O Zn + Zn|Cu + Cu|O, wo O die Oberflächenschichte bedeutet.

Nun möchte ich hier an folgendes erinnern: Dass die Spannung Zn|Cu wirklich existirt, ist durch nichts erwiesen oder auch nur wahrscheinlich gemacht. Man hat dieselbe zu einer Zeit als nothwendig vorausgesetzt, wo man die Metalle noch als vollkommen rein betrachtete und daher auf keine andere Weise zu einer Erklärung der Elektricitätsentwicklung kommen konnte. Sobald man aber zur Erkenntnis gelangt, dass den Oberflächenschichten bei diesem Processe eine wesentliche Rolle zufällt, kann man die Annahme der Kraft Zn|Cu nicht mehr als nothwendig, ja nicht einmal mehr als zulässig betrachten; denn es widerspricht allen Principien einer rationellen Forschung, zur Erklärung eines Phänomens mehr Ursachen heranzuziehen als erforderlich, namentlich aber, wenn dieser Ueberschuss rein hypothetischer Natur ist. Es ist daher eine Forderung der Logik, in dem Ausdrucke O|Zn + Zn|Cu + Cu|O den Werth Zn|Cu fallen zu lassen, da derselbe nur so lange eine Berechtigung hatte, als man von der Existenz der Werthe O|Zn und Cu|O nichts wusste, und zu untersuchen, ob nicht der Ausdruck O|Zn + Cu|O für sich allein zu einer Erklärung des Phänomens führt. Das ist aber, wie wir im nachfolgenden sehen werden, in der That der Fall.

Ich habe an anderer Stelle [1]) das Nähere über diesen Punkt ausgeführt und will hier nur kurz das Hauptsächlichste erwähnen. Dass der Volta'sche Versuch ein Inductionsphänomen ist und dass dabei die Oberflächenschichten der Metalle eine wesentliche Rolle spielen, wurde bereits erörtert; wir wollen nun die Voraussetzung machen, dass, solange man in Luft experimentirt, diese wirksamen Oberflächenschichten durch die Oxydation der Metalle hervorgerufen werden.

Da wir beim galvanischen Elemente sehen, dass die durch Verbrennung des Zinks erzeugte negative Elektricität in das Zink, die positive ins Oxyd und mit diesem in die Lösung geht, so werden wir analog auch bei trockener Oxydation annehmen müssen, dass das Metall negativ, das Oxyd positiv elektrisch wird. In einer Beziehung besteht aber ein Unterschied: im Elemente hat man es beiderseits mit Leitern zu thun und mit einer fortdauernden Oxydation, also auch Entwicklung von Elektricität, hier aber mit einer Combination aus einem Leiter und einem Isolator und ausserdem mit einem Zustande vollendeter Elektricitätsentwicklung. Diese Unterschiede sind von Wichtigkeit, und ihre Nichtbeachtung hat wiederholt zu einer irrthüm-

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 81, Mai 1880.

lichen Auffassung Veranlassung gegeben. Während nämlich im Elemente die Potentialdifferenz zwischen Metall und Flüssigkeit eine constante ist, gleichgültig, ob man den einen oder andern Theil ableitet, weil eben die Elektricitätsentwicklung fortdauert und beide Theile gute Leiter sind, gilt das beim oxydirten Metall nicht mehr. Würde auch dem Metall seine Elektricität entzogen oder auf demselben anders vertheilt, so würde doch eine Nachentwicklung von Elektricität nicht eintreten, da die Oxydation einmal vollendet ist, oder doch nur in sehr langer Zeit, entsprechend einem langsamen, durch die vorhandene Oxydschichte hindurch wirkenden Einfluss der Luft. Ausserdem ist zu bemerken, dass die Elektricität, welche in der Oxydschichte haftet, also in einem Isolator, einer Neuvertheilung nicht fähig ist.

Wir müssen ferner annehmen, dass, wie im galvanischen Elemente die erzeugte Potentialdifferenz der Wärmetönung des betreffenden chemischen Processes entspricht, so auch hier die Potentialdifferenz zwischen Metall und Oxyd der Verbrennungswärme des ersteren proportional sei. Oxydirt das Metall sich in isolirtem Zustande, so erhält das Oxyd also das Potential $+E$, das Metall $-E$, wenn der Wärmetönung die Potentialdifferenz $2E$ entspricht. Es bildet sich so gewissermaassen eine elektrische Doppelschichte. Wird nun das Metall leitend mit der Erde verbunden, so dass es das Potential Null annimmt, so bleibt seine Ladung nach wie vor zum grössten Theil gebunden; auf die Vertheilung der Elektricität in der Oxydschichte ist aber diese Ableitung ganz ohne Einfluss. Diese Vertheilung ist eine vollkommen gleichförmige; solange man daher bei Platten oder Kugelcondensatoren bleibt, wirkt dieselbe wie eine metallische elektrisirte Schichte vom Potentiale $+E$. Sobald wir also dem oxydirten Metalle ein reines gegenüberstellen, wird eine Induction auftreten, deren Effect durch die herrschende Potentialdifferenz E, oder durch den halben Werth der Oxydationswärme des ersteren Metalles bestimmt ist.

Bestehen beide Platten aus oxydirbaren Metallen, so dass dem einen Oxyde das Potential E, dem anderen e zukommt, so entspricht die Ladung des Condensators der Differenz $E-e$. Haben die Oxyde der Metalle M_1, M_2, M_3 die Potentiale E_1, E_2, E_3, so ist die Ladung des Condensators $M_1 | M_2$ gemessen durch E_1-E_2, die von $M_2 | M_3$ unter übrigens gleichen Umständen durch E_2-E_3, und die von $M_1 | M_3$ durch E_1-E_3. In diesem Sinne gilt also wohl das Volta'sche Spannungsgesetz, aber man sieht leicht, dass das nur eine äusserliche Uebereinstimmung ist, die das Wesen der Sache nicht berührt.

Betrachten wir nun den Fall näher, dass man einer oxydirten und isolirten Zinkscheibe eine isolirte Platinscheibe nähert. Beide

Platten sollen vorher zur Erde abgeleitet gewesen sein. Das Platin (das hier als vollkommen reines Metall, ohne Oxydschichte angesehen wird) erhält durch diese Annäherung und die dabei auftretende Induction ein positives Potential, das Zink ein negatives, denn es wird im Platin —Elektricität gebunden und +El. frei; im Zink dagegen wird ein gleicher Betrag der vorher von der positiven Oxydschichte gebundenen —El. frei. Verbindet man beide Metalle durch einen Draht, so gleichen sich diese freien Elektricitäten aus und beide Platten sind wieder auf dem Potential Null. Während der Condensator geschlossen ist, erleidet das Potential somit nur an der Grenze von Zn und ZnO einen Sprung, die beiden Metalle aber befinden sich auf dem Potential der Erde und eben deshalb ist es gleichgiltig, ob der Schliessungsdraht isolirt oder abgeleitet ist. Unterbricht man nun die Schliessung und entfernt beide Platten von einander, so enthält das Platin freie —El. Das Zink dagegen enthält weniger —El. als im neutralen Zustande von der Oxydschichte gebunden wird und erscheint daher in gleichem Grade positiv, wie das Platin negativ. Dieses Phänomen rein statischer Induction ist es, mit dem man es im Volta'schen Versuch zu thun hat. Dass, dem vorstehenden entsprechend, bei Anwendung von Zink oder einem andern oxydirbaren Metall und Platin ersteres wirklich positiv wird und letzteres negativ, ist eine bekannte Erfahrung.

Die Rolle, welche hier einzig der metallischen Schliessung des Condensators zugetheilt wird, nämlich als Ausgleichung für die Inductionselektricitäten zweiter Art zu dienen, wird gut illustrirt durch den Versuch mit alternirendem Ableiten der beiden Condensatorplatten, der schon weiter oben vorübergehend berührt wurde. Gesetzt die beiden Platten seien einander bis auf eine bestimmte Distanz isolirt genähert; dann enthält das Zn freie —El., das Platin freie +El. Leitet man nun das Zn zur Erde, so dass dessen freie —El. verschwindet, so kann dafür im Pt eine kleine Menge —El. neu gebunden und ebensoviel +El. von neuem frei werden. Isolirt man nun das Zink wieder und leitet dafür das Pt ab, so verschwindet dessen freie +El. und dafür wird im Zn abermals eine kleine Partie —El. frei. Nun kann man wieder das Zn ableiten u. s. f. Durch diese successiven Inductionen nähert sich die Ladung dem vollen Werthe ohne dass je beide Metalle gleichzeitig abgeleitet wären. In dieser Form wirkt der Volta'sche Condensator einfach als Influenzmaschine.

Die folgende kleine Tabelle gibt den Gang eines solchen Versuches an. Die Kupferplatte eines Zn-Cu-Condensators konnte der Zn-Platte jedesmal bis zur gleichen Distanz in Luft genähert werden. Es wurde am Elektrometer die im Kupfer gebundene —El.

beobachtet, nachdem das Cu dem Zn genähert, abgeleitet und wieder gehoben war, oder nachdem alternirend das Cu, das Zn, und wieder das Cu abgeleitet wurde. Ersterer Process ist mit einmaligem, letzterer mit zweimaligem Ableiten u. s. f. bezeichnet. Als Ausschläge sind die halben ersten Schwingungen des Elektrometers angegeben.

Ableitungen	Ausschläge	Ableitungen	Ausschläge
1 =	— 6,0	9 =	— 35,5
2 =	— 11,0	10 =	— 33,5
3 =	— 15,5	12 =	— 35,0
4 =	— 18,5	15 =	— 40,0
5 =	— 24,5	20 =	— 42,0
6 =	— 27,5	25 =	— 42,0
7 =	— 29,5	30 =	— 42,0
8 =	— 31,0		

Bei directer metallischer Schliessung gab der Condensator den Ausschlag = —42,0, also wie bei zwanzigmaligem alternirendem Ableiten.

Wir wollen, nachdem gezeigt ist, dass in qualitativer Hinsicht die chemische Theorie den Volta'schen Versuch vollkommen erklärt, nun die Sache auch in quantitativer Beziehung controliren, eine Controlle die bei der Contacttheorie aus Gründen, die schon erwähnt wurden, überhaupt nicht durchführbar ist. Es sind die Verbrennungswärmen der Metalle durch die Untersuchungen von J. Thomsen gegenwärtig sehr genau bekannt, desgleichen der Wärmewerth, der den chemischen Processen im Daniell'schen Elemente entspricht; da ferner, wie oben gezeigt wurde, die elektromotorische Kraft beim Volta'schen Versuche durch die halbe Verbrennungswärme des Metalles gemessen wird, so sind alle Daten gegeben, um für eine beliebige Combination von Metallen die Volta'sche Kraft in Daniell's auszudrücken. Zur Herstellung der Controlle ist demnach nichts weiter erforderlich, als diese Kraft wirklich zu messen. Das ist nun schon längst und von den verschiedensten Beobachtern geschehen, auch stehen deren Resultate unter einander, wenigstens im grossen und ganzen, in guter Uebereinstimmung. Ich habe nichts destoweniger versucht[1]), wenigstens für einige Combinationen, die Werthe mit möglichster Genauigkeit zu ermitteln und theile dieselben, sowie die aus den Verbrennungswärmen berechneten in nachfolgender Tabelle mit. Die Methode der Beobachtung war die von R. Kohlrausch zuerst angegebene; die Metalle sind sämmtlich in ihrer Combination mit Platin untersucht.

---

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 80, Juli 1879.

Untersuchtes Metall	Anzahl der Beob-achtungen	Extremste Werthe	Mittel	Berechnet in Daniell's
Zink . . .	13	0,86 — 0,91	0,881	0,879
Eisen . . .	8	0,68 — 0,75	0,704	0,701
Kupfer . .	7	0,35 — 0,39	0,367	0,383
Silber . .	1	—	0,083	0,062

Diese Tabelle zeigt, dass, soweit genaue Messungen vorliegen, diese vollkommen mit den Forderungen der chemischen Theorie übereinstimmen; leider ist es schwierig die Beobachtungen auch noch auf die leichter oxydirbaren Metalle auszudehnen; doch wo solche wenigstens vereinzelt vorliegen, zeigen sie stets, dass ein Metall um so positiver ist, je leichter es oxydirbar ist. So schliessen sich an das Zink weiter das Aluminium und Magnesium an, dagegen bilden die unoxydirbaren Metalle wie Platin und Gold das negative Ende der Spannungsreihe.

Aus all dem bisher erörterten geht somit hervor, dass die Contacttheorie das Volta'sche Phänomen zwar in qualitativer Beziehung erklärt, eine numerische Controlle aber nicht zulässt, dass dagegen die chemische Theorie von den in Rede stehenden Erscheinungen sowohl in qualitativer als quantitativer Hinsicht vollkommen Rechenschaft zu geben vermag. Dazu kommt noch ein Unterschied von Wichtigkeit: die Hypothese, von welcher die Contacttheorie ausgeht, wurde ad hoc aufgestellt und steht mit keiner sonst bekannten Erscheinung in Zusammenhang, die chemische Theorie dagegen führt gar keine neue Hyothese ein, sondern geht von den bekannten Erscheinungen des galvanischen Elements aus und vernichtet so die exceptionelle Stellung, die der Volta'sche Versuch bisher unter den galvanischen Experimenten inne hatte.

Wenn diese Umstände schon sehr zu Gunsten der chemischen Theorie sprechen, so wird man sich dieser vollständig zuneigen, wenn man sieht, dass die Consequenzen der Contacttheorie mit der Erfahrung in Widerspruch treten. Das ist aber, wie ich jüngst gezeigt habe[1]), thatsächlich der Fall. Wenn nämlich die Contacttheorie zugeben muss, dass ein zur Erde abgeleitetes Metall nicht das Potential Null hat, sondern ein ihm eigenthümliches, das auch durch keinen Metallcontact verändert werden kann, dass somit die Potentialdifferenz zwischen abgeleitetem Zink und abgeleitetem Kupfer $= Zn|Cu$ ist, so muss dieselbe auch weiter annehmen, dass ein Metall in abgeleitetem, also sog.

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 86, Juli 1882.

unelektrischem Zustande doch eine gewisse elektrische Ladung besitzt, durch welche es eben auf sein Potential gebracht wird. Sollte es nun nicht möglich sein, mit unseren empfindlichen Elektrometern die Existenz dieser hypothetischen Ladung nachzuweisen? Hier ist, wie ich glaube, der Punkt, von dem aus sich die Unhaltbarkeit der Contacttheorie durch ein experimentum crucis nachweisen lässt.

Zunächst ist natürlich nicht zu erwarten, dass diese Ladung sich dem Elektrometer direct durch Leitung mittheilen lässt, denn nach der Contacttheorie würden sowohl das Metall als auch das Elektrometer nach ihrer Verbindung ein jedes auf seinem Potential bleiben. Wohl aber müsste sich die Existenz der fraglichen Ladung in einem andern Fall manifestiren, nämlich bei einer Deformation eines isolirten, vorher abgeleiteten Metalles; denn da dessen Potential bestimmt wird durch Menge und Vertheilung der darauf befindlichen Elektricität, letztere aber mit einer Deformation sich ändert, so müsste daraus auch eine Aenderung des Potentials folgen und sich am Elektrometer nachweisen lassen. Mit anderen Worten: die Contacttheorie fordert, dass ein isolirter Leiter lediglich durch Gestaltänderung elektrisch werde. Davon ist aber durch das Experiment nichts zu bemerken. Weder bei Versuchen mit Seifenblasen, die sich isolirt zusammenzogen, noch bei solchen mit aufrollbaren Staniolblättern konnte eine derartige Aenderung wahrgenommen werden. Letzteres Ezperiment, mit anderen Metallen, z. B. Platin oder Kupfer ausgeführt, bietet Schwierigkeiten, indem schon die geringsten Erschütterungen den elektrischen Zustand derselben modificiren.

Ich habe daher noch eine andere Methode angewendet, bei der jede Berührung oder Erschütterung des zu prüfenden Metalles ausgeschlossen war; dabei bediente ich mich eines empfindlichen Elektrometers von Carpentier das für 1 Daniell circa 140 Scalentheile Ausschlag gab.

Die erwähnte Methode war die folgende: es sei ein Metall von bestimmter Form und Grösse gegeben und zur Erde abgeleitet. In diesem Zustand ist dasselbe nach der Contacttheorie nicht unelektrisch, sondern hat ein bestimmtes Potential, das ich kurz sein natürliches nennen will; gleichzeitig enthält es eine bestimmte elektrische Ladung. Denken wir uns nun ein allseitig geschlossenes gleichfalls zur Erde abgeleitetes Gehäuse aus demselben Metall, so hat dieses auch dasselbe Potential und ebenso jeder Punkt in seinem Innern. Wenn wir nun mit dem Gehäuse das Metallstück umgeben — während beide abgeleitet sind — so kann die Elektricität auf letzterem nicht in Ruhe bleiben; das Potential wäre hier jetzt das doppelte des natürlichen, es wird daher die ganze Ladung zur Erde abfliessen müssen,

damit das natürliche Potential wieder hergestellt ist. Wenn wir nun die Verbindung zwischen Metallstück und Erde unterbrechen und dafür ersteres zum Elektrometer leiten, so wird dieses keinen Ausschlag anzeigen können, obwohl das Metall jetzt keine Ladung besitzt. Entfernen wir aber nun die abgeleitete Umhüllung und damit auch jene Ladung, welche im Innern das natürliche Potential erzeugte, so wird jetzt das Elektrometer nicht mehr in Ruhe bleiben können, da das Metallstück nicht mehr sein natürliches, sondern das Potential Null hat. Der entgegengesetzte Ausschlag müsste erfolgen, wenn wir zuerst das Metall mit dem Elektrometer verbinden, beide isoliren und dann die abgeleitete Umhüllung aufsetzen. Obwohl nach beiden Arten die Versuche mit grösster Sorgfalt gemacht wurden, war das Resultat doch stets ein negatives.

Da mir dieser Versuch von einiger Wichtigkeit scheint, so mag hier noch dessen specielle Anordnung erwähnt sein. Zwei Cuvetten aus Carton wurden innen und aussen mit Staniol überzogen und mit je einer isolirten Handhabe versehen. Mit ihren offenen Seiten aneinander gelegt, bildeten sie ein geschlossenes parallelopipedisches Gehäuse von ungefähr 45 ^{cm} Höhe und 20 ^{cm} Breite und Tiefe. Mittels desselben konnte ein Staniolblatt umschlossen werden, das seiner Grösse nach den Querschnitt des Gehäuses ziemlich ausfüllte, ohne jedoch dasselbe zu berühren. Das Staniol hing an einem isolirten Draht, der ohne Berührung durch einen kleinen Ausschnitt zwischen beiden Hälften des Gehäuses heraus und zum Elektrometer führte. Die beiden Hälften konnten so nach Belieben aufgesetzt und abgehoben werden, ohne dass das innere Metall berührt wurde. Jede der beiden Hälften war dauernd mit einer Erdleitung versehen. Bei Ausführung der oben besprochenen Versuche zeigte sich nun eine absolute Ruhe des Elektrometers.

Was die Empfindlichkeit des Apparates anlangt, so sei erwähnt, dass bei einer Ladung des Staniolblattes mit einem Daniell und nachheriger Entladung desselben an das Elektrometer dieses einen Ausschlag von 30 Scalentheilen anzeigte. Da nun die zu erwartenden Potentialänderungen gleichfalls von der Grösse eines Daniell wären, so müssen dieselben als nichtexistirend betrachtet werden, wenn man nicht annehmen will, dass das Staniol gerade dieselbe Stellung in der Spannungsreihe einnimmt, wie die Erdleitung. Um auch diesen Einwand zu beseitigen, wurden dieselben Versuche statt mit Staniol mit Kupferfolie ausgeführt, aber auch hier war der Effect Null. Die Potentialdifferenz Sn | Cu beträgt aber circa 0,9 Daniell, die Differenz der Ausschläge in beiden Versuchen hätte also — ganz unabhängig von der Stellung der Erdleitung in der Spannungsreihe — ungefähr

27 Scalentheile betragen müssen. Statt dessen waren beide Ausschläge gleich Null, ein Beweis, dass die von der Contacttheorie geforderten elektrischen Ladungen der zur Erde geleiteten Metalle nicht existiren.

Wenn das vorstehend mitgetheilte schon geeignet erscheint, der chemischen Theorie gegenüber der Contacttheorie den Vorzug zu geben, wenn es sich um die Erklärung des Volta'schen Versuches handelt, so tritt dieses Verhältnis beider Theorien noch schroffer zu Tage, sobald man an das Studium verwandter Erscheinungen wie etwa des galvanischen Elementes oder der galvanischen Polarisation geht.

Die Contacttheoretiker haben, um die Wirkungsweise der Elemente wenigstens theilweise erklären zu können, nebst den hypothetischen Wirkungen bei Berührung zweier Metalle auch noch solche bei Berührung eines Metalles mit einer Flüssigkeit angenommen, wobei es sich lediglich um den Contact und nicht etwa um eine damit verbundene chemische Reaction handeln soll. So soll z. B. das Platin in Verbindung mit Wasser oder Salpetersäure elektrisch werden, obwohl keine Reaction stattfindet. Die Beobachtungen, welche gegenwärtig über derartige Wirkungen vorliegen, sind fast alle nach der Methode von R. Kohlrausch gewonnen, d. h. durch Ermittelung der Ladung, welche ein aus dem betreffenden Metall und Flüssigkeit gebildeter Condensator bei directer Schliessung annimmt. Die ausserordentlich abweichenden Resultate, welche von verschiedenen Beobachtern erhalten wurden, legen die Vermuthung nahe, dass diese Methode Factoren enthält, die bisher nicht berücksichtigt wurden und es fällt in der That nicht schwer dieselben aufzudecken, sobald man die ganze Erscheinung vom Standpunkte der chemischen Theorie aus betrachtet. Der hauptsächlichste dieser Factoren ist die Induction, die zwischen der elektrischen Oberflächenschichte des Metalles — wenn dieses ein oxydirbares ist — und der Flüssigkeit auftritt, deren Wirkung man bisher dem Contacte des den Condensator schliessenden Bügels mit der Flüssigkeit zugeschrieben hat. Ein zweiter Factor ist, unter Umständen, die Elektricitätsentwicklung durch die chemische Reaction zwischen Metall und Flüssigkeit.

Diese beiden Factoren lassen sich aber bei Anstellung des Volta-schen Versuches mit einem Metall und einer Flüssigkeit recht schön getrennt darstellen und sie genügen qualitativ wie quantitativ vollkommen den Anforderungen der chemischen Theorie; durch sie werden alle Erscheinungen an solchen Condensatoren erschöpfend erklärt, so dass auch hier die Annahme einer Contactwirkung als überflüssig erscheint.

Ohne auf die Details der Versuche einzugehen, die sich in einer ausführlicheren Mittheilung über diesen Gegenstand finden[1]), will ich hier nur die hauptsächlichsten derselben kurz erwähnen.

An drei Condensatoren Pt|H_2O, Cu|H_2O, Zn|H_2O sollte die oben erwähnte Wirkung der Induction dargethan werden. Da bei einer Schliessung derselben durch ein Metall das von H_2O nicht angegriffen wird, etwa Pt, jede directe chemische Wirkung ausgeschlossen ist, so müssen in diesem Falle die Condensatoren sich nur unter dem Einflusse der Induction laden, d. h. sie verhalten sich resp. wie ein Pt|Pt-, Cu|Pt-, Zn|Pt-Condensator. Das wurde auch durch das Experiment bestätigt. Ausgedrückt in Daniell's ergab sich die Potentialdifferenz Pt|H_2O = 0, Cu|H_2O = 0,384, Zn|H_2O = 0,888. Wenn bei diesen Condensatoren das Wasser durch Pt ersetzt wird, so ergeben sich dafür aus der Tabelle, die schon oben mitgetheilt wurde, der Reihe nach die Werthe: 0, 0,367, 0,881 und die Theorie liefert aus den Oxydationswerthen: 0, 0,383, 0,879.

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen zeigt deutlich, dass das Wasser in vorstehenden Versuchen sich einfach wie Platin verhält und dass an der Contactstelle von Pt und H_2O keine elektromotorische Kraft thätig ist; dagegen tritt die Wirkung der Induction in den Vordergrund, die von den bisherigen Beobachtern ganz ausser Betracht gelassen wurde. Letzterem Umstande ist ohne Zweifel die absolute Nichtübereinstimmung der bisherigen Angaben zum grossen Theile zuzuschreiben.

Sowie die vorstehenden Versuche die Wirkung der Induction allein zeigen, so kann man auch durch passende Anordnung den Effect der chemischen Reaction zwischen Metallbügel und Flüssigkeit gesondert erhalten; so z. B. bei Anwendung eines Condensators aus Platin und Wasser, der durch Bügel aus verschiedenen Metallen geschlossen wird. Bei dieser Anordnung entfällt der von der Induction herrührende Theil der Ladung und es wird lediglich die Wirkung des Wassers auf das Metall des Bügels gemessen. Da alle Metalle bei ihrer Oxydation negativ elektrisch werden, so ist zu erwarten, dass nach Oeffnung des Condensators die Platinplatte freie negative, das Wasser freie positive Elektricität enthalte, was auch durch das Experiment in allen Fällen bestätigt wird. Da die Potentialdifferenz an der Berührungsfläche von Metall und Wasser von der Verbrennungswärme des ersteren abhängt, so müssen die Ladungen um so stärker werden, je leichter oxydirbar die Metalle sind. Die folgende kleine Tabelle zeigt dies auch für die untersuchten Metalle Pt, Cu, Zn und Mg. Je nachdem der den

---

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 82, Juli 1880.

Condensator schliessende Bügel aus einer dieser Substanzen bestand, wurden die folgenden Potentialdifferenzen erhalten, ausgedrückt in Daniells:

Pt	Cu	Zn	Mg
0	— 0,43	— 1,15	— 1,88

Das Vorzeichen drückt zugleich den Sinn der Ladung der Platinplatte aus. In qualitativer Beziehung entsprechen diese Zahlen ganz den Erwartungen; in quantitativer Hinsicht lässt sich leider eine genaue Controlle nicht ausüben, weil bei Ladungen, die wie hier nur äusserst kurze Zeit zu ihrer Herstellung bedürfen, der im Wasser gelöste freie Sauerstoff eine zu grosse Rolle spielt. Man kann nur angeben, zwischen welchen Grenzen die Zahlen liegen müssten, je nachdem das Wasser gar keinen freien Sauerstoff oder solchen in beliebiger Menge gelöst enthielte. Diese Grenzen sind für:

Pt	Cu	Zn
0 und 0	0 und — 0,74	— 0,73 und — 1,73

Für Mg ist mir gegenwärtig kein Werth der Verbrennungswärme bekannt, aber jedenfalls liegt derselbe über dem des Zinkes. Soweit man also quantitativ die Erscheinung zu verfolgen im Stande ist, genügt auch hier die chemische Theorie.

Um schliesslich die Wirkungen der Induction und des chemischen Angriffes gleichzeitig zu untersuchen, kann man sich eines Zn | H_2O - Condensators bedienen, den man durch Bügel aus verschiedenen Metallen schliesst. Man erhält so die folgenden Potentialdifferenzen, wobei wieder die Vorzeichen den Sinn der Ladung der Zinkplatte anzeigen.

Metall des Bügels	Pt	Cu	Zn	Mg
Potentialdifferenz	+ 0,88	+ 0,46	— 0,46	— 1,09
Berechnet	+ 0,88	+ 0,45	— 0,27	— 1,00

Die als berechnet darunter geschriebenen Zahlen sind das Ergebnis der Additionen der beiden hier gleichzeitig auftretenden Wirkungen: der Induction zwischen Zink und Wasser (+ 0,88) und der chemischen Wirkungen, wie sie aus der früher mitgetheilten kleinen Tabelle entnommen sind. Eine genaue numerische Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung ist hier wohl nicht zu erwarten, da der Effect der Oxydation, wie oben erwähnt, von der Menge vorhandenen freien Sauerstoffes abhängt, und diese sich von Versuch zu Versuch ändert. Doch ist, wie ich glaube, nicht zu verkennen, dass sich die Erscheinungen an solchen theils aus Metallen, theils aus Flüssigkeiten bestehenden Condensatoren ganz aus der Superposition der beiden oben besprochenen Wirkungen erklären lassen.

Da von den Anhängern der Contacttheorie angenommen wird, dass durch die Berührung von Metallen mit Flüssigkeiten, welche auf dieselben nicht chemisch reagiren, Elektricität erzeugt wird, so habe ich

versucht, dieses Verhalten nachzuweisen, bin aber, entsprechend den Folgerungen der chemischen Theorie durchweg zu negativen Resultaten gekommen. Es wurde ein Condensator zusammengesetzt aus einer Zinkplatte und einem Flüssigkeitsgefässe, das von derselben durch drei Paraffinpunkte getrennt war. In dieses Gefäss wurden successive verschiedene Flüssigkeiten eingeführt und durch einen Platindraht mit der Zinkplatte verbunden. Nach Unterbrechung dieser Verbindung und Abheben des Flüssigkeitsgefässes wurde die Ladung der Zinkplatte am Elektrometer geprüft. In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Zahlen mitgetheilt; für jede Flüssigkeit wurden fünf Beobachtungen ausgeführt.

H_2O	H_2SO_4	$CuSO_4$ conc.	$CuSO_4$ verd.	$ZnSO_4$ conc.	HCl	HNO_3 conc.	HNO_3 verd.	Alkohol
45,0	44,5	45,5	45,0	45,5	44,5	45,5	45,5	45,0
45,5	44,5	44,0	45,0	45,0	45,5	45,5	45,5	45,5
45,0	45,0	45,5	45,5	45,0	45,5	45,5	45,0	45,5
45,5	45,0	45,0	45,0	45,5	45,0	45,0	45,5	45,0
45,0	45,0	45,0	45,0	45,5	45,5	45,5	45,0	45,0

Man sieht, dass alle Werthe unter einander gleich sind und mit den Angaben des Zink-Wasser-Condensators übereinstimmen, der selbst, nach dem früheren, wirkt wie ein Condensator aus Zink und Platin. Es folgt daraus, dass an der Berührungsstelle von Platin und einer der obigen Flüssigkeiten so wenig eine elektromotorische Kraft thätig ist, wie bei der Berührung von Platin und Wasser. Wenn andere Autoren zu anderen Resultaten gelangten, so liegt das unzweifelhaft an der Nichtberücksichtigung der Inductionswirkung zwischen Metallplatte und Flüssigkeit. So sind z. B. die Werthe, welche Ayrton und Perry[1]) erhielten, nämlich $Pt|H_2O = +0{,}310$ und $Pt|HNO_3 = +0{,}672$ Daniell, offenbar falsch, die beiden Werthe sollten $= 0$ gefunden werden. Die Angaben Gerland's[2]) über die Spannungsdifferenzen zwischen Metallen und Flüssigkeiten, welche leider oft citirt werden, können gar keinen Anspruch auf Richtigkeit erheben, denn sie sind nach einer Methode gewonnen, von der der Autor seinem eigenen Ausspruche nach sich keine Rechenschaft zn geben vermochte. Gerland hat nämlich nach der Methode von R. Kohlrausch gearbeitet, fand aber, dass er keine brauchbaren Resultate erhielt, wenn

1) Trans. of the R. Soc. 1880. I.
2) Pogg. Ann. Bd. 133 u. 137.

der die Metallplatte und Flüssigkeit verbindende Bügel aus demselben Material bestand wie die Metallplatte; er hat denselben daher stets aus einem andern Metall gewählt (aus welchem wird nicht angegeben) und die Spannungsdifferenz zwischen beiden Metallen mit in Rechnung gebracht. Gerland führt leider die Resultate nicht an, die er ohne dieses Hilfsmetall erhielt und für unbrauchbar erklärte, aber ich zweifle nicht, dass sie mit den hier mitgetheilten identisch waren; freilich konnten sie dann mit den Anschauungen der Contacttheorie nicht übereinstimmen.

Die Untersuchung der sog. Contactwirkung zwischen Metallen und Flüssigkeiten liefert somit das Resultat, dass nur an jenen Berührungsstellen Elektricität erzeugt wird, wo eine chemische Reaction auftritt; dieses Resultat genügt aber auch, um die Erscheinungen eines galvanischen Elementes vollkommen zu erklären und ich will versuchen, die Wirkungsweise eines solchen im nachfolgenden zu erläutern.

Denken wir uns ein Stück Zink in angesäuertem oder gewöhnlichem Wasser. Bei der directen Auflösung des Zinks im Wasser ergibt sich Wärme, wählt man aber die Anordnung wie in einem galvanischen Elemente, so resultirt aus dem Verschwinden von chemischer Energie zunächst nicht Wärme, sondern Elektricität; es ist natürlich, dass diese nach Menge und Potential dieselbe Arbeit repräsentirt, wie die direct entwickelte Wärme. Der Process, der sich bei der Auflösung eines isolirten Stückes Zink in isolirtem Wasser abspielt, scheint mir demnach der folgende zu sein; die bei der Auflösung verlorene chemische Energie tritt zunächst in der Form zweier gleicher Mengen positiver und negativer Elektricität auf; von diesen geht erfahrungsgemäss die negative ins Zink, die positive ins Wasser. Sind die beiden Massen des Zink und des Wassers nicht unendlich gross, so muss dadurch das Potentialniveau in ersterem sinken, in letzterem steigen; da der chemische Angriff ungehindert fortdauert und damit auch die Entwicklung von Elektricität, so ist klar, dass die Potentialdifferenz an der Erzeugungsstelle bald eine Grösse erreichen wird, die der trennenden Kraft das Gleichgewicht hält. Von diesem Momente an tritt an der Erzeugungsstelle selbst eine Wiedervereinigung der geschiedenen Elektricitäten ein, die natürlich nur unter Wärmeentwicklung stattfinden kann. Es wird also das Zink sich zwar noch weiter auflösen, aber — wenigstens scheinbar — unter directer Wärmeentwicklung. Ich glaube aber, dass man allen Grund hat, die letztere als eine secundäre zu bezeichnen: denn macht man die Capacitäten des Zinks und des Wassers immer grösser und grösser, so erhält man zunächst immer mehr und mehr Elektricität, und macht man beide unendlich gross, so erhält man die ganze verbrauchte Energie in Form eines elektrischen Stromes. Es liegt demnach der Gedanke nahe, die Wärme, die bei irgend einer

chemischen Reaction auftritt, nicht als primär entwickelt zu betrachten, sondern sie als die Joulesche Wirkung der an der Reactionsstelle entstehenden elektrischen Ausgleichungsströme aufzufassen.

Zunächst würde sich also ergeben, dass ein galvanisches Element theoretisch nicht aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit, sondern aus einem Metall und einer Flüssigkeit besteht; das Metall bildet hierbei den negativen, die Flüssigkeit den positiven Pol. Ferner ergibt sich, dass die Potentiale dieser Pole (wenn das Element isolirt zusammengestellt wurde) durchaus nicht an Grösse gleich zu sein brauchen, sondern dass dieselben ganz von dem Verhältnis der Capacitäten dieser Pole abhängen. Die Potentialdifferenz der letzteren ist jedoch eine constante und, wie die Erfahrung lehrt, gemessen durch den Wärmewerth der betreffenden chemischen Reaction.

Wenn es sich nun zu practischen Zwecken darum handelt, das Element als Quelle eines permanenten Stromes zu verwenden, so ist klar, dass dieser Zweck erreicht wird, sobald man für genügenden Abfluss von beiden Polen weg sorgt; denn solange durch diesen Abfluss die Potentialdifferenz an der Grenze des Maximalwerthes gehalten wird, werden alle neu entwickelten Elektricitäten zum Ersatze für die abgeflossenen verwendet. Dahin würde man theoretisch am einfachsten gelangen, wenn man das Zink und das Wasser unendlich gross machen würde; da dies praktisch unmöglich, so hilft man sich auf eine andere höchst einfache Weise: man verbindet durch zwei metallische, im übrigen aber vollkommen indifferente Leiter das Zink und Wasser mit zwei Punkten ein und desselben unendlich grossen Leiters, der Erde. Es ist einleuchtend, dass dadurch ganz dasselbe Resultat erreicht wird, denn auch jetzt haben die Enden der Ableitungen das Potential Null, ihre Anfänge dagegen besitzen die Potentialdifferenz $Zn|H_2O$, es muss somit durch die ganze Leitung ein stationärer Strom circuliren, Da man sich, um das Wasser durch einen chemisch indifferenten Körper abzuleiten, am besten des Platins bedient, so gelangt man auf diese Weise zur Construction des Smee'schen Elementes. Doch ist nicht zu vergessen, dass hier das Platin nicht der positive Pol, sondern einzig und allein ein Stück der Leitung ist; der positive Pol wird gebildet durch die dem Zinke anliegende Wasserschichte. Da in jedem Momente gleiche und entgegengesetzte Quantitäten von Elektricität durch die Oxydation des Zinkes geliefert werden, so ist auch weiter klar, dass es gar nicht nöthig ist, die beiden Enden der Ableitung mit der Erde zu verbinden; es genügt auch, wenn sie untereinander verbunden werden, da durch die gegenseitige Annulirung beider Elektricitäten stets ein Punkt mit dem Potential Null im Schliessungskreise entsteht und somit die Bedingung für einen stationären Strom gegeben ist. Man gelangt solcherweise

zu einem in sich geschlossenen Smee'schen Elemente. In so vielen Gestalten man nun den chemischen Process einzuleiten und die Ableitungen herzustellen vermag, in eben so vielen Gestalten erscheint uns das galvanische Element.

Wenn wir solcherweise ein Bild davon bekommen, wie ein galvanisches Element entsteht, so liegt uns nun ferner ob zu untersuchen, an welchen Stellen eines solchen Elementes die Potentialfunction eine Unstetigkeit aufweist. Nach der chemischen Theorie muss dies einzig an jenen Grenzflächen zweier Medien der Fall sein, wo eine chemische Action auftritt. Wir wollen diese Actionen etwas genauer betrachten.

Im Smee'schen Elemente z. B. wird primär Zink oxydirt und Wasserstoff frei; dieser erscheint bei geschlossenem Elemente, aber nicht am Zink sondern am Platin und man sagt gewöhnlich, er wandere mit dem positiven Strom dorthin. Ich glaube, die Sache verhält sich aber einfach folgendermaassen: Das Zn und das H_2O bilden, wie wir gesehen haben, für sich ein vollständiges Element, das Platin ist nur ein Theil der Schliessung; nun wird allerdings der H_2 am Zn erscheinen, aber gleichzeitig wird das H_2O durch den Eigenstrom des Elementes zersetzt und H_2 am Pt, O am Zn frei. Letzterer vereinigt sich aber mit dem primär dort entwickelten H_2 und deshalb scheint dieser an das Pt gewandert zu sein. (Dass der Eigenstrom des Elementes immer im Stande ist, die Elektrolyten desselben zu zersetzen, geht aus dem anderweitig[1]) erwiesenen Umstande hervor, dass in keinem galvanischen Elemente Polarisation auftreten kann.)

Im Smee'schen Elemente wird daher die Potentialfunction nur an der Grenze von Zn und H_2O einen Sprung zeigen. Aehnlich verhält es sich mit dem Daniell'schen Elemente. Hier würde wieder der primär entwickelte H_2 am Zn sichtbar werden, wenn nicht die Elektrolyse durch den eigenen Strom hinzukäme. Diese scheidet am Kupfer, aus $CuSO_4$, das Cu aus, an der Grenze von H_2O und $CuSO_4$ dagegen einerseits SO_4, andrerseits H_2, und am Zn schliesslich O, der den primären H_2 oxydirt. Da haben wir also während der Thätigkeit des Elements zwei Stellen, wo chemische Action eintritt: an der Grenze Zn | H_2O und an der Grenze H_2O | $CuSO_4$. An ersterer wird Zn oxydirt unter Ausscheidung von H_2, an letzterer wird H_2 oxydirt unter Ausscheidung von Cu. Strenge genommen spielen sich im $CuSO_4$ eigentlich zwei Processe gleichzeitig ab, und es superponiren sich infolgedessen zwei Potentialdifferenzen an den Grenzen von $CuSO_4$: die erste entspricht der Verbindungswärme von H_2 und SO_4, die zweite, in entgegengesetzter Richtung thätig, ist die Polarisation, welche aus der Elektrolyse des

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 80, Dec. 1879.

$CuSO_4$ resultiren würde und die der Wärmetönung (Cu, SO_4) entspricht; die gemeinsame Wirkung ist natürlich äquivalent der Reduction des Cu durch H_2 aus $CuSO_4$. Man hat also hier eigentlich nicht ein Element, sondern zwei hinter einander geschaltet, ein Element $Zn | H_2O$ und daran das Element $H_2 | CuSO_4$; ersteres ist ein Smee. Es ist somit $D = S + H_2 | CuSO_4$, wenn wir unter D ein Daniell, unter S ein Smee verstehen.

Dieser doppelte Sprung des Potentials im Daniell lässt sich auch experimentell zeigen; folgender Versuch gibt ein Beispiel hierfür. Der Zinkpol eines offenen Daniell wurde zur Erde geleitet, das Kupfer zum Elektrometer; dieses zeigte einen Ausschlag $= + 47$ Scalentheilen. Nun wurde das Cu wieder isolirt und das Wasser, in dem das Zn stand, durch einen Platindraht mit dem Elektrometer verbunden; dieses zeigte nun $+ 35$. Es ist also $S = 35$, denn der jetzt beobachtete Werth entspricht ja einem Smee. Um nun auch die Grösse des zweiten Elementes $H_2 | CuSO_4$ zu finden, wurde der ableitende Platindraht im Wasser belassen, aber das Zn ganz aus der Flüssigkeit gehoben und möglichst schnell das Cu am Elektrometer geprüft. Es ergab sich ein Ausschlag $= + 10$. Die Differenz $D - S$ sollte $= 47 - 35 = 12$ sein. Dass sie in Wirklichkeit etwas kleiner ($= 10$) gefunden wurde, ist erklärlich, denn der Wasserstoff, welcher, solange das Zn im Wasser steht, am Pt und im Wasser frei wird, ist beschränkt und wird, nach Entfernung des Zinkes durch die Reduction des Kupfers rasch consumirt. Es muss daher der Werth $H_2 | CuSO_4$ etwas zu klein gefunden werden. Lässt man den das Wasser ableitenden Platindraht etwa eine Minute lang mit dem Kupfer verbunden, so ist jede Potentialdifferenz zwischen ihnen verschwunden, da dann eben der ganze Wasserstoffvorrath schon verbraucht ist.

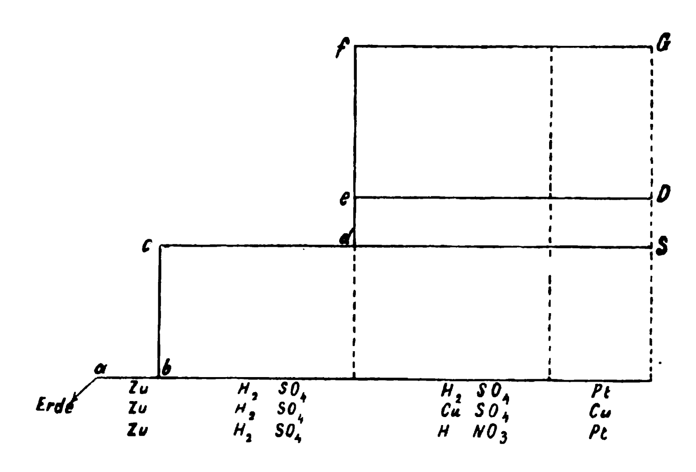
Es zeigt dies auch, dass der erhaltene Ausschlag nicht etwa einer Spannungsdifferenz zwischen den Flüssigkeiten, oder zwischen dieser und den Metallen zuzuschreiben ist.

Dasselbe Experiment wurde auch mit einem Grove'schen Elemente gemacht. Das Zn war wieder zur Erde geleitet. Wurde der Platinpol mit dem Elektrometer verbunden, so gab dies einen Ausschlag $= + 82$. Es ist also $G = 82$.

Jetzt wurde wieder bei isolirtem Platin das Wasser in der Thonzelle des Zinkes durch einen Platindraht mit dem Elektrometer verbunden und gefunden $= + 35$. Also $S = 35$ wie früher. Wurde dann dieser Platindraht zur Erde geleitet und das Zink ganz entfernt, so zeigte jetzt der Platinpol $= + 43$. Die Differenz $G - S$ würde dafür den etwas grösseren Werth $82 - 35 = 47$ ergeben. Der Grund dieser kleinen Differenz ist derselbe wie beim Daniell'schen Elemente.

Man sieht, dass der Werth des Elementes $H_2|HNO_3$ nicht unbeträchtlich grösser ist als der eines Smee, was auch aus der Betrachtung der respectiven Verbindungswärmen sich ergibt. Beim Grove'schen Elemente hat also die grössere Hälfte der ganzen elektromotorischen Kraft ihren Sitz an der Berührungsstelle beider Flüssigkeiten; allein ich muss nochmals betonen, dass sie nicht dieser Berührung ihre Existenz verdankt, sondern den chemischen Processen, welche sich dortselbst abspielen.

Ich füge in beistehender Figur ein Diagramm der Potentialfunction bei, wie sie sich in den offenen Elementen Smee, Daniell und Grove



darstellt. Die Grössenverhältnisse entsprechen der Wirklichkeit, und bezieht sich dabei die Linie *abcdS* auf das Smee, *abcdeD* auf das Daniell und *abcdefG* auf das Grove.

Was den Gang der Potentialfunction in geschlossenen Elementen, in Voltametern mit und ohne Polarisation etc., anlangt, so muss ich hier auf meine specielle Untersnchung über diesen Gegenstand verweisen[1]) und will nur bemerken, dass sich überall die Forderung der chemischen Theorie erfüllt findet, dass nur an jenen Grenzflächen die Potentialfunction sich unstetig zeigt, wo eine chemische Action auftritt.

Ich muss nun noch einer ganz besonderen Classe galvanischer Elemente erwähnen, deren Existenz vom Standpunkte der chemischen Theorie aus leicht begreiflich ist, die aber der Contacttheorie manche Schwierigkeiten bereitet. Es sind das galvanische Elemente, welche nur aus Grundstoffen bestehen, also Quellen dauernder Ströme ohne zersetzbare Leiter. Solche Elemente erhält man durch Combination von Metallen mit Brom oder Jod, und ich habe dieselben einer ein-

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 82, Juli 1880.

gehenderen Untersuchung unterworfen[1]), aus welcher ich hier nur eine Tabelle mittheilen will. Da die meisten Metalle von Brom und Jod chemisch angegriffen werden und da diese Reactionswärmen bekannt sind, so ist es leicht, eine Anzahl solcher Elemente zu construiren und ihre elektromotorische Kraft mit der berechneten zu vergleichen. Da sowohl Brom als Jod sehr schlechte Leiter sind, so ist es nothwendig, die Bestimmung dieser Kraft auf elektrometrischem Wege auszuführen. Es wurde zu diesem Zwecke aus dem zu untersuchenden Metalle und einem Tropfen Brom ein Element gebildet, das Metall abgeleitet und das Brom (oder Jod) durch eine Graphitelektrode mit dem Elektrometer verbunden. (Graphit wird von Brom und Jod nicht in merklicher Weise angegriffen.)

In der folgenden Tabelle gebe ich die untersuchten Elemente, ihre beobachteten und berechneten elektromotorischen Kräfte wieder; letztere sind in Daniells ausgedrückt.

Element	Elektr. Kraft beob.	Elektr. Kraft berechn.
Mg | Br . . .	2,36	—
Al | Br . . .	1,60	1,61
Zn | Br . . .	1,52	1,52
Pb | Br . . .	1,29	1,29
Ag | Br . . .	0,91	0,91
Cu | Br . . .	0,51	0,65
Pt | Br . . .	0,04	—
Mg | J	1,57	—
Zn | J	0,96	0,98
Al | J	0,77	0,93
Hg | J	0,55	0,68
Ag | J	0,56	0,55
Pt | J	0,013	—

Für die Combination mit Mg und Pt fehlen die betreffenden Angaben, so dass eine Berechnung nicht möglich ist; im übrigen stimmen die Zahlen so gut, dass es keinem Zweifel unterliegt, dass die erhaltenen elektromotorischen Kräfte den chemischen Actionen ihre Entstehung verdanken. Die einzige grössere Abweichung zwischen Rechnung und Beobachtung, beim Elemente Al | J hat vielleicht darin ihren Grund, dass für diese Combination der Wärmewerth sich unter den neueren Thomsen'schen Zahlen nicht angegeben findet und dafür eine ältere Angabe Berthelot's benutzt werden musste.

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 84, Juli 1881.

Es ist somit feststehend, dass zur Bildung eines galvanischen Elementes nicht die Anwesenheit eines Elektrolyten nothwendig ist, sondern nur die Anwesenheit solcher Körper, welche chemisch auf einander reagiren.

Ich wende mich schliesslich noch einem Gebiete von Erscheinungen zu, das uns die Ueberlegenheit der chemischen Theorie über die Contacttheorie deutlich zeigt, dem Gebiete der galvanischen Polarisation. Vielleicht nirgends in der Elektricitätslehre herrscht eine so chaotische Verwirrung wie hier und doch ist die Sache so einfach, wenn man sie beim rechten Ende anfasst. Wir werden nicht irre gehen, wenn wir diese Verwirrung dem Umstande zuschreiben, dass man immer bemüht war, die Erscheinungen der galvanischen Polarisation durch die Contacttheorie erklären zu wollen. Man war dadurch genöthigt, einen Satz aufzustellen, der in der Folge zu endlosen falschen Schlüssen führte, den Satz, dass einer jeden Elektrode, wenn dieselbe mit einem bestimmten Ion bedeckt ist, auch eine bestimmte und constante Grösse der Polarisation zukomme. So hat man z. B. geglaubt, die Polarisation von Platin in Wasserstoff, oder der Werth Pt_h, habe eine bestimmte Grösse; es ist aber, wie wir gleich sehen werden, nichts ungereimter als diese Annahme; und wenn die von verschiedenen Autoren angegebenen Bestimmungen dieses Werthes wenigstens zum Theil mit einander in Einklang stehen, so hat das seinen Grund nur darin, dass die Versuchsbedingungen meist dieselben waren. Aendert man aber diese, so ändert sich auch sogleich der Werth Pt_h. Wenn wir bei dem Beispiele der Polarisation eines Wasser-Voltameters bleiben, so wird nach der Contacttheorie diese Polarisation gemessen durch die Summe der einzelnen Polarisationen beider Elektroden, also durch $Pt_h + Pt_o$. Sowohl Pt_h als Pt_o soll eine Constante sein; um etwa die Grösse Pt_h allein zu bestimmen, macht man die andere Elektrode aus einem oxydirbaren Metall (so dass der Sauerstoff verschwindet) und glaubt nun in dem Polarisationsstrome dieses Voltameters den Werth Pt_h vor sich zu haben. Wie falsch dieses Verfahren ist, wird aus dem nachfolgenden hervorgehen. —

Wie die chemische Theorie die Erscheinung der galvanischen Polarisation erklärt, will ich hier nur kurz erwähnen, indem ich wegen der Details auf meine ausführlichere Untersuchung dieses Gegenstandes hinweisen muss[1]). Der Grundgedanke ist der, dass der Polarisationsstrom, sowie der Strom eines jeden Elementes, seine Entstehung che-

---

1) Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 78, Juli 1878.

mischen Reactionen verdankt; welcher Natur letztere seien, ist naheliegend, denn wir sehen, dass, bevor Polarisation entstehen kann, ein Elektrolyt, entgegen der chemischen Natur seiner Elemente, zerlegt werden muss und sehen ferner, dass während der Dauer des Polarisationsstromes diese Elemente als solche wieder verschwinden unter Rückbildung der Elektrolyten. Diese Rückbildung werden wir demnach als die Ursache des Phänomens betrachten und aus ihrem Wärmewerth werden wir, wie bei jedem Elemente, einen Schluss auf die entstehende elektromotorische Kraft ziehen. Bleiben wir beim früher gewählten Beispiele; da haben wir zwei Platinelektroden in Wasser, die eine bedeckt mit Wasserstoff, die andere mit Sauerstoff. Was geschieht, wenn wir diese direct metallisch verbinden? Halten wir uns an die von Clausius gegebene Darstellung der Natur eines Elektrolyten, so werden wir annehmen müssen, dass der am Platin haftende Wasserstoff, von freien Sauerstoffatomen getroffen, sich oxydirt, wodurch ein Strom entsteht, der, so schwach er auch sein mag, nun selbst das Wasser elektrolysirt und an der O-Elektrode Wasserstoff, an der H-Elektrode Sauerstoff ausscheidet. Man sieht, dass dieser Process dauern kann bis alle ursprünglich vorhandenen freien Ionen verschwunden sind und dass der Effect derselbe ist, als hätten sich diese direct verbunden. Die resultirende elektromotorische Kraft wäre in diesem Falle gemessen durch die Verbrennungswärme des Wasserstoffes. Man sieht ferner, dass die Elektroden hier nur die Rolle von Leitern spielen, so lange sie nicht selbst zu chemischen Actionen Anlass geben; tritt aber letzteres ein, so ändert sich damit der Werth der Polarisation. Dieses sei an einem Beispiele erläutert, das zugleich die Unrichtigkeit der oben angeführten Methode zur einseitigen Bestimmung der Polarisation darthun wird.

Gesetzt, wir würden Wasser elektrolysiren zwischen einer Elektrode aus Pt und einer aus Cu; am Pt soll sich H_2, am Cu aber O ausscheiden. Die Polarisation, die wir so erhalten, würde nach obiger Methode dem Werthe Pt_h entsprechen. Nach der hier gegebenen Theorie dagegen verdankt sie ihre Entstehung der Rückbildung des Wassers, welche aber hier nicht ohne weiteres durch Oxydation des H_2 stattfinden kann, sondern dieser muss erst das Cu aus seiner Verbindung mit O reduciren; letzterer Process consumirt aber Wärme und der schliessliche Effect entspricht der Differenz der Verbrennungswärme des H_2 und Cu. Dem entsprechend wird die Polarisation gleich 0,67 Daniell gefunden. Wenn wir aber denselben Versuch machen, indem wir die Kupferelektrode durch Eisen ersetzen, so ist der Process zwar ein analoger, aber jetzt muss der Wasserstoff statt Kupfer das Eisen reduciren. Dieses hat aber eine viel grössere Oxydationswärme als

Kupfer, die schliessliche Polarisation fällt daher viel kleiner aus; man findet sie = 0,05 *D*. Wenn man nun diese Methode zur Bestimmung des Werthes Pt_h angewendet hätte, so würde man dafür einmal den Werth 0,67, das andere mal 0,05 erhalten haben.

Aber selbst, wenn an beiden Elektroden stets dieselben Ionen auftreten, so braucht darum die Polarisation noch nicht dieselbe zu sein, denn es kommt sehr darauf an, aus welchem Elektrolyten sie entwickelt wurden, d. h. welcher Elektrolyt bei Bildung der Polarisation wieder entstehen soll: denn davon hängt der Wärmewerth des Processes ab. Die folgende kleine Tabelle gibt dafür eine deutliches Beispiel. Die Elektroden bestanden aus Kohle und waren bedeckt einestheils mit H_2, anderntheils mit J, Br oder Cl.

Kohle in	entwickelt aus		
	RH, aq.	RK, aq.	RNa, aq.
J u. H	0,54	1,08	1,25
Br u. H . . .	1,16	1,55	1,78
Cl u. H . . .	1,60	2,04	2,08

Das Zeichen *R* bedeutet dabei resp. J, Br oder Cl. Die Zahlen sind auf das Daniell als Einheit bezogen. Während also J und H aus Jodwasserstoff entwickelt den Werth 0,54 gibt, erhält man für dieselben Ionen an denselben Elektroden aber entwickelt aus Jodnatrium 1,25. Es begreift sich daher, dass Beetz für die Polarisation des Platins im Wasserstoff ganz verschiedene Werthe erhielt, je nachdem dieser aus Wasser oder Salzsäure entwickelt war, und ebenso, dass er vom Standpunkte der Contacttheorie dafür keine Erklärung geben konnte. Ich brauche wohl kaum zu erwähnen, dass obige Zahlen mit den aus den Wärmewerthen berechneten in Einklang stehen.

Um schliesslich noch zu zeigen, dass die chemische Theorie die Erscheinungen der galvanischen Polarisation auch in quantitativer Beziehung vollkommen erklärt, lasse ich eine Tabelle folgen, in welcher die bei einer Reihe von Elektrolysen erhaltenen Polarisationen mit den aus den Wärmewerthen berechneten zusammengestellt sind. Die Elektrolyte sind dabei so gewählt, dass die eintretenden chemischen Processe leicht zu übersehen und die Werthe der chemischen Reactionen aus dem vorhandenen Materiale solcher Bestimmungen zu entnehmen sind. Als Einheit gilt das Daniell.

Elektrolyt	Elektroden	Polarität beob.	Polarität berechnet
J Ag	C	0,54	0,56
Br Ag	"	0,90	0,93
Cl Ag	"	1,17	1,21
J H, aq.	"	0,54	0,54
Br H, aq.	"	1,16	1,17
Cl H, aq.	"	1,60	1,61
H_2O	Pt	1,42	1,43
Cl Na, aq.	C	2,08	2,06
J Na, aq.	"	1,25	1,24
Br Na, aq.	"	1,78	1,79
Cl K, aq.	"	2,04	2,06
Br K, aq.	"	1,55	1,54
J K, aq.	"	1,08	0,92
$Cu SO_4$, aq.	Pt	1,13	1,15
$Zn SO_4$, aq.	"	2,14	2,15
$Cu(NO_3)_2$, aq.	"	1,11	1,09
$Zn(NO_3)_2$, aq.	"	2,11	2,10
$Ag NO_3$, aq.	"	0,42	0,34
$Fe(NO_3)_2$, aq.	"	1,88	1,89
H_2O	Cu	0,67	0,65
H_2O	Fe	0,049	0,048
HCl, aq.	Cu	0,42	0,43
HCl, aq.	Ag	0,44	0,41

Die Zahlen dieser Tabellen scheinen mir ein beredtes Zeugnis zu Gunsten der chemischen Theorie zu liefern. — So verwickelt auch die Erscheinungen der galvanischen Polarisation sich in einzelnen Fällen darstellen mögen, man wird immer finden, dass sie von dem hier gegebenen Standpunkte aus leicht zu übersehen sind; einen dieser Fälle bildet z. B. die Erscheinung der unpolarisirbaren Elektroden. Man hat schon lange gewusst, dass gewisse Combinationen, wie etwa Zinkelektroden in Zinkvitriollösung, unpolarisirbar sind, aber es ist mir nicht bekannt, dass die Contacttheorie dafür eine Erklärung zu geben vermöchte. Die chemische Theorie gibt uns aber sofort an, bei welchen Combinationen Polarisation auftreten kann und bei welchen nicht. Da nämlich dieselbe durch die Rückbildung des zersetzten Elektrolyten hervorgerufen wird, so müssen alle jene Combinationen, bei denen eine solche Rückbildung nicht möglich ist oder bei denen sie den Wärmewerth Null repräsentirt, auch unpolarisirbar sein. Letzteres ist z. B. der Fall bei jeder Elektrolyse von Salzlösungen zwischen Elektroden aus dem entsprechenden Metall. Wenn etwa $Zn SO_4$ zwischen Elektroden aus Zn elektrolysirt wird, so scheidet sich einerseits Zn

ab, andrerseits SO_4, das mit dem Metall der Elektrode $ZnSO_4$ bildet; soll nun eine Rückbildung des Elektrolyten stattfinden, so müsste das Zn aus $ZnSO_4$ durch das abgeschiedene Zn reducirt werden, ein Process, dem der Wärmewerth Null und damit auch die Polarisation Null entspricht. Es kann aber auch vorkommen, dass dieser Wärmewerth negativ wäre, wobei dann die betreffende Reaction eben gar nicht eintritt und somit gleichfalls die Ursache einer Polarisation entfällt. Das ist z. B. der Fall bei der Elektrolyse des Wassers zwischen Zinkelektroden. Da wird einerseits H_2 frei, andrerseits O, der das Zink oxydirt; sollte sich nun der Elektrolyt wieder reconstruiren, so müsste der H_2 das Zn reduciren, was aber nicht möglich, da die Verbrennungswärme des Zn grösser als die des H_2 ist. Es kommt somit gar nicht zu einer Reaction und dem entsprechend findet man diese Combination unpolarisirbar. Dasselbe gilt von Zinkelektroden in angesäuertem Wasser oder in Salzsäure.

Hierher gehört auch die Erscheinung der elektrolytischen Convection. Zwei mit Wasserstoff oder mit Sauerstoff beladene Platinplatten sind in Wasser unpolarisirbar; eine einfache Ueberlegung zeigt, dass das genau derselbe Fall ist, wie mit den Zinkelektroden in Zinkvitriollösung oder mit den Kupferelektroden in Kupfervitriollösung etc. Auch hier ist der Wärmewerth des rückläufigen Processes gleich Null, denn der Wasserstoff müsste, um Wasser zu bilden, anderen Wasserstoff aus H_2O reduciren.

Mit den angeführten Thatsachen und Beispielen ist die Reihe der Erscheinungen noch lange nicht erschöpft, bei deren Erklärung uns die chemische Theorie wesentliche Dienste leistet; dessen ungeachtet glaube ich, dass sie zur Genüge darthun, wie geeignet diese Theorie ist, das grosse Gebiet der galvanischen Erscheinungen mit einem Male zu umfassen. Wenn wir dagegen halten, was die Contacttheorie in dieser Beziehung geleistet hat, so finden wir, dass sie nur in einzelnen Fällen und unter steter Zuhilfenahme willkürlicher Hypothesen zum Ziele gelangt, wie z. B. bei der Erklärung des galvanischen Elementes; und trotzdem lässt sie eine grosse Reihe von Widersprüchen ungelöst. Andrerseits hat sie das voraus, dass sie auf eine leichte, wenn auch ganz hypothetische Weise, zu einer Erklärung der thermoelektrischen Erscheinungen führt; dieses Gebiet muss die chemische Theorie, wenigstens gegenwärtig, ganz abseits liegen lassen.

Erst in neuester Zeit wurde der Versuch gemacht, die Principien der Contacttheorie, die bisher nur für den Volta'schen Fundamentalversuch strenge angewendet wurden, auch zur Erklärung anderweitiger elektrischer Erscheinungen heranzuziehen, und zwar von Helmholtz

in seinen „Studien über elektrische Grenzschichten"[1]). Es wird dort gezeigt, dass sich aus genannter Theorie auch die Erscheinung der Reibungselektricität ableiten lässt, sowie die Elektricitätsentwicklung beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren. Auch für die Polarisationserscheinungen einer Wasserzersetzungszelle mit Platinelektroden, wenn dieselbe mit einem Strome schwächer als 1 Daniell beschickt wird, wird eine Erklärung vom gleichen Standpunkte aus gegeben. So schön diese Ableitungen sind, so kann ich doch nicht unterlassen hier einige Bedenken anzuführen, die sich gegen dieselben aufdrängen.

Was zunächst die Erklärung der Reibungselektricität aus der Contactwirkung der geriebenen Körper anlangt, so ist auffallend, dass eine solche Wirkung zwischen Isolatoren und Halbleitern bisher nicht constatirt wurde; es müsste der Volta'sche Versuch auch mit solchen Körpern gelingen. Ferner aber hat man bisher vergebens gesucht, aus den bei der Reibung der Körper erhaltenen Wirkungen eine Spannungsreihe zu construiren. Es sind das jedenfalls zwei Punkte, die erst erledigt sein müssten, bevor man die Reibungselektricität als durch Contactwirkung hervorgerufen betrachten kann. Solange diese Punkte aber nicht aufgeklärt sind, entbehrt diese Hypothese der experimentellen Grundlage.

Was die von Edlund u. A. beobachtete Elektricitätserregung beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren anlangt, so erklärt Helmholtz diese gleichfalls aus einer Contactwirkung und zwar aus dem Contacte zwischen Flüssigkeit und Röhrenwand.

Es hat aber Elster[2]) gezeigt, dass das Phänomen auch auftritt in frei strömenden Flüssigkeitsstrahlen; es wäre daher noch zu untersuchen, ob die Wirkung der Ausflussöffnung, wenn eine solche existirt, vom Standpunkte der Contacttheorie aus zu einer Erklärung der Erscheinung führt.

Was schliesslich die condensatorische Wirkung eines Platinwasser-Voltameters anlangt, wenn man dasselbe mit einem Strome unter 1 Daniell beschickt, so wäre dazu folgendes zu bemerken. Wenn sich an der Platinelektrode eine elektrische Doppelschichte ausbilden soll, so setzt dies eine Potentialdifferenz zwischen ihr und dem Wasser voraus. Der Contact zwischen Platin und Wasser liefert eine solche, wie wir gesehen haben, nicht; es bliebe also nur noch die Wirkung des polarisirenden Elementes. Nun bleibt aber die Polarisation der Zelle erfahrungsgemäss dieselbe, wenn man auch z. B. die Wasserstoffelektrode vor dem Eintauchen dauernd zur Erde leitet und das Wasser

1) Wissenschaftliche Abhandlungen Bd I, S. 855 ff.

2) Wied. Ann. Bd. 6, 1879.

vorher gleichfalls mittels Platin abgeleitet hat. In diesem Falle könnte an der Wasserstoffelektrode keine Doppelschichte sich bilden, sondern nur an der Sauerstoffelektrode, d. h. die Polarisation durch Wasserstoff müsste ganz verschwinden, was aber der Erfahrung widerspricht.

Wenn die hier angeführten Einwände auch nicht der Art sind, dass sie nicht vielleicht auf die eine oder andere Weise aufgeklärt und beseitigt werden könnten, so zeigen sie doch, dass wenigstens gegenwärtig die Erklärung eines grösseren Erscheinungsgebietes durch die Contacttheorie noch keine vollständige ist; und wenn man bedenkt, dass seit dem ersten Auftreten dieser Theorie schon mehr als achtzig Jahre verflossen sind, so muss es billig Wunder nehmen, dass dieselbe bisher nicht zu grösseren Resultaten gelangte.

Wirkung freier Moleküle auf strahlende Wärme und deren Umsetzung in Schall.[1]

Von

John Tyndall.

§ 1. Einleitung.

Die experimentellen Untersuchungen von Rumford und Leslie erhoben den Gegenstand der strahlenden Wärme auf eine ungewöhnliche Stufe des Interesses und der Bedeutung. Jeder dieser Gelehrten beschäftigte sich mit dem, was man schlechtweg Emission und Absorption benennen kann.

Melloni ist als Begründer unserer Kenntnisse über den Durchgang strahlender Wärme durch feste und flüssige Körper anzusehen. Mit Ausnahme eines sogleich zu erwähnenden, sehr richtigen Schlusses jedoch liess Melloni die gasige Form der Materie unberührt — wahrscheinlich in dem Gedanken, dass Gase und Dämpfe, wenn schon ihre Diathermanität nicht als theoretisch vollkommen angenommen werden kann, so doch in dieser Hinsicht der Vollkommenheit zu nahe stehen, als dass man sie der Prüfung eines Laboratoriumversuches unterwerfen könnte. Es war zweifellos das bedeutende Ueberwiegen einer derartigen Ueberlegung, weshalb dieses Feld der Forschung auch viele Jahre nach Entdeckung der thermoelektrischen Säule brach liegen blieb.

Durch eine für den Genius dieses Mannes charakteristische, obgleich allerdings den Anforderungen des betreffenden Problems nicht gänzlich entsprechende experimentelle Anordnung bewies Melloni, dass das Gesetz der reciproken Quadrate für strahlende Wärme in Luft giltig sei; und daraus schloss er innerhalb der in seinen Versuchen angewendeten Distancen auf die Abwesenheit irgend einer merklichen Absorption in Luft[2]). Melloni dehnte seinen Schluss in betreff der Absorption auch auf die Strahlung aus. »On ne connaît«, so schreibt er, »aucun fait qui démontre directement le pouvoir émissif des fluides élastiques purs et transparents«[3]). Das war Melloni's Beziehung zu dem Gegenstande, der vor uns liegt.

1) Vom Herrn Verf. aus den Phil. Trans. of the R. S. 1882 t. I zur Uebersetzung eingesendet.

2) „Pour un intervalle de cinq á six mètres, l'air n'exerce aucune absorption sensible pour le rayonnement des corps chauds." La Thermochrose, p. 136.

3) Ann. de chim. t. XXII, p. 494.

Dr. Franz aus Berlin veröffentlichte 1855 eine Abhandlung »Ueber die Diathermanität einiger Gasarten und gefärbter Flüssigkeiten« [1]). Er fand, dass Luft, welche in Röhren von 452 und 900 mm Länge eingeschlossen war, 3,54 der Strahlung einer Argand-Lampe absorbirte; er schloss, dass alle transparenten Gase sich wie Luft verhielten. Ich habe Gründe dafür angegeben, dass Dr. Franz in diesen Experimenten auf die behandelte Frage gar nicht eingegangen ist [2]). Bei der Anordnung, die er beschreibt, ist die Absorption durch Luft ganz unmerklich. 60 % aber von der Strahlung seiner kräftigen Wärmequelle blieb in den Glasverschlüssen der Röhre stecken; diese strahlten dann als secundäre Wärmequellen direct und indirect gegen die Säule; und nun war es die Abkühlung ersterer durch die kalte Luft, welche den Ausschlag der Säule etwas erniedrigte und die angenommene Absorption erzeugte.

Es ist nicht unwahrscheinlich, dass auch anderweitig der Versuch gemacht wurde, die gasige Materie dem Experiment zu unterwerfen, kein solcher aber ist zu meiner Kenntnis gelangt.

§ 2. Theilweise Uebersicht der vorhergegangenen Arbeiten.

Meine Untersuchungen über Magnetkrystallkräfte machten einen fortwährenden Gebrauch von Schlüssen und Vortellungen in Bezug auf Molekul-Zusammensetzung und -Anordnung unerlässlich. Während einer früheren Periode dieser Studien fiel mir ein, dass Wärme sowohl in strahlender wie auch in gewöhnlicher thermometrischer Form als ein Erforscher von molecularen Verhältnissen mit Vortheil verwendet werden könnte. Die erste Frucht dieser Idee war eine Abhandlung »Ueber Moleculareinflüsse« [3]), worin gezeigt wurde, dass Holz drei Achsen der Wärmeleitung besitzt, welche mit den von Savart entdeckten Elasticitätsachsen zusammenfallen. Versuche an gewissen Krystallen wiesen in dieser Abhandlung auf einen möglichen Zusammenhang zwischen Leitung und Diathermanität hin und im Jahre 1853 arbeitete ich an dieser Frage. Die damals dem Versuche unterzogenen Substanzen waren Bergkrystall, Amethyst, Topas, Beryl, Steinsalz, Rauchquarz, Flussspath, Turmalin, Isländischer Spath, Dichroit, Arragonit, Schwerspath, Feuerstein und Glas verschiedener Arten. Diese Minerale wurden in Form von Würfeln verwandt, sorgfältig geschnitten und polirt, und es wurde dann der Durchgang sowohl von strahlender als geleiteter Wärme durch dieselben in verschiedenen Richtungen bestimmt.

Der Wunsch nach einer damals nicht erreichten Vollständigkeit liess mich aussetzen und zuletzt sogar auf die Veröffentlichung der Resultate dieser Forschung verzichten. Trotzdem aber beschäftigte ich mich stets mit Reflexionen über den Einfluss der Molecularzusammensetzung auf

1) Pogg. Ann. Bd. 94, S. 337.
2) Phil. Trans. t. CLI, p. 27 und anderswo.
3) Ibid. t. CXLIII, 1853, p. 217.

die Erscheinungen der Strahlung und Absorption. Da sich mir der Gedanke aufdrängte, dass die Cohäsion die reine Molecularwirkung bei den festen und flüssigen Körpern compliciren würde oder doch compliciren könnte, so bemächtigte sich meiner immer mehr und mehr der Wunsch, womöglich freie Moleküle dem Experimente zu unterziehen.

Zu Beginn des Jahres 1859 machte ich mich ernstlich an dies Problem, wobei ich zunächst ungeheueren Schwierigkeiten und Hindernissen anstatt einer Aufmunterung begegnete. Aber nach einigen Wochen der Arbeit befand ich mich im sicheren Besitze des Resultates, dass Gase und Dämpfe in Bezug auf strahlende Wärme viel verwundernswerthere Erscheinungen darboten als die von Melloni in Flüssigkeiten und festen Körpern beobachteten. Am 26. Mai 1859 wurde der Gegenstand vor die Royal Society gebracht[1]); und am 10. Juni war es mir möglich, indem ich den Theilkreis eines Galvanometers beleuchtete und dessen Bild auf einen Schirm projicirte, in der Royal Institution nicht nur die Thatsache einer Absorption, sondern auch die staunenswerthen Unterschiede in jenen Absorptionen zu demonstriren, welche Gase und Dämpfe, für Licht ganz durchsichtig, in Bezug auf strahlende Wärme darboten[2]).

Es wurden dann folgende Gase und Dämpfe untersucht: Luft, Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Kohlenoxyd, Kohlensäure, Ammoniak, ölbildendes Gas, Schwefelkohlenstoff, Chloroform, Benzol, Aethyljodid, Aethylcyanid, Aethylformat, Aethylacetat, Aethylpropionat, Amyljodid, Amylchlorid, Amylene, absoluter Alkohol, Amylalkohol, Methylalkohol, Aethyläther (ethylic ether), Aethyl-Amyläther, Schwefeläther (sulfuric ether)[3]) und einige andere. Im Philosophical Magazine von 1862 habe ich Beispiele der mit einigen dieser Substanzen erhaltenen Resultate gegeben und ich will mich hier mit der Bemerkung begnügen, dass auch, wenn die dort angeführten Messungen hundertmal vervielfältigt würden, sie doch weit hinter der Zahl der wirklich im Jahre 1859 ausgeführten zurückbleiben würden.

In der Absicht auch die schwächsten Gase und Dämpfe dahin zu bringen, ihre eventuelle Fähigkeit, strahlende Wärme zu absorbiren, darzuthun, wurde die »Methode der Compensation« erfunden[4]). Ohne Ansprüche auf die Empfindlichkeit des Galvanometers erlaubte mir diese Methode Wärmemengen ins Spiel zu bringen, welche viel grösser als alle früher angewendeten waren; ich hatte nur darauf zu sehen die Gesammtstrahlung so zu erhöhen, dass der kleinste Bruchtheil dieser Gesammtstrahlung im Versuche entdeckt werden konnte. Durch diese Methode wurden nicht allein die schwächeren Gase und Dämpfe bezwungen, es wurde auch der Riesenumfang der diathermischen Abstufungen (vastness of the diathermic range), wenn ich diese Phrase gebrauchen darf, mit

1) Proc. of Roy. Soc. t. X, p. 37.

2) Proc. of Roy. Inst. t. III, p. 155.

3) „Ethylic ether“ und „sulfuric ether“ bedeuten gewöhnlich das nämliche. Anm. d. Uebersetzers.

4) Phil. Trans. t. CLI, 1861.

einer Klarheit und Evidenz dargethan, welche durch keine damals betehenden Mittel hätten erreicht werden können [1]).

Da Notizen über diese Untersuchung in vielen englischen und continentalen Journalen erschienen waren [2]), fühlte ich mich bewogen eine detaillirte Publication der Experimente zu verschieben. Die Untersuchung selbst belehrte mich über alle die hindernden Schwierigkeiten und Gefahren. Diese beziehen sich sowohl auf die Methode des Experimentes als auch auf die Reinheit der angewandten Substanzen. Der vollkommenen Constanz der Wärmequelle und der vollkommenen Ruhe der Galvanometernadel sicher zu sein, wenn der Wärmestrom mächtig ist, erfordert lange Erfahrung. Ferner war es weder mit Gasen noch mit Dämpfen leicht, übereinstimmende Resultate zu erhalten. Wurden erstere auf verschiedenem Wege erzeugt, so zeigte sich die Wirkung einiger Gase oft so nicht übereinstimmend, dass ich, um solche Aenderungen des Verhaltens zu erklären, mir manchmal die Möglichkeit einer neuen allotropen Zusammensetzung einredete. Zwei Proben ferner von ein und derselben Flüssigkeit lieferten Dämpfe, welche zu weit auseinandergehende Resultate ergaben, als dass man dieselben brauchen könnte. Auch der Trockenapparat war zum Theil an den Störungen Schuld. Diese Unregelmässigkeiten wurden schliesslich auf die Thatsache zurückgeführt, dass eine unglaublich kleine Spur von Unreinigkeit, welche von den stärker wirkenden Gasen oder Dämpfen herstammte, genügte, um die Wirkung irgend eines der schwächeren zu verbergen und zu fälschen. All dies musste gelernt werden; und nachdem es gelernt war, hielt ich es der Genauigkeit wegen für wünschenswerth, nicht die mit so viel Mühe gewonnenen Resultate zu veröffentlichen, sondern mit verbesserten Hilfsmitteln noch einmal mich über dieselbe Sache herzumachen. So that ich, obgleich ich damit Verzicht leistete auf eine ununterbrochene experimentelle Arbeit von sieben Wochen im Jahre 1859, auf eine gleiche Arbeit von sieben Wochen im Jahre 1860 und auf das Resultat vieler vereinzelter Anstrengungen. Am 10. Januar 1861 wurde das Memoir, welches einen Theil der Untersuchung enthielt, der Royal Society übergeben [3]).

---

1) Mit mässigen Gesammtwärmen ist die Methode der Compensation überaus leicht anzuwenden; sowie aber die Gesammtstrahlung sehr gross ist, erfordert es einige Uebung, die Galvanometernadel ruhig in ihrer überaus empfindlichen Position zu erhalten. Durch entsprechende Schulung jedoch wird vollkommene Bemeisterung dieser Schwierigkeit erreicht werden.

2) Proc. of Roy. Soc., May 1859, p. 26; Proc. of Roy. Inst., Juni 1859, p. 10; Bibl. Univers., July 1859; Cosmos Bd. 15; Nuov. Cim. t. X.; C. R. 1859 und in anderen Zeitschriften.

3) Section 3 der Bakerian Lecture 1861 gibt einige der Schwierigkeiten an, welche die ersten Perioden dieser Forschung kennzeichneten. Um der Stärke der Strahlung und der Ruhe der Nadel sicher zu sein, versuchte ich verschiedene Wärmequellen und benutzte der Reihe nach als Temperaturquellen Wasser, Oel, geschmolzenes Metall, mittels regulirter Flammen erhitzte Kupferplatten und andere

Der erste Punkt von Wichtigkeit, welcher 1859 aufgestellt und im eben erwähnten Memoir auseinandergesetzt wurde, war der bereits angegebene, die Thatsache nämlich einer Absorption und die grossen Unterschiede in der Absorption. Der zweite Punkt — wie ich glaube, geeignet um Licht auf tiefere Probleme der Molecularphysik zu werfen, — war der Beweis, dass, während elementare Gase ein kaum merkliches Hindernis für strahlende Wärme darboten, hingegen die gleich transparenten, zusammengesetzten Gase in vielen Fällen ein Absorptionsvermögen ausübten, welches dem der am meisten athermanen festen und flüssigen Körper vergleichbar war. Bestimmte man z. B. die Wirkung einer mechanischen Mischung zweier elementaren Gase, so konnte man, ohne die Menge der Materie und ohne die vollkommene Transparenz für Licht zu ändern, zeigen, dass die Absorption der unsichtbaren Wärme durch den Uebergang der Bestandtheile der Mischung in den Zustand einer chemischen Verbindung viele hundertmal anwuchs.

Ein ähnliches Verhalten kann man an festen und flüssigen Körpern entdecken. Die Menge des bei gewöhnlicher Temperatur verdampfenden Jods ist so gering, dass dessen Wirkung gegenüber strahlender Wärme, wie zu erwarten, unmerklich ist. Wenn man jedoch Jod durch ein kräftiges Lösungsmittel verflüssigt, so verhält es sich gegenüber den dunklen Wärmestrahlen als vollkommen transparent selbst dann, wenn es fähig ist das gesammte Licht der Sonne auszulöschen. Auch flüssiges Brom ist sehr diatherman. Dasselbe kann auch von Phosphor behauptet werden. In Melloni's Tabelle kommt sicilianischer Schwefel in Bezug auf Diathermansie zunächst dem Steinsalze. Eine concentrirte Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff übt keinerlei Wirkung gegen strahlende Wärme aus. Indem Prof. Dewar Jod und Schwefel zusammenschmolz, erzeugte er ein »Strahlenfilter«, welches mit äusserster Schärfe die sichtbaren von den unsichtbaren Strahlen trennt. Die bemerkenswerthe Diathermansie einiger Arten von Vulkanit, wie dieselbe in den Versuchen des Herrn Graham Bell und des Herrn Preece dargethan wurde, ist wahrscheinlich dem Schwefelgehalte zuzuschreiben. Melloni zeigte, dass Lampenruss bis zu einem gewissen Grade diatherman ist. Wählt man aber eine passende Wärmequelle, dann ist Lampenruss für strahlende Wärme viel durchlässiger als es Melloni gefunden. Eine opake Schichte dieser Substanz lässt 41 % von der Strahlung einer Hydrogenflamme durch. Wäre Lampenruss optisch continuirlich, würde zweifelsohne die Transmission noch viel grösser sein. Eine opake Jodlösung lässt 99 % von der Strahlung derselben Quelle durch; während eine Schichte von reinem Wasser, 0,07″ dick, nur 2 % der Strahlung einer Hydrogenflamme durchlässt. Solche Ergeb-

---

Dinge. Angenäherte Resultate waren leicht zu erhalten; ich strebte aber nach einem Grade der Genauigkeit, welcher jeden wichtigeren Widerruf hintendrein unnöthig machte. Ich hielt Gründlichkeit der Arbeit für vorzüglicher als Raschheit der Publication.

nisse deuten darauf hin, dass ein tiefer Wechsel in der Beziehung der ponderablen Materie zum lichttragenden Aether den Vorgang der chemischen Verbindung begleitet.

Eines meiner Hauptziele in der Bakerian Lecture von 1861 war, jene Stützpunkte zu illustriren, welche das Experiment bei einem vorher als unnahbar bezeichneten Gegenstande gewonnen hatte. Die Dichtigkeiten der angewandten Gase und Dämpfe wurden daher innerhalb weiter Grenzen variirt. In der zuerst gebrauchten Experimentirröhre absorbirte eine volle Atmosphäre von ölbildendem Gase mehr als 80% der Gesammtstrahlung, und es war daher ersichtlich, dass noch ein kleiner Bruchtheil von einer Atmosphäre dieses Gases eine messbare Wirkung ausüben würde. Der Versuch erwies die Möglichkeit, eine Absorption von $^1/_{10000}$ Atmosphäre des ölbildenden Gases zu messen. Die Wirkung dieses Gases wurde bei sechszehn verschiedenen Dichten bestimmt, wobei die Absorption, solange die Dichtigkeit sehr klein war, der anwesenden Gasmenge genau proportional blieb. Aehnliche Versuche wurden mit anderen Gasen angestellt und ähnliche Resultate erhalten. Es stellte sich heraus, dass die Wirkung des Schwefeläthers gegenüber strahlender Wärme noch kräftiger ist als die von ölbildendem Gase. Der Dampf wurde zuerst mit Hilfe eines Stromes von trockener Luft in die Experimentirröhre getrieben und hierauf der reine Dampf bei 17 verschiedenen Dichten untersucht. Schwefelkohlenstoff wurde bei 20, Amylen bei 10, Benzol bei 20 verschiedenen Dichtigkeiten geprüft, ebenso die anderen Dämpfe.

Bei Erwägung der bisher giltigen Ansichten über die Diathermansie von Gasen und Dämpfen machten natürlich die obigen Resultate einen Eindruck auf mich. Skeptisch, als ich dieselben das erste Mal beobachtete, prüfte ich sie genau, bis die wiederholte Prüfung jeden Zweifel ausschloss. Zu meiner eigenen Belehrung verdeutlichte ich mir die Wirkung der starken Gase und Dämpfe auf den verschiedensten Wegen. Als ich z. B. einen Hahn, welcher die ausgepumpte Versuchsröhre mit einem Behälter verband, der ein kräftiges Gas enthielt, ein einziges Mal herumdrehte, flog die Nadel nach der Seite, eine Folge der Schwächung der Strahlung durch jene unendlich kleine Gasmenge, welche während einer Umdrehung in die Röhre trat. Lässt man ein kräftiges Gas oder einen kräftigen Dampf zwischen der Wärmequelle und der Thermosäule in freier Luft aufsteigen, so wird durch dies gänzlich unsichtbare Agens eine ähnliche, ausgiebige Wirkung erzeugt.

Ich war in derartigen Dingen geschult, noch ehe mir der Gedanke kam, den allgegenwärtigen Dampf unserer Atmosphäre zu prüfen. Als mir dies einfiel, war in meinem Geist a priori kein Grund zur Annahme, dass eine solche Wirkung sich als unmerklich zeigen würde, wie konnte ich auch annehmen, dass $^1/_{100}$ Atmosphäre des Wasserdampfes sich als neutral erweisen würde, nachdem ich gezeigt, dass ein kleiner Bruchtheil dieses Bruches, sowie es sich um andere Gase oder Dämpfe handelt, wirksam ist? Es war meinerseits keine Ursache für eine solche An-

nahme — nichts, was mich hätte davon abschrecken können, diese Frage hoffnungsvoll dem Experimente zu unterwerfen. Ich untersuchte demgemäss den Wasserdampf der Atmosphäre, in welcher ich arbeitete, und fand dessen Wirkung beim ersten Versuche 13mal grösser als die der Luft, in welcher er zerstreut war.

Es ist nicht ohne Belehrung, diese vorläufige Lösung des Problems mit derjenigen eines sehr berühmten Mannes zu vergleichen — des verstorbenen Professors Magnus in Berlin [1]). Später als ich unterwarf er den Wasserdampf unserer Atmosphäre der experimentellen Prüfung; er machte aber den Versuch in der bestimmten Ueberzeugung, dass das Resultat negativ sein würde. »Es kann«, so sagte er, »mit Bestimmtheit vorhergesehen werden, dass der kleine Betrag an Wasserdampf, welcher von Luft bei gewöhnlicher Temperatur aufgenommen wird, keinerlei Einfluss auf die Durchstrahlung haben kann«. Ich denke, es ist einleuchtend, dass Magnus, wäre er durch jene Schule gegangen, welche ich durchgemacht, eine solche Sprache nicht geführt hätte. Sein Irrthum war jedoch sehr natürlich. In der That, während der ersten Epochen dieser Untersuchung befand sich mein Geist genau in der Verfassung seines Geistes — auch ich dachte, bis ich praktisch von dem Gegentheile überzeugt wurde, dass die Wirkung des Wasserdampfes bei gewöhnlicher Temperatur unmessbar klein sein müsse. Es ist wohlbekannt, dass Magnus seinen vorhergefassten Schluss prüfte und ihn bestätigt fand, während andrerseits ich, wie oben gezeigt, den meinen bewahrheitete.

Die verschiedenen Gase, welche mit Rücksicht auf ihr Absorptionsvermögen in der Experimentir-Röhre untersucht worden waren, wurden hierauf mit Rücksicht auf ihr Strahlungsvermögen geprüft. Man liess Säulen erhitzten Gases in freier Luft aufsteigen und gegen die Säule strahlen. Auf diese einfache Weise wurde zum ersten Male das Strahlungsvermögen von »transparenten elastischen Flüssigkeiten« gezeigt. Die Reihe, in welche sich die Gase in bezug auf ihre Strahlung ordneten, war genau dieselbe wie die Reihe ihrer Absorptionen. Ich machte aber da auch andrerseits die Erfahrung, wie man Gasen die Rolle von Theilchen eines festen Körpers zutheilen kann. Liess man zum Beispiel eine Schichte eines der kräftigen Gase über die erhitzte Oberfläche zu polirtem Silber gleiten, dann wurde die Strahlung dieser Oberfläche ebenso vermehrt, wie wenn man sie mit Hausenblase oder Lampenruss bestrichen hätte.

Ich habe eine Vermuthung in Bezug auf neue allotrope Zusammensetzungen erwähnt, welcher mich mitten unter der Verworrenheit meiner ersten Versuche befiel. Für einen Fall, den von elektrolytischem Sauerstoffe, zeigte sich dieser Argwohn als berechtigt. Meine ersten Versuche

1) In vieler Hinsicht mein hochherziger und hülfreicher Freund, mit Bezug aber auf diese Frage durch viele Jahre mein standhaftester Gegner.

zeigten, dass das bischen Ozon, welches sich mit dem Sauerstoffe entwickelt, 4 mal so viel absorbirt als das Gas, in welchem es diffundirt ist.[1]) Indem ich den Apparat änderte und die Ozonmenge zu vermehren trachtete, stieg dieser Factor allmählich von 4 auf 20, 35, 47, 85, und erreichte schliesslich 135[2]). Es erwies sich so das Verhalten des Ozons ähnlich dem von Molekülen, welche aus heterogenen Atomen gebildet sind. Daher der seiner Zeit gezogene Schluss, dass ein Ozonmolekül aus Sauerstoffatomen bestehe, welche so gruppirt sind, dass dessen Wirkung gegenüber strahlender Wärme genau so wie die eines zusammengesetzten Körpers wird. Dies ist, es erscheint überflüssig es zu erwähnen, die gegenwärtig dem Ozon zugeschriebene Zusammensetzung.

In der Absicht ätzende Gase und Dämpfe unter die Zahl der untersuchten einzureihen, und auch aus anderen Gründen, ersetzte ich die Versuchsröhre aus Messing durch eine Glasröhre von demselben Durchmesser und einer Länge von nahe 3 Fuss. Als Wärmequelle wurde statt eines Leslie'schen Würfels mit siedendem Wasser eine Kupferplatte angewendet, gegen welche man die Fläche einer Flamme spielen liess. Aussergewöhnliche Vorsichtsmaassregeln erwiesen sich als unerlässlich, um der vollkommenen Constanz von Seite der Flamme sicher zu sein. Mittels dieser Anordnung wurde die wirkliche Unfähigkeit der elementaren Gase, strahlende Wärme zu absorbiren, weiterhin nachgewiesen und bestätigt. Chlor- und Bromgas zum Beispiel erwiesen sich als höchlich diatherman.

Bei dem Drucke einer Atmosphäre erwies sich der Umfang der Diathermansie bei den farblosen Gasen als von 1 bis gegen 1000 reichend. Der Theil des Gases, der zuerst in die Versuchsröhre, welche die ganze Wärme aufhalten sollte, eintrat, brachte, wie zu erwarten war, den stärksten Effect hervor, und der Zuwachs an Absorption (sobald eine gewisse Menge an Gas oder Dampf eingetreten) war unendlich klein[3]). Es war daher interessant, die verschiedenen Gase bei sehr kleinen Drucken mit einander zu vergleichen. War der Druck gleich 1 Zoll Quecksilber, so war der Umfang der Diathermansie bedeutend gewachsen; die Absorption

1) Phil. Trans. t. CLI, p. 81.

2) Phil. Trans. t. CLII, p. 84.

3) Dies zeigt sich schön an einem Experiment mit Dampf von Schwefeläther, erwähnt in der Bakerian Lecture 1861:

Druck	Absorption
1 Zoll	214
2 „	282
3 „	315
4 „	330
5 „	330

Die Absorption der Luft ist als Einheit genommen, die des Dampfes von Schwefeläther bei 1 Zoll Quecksilberdruck zeigt sich hier als 214. Wenn indess Dampf, entsprechend einem Drucke von 4 Zoll, bereits in der Versuchsröhre war, dann vermehrte die Addition eines weiteren Zolles die Absorption nicht merklich.

durch ölbildendes Gas war mindestens 6000 mal so gross als die Absorption durch gewöhnliche Luft.

Mit dem umgeänderten Apparate wurde auch die Frage nach der Wirkung des Wasserdampfes unserer Atmosphäre wieder aufgenommen und diese erwies sich, nicht wie ich zuerst angenommen, 13 mal, sondern an sehr feuchten Tagen mindestens 60 mal so stark als die Absorption der Luft, in welcher er diffundirt war. Liess man sorgfältig getrocknete Luft über befeuchtetes Glas streichen und dann in die Versuchsröhre eintreten, so war die Absorption noch grösser.

Man hatte das Absorptionsvermögen, welches man dem Wasserdampfe abgesprochen, dem Rauch und Nebel zugeschrieben; es zeigten aber in obigen Versuchen concentrirte Lichtbüschel, welche die äusserste Spur von suspendirten Theilchen untrüglich sichtbar gemacht hätten, keinerlei Art von Nebel oder Trübung. Es lässt sich überdies zeigen, dass ein Betrag an Trübung, welcher durch den Lichtstrahl noch vollkommen ersichtlich gemacht wird, nur einen Bruchtheil der Absorptionswirkung von reinem Wasserdampf ausübt. Liess man wohlgetrocknete Luft nicht durch Wasser oder über nasse Glasstücke, sondern nur über Filtrirpapier streichen, wie dasselbe scheinbar vollkommen trocken aus den Laden im Laboratorium genommen wurde, so verursachte der aus den Poren des Papiers aufsteigende Wasserdampf eine Absorption 72 mal so stark als die der Luft, welche ihn mitführte. Nach fünf Wiederholungen des Versuches, wobei man dieselbe Luft über dasselbe Papier trieb, wurde immer noch eine Quantität Wasserdampf weggeführt, welche fähig war eine Absorption auszuüben, 47 mal grösser als die der Luft, in welcher derselbe diffundirt war.

Es ergibt sich da die Möglichkeit einer Wirkung von Gerüchen auf strahlende Wärme von selbst. Dementsprechend wurden viele Parfüme dem Versuche unterzogen, wobei die riechende Substanz stets durch einen Strom von trockener Luft in die Versuchsröhre geführt wurde. So war die Absorption von Pachouli 30 Mal, von Cassia 109 mal, von Aniset aber 372 mal so gross als die von der Luft ausgeübte, in welcher diese Substanzen diffundirt waren.

Eine neue Methode die Absorption und Strahlung von gasförmigen Körpern aufzufinden, deren eigentliches Wesen bereits früher[1]) entdeckt worden war, wurde dann durch den neuen Apparat geprüft und ausgeführt. Es sei die Versuchsröhre ausgepumpt und es zeige die Nadel unter der vereinten Wirkung der beiden Wärmequellen auf 0° — Würde man nun einen kräftig wirkenden Dampf einströmen lassen, so würde die gewöhnliche Ablenkung eintreten. Nehmen wir an, dass dieselbe 50 galvanometrische Einheiten betrage. Jetzt führen wir trockene Luft ein, bis die Versuchsröhre gefüllt ist. Obgleich nun den Wärmestrahlen frische Materie in den Weg gelegt wurde, so benimmt sich die Nadel trotzdem so, wie wenn die Materie innerhalb der Versuchsröhre gänzlich

1) Phil. Trans. t. CLI, p. 32.

verschwunden wäre. Dieselbe sinkt bis auf Null und nicht nur das, sie schlägt sogar nach der andern Seite bis z. B. 50° aus.

Nachdem die erste Verwirrung, welche der Beobachtung dieser Erscheinung folgte, vorüber war, wurde die diesbezügliche Ursache klar. Wenn die Luft in die Versuchsröhre eintrat, so wurde ihre vis viva zerstört und dieselbe dadurch dynamisch erwärmt. Selbst unfähig zu strahlen, theilte sie ihre Wärme dem Dampfe mit und dieser mächtige Strahler warf die erhaltene Wärme gegen die Säule. Diese Wärme genügte nicht nur um die Ablenkung von 50° infolge der Absorption aufzuheben, welche Kälte anzeigte, sie trieb vielmehr die Nadel 50° auf die Seite, wo Wärme angezeigt wurde. Wenn in ähnlicher Weise die Versuchsröhre mit einem Luft- und Dampfgemische gefüllt war und die Nadel auf 0° stand, so verursachte ein Pumpenzug, der doch den Durchgang für die Strahlen von der Wärmequelle frei machte, eine Ablenkung, welche nicht Wärme, sondern Kälte anzeigte. Indem hier der Dampf in der Röhre durch die Ausdehnung der Luft abgekühlt wurde, strahlte die Säule ihre uncompensirte Wärme gegen den Dampf und erzeugte so die beobachtete Ablenkung.

Solche Beobachtungen führten zu einer neuen Art, die Absorption und Strahlung von Wärme in Gasen und Dämpfen zu zeigen. Man liess alle fremden Wärmequellen bei Seite und gestattete nun den verschiedenen bereits untersuchten Gasen den Eintritt in die Versuchsröhre mit gemeinsamer Geschwindigkeit; sie erwärmten sich selbst und strahlten gegen die Säule. Ihre so bestimmten Strahlungen entsprachen genau den Resultaten, welche man erhielt, wenn erwärmte Säulen dieses Gases frei in der Luft aufstiegen.

Sowohl Strahlung als auch Absorption von Dämpfen wurden in derselben Art bestimmt. Die äussere Wärmequelle wurde bei Seite gelassen und eine bestimmte Menge eines jeden Dampfes in die Versuchsröhre eingeführt. Durch eine Oeffnung von bestimmten Dimensionen liess man dann trockene Lüft in die Versuchsröhre eintreten, wo die Zerstörung ihrer vis viva ihre Temperatur erhöhte. Die erhitzte Luft erwärmte den Dampf, welcher seinerseits die erhaltene Hitze gegen die Säule strahlte. Die Ablenkung der Galvanometernadel bestimmte die Stärke dieser Strahlung. Die Absorption wurde dadurch bestimmt, dass man das Luft- und Dampfgemisch in einem gewissen Maasse sich ausdehnen liess, wobei dann die Säule der warme Körper und der abgekühlte Dampf das Absorbens ist. Die Ordnung, welche die Dämpfe mit Rücksicht auf ihre Absorption einhalten, ist genau die Ordnung ihrer Strahlung; auch stimmen, in dieser Weise untersucht, sowohl Absorption als Strahlung mit jenen Resultaten überein, welche man erhält, wenn man die Strahlen einer äusseren Wärmequelle durch die reinen Dämpfe in der Versuchsröhre hindurchsendet[1]).

---

1) Nach der gewöhnlichen Auffassungsweise wird hier in beiden Fällen dasselbe gemessen. Anm d. Uebersetzers.

Man hat angenommen, dass das, was man »Vaporhäsion« nennt, eine hervorragende Rolle in meinen Experimenten spiele. Man kann aber doch kaum annehmen, dass eine unregelmässige Wirkung dieser Art Resultate von solcher Präcision und Constanz wie die eben erwähnten hervorbringen kann. Solche Resultate sind meiner Meinung nach allein verträglich mit dem Schlusse, dass das eigentlich Strahlende und Absorbirende die Moleküle des Dampfes sind. Abgesehen von allen Experimenten wird uns der Gedanke, dass auch Dämpfe eine Absorption zeigen, nahegelegt durch das Verhalten der Gase, welches bewiesen und allseitig zugegeben ist. Es wäre ganz unvernünftig zuzulassen, dass ein zusammengesetztes Gasmolekel wirksam sei, und gleichzeitig darauf zu bestehen, dass ein zusammengesetztes Dampfmolekel unwirksam bleibe.

Diese Hypothese von Flüssigkeitsschichten, welche sich an der Innenseite der Versuchsröhre und an den Steinsalzplatten bilden, wird, wie ich glaube, je mehr wir vorschreiten, desto complicirter. Es hängt dies von der unbewiesenen Annahme ab, dass die Flüssigkeiten ein Absorptionsvermögen besitzen, welches man für ihre Dämpfe negirt. So gibt Magnus für Wasser und Salzwasser bereitwilligst ein solches Vermögen zu, nicht aber für Wasserdampf. Dass der Aggregatzustand keinen Einfluss ausübt, ist nicht zu behaupten, aber dass dies der Ausschlag gebende Factor sei, ist offen zu bezweifeln. Das zugeben hiesse einräumen, dass der Sitz der Absorption das Molekül als ganzes sei, mit wirklichem Ausschlusse der zusammensetzenden Atome des Moleküls. Wenn nämlich die Atome irgend einen Einfluss ausüben, dann kann der blosse Uebergang aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand, welcher die Moleküle von einander trennt, dieselben aber individuell unverändert lässt, ihr Absorptionsvermögen nicht zerstören.

Zu Anfang dieser Untersuchungen drängte sich der Parallelismus von Flüssigkeits- und Dampfabsorption von selbst meiner Aufmerksamkeit auf. So standen meine Versuche über die Dämpfe von Schwefelkohlenstoff in Zusammenhang mit dem Verhalten des flüssigen Schwefelkohlenstoffs, wie solches in den Tabellen Melloni's auseinander gesetzt ist. Ferner zeigte ich, dass die Dämpfe von Schwefelchlorid und Phosphorchlorid, deren Flüssigkeiten in Melloni's Tabelle dem Schwefelkohlenstoff zunächst stehen, eine Diathermansie besitzen, welche derjenigen ihrer Flüssigkeiten entspricht. Nach mehreren Hinweisen auf diesen Gegenstand in früheren Abhandlungen wurde ein Theil der Bakerian Lecture von 1864 auf dessen Untersuchung verwendet. Es wurden Flüssigkeitsschichten, welche zwischen zwei durchsichtigen Steinsalzplatten eingeschlossen waren, mit bezug auf ihre Diathermansie geprüft; dieselben wurden der Controlle und Bestätigung wegen in fünf verschiedenen Dicken angewendet. Die Dämpfe dieser Flüssigkeiten wurden in Quantitäten, welche der Quantität der Flüssigkeit proportional war, untersucht, wobei sowohl gegenüber den Flüssigkeiten als auch Dämpfen dieselbe Qualität von Wärme angewendet wurde. Durch diese Versuche scheint es mir ausser jedem Zweifel gesetzt woıden zu sein, dass die Befreiung

des Moleküls aus seinem flüssigen Zustande dessen Absorptionsvermögen nicht zerstört; die Absorptionsreihe erwies sich für Flüssigkeiten und deren Dämpfe als genau dieselbe. Es wurde damals gezeigt, dass zehn Flüssigkeiten diese Regel befolgten. Die Liste wurde seither erweitert und ich kenne auch nicht eine einzige wirkliche Ausnahme von dieser Regel. Es ist daher jedes Raisonnement, welches den vollkommen unbemerkbaren Schichten, die an der Oberfläche meines Apparates sich condensiren, eine kräftige Absorption zuschreibt, aber eine solche Absorption den freien Molekülen innerhalb der Versuchsröhre abspricht, meiner Meinung nach unhaltbar.

Diese hier angegebene Beziehung zwischen Flüssigkeiten und ihren Dämpfen ist eine völlig allgemeine. Sie erstreckt sich über das ganze Feld der Untersuchung, welches wir bisher im Auge gehabt haben. So habe ich z. B. einige Untersuchungen über die Wirkung von Strahlen grosser Brechbarkeit auf gasige Substanzen veröffentlicht und habe gezeigt, dass für eine grosse Zahl von verschiedenen Fällen die Moleküle durch solche Strahlen auseinander gerissen werden. Die durch diese Zersetzung erzeugten aktinischen Wolken, wie ich dieselben genannt habe, offenbaren lebhaft den Weg des Lichtstrahls, durch welchen sie erzeugt werden, und machen die Distanz, bis wohin die Wirkung vordringt, leicht erkennbar. Bei Anwendung von Amylnitrit z. B. ist die Fähigkeit einer Zersetzung bald erschöpft; die aktinischen Wolken hören bei einem Punkte, welcher ungefähr 18 Zoll von der Eintrittsstelle des Strahles in den Dampf entfernt ist, plötzlich auf. Die Experimentirröhre von 3′ Länge hat daher für die eine Hälfte ihres Dampfes einen Schutz in der andern Hälfte; dreht man aber die Röhre um, so wird die beschirmte Hälfte sofort zur aktinischen Wolke. Bei Anwendung von Allyljodiddampf hingegen kann der Strahl durch eine gefüllte Versuchsröhre von 5′ Länge eindringen und dieselbe mit einer aktinischen Wolke füllen und selbst noch in einer zweiten hinten angesetzten Röhre eine Zersetzung hervorbringen. Was von diesen Dämpfen gilt, gilt in gleicher Weise von ihren Flüssigkeiten; denn während eine Schichte des flüssigen Nitrils von $^1/_8$″ Dicke, in den Gang des Lichtbüsches gebracht, die Zersetzung des betreffenden Dampfes verhindert, hält eine Schichte des Jodids von vierfacher Dicke die Zersetzung nicht auf. Die Fähigkeit, in eine gewisse Tiefe einzudringen, und der Mangel dieser Fähigkeit kommt in gleicher Weise den Flüssigkeiten und ihren Dämpfen zu. Andere viel feinere und eingehendere Darstellungen des Parallelismus zwischen Flüssigkeits- und Dampfabsorptionen sind in der Bakerian Lecture von 1864 erwähnt[1]).

1) Kohlensäure ist gegenüber der Strahlung von festen Körpern eines der schwächsten unter den zusammengesetzten Gasen; aber für die Strahlung einer Kohlenoxydflamme übertrifft dieselbe alle anderen Gase an Absorptionskraft. Ebenso wird die Wirkung von Wasserdampf erhöht, wenn man die Strahlen einer Wasserstoffflamme anwendet. Diese Erhöhung erstreckt sich auch auf Wasser. Merkwürdige Umkehrungen der Diathermansie, wenn man Hitze von verschiedenen Quellen anwendet, zeigen sich gleichzeitig bei Flüssigkeiten und Dämpfen.

(Fortsetzung folgt.)

Ueber Ausstrahlung und Absorption.[1])

Von

Dr. Ernst Lecher.

I. Abhandlung.

Im Jahre 1860 hat Kirchhoff die beiden Begriffe Ausstrahlung und Absorption in eine einfache und klare Beziehung zu einander gebracht. Trotzdem seither eine Unzahl experimentellen Materiales gesammelt wurde, sind wir dennoch dem eigentlichen Vorgange der Strahlung und Absorption in seiner Abhängigkeit von Wellenlänge und Temperatur nicht näher getreten. Das Gesetz dieser Abhängigkeit aufzusuchen, ist das schliessliche Ziel einer grösseren Anzahl von Rechnungen und Messungen, welche ich unter obigem gemeinsamem Titel veröffentlichen will.

Man wird finden, dass ich gleich in dieser ersten Abhandlung einen von der gewöhnlichen Auffassungsweise scharf getrennten Standpunkt einnehme. Mag man denselben im weiteren Verlaufe berechtigt finden oder nicht, so ist mir gleichwohl sicher, dass die betreffenden Partien der Optik und strahlenden Wärme durch Einführung eines sehr einfachen Gedankens in jedem Falle nur gewinnen können. Ich bin nämlich der bestimmten Ansicht, dass die Entwicklung der Molecularphysik früher oder später auf diesen Punkt kommen musste, dass mehr oder weniger genau dieselben Ideen, wie ich sie gebe, von irgend einer anderen Seite aufgestellt worden wären; hat doch die einfachste Auffassung eben in ihrer Einfachheit schon eine gewisse Berechtigung. Ich hoffe daher, selbst im ungünstigsten Fall nicht umsonst gearbeitet zu haben, denn es musste gewiss einmal untersucht werden, ob der scheinbar einfachste und verlockendste Weg im weiteren Verlaufe zum Ziele führt oder nicht.

Die zunächst vorliegende Arbeit zerfällt in drei Theile:

1. Der erste Theil gibt eine mathematische Betrachtung. Wenn ein Körper Wärme oder Licht ausstrahlt, so wird die vom eigentlichen Ursprunge des Strahles, von den einzelnen schwingenden Massentheilen

---

1) Aus den Sitzb. d. Wiener Akad. Bd. 85 1882 vom Herrn Verf. mitgetheilt.

ausgehende Bewegung φ schon im Innern des Körpers geschwächt, indem ein Bruchtheil a der Strahlung φ auf der Längeneinheit des Weges absorbirt wird. Ferner wird ein Theil der Gesammtstrahlung beim Austritt aus der Oberfläche des Körpers wieder ins Innere zurückreflectirt. Was man nun gewöhnlich Strahlung nennt, ist aus vielen physikalischen Einzelwirkungen zusammengesetzt; ebenso das, was man gewöhnlich Absorption heisst. Beide Grössen wurden zunächst in der angedeuteten Weise in ihre Summanden zerlegt, welche zum Theile ganz neue physikalische Begriffe sind, an deren nähere Kenntniss ich grosse Hoffnungen knüpfe. — Ferner wurde dann das Kirchhoff'sche Gesetz in der neuen Darstellungsweise ausgedrückt als $-4 \log \text{nat} (1 - a) = \frac{\varphi}{F}$, wobei F die Strahlung eines ideal schwarzen Körpers darstellt in Bezug auf dieselbe Wellenlänge und Temperatur, für welche a und φ gelten. Ferner folgt, dass bei genügender Dicke der Unterschied des Ausstrahlungsvermögens verschiedener Körper nur herrührt von dem Unterschiede des Reflexionsvermögens, weil die ursprünglich gleiche Strahlung beim Verlassen des Körpere in verschiedener Weise ins Innere zurückreflectirt wird.

2. Der zweite Theil behandelt Dinge mehr hypothetischer Natur. Unter Annahme der Constanz von a für verschiedene t ergibt sich, dass die Strahlung eines jeden Körpers schon bei der tiefsten Temperatur alle Wellenlängen besitzt, die sie bei höheren Temperaturen hat, und dass die relative spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie von der Temperatur des strahlenden Körpers unabhängig ist. Dabei wirkt aber die Aenderung des Reflexionsvermögens mit der Temperatur störend ein; wenn daher stark reflectirende Körper bei höheren Temperaturen mehr violette Strahlen aussenden, geschieht das nur, weil bei diesen Temperaturen die violetten Strahlen im Verhältniss zu den rothen beim Heraustreten aus dem Medium weniger stark zurückreflectirt werden.

3. Der letzte Theil bringt einige experimentelle Erörterungen zu den beiden vorigen Sätzen. Es zeigte sich da sowohl bei thermometrischen als auch bei photometrischen Versuchen, dass, je geringer das Reflexionsvermögen eines Körpers ist, in eben demselben Maasse auch die Giltigkeit der beiden ausgesprochenen Gesetze wächst.

Alle diese Sätze scheinen mir unerlässlich zu sein, sowie man den Vorgang der Strahlung in seine physikalischen Summanden zerlegt, wobei jedoch ein besonderes Gewicht zu legen ist auf den Einfluss, welchen die Reflexion an der Oberfläche auf die aus dem Inneren des Körpers herauskommende Strahlung ausübt.

I. Absorption und Ausstrahlung bei derselben Temperatur.

Scheinbares Ausstrahlungsvermögen. Gewöhnlich nennt man totale Emission diejenige Wärmemenge, welche ein Körper per Flächen- und Zeiteinheit ausstrahlt, wenn seine Temperatur die der Umgebung um einen Grad Celsius übersteigt[1]). Diese Definition müsste, falls man sie mit dem Prevost'schen Grundprincip der strahlenden Wärme in Einklang bringen wollte, verschiedene Nebenbestimmungen enthalten; trotzdem aber wäre obigem Begriffe nur schwer eine tiefere physikalische Deutung abzugewinnen. Ich nenne im Gegensatze hierzu „scheinbares Ausstrahlungsvermögen" jene Wärmemenge, welche von der Einheit der Oberfläche eines im Uebrigen beliebigen Körpers im Vacuum weggeht; dabei ist natürlich auf Form, Temperatur und Farbe der Einhüllung keinerlei Rücksicht zu nehmen. Dies so definirte Ausstrahlungsvermögen ist dann bei einem und demselben Körper eine nur von der Temperatur[2]) abhängige Grösse. Die Gestalt aber dieser Function kann bei verschiedenen Körpern verschieden sein.

Scheinbares Absorptionsvermögen. Eine ideal schwarze Fläche ist eine solche, die jede Art von auffallender Strahlung vollkommen absorbirt[3]); dieselbe habe ein Ausstrahlungsvermögen $F(t)$, wo t die in beliebigen Graden gezählte Temperatur der strahlenden schwarzen Fläche bezeichnet.

Es befinde sich nun in einer nach aussen hin adiabatischen Hohlkugel eine kleine concentrische Kugel angebracht, wie z. B. bei allen Versuchen nach der Methode von Dulong und Petit. Die gegen einander strahlenden Flächen dieser beiden Kugeln seien schwarz und ferner haben beide dieselbe Temperatur. Wenn der Radius der äusseren Kugel R, der der inneren r ist, wird von aussen $4R^2\pi.F(t)$, von innen aber $4r^2\pi.F(t)$ ausgestrahlt werden. Jeder Strahl, der die innere Kugel verlässt, muss an der äusseren absorbirt werden; in der entgegengesetzten Richtung jedoch wird infolge des Grundsatzes, dass Wärme nie von selbst von einem kälteren zu einem wärmeren Körper

---

1) Wüllner, Exper.-Phys. Bd. 3, 1875, S. 205; Rosetti, Ann. de chim. et de phys. (V), t. XVIII p. 187 u. s. w.; hingegen hat Gouy, C. R. t. LXXXVIII denselben Namen zur Bezeichnung jener Grösse angewendet, die viel besser „Absorptionsvermögen" genannt werden sollte.

2) Es ist auch dieser Satz bezweifelt worden, doch schienen mir die Einwendungen nicht überzeugend. Schuster, Phil. Mag. (5) Bd. 12.

3) „Einen Körper, der kein Licht reflectirt, wenn es auf ihn auffällt, nenne ich schwarz". Helmholtz, Physiologische Optik, S. 280. Diese Definition ist nicht erschöpfend, denn eine dünne Schichte eines Körpers kann gar kein Licht reflectiren, ist deshalb aber noch nicht schwarz.

übergehen kann[1]), nur der Theil $\frac{r^2}{R^2} \cdot 4 R^2 \pi F(t)$ an die mittlere Kugel gelangen. Denn nur so ist die Summe der auffallenden und abgehenden Strahlung gleich Null.

Es werde nun die äussere Kugelhülle ersetzt durch eine solche, die nach innen ideal reflectirt, und auf welche, ebenfalls nach innen, eine $\frac{x}{2}$ Längeneinheiten dicke Schichte eines beliebigen Körpers unmittelbar aufgetragen ist. Die kleine Kugel bleibt schwarz. Der aufgetragene Körper hat ein anderes scheinbares Ausstrahlungsvermögen als ein schwarzer Körper; die von einer Schichte dieses Körpers von der Dicke x ausgehende Wärmemenge sei dargestellt durch eine von der Temperatur abhängige Grösse $f(t)$. Wenn auf eben diesen Körper, welche eine Dicke x nach einer bestimmten Richtung besitzt, in eben dieser Richtung von einem schwarzen Körper gleicher Temperatur $F(t)$ auffällt, so werde ein Bruchtheil der auffallenden Strahlung, nämlich $\alpha_t F(t)$ absorbirt. Den Werth α_t nenne ich das „scheinbare Absorptionsvermögen" dieses Körpers für die Temperatur t.

Kirchhoff's Absorptionsgesetz. Aus den oben gegebenen Bemerkungen folgt unmittelbar, dass

$$4 r^2 \pi \alpha_t F(t) - \frac{r^2}{R^2} 4 R^2 \pi f(t) = 0,$$

oder

$$\alpha_t = \frac{f(t)}{F(t)} \qquad (1$$

Diese Beziehung wurde bekanntlich zuerst von Kirchhoff in ihrer allgemeinsten Form entwickelt, und gilt ebenso für die Gesammtstrahlung als auch für die einzelnen Wellenlängen[2]). Nun ist α vermöge seiner Bedeutung stets ein echter Bruch oder höchstens gleich Eins; daher muss immer

$$F(t) \geqq f(t) \qquad (2$$

sein. Für jede Temperatur und jede Wellenlänge ist also das Ausstrahlungsvermögen eines schwarzen Körpers stets grösser oder höchstens gleich dem Ausstrahlungsvermögen anderer Körper.

Es ist aber nur zum Theil erlaubt, das α_t als eigentliche Absorptionsgrösse zu betrachten und ebenso wäre es unrichtig in $f(t)$ die Summe der Strahlungen der einzelnen Strahlungscentra zu erblicken;

---

1) Zuerst ist dieser Satz klar ausgesprochen bei Fourier. Später hat Clausius denselben verallgemeint und zu wichtigen Folgerungen benützt. Mech. Wärmetheorie, Bd. 1, 1876, S. 81. In allerjüngster Zeit hat A. Schuster Einwendungen dagegen erhoben. Phil. Mag. (5) Bd. 12.

2) Pogg. Ann. Bd. 109.

beide Grössen sind vielmehr sehr zusammengesetzter Natur und eine genaue Betrachtungsweise gibt einige nicht uninterressante neue Betrachtungen.

Zerlegung des scheinbaren Absorptionsvermögens in seine physikalischen Summanden. Ich muss zunächst vorausschicken, dass sich die folgenden Betrachtungen auf eine bestimmte Wellenlänge (und nicht auf die Gesammtstrahlung) beziehen. Fig. 1 versinnliche uns die eben besprochenen zwei concentrischen Kugelschalen. Die Kugel in der Mitte ist ideal schwarz und an der äusseren, ideal reflectirenden, sehr grossen Hohlkugel ist ein beliebiger Körper in einer Höhe $OR = \frac{x}{2}$ unmittelbar aufgetragen. $\frac{x}{2}$ ist eine gegen $(A,1)$ sehr kleine Grösse.

Die innere Kugel A strahlt per Flächeneinheit die Wärme $F(t)$ aus, welche, sobald die innere Kugel gegen die äussere sehr klein ist, in normaler Richtung auf OO' auffällt. Nun tritt aber eine theilweise Reflexion des Strahles ein. Von der Einheit der senkrecht auffallenden Strahlung werde ϱ regelmässig, und μ diffus reflectirt. Es sind ϱ und μ die regelmässigen oder diffusen Reflexionscoefficienten in normaler Richtung[1]). Dann wird von der auf OO' auffallenden Strahlung $\varrho F(t)$ und $\mu F(t)$ zurückreflectirt. Verfolgen wir einen Strahl dieses letzteren Theiles, z. B. (1, 2). In 2 wird der Strahl zum grössten Theil entweder regelmässig reflectirt (2, 3) oder ins Innere des Körpers hineingebrochen (2, 4). Die Richtung all dieser Linien wird auch im weiteren physikalischen Verlaufe nie mehr so, dass sie zu A gelangen. Allerdings wird bei 2 vom Strahl (1, 2) ein Theil diffus nach A reflectirt und auch von den Strahlen (2, 4) und (2, 3) kann durch diffuse Reflexion schliesslich etwas nach A kommen. Nun besitzt aber der ursprüngliche Strahl (1, 2) schon sehr wenig lebendige Kraft, so dass wir mit Vernachlässigung eines überaus kleinen Theiles der diffusen

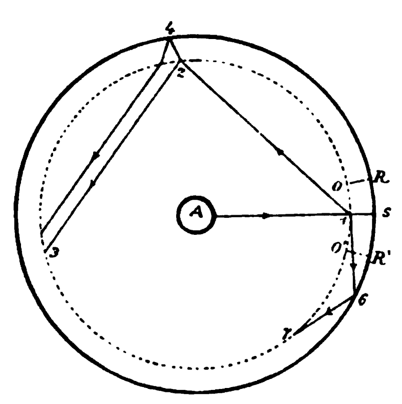


Fig. 1.

1) Es ist klar, dass die senkrechte Incidenz nicht in mathematischem, sondern in physikalischem Sinne zu nehmen ist. Dieselbe erstreckt sich von einem Einfallswinkel Null bis zu einem Einfallswinkel $x = \arcsin \frac{r}{R}$.

Zerstreuung in 2 annehmen können, dass die in 1 diffus reflectirte Strahlung schliesslich in der äusseren Kugelschale absorbirt wird; es ist dies $\underline{\mu . F(t)}$[1]). Diese diffuse Reflexion ist dadurch entstanden, dass die Oberfläche des Körpers nicht ganz glatt und eben ist; die nämliche Ursache bewirkt aber auch, dass der eindringende Hauptstrahl zum Theil diffus gebrochen wird. Diese Strahlungsmenge sei $\nu F(t)$. Im weiteren physikalischen Verlaufe kann dieser Strahl (1, 6, 7) nur durch diffuse Zerstreuung und auch das nur im allergeringsten Maasse nach A gelangen, welch' letzteren Betrag wir sicherlich nicht mehr werden messen können, nachdem $\nu F(t)$ selbst schon sehr klein ist. Es wird also auch $\underline{\nu . F(t)}$ schliesslich in der Kugelschale absorbirt werden[2]).

In der Richtung (1, 5) dringt die Menge $F(t)[1-\varrho-\mu-\nu]$ in unseren Körper ein, gelangt nach RR', wo sie ideal reflectirt wird und kommt schliesslich wieder in OO' an, wobei aber auf der ganzen Wegstrecke ein beträchtlicher Theil durch Absorption verloren ging.

Wirklicher Absorptionscoefficient. Wenn die Einheit der Strahlung in unserem Körper den Weg Eins zurücklegt, bleibe die Wärmemenge $a_{t\lambda}$ wirklich im Körper zurück, während $(1-a_{t\lambda})$ die austretende Wärmemenge bezeichnet. Dieses $a_{t\lambda}$ nenne ich den „wirklichen Absorptionscoefficienten" des Körpers für die Temperatur t und die Wellenlänge λ[3]).

Es wird also in unserem Falle auf dem Wege $(A, 1, 5, 1)$ in 1 die Wärmemenge

$$F(t)[1-\varrho-\mu-\nu](1-a)^x$$

angekommen, nachdem die Menge

$$\underline{F(t)[1-\varrho-\mu-\nu][1-(1-a)^x]}$$

absorbirt wurde. Der im Medium zurückgelegte Weg ist x. Die in OO aus dem Medium kommenden Strahlen theilen sich in mehrere Theile. Es bezeichne (analog den Grössen ϱ und μ) r und m den regelmässigen, resp. diffusen Reflexionscoefficienten für Strahlen, die aus dem Medium in normaler Richtung an die Oberfläche gelangen. In unserem Falle wird also

$$r \cdot F(t)[1-\varrho-\mu-\nu](1-a)^x$$

noch einmal den Weg (1, 2, 1) machen. Ein anderer Theil

$$\underline{m \cdot F(t)[1-\varrho-\mu-\nu](1-a)^x}$$

wird diffus reflectirt und wenn wir da einen beliebigen Strahl verfolgen, z. B. (1, 6, 7), so sehen wir, dass kein irgendwie nennenswerther Bruch-

1) Sämmtliche Grössen, welche absorbirte Wärmemengen darstellen, sind unterstrichen.

2) Selbstverständlich sind μ, ϱ u. ν abhängig von der Temperatur u. Wellenlänge.

3) Der Index t und λ bleibt bei der weiteren Entwicklung als selbstverständlich weg.

theil dieser ohnedem schwachen Strahlung an die innere Kugel A gelangen kann. Es wird also obiger Werth absorbirt. Wo aber eine diffuse Reflexion stattfinden kann, eben da muss auch immer diffuse Brechung erfolgen; bezeichnen wir den entsprechenden Coefficienten (analog dem ν) mit n, so wird im betrachteten Falle

$$\underline{n \cdot F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^x}$$

aus unserem Körper so hinausgebrochen, dass diese Strahlung an der inneren Kugel vorbeigeht. Diese Strahlung wird aber auch im weiteren physikalischen Verlaufe für A verloren sein, mit Ausnahme eines sehr kleinen, von weiteren diffusen Zerstreuungen herrührenden und daher zu vernachlässigenden Theiles.

Die in OO' regelmässig nach RR' zurückreflectirte Strahlung kommt zum dritten Male nach OO', wobei die neuerliche Einbusse durch Absorption

$$\underline{r \cdot F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^x\,[1-(1-a)^x]}$$

ist. In OO' kommt die Menge

$$r \cdot F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{2x}$$

an. Davon wird

$$\underline{m \cdot r F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{2x}}$$

unregelmässig reflectirt und absorbirt. Ebenso wird die diffus aus dem Medium hinausgebrochene Strahlung nach dem oben Gesagten absorbirt

$$\underline{n \cdot r \cdot F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{2x}}$$

Wieder regelmässig nach RR' zurückreflectirt wird

$$r^2 F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{2x}.$$

Von dieser Menge wird beim nächsten Durchgange

$$\underline{r^2 F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{2x}\,[1-(1-a)^x]}$$

absorbirt;

$$r^2 F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{3x}$$

langt in 1 an,

$$\underline{m r^2 F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{3x}}$$

wird unregelmässig reflectirt,

$$\underline{n r^2 F(t)\,(1-\varrho-\mu-\nu)\,(1-a)^{3x}}$$

wird diffus hinausgebrochen und ebenfalls absorbirt u. s. w.[1]).

---

1) Wie man leicht sieht, gilt diese Betrachtungsweise für sämmtliche Strahlen, deren Einfallswinkel zwischen + und — arc sin $\frac{r}{R}$ liegt

Wenn wir die unterstrichenen, d. h. absorbirten Ausdrücke addiren, so haben wir

$$\alpha_t F(t) = F(t) \left\{ \begin{matrix} \mu + (1 - \varrho - \mu - \nu) [1 - (1 - a)^x] V \\ \nu + (m + n) [1 - \varrho - \mu - \nu] (1 - a)^x V \end{matrix} \right\}$$

wo $$V = 1 + r(1 - a)^x + r^2 (1 - a)^{2x} + r^3 (1 - a)^{3x} + \cdots$$

Daher ist, weil $(1 - a)$ und r immer kleiner als 1 ist,

$$\alpha_t = \frac{1 - \varrho - \mu - \nu}{1 - r\,(1 - a)^x} [1 - (1 - a)^x (1 - m - n)] + \mu + \nu. \tag{3}$$

Dies gilt natürlich nur für bestimmte Wellenlängen und Temperaturen, es sollten also eigentlich alle Grössen des Indices λ und t besitzen; ich habe sie nur der Bequemlichkeit wegen ausgelassen.

Für $x = \infty$ wird $\alpha^t = 1 - \varrho$, (4

d. h. mit Ausnahme der regelmässig reflectirten Strahlung wird Alles absorbirt.

A n o r d n u n g b e i e i n e r e v e n t u e l l e n p r a k t i s c h e n A u s f ü h r u n g. Ich werde später zeigen, dass alle Grössen in 3 von der

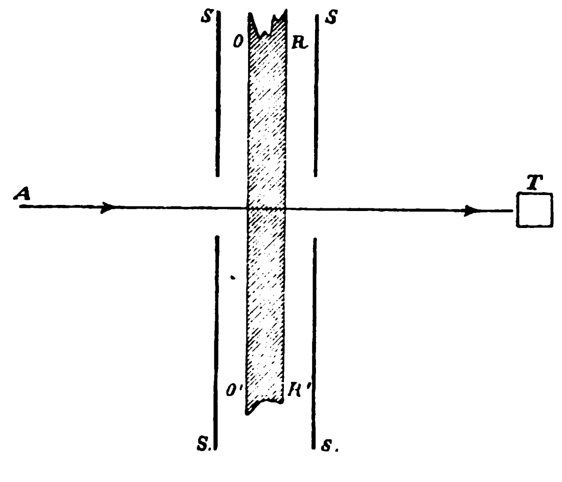


Fig. 2.

Temperatur des strahlenden schwarzen Körpers unabhängig sind. Wenn ich also die mittlere Kugel auf eine beliebig hohe Temperatur bringe, kann ich für verschiedene x das $\alpha_{\lambda t}$ experimentell bestimmen und so $\varrho, r, \mu, m, n, \nu$ finden, da ja alle diese Grössen bei verschiedenem x gleichbleiben.

In der praktischen Ausführung wäre eine Versuchsanordnung am einfachsten, wie sie Fig. 2 versinnlicht. In der Richtung AT kommt ein Strahl bestimmter Wellenlänge, aber von beliebiger (möglichst hoher Intensität. SS' sind schwarze Schirme. $ORO'R'$ ist die absorbirende Substanz von der Dicke x.

Die Strahlung wird in T gemessen und sinkt durch Einschieben von $OR\ O'R'$ von 1 auf

$$1-\alpha^{t\lambda}=1-\frac{1-\varrho-\mu-\nu}{1-r(1-a)^x}[1-(1-a)^x(1-m-n)]-\mu-\nu. \qquad (5$$

Man sieht nämlich leicht, dass der Ausdruck 3 zwar nicht mehr ganz in $ORO'R'$ absorbirt wird, aber doch ganz in seiner Wirkung auf T verloren geht, sobald nur die Schirmöffnung im Verhältnis zu OO, nicht zu gross ist.

Es wird also auch bei Anwendung von homogenen Strahlen ziemlich schwierig, aber doch möglich sein, die Zahl a, das ist den „wirklichen Absorptionscoefficienten" zu bestimmen, welche Zahl höchstwahrscheinlich sehr interessante Beziehungen zu andern physikalischen Constanten des Körpers liefern wird.

Frühere Arbeiten auf diesem Gebiete. Vollkommen richtig sind jedoch die abgeleiteten Beziehungen nicht. Schon bei der ersten Reflexion (ϱ) ist der Strahl etwas in den Körper eingedrungen, ebenso ist der Körper nie absolut gleich dicht und gleich mit Masse erfüllt, es werden also auch in der Mitte des Körpers Reflexionen stattfinden, wie dies besonders bei Gasen zu erwarten ist. Wenn man daher gar für ϱ die Fresnel'schen oder andere Formeln einsetzen wollte, so glaube ich, dass die Resultate nur ungefähre sein können. C. Bohn[1]) hat die Fresnel'sche Gleichung zu einer derartigen Berechnung verwendet. Man müsste dann in unseren Formeln $r=\varrho=\left(\frac{M-1}{M+1}\right)^2$ und $\nu=m=n=\mu=o$ setzen, wo M den Brechungsexponenten des Körpers bezeichnet. Alle diese Annahmen werden aber in den allerseltensten Fällen zulässig sein.

Zöllner's Arbeit über das Ausstrahlungsvermögen. Auch das Ausstrahlungsvermögen unseres Körpers lässt sich schichtenweise mittels einer geometrischen Progression berechnen. Es hat dies bereits Zöllner[2]) versucht und er gelangte zu dem aller Erfahrung widersprechenden Resultate, dass bei hinlänglicher Dicke oder Dichte jeder Körper das Emissionsvermögen eines ideal schwarzen Körpers zeigen müsse. Ein Gold- oder Silberblock strahlt selbst bei unendlicher Dicke ganz anders als ein Kohlenstück. Zöllner hat eben die Oberflächenschichte genau so behandelt, wie die tiefer liegenden.

Wirkliches Ausstrahlungsvermögen. Jeder einzelne Strahl hat seinen Ursprung in einem kleinen Raume, welchen ich das Strahlungs-

1) Pogg. Ann. Bd. 127.

2) Pogg. Ann. Bd. 142. Zöllner berücksichtigt zunächst Gase, später (Anm. S. 100) auch andere Körper.

centrum nennen werde. In der Raumeinheit eines Körpers seien eine bestimmte Anzahl solcher Strahlungscentra und die Summe ihrer Wirkungen — ich nenne dieselbe das „wirkliche Ausstrahlungsvermögen" — sei $\varphi(t)$. Es ist dies eine ideelle Summe, denn in Wirklichkeit werden die einzelnen Theilchen sich in ihrer Wirkung stören, indem die vorderen einen Theil der Strahlung der hinteren absorbiren; die physikalische Summe der Wirkungen ist also kleiner.

Zerlegung des scheinbaren Ausstrahlungsvermögens in seine physikalischen Summanden. In Fig. 3 sei RR' die total reflectirende Kugelhülle, $RR'QQ'$ sei die unmittelbar auf RR' aufgetragene strahlende Substanz. A ist die schwarze Kugel in der Mitte, deren Radius so gewählt ist, dass ein grösster Kreis derselben die Flächeneinheit einschliesst $\left(r = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)$, der Radius R der Kugelhülle sei sehr gross gegen r und gegen die Dicke der strahlenden Substanz $CB = \frac{x}{2}$. Ich werde nun aus $QQ'RR'$ einen Cylinder $CC'BB'$ herausschneiden, dessen Basis die Flächeneinheit repräsentire $\left(CC' = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)$, und dann betrachte ich die Strahlungswirkung dieses Cylinders gegen A hin.

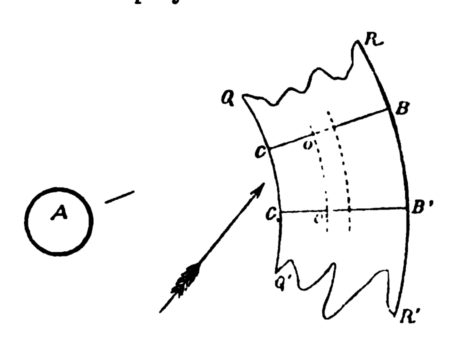


Fig. 3.

In der Raumeinheit seien N Strahlungscentra, dann wird ein einzelnes Strahlungscentrum $\frac{\varphi(t)}{N}$ nach allen Richtungen ausstrahlen; eben dasselbe Theilchen aber wird direct gegen A einen Werth $\frac{1}{4R^2\pi} \cdot \frac{\varphi(t)}{N}$ hinsenden[1]). Ein schmaler Streifen unseres Cylinders von der Dicke $d\xi$ strahlt also $\frac{1}{4R^2\pi}\varphi(t)d\xi$ gegen A direct und ebenso viel mittels Reflexion über BB'. Wenn nun aber α der wirkliche

1) Denken wir uns nämlich um dieses Theilchen als Centrum eine schwarze Kugelhülle mit dem Radius R gelegt, so wird alle Strahlung absorbirt; es wird daher die Flächeneinheit in der Entfernung R obigen Betrag erhalten.

Absorptionscoefficient unserer Substanz ist, so wird der erste Betrag, wenn $CO = \xi$ gesetzt wird, infolge der Absorption auf

$$\frac{\varphi(t)}{4R^2\pi}(1-\mathfrak{a})^{\xi}d\xi,$$

der zweite aber auf

$$\frac{\varphi(t)}{4R^2\pi}(1-\mathfrak{a})^{x-\xi}d\xi$$

sinken. Dabei ist einstweilen die Reflexion an CC' noch nicht berücksichtigt. Unter dieser Beschränkung ist die Strahlung des ganzen Cylinders $CC'BB'$ gegen A hin

$$\frac{\varphi(t)}{4R^2\pi}\left[\int_{\xi=0}^{\xi=\frac{x}{2}}(1-a)^{\xi}d\xi + \int_{\xi=0}^{\xi=\frac{x}{2}}(1-\mathfrak{a})^{x-\xi}d\xi\right].$$

Es ist weiter dieses Integral gleich

$$\frac{\varphi(t)}{4R^2\pi}\cdot\frac{(1-\mathfrak{a})^x-1}{l(1-\mathfrak{a})} = J.$$

Diese Strahlung würde nach A gelangen, wenn bei CC' keine Reflexion statthaben würde. So aber findet da eine Spaltung in vier Theile statt.

Ein Theil $\mathfrak{r}J$ wird regelmässig, ein anderer Theil $\mathfrak{m}J$ wird unregelmässig reflectirt; wo diffuse Zerstreuung ist, muss auch ein Theil $\mathfrak{n}J$ diffus gebrochen werden. Es sind hier $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{n}$ analoge Coefficienten wie r, m und n auf S. 51. Zur mittleren Kugel gelangt also zunächst $J\,(1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n})$.

Zugleich gelangt aber auch nach CC' von aussen her in schiefer Richtung (der Pfeil in Figur 3) eine Strahlenmenge, welche von Nachbarbezirken und gegenüberliegenden Theilen der Kugelhülle ausgestrahlt wird. Davon geht ein Theil mittels diffuser Reflexionnach A, ein anderer Theil gelangt in entgegengesetzter Richtung durch diffuse Brechung in unser Medium. Der erste Theil habe die absolute Grösse λ, der zweite die Grösse p.

Wenden wir uns nun zu jenen Strahlungen, welehe beim Anlangen des Hauptstrahles an CC' diffus nach rückwärts reflectirt, und nach auswärts gebrochen werden. Von diesen beiden Mengen $\mathfrak{n}J$ und $\mathfrak{m}J$ gelangt [aus analogen Gründen wie vorher $\mu . F(t)$ und $\nu . F(t)$], fast gar nichts zu A.

Hingegen empfängt aber CC' von rückwärts aus der Kugelschale in schiefer Richtung eine nicht unbeträchtliche Strahlenmenge, zu welcher auch die Strahlungscentra in $CBOR$ und $C'B'O'R'$ mitwirken. Diese Strahlen fallen unter allen möglichen spitzen Winkeln auf CC' auf,

Davon gehe durch diffuse Reflexion die Wärmemenge q in normaler Richtung nach rückwärts, während infolge diffuser Brechung k nach A gelangt.

Es tritt also in normaler Richtung

$$\underline{J(1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n})+\lambda+k}$$ [1])

aus, während in entgegengesetzter Richtung $p+q+Jr$ zurückgeht. Diese Strahlung kommt nach idealer Reflexion bei RR' wieder nach CC', nachdem sie infolge der Absorption auf $(p+q+Jr)\ (1-\mathfrak{a})^x$ gesunken ist.

$$\underline{(p+q+Jr)\ (1-a)^x\ (1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n})}$$

tritt gegen A aus und $r\ (p+q+Jr)\,(1-\mathfrak{a})^x$ geht zurück. Bei dieser Reflexion wird wieder Wärme zerstreut. Eben diese Zerstreuung in den Nachbarcylindern macht auf CC' eine gewisse Strahlenmenge auffallen. Sie ist aber so gering, dass wir die in normaler Richtung noch einmal zerstreute Strahlung sicher vernachlässigen können. Beim Wiederanlangen am alten Platze haben wir $r\ (p+q+Jr)\,(1-\mathfrak{a})^{2x}$ und austreten wird

$$\underline{r\,(p+q+Jr)\,(1-\mathfrak{a})^{2x}\,(1-\mathfrak{m}-\mathfrak{r}-\mathfrak{n})}\ \text{u. s. w.}$$ [2]).

Es wird also die Gesammtwirkung sein

$$J\,(1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n})+\lambda+k+(p+q+Jr)\,(1-r-m-n)\,(1-a)^x\,S,$$

wo $$S=1+r\,(1-\mathfrak{a})^x+r^2\,(1-\mathfrak{a})^{2x}+r^3-\mathfrak{a})^{3x}\ldots$$

Wir haben daher als Ausdruck der Gesammtwirkung

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{\varphi\,(t)}{4\pi R^2}\cdot\dfrac{(1-\mathfrak{a})^x-1}{l\,(1-\mathfrak{a})}\cdot\dfrac{1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n}}{1-r\,(1-\mathfrak{a})^x}+\\ (p+q)\dfrac{(1-\mathfrak{a})^x\,(1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n})}{1-r\,(1-\mathfrak{a})^x}+\lambda+k\end{array}\right\} \quad (6$$

Selbstverständlich müsste man hier alle betreffenden Grössen eigentlich mit dem Indices λ, t versehen, um anzuzeigen, dass obige Beziehung nur für eine bestimmte Temperatur und Wellenlänge Giltigkeit hat. Das $\varphi\ (t)$ aus dieser Gleichung in experimenteller Weise genau zu bestimmen ist nicht möglich, weil K, λ, p und q in ihrer Abhängigkeit von der Dicke der strahlenden Schichte nicht unmittelbar bestimmbar sind. Doch lässt sich leicht eine andere Beziehung auffinden, welche eine einfache indirecte Bestimmung des $\varphi\ (t)$ erlaubt.

---

1) Sämmliche Grössen, welche Wärmemengen anzeigen, die von A absorbirt werden, sind unterstrichen.

2) Sämmtliche Strahlen, deren Emissionswinkel zwischen $+$ und $-\arcsin\frac{r}{R}$ liegt, werden in derselben Weise berücksichtigt.

Eine neue Beziehung für das Kirchhoff'sche Gesetz. Es sei

$$\left.\begin{array}{r} p\dfrac{4\pi R^2 l(1-\mathfrak{a})}{\varphi(t)} = \mathfrak{p} \\ q\dfrac{4\pi R^2 l(1-\mathfrak{a})}{\varphi(t)} = \mathfrak{q} \\ -k\dfrac{4\pi R^2 l(1-\mathfrak{a})}{\varphi(t)} = \mathfrak{k} \\ -\lambda\dfrac{4\pi R^2 l(1-\mathfrak{a})}{\varphi(t)} = \mathfrak{l} \end{array}\right\} \qquad (7$$

Dann geht der Ausdruck (6) über in

$$\frac{1}{4\pi R^2}\cdot\frac{\varphi(t)}{[-l(1-\mathfrak{a})]}\left[\frac{1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n}}{1-\mathfrak{r}(1-\mathfrak{a})^x}[1-(1-\mathfrak{a})^x(1-\mathfrak{p}-\mathfrak{q})]+\mathfrak{l}+\mathfrak{k}\right] \qquad (8$$

Ich werde nun mit dieser Grösse jenen Werth in Verbindung bringen, welchen wir in 2 für das scheinbare Absorptionsvermögen aufgestellt haben.

Damit Gleichgewicht bestehe, muss die Wärmemenge 8, welche CC' in der Richtung nach A verlässt, ebenso gross sein als die in unserem Cylinder $CC'BB'$ absorbirte Strahlung. Der Durchmesser der Kugel A ist mit $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ festgesetzt worden, es ist daher die Gesammtausstrahlung der inneren Kugel[1]) gleich $4\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2\pi F(t)$, welche Strahlung ganz auf die äussere Kugel auffällt.

Die Flächeneinheit der äusseren Kugel empfängt also eine Strahlung

$$\frac{1}{4R^2\pi}4\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2\pi F(t) = \frac{F(t)}{R^2\pi}.$$

Es wird also statt der Kirchhoff'schen Formel

$$\alpha_t F(t) = f(t)$$

zu setzen sein

$$\frac{F(t)}{R^2\pi}\left[\frac{1-\varrho-\mu-\nu}{1-r(1-a)^x}[1-(1-a)^x(1-m-n)]+\mu+\nu\right] =$$

$$\frac{\varphi(t)}{4R^2\pi}\cdot\frac{1}{[-\mathfrak{l}(1-\mathfrak{a})]}\left[\frac{1-\mathfrak{r}-\mathfrak{m}-\mathfrak{n}}{1-\mathfrak{r}(1-\mathfrak{a})^x}[1-(1-\mathfrak{a})^x(1-\mathfrak{p}-\mathfrak{q})]+\mathfrak{l}+\mathfrak{k}\right].$$

Wir können jetzt rechts und links Einiges streichen. Der wirkliche Absorptionscoefficient ist in beiden Fällen derselbe, also $a=\mathfrak{a}$.

---

1) Bei einem ideal schwarzen Körper ist ein Unterschied zwischen wirklichem und scheinbarem Ausstrahlungsvermögen undurchführbar, weil wir da einen idealen, in der Wirklichkeit nur angenähert vorkommenden Fall vor uns hätten.

Die Trennungsebene wird ferner (bei gleicher Wellenlänge und Temperatur) stets dieselbe Menge regelmässig reflectiren $\mathfrak{r} = r$, ebenso dasselbe zerstreuen, $m = \mathfrak{m}$, und es wird schliesslich auch derselbe Bruchtheil unregelmässig aus dem Medium hinausgebrochen $n = \mathfrak{n}$.

Es bleibt daher

$$F(t)\Big[(1-\varrho-\mu-\nu)[1-(1-\mathfrak{a})^x(1-m-n)]+\mu+\nu\Big]$$

$$= -\frac{\varphi(t)}{4l(1-a)}\Big[(1-r-m-n)[1-(1-a)^x(1-m-n)]+\mathfrak{l}+\mathfrak{k}\Big] \quad (9$$

Es hat die Aehnlichkeit dieser Ausdrücke ihren Grund in der Identität der untereinander stehenden Grössen.

Fig. 4 soll den soeben durchgeführten Vorgang der Strahlung und Absorption übersichtlich machen.

Es sei CC' die Oberfläche des Mediums. A sei wieder die schwarze Kugel in der Mitte. Jeder Strahl ist, bevor er zu O gelangt und nachdem er O verlassen, immer mit den gleichen Buchstaben bezeichnet, welcher uns im Laufe obiger Betrachtungen zur Bezeichnung des betreffenden Strahlungsvorganges gedient hatte.

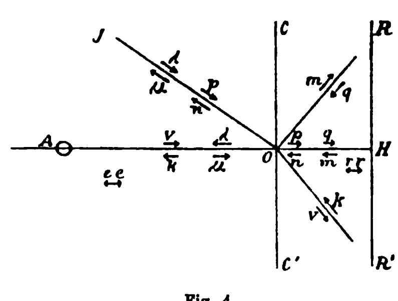


Fig. 4.

Z. B. ν vor dem O, und ν rechts unten von $\overrightarrow{O}$ versinnlicht uns, dass ν für jene Strahlung gilt, welche normal auffallend schief ins Medium hinein diffundirt wird. Hingegen zeigt μ vor O und μ links oben von O an, dass μ der Coefficient für die $\overrightarrow{\text{diffuse}}$ Reflexion $\overleftarrow{}$ war, wobei die Richtung OJ natürlich nur als Repräsentant für alle möglichen Richtungen links von CC' gelten darf u. s. w.

Nun ist aber folgender Satz zu berücksichtigen:

„Ein Lichtstrahl gelange von dem Punkte A nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen u. s. w. nach dem Punkte B. In A lege man durch seine Richtung zwei beliebige, auf einander senkrechte Ebenen a_1 und a_2, nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei eben solche Ebenen b_1 und b_2 werden durch den Strahl in B gelegt. Alsdann lässt sich beweisen: Wenn die Quantität J nach der Ebene a_1 polarisirten Lichts von A in der Richtung des besprochenen Strahls ausgeht, und davon die Quantität K nach der Ebene b_1 polarisirten Lichts in B ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität J nach b_1

polarisirten Lichts von B ausgeht, dieselbe Quantität nach a_1 polarisirten Lichts in A ankommen"[1]).

Durch successive Anwendung dieses Principes vereinfachen sich unsere Gleichungen ungemein.

In der Richtung HO, die ich mir sehr tief denke[2]), kommt nach Gleichung 6 für $x = \infty$

$$n \cdot J = \frac{\varphi(t)}{-4R^2\pi l(1-a)}. \tag{10}$$

Die diffus in O zerstreute Strahlung ist mJ; es muss daher das Medium eben soviel schiefe Strahlen nach O senden, dass dieser Theil in entgegengesetzter Richtung wieder ersetzt wird, da ja nach dem Helmholtz'schen Satze die einzelnen Summanden gleich sein müssen. Diese letztere Strahlung (Fig. 4) nannten wir q. Es muss also $q = m \cdot J$ oder nach Gleichungen 7 und 10 $m = \mathfrak{q}$ sein.

Von HO gelangt ferner durch diffuse Brechung nJ nach aussen. Auf dem umgekehrten Wege (Fig. 4) gelangt die Menge p nach OH. Es ist also $\mathrm{n} \cdot \mathrm{J} = p$ oder nach 7 und 10 $n = \mathfrak{p}$.

Ferner folgt aus Fig. 4 und aus dem Helmholtz'schen Principe unmittelbar, dass

$$\mu \cdot F(t) = \lambda$$

und

$$\nu \cdot F(t) = k$$

sein muss, so dass von der Gleichung 9 nur mehr über bleibt

$$F(t)(1-\varrho-\mu-\nu) = -\frac{\varphi(t)}{4l(1-a)}(1-r-m-n).$$

Wenn in senkrechter Richtung von aussen die Strahlungseinheit eintritt, sinkt sie im Medium auf $(1-\varrho-\mu-\nu)$; wenn aber in der umgekehrten Richtung HO die Strahlungseinheit auf CC' auffällt, sinkt sie auf $(1-r-m-n)$. Es muss daher

$$1-\varrho-\mu-\nu = 1-r-m-n$$

sein, so dass schliesslich nur mehr die Beziehung über bleibt

$$-4l(1-a) = \frac{\varphi(t)}{F(t)}. \tag{11}$$

Diese Gleichung gilt für eine bestimmte Wellenlänge und gibt mir den Zusammenhang zwischen dem wirklichen Absorptionscoefficienten a und dem wirklichen Ausstrahlungsvermögen $\varphi(t)$.

Wenn ich Gleichung 10 und 11 verbinde, so heisst das: jeder Körper würde, sobald er in der betreffenden Richtung hinlänglich dick

---

1) Helmholtz, Physiologische Optik, S. 169.

2) Es wäre bei Russ etwa 0,07 mm und bei NaCl etwa 3,4 mm. — Villari, Wied Beibl. Bd. 3; Deventer, Wied. Beibl. Bd. 4.

ist, genau so wie ein schwarzer Körper strahlen, wenn es keine Reflexion der Strahlung beim Heraustritte aus dem Medium geben würde. Wenn wir also bei hinlänglicher Dicke, und das strebten die meisten Experimentatoren an, das scheinbare Ausstrahlungsvermögen eines Körpers messen, haben wir nur das Reflexionsvermögen gemessen.

Nach Gleichung 4 misst man aber bei hinlänglicher Dicke statt des Absorptionsvermögens ebenfalls das Reflexionsvermögen. Die allermeisten experimentellen Nachweise des Kirchhoff'schen Gesetzes, sind ungenügend; sie zeigen nur, dass das Reflexionsvermögen innerhalb der beobachteten Temperaturintervalle constant blieb.

Discussion der erhaltenen Gleichung. Wenn ich also die einzelnen Wirkungen der einzelnen Strahlungscentra per Raumeinheit summiren könnte, so wäre das für eine bestimmte Wellenlänge und Temperatur die Zahl $\varphi(t)$. Die Einheit der Länge absorbirt von der Einheit der auffallenden Strahlung eben derselben Wellenlänge den Theil a.

Dann gilt die Reihe

$$a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} + \cdots = \frac{\varphi(t)}{4\,F(t)},$$

wobei $F(t)$ die Strahlung eines schwarzen Körpers bei derselben Temperatur bedeutet.

Diese Gleichung für das wirkliche Absorptionsvermögen weicht von der von Kirchhoff für das scheinbare Absorptionsvermögen aufgestellten etwas ab.

Nun hat man für die Kirchhoff'sche Function in der Natur der Aetherschwingungen mechanische Gründe finden wollen. Diese Anschauung kann beibehalten werden. Der Grund der periodischen Aetherbewegung, als welche wir einen Wärmestrahl aufzufassen genöthigt sind, ist wahrscheinlich eine harmonische Massenbewegung im strahlenden Körper.

Man spricht gewöhnlich von schwingenden Molekülen. Dieser Anschauungsweise vermag ich mich nicht anzuschliessen· Hg-Dampf besteht aus Atomen, welche in unregelmässigen Bahnen hin und her sausen; trotzdem aber haben wir in diesem Falle ein aus vielen Linien bestehendes, sehr complicirtes Spectrum. Es ist also vielmehr wahrscheinlicher, dass die Strahlungscentra innerhalb des Atomes liegen, dessen Untheilbarkeit ja doch nur, eine vorläufige Grenze, den Mängeln der uns zu Gebote stehenden Methoden zuzuschreiben ist.[1])

Nehmen wir nun als Raumeinheit einen Würfel, in welchem ein einziges Strahlungscentrum sich befindet. Es absorbirt dann ein einziges

1) Vgl. Lokyer, Nature t. XIX.

solches Theilchen, dessen Durchmesser dann die Längeneinheit, den Theil a' der auffallenden Strahlung. Dieses a' ist sicher so klein, dass es gegen Eins zu vernachlässigen ist. Es wird also, sowie es sich um Strahlung von einem sehr kleinen Strahlungscentrum handelt, die Absorption für diese Theilchen nach wie vor durch die einfache Kirchhoff'sche Beziehung ausgedrückt. Das muss auch sein, sonst würde ein Strahlungscentrum in der Mitte eines Körpers von selbst immer wärmer oder kälter werden.

Der Widerspruch meiner Formel ist also nur ein scheinbarer, bedingt durch die Anwendung der Infinitesimalrechnung auf Beziehungen, die nicht infinitesimal gedacht werden können.

Hingegen wird aber die Kirchhoff'sche Function keinen Aufschluss geben über die wirkliche Absorption und die wirkliche Strahlung. Ich habe auf Seite 53 gezeigt, wie man a finden kann; $\varphi(t)$ ist dann daraus leicht zu berechnen, sobald ich die absolute Strahlung eines schwarzen Körpers für dieselbe Temperatur und dieselbe Wellenlänge kenne. a und $\varphi(t)$ sind Zahlen, die gewiss Aufschlüsse geben werden über moleculare Vorgänge des Körpers. Kirchhoff stellte sein Gesetz vor mehr als 20 Jahren auf, es lieferte eine in vielen Fällen unersetzbare Methode der chemischen Analyse; trotz unzähliger Versuche aber über Absorption und Strahlung sind wirkliche Beiträge zur „Molecularphysik" wohl nur in sehr geringer Anzahl geliefert worden, die Function selbst ist uns immer noch unbekannt. Sie scheint also nicht so einfach zu sein, wie der berühmte Entdecker der Spectral-Analyse vermuthete, so dass es mir erlaubt schien, in der soeben durchgeführten Weise die Zerlegung dieser Function in ihre physikalischen Summanden anzudeuten.

(Schluss folgt.)

Ueber ein Luftthermometer, dessen Angaben vom Luftdruck unabhängig sind[1]).

Von

A. Michelson.

Durch das Erscheinen der Abhandlung von Pettersson[2]) über ein neues Luftthermometer werde ich veranlasst, früher als beabsichtigt, die Beschreibung eines Instruments zu publiciren, weit einfacher und handsamer als das obige und doch denselben Vortheil bietend, dass seine Angaben vom äusseren Drucke unabhängig sind.

Das Instrument besteht aus einer Glaskugel mit angesetzter Röhre, erstere ungefähr 40 ^{mm}, letztere 2 ^{mm} weit im Lichten. Die Kugel enthält trockene Luft von ca. 100 ^{mm} Quecksilberdruck, welche von dem oberen Theil der Röhre durch einen Quecksilberfaden von beiläufig 100 ^{mm} Länge getrennt ist. Das Quecksilber bleibt in seiner Lage oberhalb der Luft trotz des grossen Durchmessers der Röhre, infolge des Widerstandes des Meniscus gegen eine Deformation. Der Raum über dem Quecksilber ist ein Vacuum.

Es ist also der Druck der Luft in der Kugel constant und gleich dem der Quecksilbersäule über ihr. Wenn die Röhre nicht überall gleichen Durchmesser hat, so ändert sich die Länge des Quecksilberfadens — aber diese Länge kann leicht abgelesen werden und gibt direct den Druck.

Der Druck braucht nicht auf 100 ^{mm} beschränkt zu sein, aber ist er beträchtlich grösser, so wird das Thermometer unbequem lang.

Die einzige Vorsicht, die das Instrument den Quecksilberthermometern gegenüber mehr erfordert, ist, dass die Röhre stets vertical gestellt sein muss.

---

1) Uebersetzt aus American Journ. of Science (3) t. XXIV p. 92.

2) Beibl. 1882, Nr. 5.

XIX. Band. 2. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 2. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Wirkung freier Moleküle auf strahlende Wärme und deren Umsetzung in Schall.

Von

John Tyndall.

(Fortsetzung.)

§ 3. Untersuchungen von Magnus.

Veranlasst durch Versuche von Grove, welche die abkühlende Wirkung von Wasserstoff zeigten, begann Magnus 1860 eine Untersuchung über das Wärmeleitungsvermögen der Gase [1]). Seinen Apparat, in Umrissen seiner eigenen Zeichnung, stellt Fig. 1 dar, wo AB der Recipient für das Gas und C eine mit Wasser gefüllte Flasche ist, welches durch einen Dampfstrom zum Sieden gebracht wurde. Der Boden von C, welcher zugleich die oberste Begrenzung von AB bildete, war die Wärmequelle. Ein Thermometer gf, welches durch einen Kork oder Metallschirm OO′ vor der Strahlung der Wärmequelle geschützt wurde, war dazu bestimmt, die durch Leitung vermittelte Wärme zu messen. Der Recipient AB war in einen Raum gesetzt, der von Wasser einer constanten Temperatur umgeben war. Die Erwärmung des Thermometers wurde, wenn AB ausgepumpt war, verglichen mit der Erwärmung, wenn AB mit verschiedenen Gasen gefüllt war; mit Ausnahme eines einzigen Falles zeigte sich immer die Erwärmung durch das Gas geringer als durch

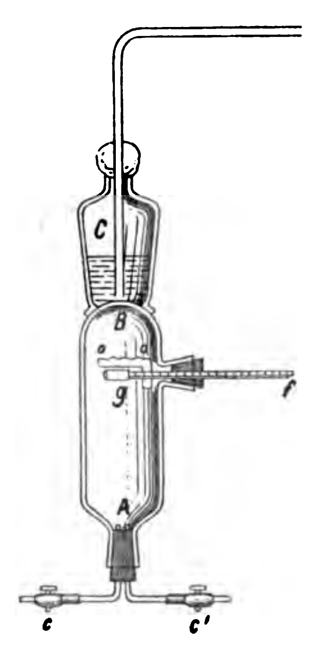


Fig. 1.

[1]) Eine vorläufige Note dieser Arbeit ist veröffentlicht in den Berichten der Berliner Akademie vom 30. Juli 1860. Es ist keinerlei Messung gegeben, doch werden einige Resultate angezeigt. Die Experimente wurden zuerst veröffentlicht in Pogg. Ann. April 1861.

das Vacuum. Diese Ausnahme war Wasserstoff, welcher mehr Wärme zum Thermometer leitete, als durch das Vacuum vermittelt wurde. Der vom Experimentator aus diesem Versuche gezogene Schluss war, dass Wasserstoff die Wärme wie ein Metall leite.

Eine einzige Bemerkung in dieser Note hat Beziehung auf die Diathermansie der Gase; aber diese eine ist bezeichnend. Magnus zweifelte nicht daran, dass jedes seiner Gase die Wärme leite. Es kann da, so nahm er an, nur ein Unterschied des Grades zwischen ihnen und dem Wasserstoffe sein. Woher dann die Erniedrigung des Thermometers? Er antwortete so: »Daraus ist nicht zu schliessen, dass die Gase die Wärme nicht leiten, vielmehr dass in diesem Falle die Leitung so schwach ist, dass sie durch die Adiathermansie aufgehoben wird.« Das sind die einzigen Worte in der Note, welche eine Beziehung auf Strahlung haben.

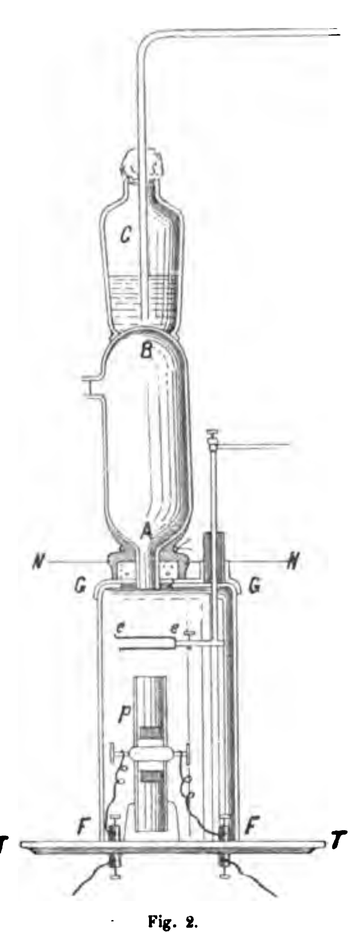


Fig. 2.

In seiner nächsten Untersuchung befasst sich Magnus direct mit dem Gegenstand der Diathermansie; eine vorläufige Note dieser Untersuchung ist in den Monatsberichten vom 7. Februar 1861 veröffentlicht. Diese Note besteht gleich ihrem Vorgänger aus einer allgemeinen und beschreibenden Uebersicht; es sind keinerlei wirkliche Messungen gegeben. Die vollständige Abhandlung wurde zuerst in Pogg. Ann. vom April 1861 veröffentlicht. Zum Zwecke dieser neuen Untersuchung wurde der Apparat, welcher bei den Experimenten über die Leitung der Gase gebraucht wurde, in der in Fig. 2 angegebenen Weise verändert. An den Recipienten AB ist ein zweiter GF angebracht, sie sind beide durch die in der Figur ersichtliche Oeffnung mit einander in Zusammenhang. Der Recipient GF sitzt auf der Platte einer Luftpumpe, auf welcher auch die Thermosäule p, mit der einen Seite o nach oben gegen die Wärmequelle hin gewendet sich befindet. Von der Säule gehen die Drähte durch die Platte der Luftpumpe zum Galvanometer. Mit diesem Apparate ergab sich die Absorption von atmosphärischer Luft und Sauerstoff als 11,12 und

[1]) Insofern diese Vacuumtemperatur die der Seiten des Recipienten überstieg, stammt dieselbe ersichtlich vom Schirme her.

von Wasserstoff als 14,1 % der Gesammtstrahlung. Es zeigte sich also die behauptete Leitung des Wasserstoffs in diesen Versuchen nicht.

Analysiren wir diese Resultate. Bei den ersten Versuchen war die Entfernung des Thermometers von der Wärmequelle 35 mm. Bezeichnete man die Wirkung auf das Thermometer durch das Vacuum mit 100, so fand man die Wirkung durch Luft und Sauerstoff von obiger Dicke als 82. Magnus behauptete, es sei der Verlust von 18 % in Luft und Sauerstoff eine Folge der Adiathermansie dieser Media; zu diesem Procentsatze müssen wir, wenn wir die totale Absorption in Luft finden wollen, noch soviel Wärme addiren, als das Thermometer durch Leitung erreichte.

Gehen wir nun zum modificirten Apparate über, welcher genau nach dem Grössenverhältnisse gezeichnet ist; hier ist das von der strahlenden Wärme durchsetzte Gas über 275 mm lang, während die in den ersten Versuchen durchstrahlte Schichte, wie bereits erwähnt, nur 35 mm lang war. Nun wurde in diesen ersten Experimenten der Luft eine Absorption von 18 %, in den späteren Versuchen jedoch nur eine solche von 11,21 % zugeschrieben. Mit andern Worten, wenn die Länge der Luftschichte mehr als siebenmal so gross wurde, so fiel die Absorption, anstatt zu wachsen, auf mehr als zwei Drittel der Absorption längs der kleineren Strecke. Es ist ganz ersichtlich, dass hier ein von blosser Absorption verschiedener Einfluss ins Spiel kam. Dieser Einfluss war Strömung.

In der Absicht, der Sache auf den Grund zu kommen und die Differenzen zwischen mir und meinem Freunde zu beseitigen oder deren Grund zu erfahren, schlug ich ihm schriftlich den Austausch unserer Apparate vor; er hätte mir seinen Apparat nach London und ich den meinen ihm nach Berlin schicken sollen. Ich construirte später ein Facsimile seines Apparates in London und überzeugte mich durch den wirklichen Versuch, dass derselbe an genau den Fehlern litt, welche ich ihm zugeschrieben hatte. Mit Hilfe von Rauchsäulen und von Ammoniumchlorid liess sich die Thatsache einer Luftströmung dem Auge vollkommen sichtbar machen; ebenso offenbarte das Verhalten des Wasserstoffs unter den gleichen Umständen den Grund, warum dieser im ersten Experimente mehr Wärme als das Vacuum und im zweiten Experimente hingegen weniger Wärme nicht nur im Vergleiche mit dem Vacuum, sondern auch im Vergleiche mit Luft oder Sauerstoff mitführte. In dem einen Falle kam das Thermometer, gegen die Wärmequelle verschlossen, innerhalb des Bereiches der Convectionsströme dieses beweglichen Gases, so dass die Wärme demselben durch die Ströme mitgetheilt wurde. In dem andern Falle war zwischen der Quelle und der Säule, die überdies durch die kleine Oeffnung wirksam geschützt war, eine beträchtliche Entfernung durch welche die Ströme nicht hindurchgehen konnten; trotzdem aber fanden solche im Recipienten AB statt, wo sie die Temperatur der Wärmequelle erniedrigten, ohne das thermoskopische Instrument zu erwärmen.

Die experimentellen Hilfsmittel von Magnus waren gross und er wandte dieselben hier an, die Fehler jedoch seiner Methode waren radical

und unverbesserlich. Diese Fehler erreichte ihren Höhepunkt in den folgenden Untersuchungen von Professor Buff[1]), welcher, im wesentlichen dieselbe Methode verfolgend, zu dem Resultate gelangte, dass eine Luftschichte von $2^1/_2''$ Dicke 60% von der Strahlung einer Quelle von 100° C. absorbire[2]). So fand Buff, dass ölbildendes Gas mehr diatherman ist als Luft, während es doch bei gewöhnlichem Drucke viele 100 Male und bei einem Drucke von $^1/_{30}$ einer Atmosphäre viele 1000 Male opaker für Wärme ist als Luft.

Von diesem Ausgangspunkte aus gelangt Magnus zu den Versuchen mit Wasserdampf. Wenn in seinem Apparate trockene und feuchte Luft verglichen werden, so wird zwischen ihnen kein Unterschied beobachtet. Es würde aber auch, abgesehen von allen Störungen, eine viel feinere und kräftigere experimentelle Anordnung erfordern, als die hier angewandte, wollte man die Wirkung einer 11'' langen Schichte einer Luft- und Wassermischung bei einer Temperatur von nur 15° C. ersichtlich machen. Ueberdies waren Störungen keineswegs ausgeschlossen. Zunächst einmal waren die Strömungen, welche bei trockener Luft die Strahlung um 11,12% fallen liess, mehr als hinreichend, die Wirkung des Dampfes zu maskiren. Zweitens wurde trockene und feuchte Luft mit der Fläche der Säule hintereinander in directe Berührung gebracht. Die Säule wird daher durch jede Temperaturdifferenz zwischen ihr und der Luft berührt, und es kann kaum angenommen werden, dass diese Temperaturen immer gleich waren. Die Säule wurde also beeinflusst durch den Niederschlag und die Verdampfung, welche eintreten, wenn trockene Luft und feuchte Luft hinter einander mit der russgeschwärzten Fläche in Berührung kommen. Magnus schreibt der Vaporhäsion beständig sehr grosse Wirkungen zu. Hier sind die Bedingungen besonders geeignet zur Entfaltung einer Wirkung und jetzt wird ihrer keine Erwähnung gethan. Entweder wurde diese Störung übersehen, oder der Apparat ist zu wenig empfindlich, dieselbe zu zeigen. Diesen beiden Fehlerquellen (Erniedrigung der Temperatur der Quelle durch Strömung und Erwärmung und Abkühlung der Säule durch Berührung, Niederschlag und Verdampfung) fügt sich noch eine andere bei, verursacht durch die Erwärmung, welche eintreten musste, wenn die dynamisch erwärmte Luft in directe Berührung mit der Thermosäule kam, eine Wirkung, welche sich in meinem Apparate stark genug zeigte, um die Galvanometernadel mehr als einmal um den ganzen Kreis zu treiben.

Magnus experimentirte nun mit Glasröhren von 1^m Länge, welche an beiden Enden mit Glasplatten verschlossen waren. Seine Wärmequelle war eine starke Gasflamme, welche wie in den Versuchen von Dr. Franz durch einen parabolischen Hohlspiegel verstärkt wurde. Es

---

[1]) Phil. Mag. (5) t. IV, p. 401. Wegen meiner Antwort siehe Proc. Roy. Soc. t. XXX, p. 10.

[2]) Ibid. t. IV, p. 424, 1877.

wurden zwei Röhren angewandt, die eine innen geschwärzt, die andere ungeschwärzt. Mit der geschwärzten Röhre fand er eine Absorption von 2,44 % für Luft und 3,75 % für Wasserstoff. In der ungeschwärzten Röhre war die Absorption durch Luft 14,75 %, und von Wasserstoff 16,27 % der Gesammtstrahlung.

Ich ging mit der äussersten Sorgfalt an diesen Gegenstand, indem ich sowohl unsichtbare, als sichtbare Wärme anwandte. Wenn ich aber Platten von durchsichtigem Steinsalz anstatt Glasplatten nahm, war es mir unmöglich, die von Magnus erhaltene Wirkung zu bekommen. Er schreibt den Unterschied der Resultate, die er mit der geschwärzten und ungeschwärzten Röhre erhielt, einem Wechsel der Qualität der Wärme zu, welcher durch die Reflexion der Wärme an der Innenfläche der einen Röhre verursacht wird. Mit Steinsalzplatten jedoch tritt, obgleich die Reflexion bleibt, keinerlei Wechsel in der Qualität der Wärme ein. Meine Stellung gegenüber diesen Experimenten ist daher ähnlich jener in bezug der Versuche des Dr. Franz. Die mit Luft, Sauerstoff und Wasserstoff erhaltenen Resultate sind, wie ich glaube, eine Folge der Abkühlung der erwärmten Glasverschlüsse der Röhre durch die kalten Gase und eine Folge der daraus entstehenden Erniedrigung der secundären Strahlung.

Es wurde von Magnus selbst gezeigt und ist überdies auf den ersten Blick ersichtlich, dass die ungeschwärzte Röhre eine viel grössere Wärmemenge zu jener Glasplatte lässt, welche der Thermosäule zunächst ist, als wie die geschwärzte Röhre. Da die Platte durch die Wärmequelle mehr erhitzt wurde, wird sie auch durch den Eintritt der Luft mehr abgekühlt. Das stärkere Abkühlungsvermögen des Wasserstoffs ist dann der Grund für das Steigen der supponirten Absorption von 14,75 auf 16,27 %. Mit Kohlensäure entdeckte Magnus einen Unterschied, welcher Dr. Franz entgangen war. Anstatt die Wirkung dieses Gases der Luft gleich zu setzen, fand er für die von Kohlensäure ausgeübte Absorption in einer geschwärzten Röhre 8,19 % und in einer ungeschwärzten Röhre eine Absorption von 21,92 %. Hier mischt sich wirkliche Absorption mit der Wirkung der blossen Abkühlung, während bei noch stärkeren Gasen die Wirkung der Abkühlung im Verhältnisse immer mehr und mehr zurücktritt.

So beschaffen waren die Versuche, welche zunächst die Stellung dieses berühmten Mannes gegenüber jenen Theilen meiner Arbeit kennzeichnete, die auf die Wirkung von Luft und Dampf unserer Atmosphäre auf strahlende Wärme Bezug nahmen. In der Vertheidigung seiner Position gebrauchte er all die Hilfsquellen vorzüglicher Geschicklichkeit und langer Erfahrung. Doch war seine Stellung keineswegs eine nur defensive. Er war völlig und vollständig eingedrungen in die Gefahren — und diese existiren wirklich — welchen die von mir verfolgte Methode ausgesetzt ist. Ich hatte meine Versuchsröhre mit Platten von durchsichtigem Steinsalz verschlossen; er betonte nun den hygroskopischen Charakter dieser Substanz. Indem er Steinsalz neben ein Wassergefäss legte, fand

er, dass es ganz tropfbar nass wurde[1]). Daher schloss er, dass ich anstatt der Wirkung des Dampfes in Wirklichkeit die Wirkung des Salzwassers gemessen hätte. Das konnte ich jedoch nicht zugeben. Ich hatte die Gefahr vorgesehen und dieselbe vermieden. In vielen 100 Fällen wurden die Steinsalzplatten von der Versuchsröhre entfernt, nachdem dieselbe mit gewöhnlicher Luft, welche die Absorption hervorgebracht hatte, gefüllt war, und man fand dieselben so trocken wie polirte Glasplatten. Durch eine Woche hindurch führte ich meine Versuchsreihe abwechselnd mit trockener und ungetrockneter Luft, wobei ich die Steinsalzplatten jeden Abend, während feuchte Luft die Röhre füllte, entfernte. Ihre Trockenheit und Politur zeigten sich unverletzt[2]). Ich habe die Versuchsröhre häufig mit Licht überfluthet und genau Acht gegeben, ob sich irgend eine Trübung am Steinsalz oder an den Innenflächen zeigte, wenn die feuchte Luft eintrat. Es fand sich nichts von dieser Art. Ich liess schliesslich die Steinsalzplatten bei Seite und erhielt in einer an beiden Seiten geöffneten Röhre wesentlich dieselben Resultate, wie wenn die Röhre mit Platten von Steinsalz verschlossen war.

Im Jahre 1862 kam Magnus nach London. Er hatte vorher über jene Punkte, wo zwischen uns eine Meinungsverschiedenheit herrschte, gearbeitet und seinen ersten Schluss bestätigt. Er fand die Wirkung der Luft ziemlich beträchtlich und die des Wasserdampfes gleich Null. Ich hatte gleichfalls weiter gearbeitet, aber mit einem ganz verschiedenen Erfolge. Beide hofften wir, dass während seines Besuches unsere Unterschiede ausgeglichen würden. Ich zeigte ihm mit meiner geschlossenen Versuchsröhre die Neutralität von trockener und die Wirkung von feuchter Luft, und während letztere in der Röhre war, nahm ich die Steinsalzplatten weg und gab sie ihm in die Hand. Er betrachtete sie genau, fuhr mit seinem Sacktuche über dieselben und gestand frei und bestimmt, dass sie vollkommen trocken seien. Ich führte dann in seiner Gegenwart die Versuche mit der offenen Röhre aus und erreichte wieder dieselben Resultate, welche ich vorher veröffentlicht hatte. Ich unterwarf die Methode der Compensation einer strengen Prüfung und zeigte ihm, wie genau dieselbe gemacht werden konnte. Er bekannte offen seine Unfähigkeit, irgend einen Fehler in meinen Experimenten zu entdecken und machte mit Ausnahme eines besonderen Falles keinen Versuch die Verschiedenheit unserer Resultate zu erklären. Er gab nämlich für die von mir beobachtete Unwirksamkeit der trockenen Luft die Stellung meiner Thermosäule als Grund an, da zwischen dieser und der Versuchsröhre ein Luftraum dazwischen war. Er betonte, und zwar mit Recht, dass die Wärme, obgleich die Wärmestrahlen aus einem Vacuum in die

[1]) Es hat Professor Dewar gezeigt, dass eine trockene Platte von Steinsalz, wenn man dieselbe durch 5 Minuten gesättigtem Wasserdampfe aussetzt, eine mittels empfindlicher Waage messbare Gewichtszunahme erfährt.

[2]) Diese Herrschaft über den Apparat wurde nur durch Uebung erlangt. Irgend eine Vernachlässigung einer Vorsichtsmaassregel zeigte sich gleich an der Beschaffenheit der Steinsalzplatten.

Röhre eintraten, so doch, wenn die Luft zwischen der Säule und der Röhre den von ihm behaupteten Effect verursachen könnte, ihrer absorbirbaren Strahlen auch beraubt würde, noch bevor die trockene Luft in die Versuchsröhre eingetreten; so wäre dann die Unwirksamkeit der trockenen Luft eine selbstverständliche Folge. Diese Logik war treffend; ich aber wusste, dass ihre Basis mehr als zweifelhaft, und fragte ihn daher, ob eine Schichte von $^1/_{20}$ Zoll Dicke zwischen Säule und Röhre irgend einen merklichen Effect hervorbringen würde. Seine Antwort war eine bestimmt verneinende. Es wurde daher in den folgenden Experimenten der konische Reflector von der Thermosäule entfernt und letztere so an die Versuchsröhre gestellt, dass ihr schmales Ende unmittelbar gegen die Steinsalzplatten stand. Die Fläche der Säule stand dann in einer Entfernung von weniger als $^1/_{20}$ Zoll vor der Steinsalzplatte und bei dieser Anordnung wurden meine früheren Messungen, welche reine Luft für strahlende Wärme als factisches Vacuum hinstellten, ganz genau bestätigt.

Der wohlverdiente Ruf von Magnus als Experimentator und seine persönliche Freundlichkeit mir gegenüber liessen es mir besonders wichtig erscheinen, mich mit jeder seiner Vermuthungen ehrfurchtsvoll zu befassen. Nun erwähnte er einst, dass vielleicht die von mir dem Wasserdampfe zugeschriebene Absorption in Wirklichkeit eine Folge des Rauches und Staubes sei, welcher in der Londoner Luft suspendirt ist. Diesem zu entgegnen, brachte ich selbst Luft von der Insel Wight und liess mir solche von Epsom Downs und anderen Plätzen bringen; die in derartiger Luft suspendirten Wasserdämpfe fand ich 60 bis 70mal kräftiger als die Luft selbst. Ueberdies wurde Londoner Luft von den suspendirten Substanzen befreit, und, wenn trocken, untersucht: sie erwies sich neutral. Dieselbe Luft wurde dann feucht gemacht, ihre Absorptionskraft war wieder hergestellt. Dann führte ich Rauch, von trockener Luft getragen, in die Versuchsröhre ein, bis derselbe an Dichtigkeit weit jenen in der Londoner Luft suspendirten überragte, auf welchen Magnus meine Aufmerksamkeit gelenkt hatte. Die durch diesen Rauch aufgefangene Wärmemenge war nur ein Bruchtheil der vom vollkommen undurchsichtigen Wasserdampfe absorbirten Quantität.

Bei seiner Rückkehr nach Berlin nahm er seine Arbeiten wieder vor. Die Versuche mit der offenen Röhre machten einen besonderen Eindruck auf ihn und er richtete auf diesen Punkt sein Hauptaugenmerk: »Das Resultat dieses Versuches«, schreibt er, »war mir so auffallend, so wenig in Uebereinstimmung mit dem, was ich auf anderem Wege gefunden, dass ich nach Hause zurückgekehrt ihn zu wiederholen beschloss.« Er that so und mit folgendem Resultate: »Ich habe«, sagt er, »viele hundert Mal das abwechselnde Einblasen von trockner und feuchter Luft wiederholt, aber auch nicht ein einziges Mal hat der Ausschlag einer stärkeren Absorption durch feuchte Luft entsprochen.«[1])

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 118, S. 580, 1863. Phil. Mag. t. XXVI, p. 25, 1863.

Feuchte Luft bringt in seinen Versuchen eine Wärmeablenkung hervor, trockene Luft eine Ablenkung von Kälte — ein dem meinen diametral entgegengesetztes Resultat. In London hatte er gesehen, dass meine Ablenkungen genau so gross waren, wie ich behauptet, er hatte aber kein besonderes Augenmerk darauf gerichtet, ob sie in der richtigen oder entgegengesetzten Richtung erfolgten. In diesem neuen Versuch jedoch glaubt er den Grund dafür gefunden zu haben. Erreicht die bewegte Luft die Fläche der Thermosäule, so erzeugt sie, wenn feucht, Wärme durch Condensation, und, wenn trocken, Kälte durch Verdampfung.

Ich las den Bericht dieser Versuche mit einiger Bestürzung; denn es wurde mir daraus klar, dass Magnus keineswegs jene ängstliche Sorgfalt gehandhabt, welche ich auf meine Arbeit verwendet. Ich dachte nun, dass das Zeugnis eines unabhängigen Beobachters die Sache richtig stellen würde. Mein Apparat wurde demgemäss, sorgfältig adjustirt, dem Dr. Frankland übergeben, welcher jeden Punkt genau prüfte, der in dem Einwurfe von Magnus enthalten war oder daraus folgte. Er bestätigte alle meine Resultate. Seine Meinung in betreff der Genauigkeit der Compensationsmethode ist werth erwähnt zu werden. »Zum Schlusse«, so schreibt er, »kann ich nur mein Erstaunen und meine Bewunderung ausdrücken über die Genauigkeit und die Schärfe der Angaben Ihres Apparates. Bevor ich damit gearbeitet, hätte ich nicht gedacht, dass es möglich ist, diese Eigenschaften in solcher Vollkommenheit bei Bestimmung von so übertriebenen Feinheiten zu erhalten.«[1]) Diesem sei noch das folgende Zeugnis von Professor Wild, gegenwärtig an der Universität zu Petersburg, beigefügt, der denselben Gegenstand sorgfältigst bearbeitete. »In allen meinen nach der Methode Tyndall's ausgeführten Experimenten«, sagt er, »welche mehr als 100 genaue Beobachtungen umfassen, habe ich niemals einen Ausschlag der Galvanometernadel beobachtet, welcher den Ansichten Tyndall's widersprechen würde.«[2])

In einer überaus schönen Abhandlung, deren Uebersetzung im Philosophical Magazine vom October 1866 erschienen ist, vergleicht der Petersburger Naturforscher die von Magnus und die von mir befolgten Methoden. Eine nicht genügende Empfindlichkeit und die Störungen in Folge der Luftströme veranlassten ihn, wie er sagt, die Methode von Magnus aufzugeben. »Wenn daher auch«, fährt er fort, »die letztere Methode der Untersuchung der Absorption in der Hand eines so gewandten Experimentators wie des Herrn Magnus geeignet sein dürfte, absolute Werthe mit grosser Sicherheit zu bestimmen, so glaube ich meinen Erfahrungen zufolge hinsichtlich der leichteren Erzielung mehr qualitativer (quantitativer) Resultate, sowie in Bezug auf Empfindlichkeit

[1]) Die gesammte hier angewandte Strahlung machte gegen 86,2° aus. Diese überaus starke Ablenkung wurde durch die Strahlung vom Compensationswürfel her aufgehoben. Die beiden Quellen waren aber so genau ausgeglichen, und die Strahlung an beiden Seiten war so constant, dass die Bestimmungen mit Leichtigkeit und ohne merkliche Störung oder Schwankung ausgeführt werden konnten.

[2]) Phil. Mag. (4) t. XXXII, p. 252.

unstreitig der Tyndall'schen Methode den Vorzug geben zu müssen. Wegen dieser grösseren Empfindlichkeit hauptsächlich halte ich denn auch, trotz der negativen Resultate nach der Methode des Herrn Magnus, eine höhere Absorption der feuchten Luft als der trockenen durch die Versuche nach der Tyndall'schen Methode als sicher erwiesen und bin der Absicht, dass die Meteorologie ohne Zaudern diese neue Thatsache als Erklärungsprincip für manche bis dahin mehr oder minder räthselhafte Erscheinung verwenden könne.«

Im Jahre 1866 änderte Magnus die Methode seiner Versuche, indem er die Frage nach der Absorption durch Beobachtungen über Strahlung zu lösen suchte. »Ich habe«, sagt er, »einige Bestimmungen der Ausstrahlung von trockener und feuchter Luft und einigen anderen Gasen und Dämpfen ausgeführt.« »Man hat nämlich,« fährt er fort »bisher bei diesen Körpern ihre Absorption und Ausstrahlung nur durch ihr Vermögen, die Wärme durchzulassen, bestimmt.«[1] Er beschreibt dann seine Anordnung: »Die Luftarten oder Dämpfe wurden durch ein Rohr aus Messing geleitet, das 15mm inneren Durchmesser hatte und horizontal befestigt war. Durch Gasflammen wurde dasselbe erhitzt. Das eine Ende desselben war nach oben gebogen, damit die erwärmte Luft senkrecht in die Höhe strömte. In der Entfernung von 400mm von diesem aufsteigenden Luftstrome war die Thermosäule aufgestellt.« Trieb man trockene Luft durch die Röhre, so war die erzeugte Ablenkung drei Theilstriche der Scala, wurde aber Luft, welche Wasser von der Temperatur 15° C. passirt hatte, durch die Röhre getrieben, so stieg die Ablenkung auf fünf Theilstriche; wenn das Wasser auf 60 bis 80° C. erwärmt wurde, war die Ablenkung 20 Theilstriche, und als das Wasser zum Sieden gebracht wurde, war die Ablenkung 100 Theilstriche. Indess wurde bei diesem letzten Versuch ein Nebel sichtbar, so dass man, wie auch betont wurde, die Strahlung als nicht nur von reinem Dampfe herrührend annehmen musste. In den anderen Fällen war kein Nebel sichtbar; man schloss aber nichts destoweniger, dass die Ablenkung von 20 Theilstrichen eine Folge des Nebels war, welcher sich an den Grenzen des aufsteigenden Luftstromes bildete.

Ich wäre geneigt, diese Versuche als zu meinen Gunsten sprechend aufzufassen. Der erste derselben gibt meiner Meinung nach nicht die Strahlung von trockener Luft, sondern die von den umliegenden Wasserdämpfen, welche durch die trockene Luft erwärmt würden. Dass im zweiten Experimente die Ablenkung sehr klein war, ist nicht erstaunlich. Die Strahlung, welche ein Luftstrahl von nur 15mm Durchmesser und von jenem Feuchtigkeitsgehalte, der bei 15° C. aufgenommen werden kann, gegen die Säule sendet, muss unter allen Bedingungen sehr klein sein. Im gegenwärtigen Falle wurde aber diese kleine Strahlung noch dadurch vermindert, dass die Wärme durch eine Länge von 400mm unge-

[1]) Dies ist Unachtsamkeit. Ausführliche Experimente über Strahlung von Gasen und Dämpfen wurden viele Jahre früher gemacht und veröffentlicht.

trocknete Luft hindurchging. Ich möchte dann die Erklärung des dritten Versuches bezweifeln und nach jenen Gründen fragen, kraft deren man einen Nebel sich vorstellen soll, der nicht sichtbar ist. Selbst das vierte Experiment, wo der Nebel sichtbar war, enthält, daran zweifle ich nicht, ein gemischtes Resultat; ein Theil der Wirkung, und wahrscheinlich der geringste Theil, ist eine Folge des Nebels und der andere Theil eine Folge des Dampfes.

Mit bezug auf die Strahlung des Wasserdampfes ist das folgende Experiment typisch für einige hundert, die ich zu machen Gelegenheit hatte. Ein Brenner, bestehend aus zwei Ringen mit zahlreichen kleinen Oeffnungen, wurde in einen viereckigen Blechkamin gestellt. In einer gewissen Höhe über dem Brenner war der Kamin durchbrochen, so dass die Strahlung der erhitzten Gassäule in dem Kamine die entfernte Thermosäule erreichen konnte. Die gegen die Säule stehenden Seiten des Kamins waren mittels Schirmen so bedeckt, dass die Strahlung des Kamins selbst gleich Null war. Der Brenner würde mit einer Flasche comprimirten Wasserstoffes verbunden und das Gas angezündet. Eine Säule heissen Dampfes stieg von dem Brenner auf und ging an der Oeffnung im Kamin vorbei, durch welche dieselbe ihre Strahlen gegen die Säule sandte. Zuerst wurden bloss ganz kleine Flammen angewendet, trotzdem aber war die von denselben aufsteigende Dampfsäule eine permanente Ablenkung von

$$40^{\circ}$$

hervorzubringen. Eine kleine Vergrösserung der Flammen trieb die Nadel auf

$$60^{\circ}.$$

Eine noch weitere Vergrösserung trieb sie auf

$$75^{\circ}.$$

Diese letzte Ablenkung entsprach mehr als 400 von den Einheiten in der Nähe des Nullpunktes.

Die strahlende Säule war hier ziemlich weit über der Flamme. Um die Beschaffenheit dieser Säule zu untersuchen, wurde ein concentrirter Lichtstrahl auf dieselbe gerichtet. Es gab da keinerlei Niederschlag. Im Gegentheil, die in der Kaminluft suspendirten Theilchen waren weniger zahlreich als in der Nachbarschaft. Anstatt eines weissen Nebels hatten wir hier jene Schwärze, welche eine Folge der Zerstörung der schwebenden Theilchen durch die Hydrogenflamme ist.

Sowie man die Flamme abdrehte, kehrte die Nadel sogleich auf Null zurück.

In seinen Einwürfen arbeitet Magnus zum grössten Theile mit wahren Dingen, er irrte aber in der Ausdehnung ihrer Wirkung. Ich verneinte niemals die Existenz jener Gefahren, welche er betonte. Der hygroskopische Charakter des Steinsalzes z. B., auf welchen er so oft zurückkommt, kann nicht in Frage gestellt werden. Es hat besonders, wenn es kalt ist, eine grosse Anziehungskraft für Feuchtigkeit. Meine Erfahrung über diesen Punkt ist eine sehr ausgedehnte gewesen und ich

wandte dieselbe bei der Ausführung meiner Versuche an. Diese wurden, wie ich so oft gezeigt, mit Salzplatten, so trocken wie Platten von Glas oder Bergkrystall, ausgeführt. Auch verzichtete ich, da ich die Thatsache, dass Steinsalz hygroskopisch ist, zugestand, auf deren Anwendung.

Eine ähnliche Bemerkung bezieht sich auf die letzte Lösung, welche mir Magnus wegen der Meinungsdifferenzen zwischen uns vorschlug. Im Jahre 1867 zeigte er, dass Dämpfe durch Oberflächen-Anziehung in viel grösserem Umfange niedergeschlagen werden als er vorher vermuthet. Durch das Einblasen von Luft, welche mit Dampf beladen war, in eine Röhre entstand Wärme. Er schloss, und zwar mit Recht, dass diese Wärme durch die Condensation entstand, welche an der Innenfläche eintrat. Diese Condensation fand er von dem Zustande der Fläche abhängig, sie war grösser, wenn dieselbe beschmutzt oder bestrichen, als wenn sie polirt war. Er sättigte Luft mit Feuchtigkeit bei einer Temperatur von 16° C. und erhitzte dann diese sowohl als auch die Säule auf eine Temperatur von 38°. Wenn solche Luft gegen die trockene Fläche der Säule geblasen wurde, entstand Wärme. Es fand also an einer Fläche, welche 22° höher als der Thaupunkt war, Condensation statt. Dagegen habe ich nichts zu sagen. Diese Thatsache rechtfertigt aber keineswegs den von ihm gezogenen Schluss, welcher lautete, dass die Dämpfe in meiner Versuchsröhre durch »Vaporhäsion« in flüssige Schichten von grosser Adiathermanität für strahlende Wärme verwandelt würden; diese Schichten wirkten auf die an der Innenfläche der Röhre streifenden Wärmestrahlen und brächten jene Absorption zu Wege, welche ich irrthümlicher Weise den Dämpfen zuschrieb. Noch mehr, man nahm an, dass die flüssige Schichte in discontinuirliche Theile zerfalle, welche nicht nur die Wärme absorbiren, sondern sogar zerstreuen. Die Vaporhäsion, das mag noch hinzugefügt werden, fand man verschieden bei verschiedenen Flüssigkeiten, besonders stark wäre dieselbe bei Anwendung von Alkohol.

Magnus unterwarf diesen Schluss einer Prüfung, es gelang ihm aber nicht ihn zu bestätigen. Er trieb feuchte Luft gegen einen Spiegel, von welchem strahlende Wärme reflectirt wurde; obgleich er aber den Spiegel ersichtlich benetzte, so wurde auf den reflectirten Strahl trotzdem keinerlei Wirkung ausgeübt. Er meinte aber noch, dass eine oft wiederholte Reflexion eine Wirkung merklich machen würde, die bei einer Reflexion übersehen wird. Meine Stellung ist hier klar. Ich bezweifle die Oberflächen-Anziehung nicht und leugne auch nicht das Dasein eines unmerkbaren Hauches. Es wurde nimmer ein Experiment gemacht, wo ein solcher Hauch nicht vorkam; derselbe hatte aber auf meine Versuche ebenso wenig Wirkung wie auf die von De la Prevostaye und Desains, und auf die anderer geschickter Experimentatoren[1]).

[1]) Mit Rücksicht auf die Stärke des Wassers als Radiator, welche nach Leslie sogar die des Russes übertrifft, würde jene Schichte dieser Flüssigkeit, welche die Silberplatte bei den Versuchen der beiden französischen Naturforscher hat bedecken müssen, die Emission beträchtlich erhöht haben, wenn Magnus Recht hat. Nennen

Schon im Jahre 1859 war ich mir der Gefahr bewusst, welche von Condensation herrühren könnte. Gewarnt durch die Wirkung des Chlors auf meine kupferne Versuchsröhre, schwärzte ich dieselbe inwendig mit Russ, und prüfte so alle meine Dämpfe noch einmal. Das Ergebnis befreite meinen Geist von jeglichem Argwohne, dass Oberflächencondensation irgend etwas mit der beobachteten Absorption zu thun habe. Es wurden später zu meiner eigenen Sicherheit und Belehrung viele ähnliche Versuche mit geschwärzten Röhren gemacht. Es ergaben sich da keine wesentliche Unterschiede zwischen den Resultaten, welche ich mit solchen Röhren und jenen, welche ich mit polirten Röhren erhielt, wo innere Reflexionen ins Spiel kamen.

Dies sind die hervorragendsten Gesichtspunkte und Phasen der Discussion, welche, obgleich sie nur auf ein kleines Stück meiner Arbeit sich bezog, so doch einen beträchtlichen Aufwand an Zeit verbrauchte. Andere geschickte Experimentatoren haben dies Feld betreten, unter diesen als letzte die Herren Lecher und Pernter. Diese haben eine lange und gelehrte Abhandlung in Wiedemann's Annalen veröffentlicht, welche im Philosophical Magazine vom Januar 1881 übersetzt ist[1]). Mit Bezug auf die Wirkung des Wasserdampfes treten sie besonders bestimmt auf und ihr Schluss ist, »dass feuchte Luft die Strahlen einer Wärmequelle von 100° C. nicht merklich absorbire«. In der That, sie finden feuchte Luft ein wenig transparenter als ein Vacuum. »Keine denkbare Fehlerquelle«, versichern sie, »wurde hier ausser Acht gelassen.« Das Arrangement des Einfüllens der feuchten Luft wurde variirt, man liess die Luft durch lange Zeit über dem Wasser im Gasometer stehen, und diese feuchte Luft wurde dann durch mehrere Waschflaschen hindurch in den Versuchsraum geleitet, doch mit demselben negativen Resultate. Die Herren Lecher und Pernter schreiben, genau wie Magnus, meine Resultate der Condensation von flüssigen Schichten an den Steinsalzplatten und an der polirten Innenfläche meiner Röhre zu[2]).

wir die Emission von Russ gleich 100, so ist die des polirten Silbers mehr, der der Wasserschichte nur 2,1.

[1]) Wien. Ber. 82. Wied. Ann. XII.

[2]) Wie sehr ich auch anderweitig mit Lecher und Pernter nicht übereinstimme, so trete ich ihrer offenen Bemerkung bei, dass wenig andere Fragen der Experimentalphysik so grosse Schwierigkeit bieten, wie die hier in Betracht kommenden. Auch sehe ich keinen Grund, ihren Schlussworten nicht beizupflichten, dass „die ganz ausserordentliche Schwierigkeit einer derartigen Untersuchung reichlich vergolten wird durch Erzielung quantitativer Resultate, während das entsprechende optische Gebiet — unvergleichlich leichter — stets mehr qualitativer Natur bleiben wird." Diese da angedeutete Schwierigkeit ist es, welche schon so viele berühmte Experimentatoren auf diesem Feld der Forschung sich verirren liess. Ich möchte hier noch erwähnen, dass ich zwar unmittelbar nach Empfang ihrer Abhandlung an die HH. Lecher und Pernter geschrieben habe, dass jedoch meine Mittheilung durch das Bureau der unbestellbaren Briefe von Wien zurückgesandt wurde.

(Fortsetzung folgt.)

Ueber Ausstrahlung und Absorption.

Von

Dr. Ernst Lecher.

(Schluss.)

2. Absorption und Ausstrahlung bei verschiedener Temperatur.

Folgerungen aus Kirchhoff's Gesetz. Die Gleichung 1

$$\alpha_t = \frac{f(t)}{F(t)}$$

gilt sowohl für die Gesammtstrahlung als auch für die einzelnen Wellenlängen. Daraus folgt unmittelbar

$$\alpha_t : \alpha_{t'} = \frac{f(t)}{f(t')} : \frac{F(t)}{F(t')}. \tag{12}$$

Es verhalten sich also die Absorptionsvermögen einer beliebigen Schichte eines beliebigen Körpers bei zwei verschiedenen Temperaturen, *sowohl* gegenüber der Gesammtstrahlung als auch gegenüber den *einzelnen* Wellenlängen, genau ebenso, wie der Ausstrahlungsanstieg der untersuchten Schichte zum Ausstrahlungsanstieg eines total schwarzen Körpers. Die Aenderung des Absorptionsvermögens mit der Temperatur wird also um so geringer sein, je ähnlicher der Zusammenhang zwischen Strahlung und Temperatur für den betrachteten und für einen schwarzen Körper ist.

Ausser dieser Aenderung des Absorptionsvermögens mit der Temperaturänderung beider Flächen lässt sich noch eine zweite Aenderung ins Auge fassen, welche von der Temperaturänderung der strahlenden schwarzen Fläche allein herrührt.

Unabhängigkeit des scheinbaren Absorptionsvermögens von der Temperatur des strahlenden Körpers. Bei jeder wie immer gearteten Betrachtungsweise auf vorliegendem Gebiete muss als erste Grundlage das Gesetz aufgestellt werden, dass die wirkliche Absorption a unabhängig ist von der Grösse der Amplitude der einfallenden Strahlung; man könnte ja im entgegengesetzten Falle nie berechnen, was eine x Mal so dicke Schichte absorbirt, wenn die Absorption der Längeneinheit gegeben ist, weil beim Eindringen der

Strahlung in den Körper die Amplituden immer kleiner werden. In ganz derselben Weise ist auch das reflectirte Licht immer derselbe Bruchtheil des einfallenden, wie gross auch des letzteren Intensität sein mag. Diese Ansicht findet sich bekanntlich in den theoretischen Arbeiten von Fresnel, Cauchy u. s. w. und ist auch noch nie eine gegentheilige experimentelle Erfahrung gemacht worden. Wenn also ϱ in unserer Formel für verschieden starke Zustrahlung gleich bleibt, dann muss aus denselben Gründen die diffuse Zerstreuung von der Intensität der einfallenden Wellenbewegung unabhängig bleiben, da ja die Ursache dieser Zerstreuung in der Unebenheit der Trennungsfläche zu suchen ist und so der eigentliche Ursprung derselben gleichfalls eine regelmässige Reflexion bildet. Nachdem so ϱ und μ von der Intensität der einfallenden Strahlung unabhängig sind, muss das auch beim zerstreut gebrochenen Lichte, bei ν der Fall sein.

Es ist daher auch die aus allen diesen Theilen zusammengesetzte scheinbare Absorption unabhängig von der Intensität der auffallenden Strahlung. Man sieht also, dass die Temperatur des strahlenden, schwarzen Körpers für den Absorptionscoefficienten ohne Einfluss ist. Wie verhält es sich aber mit der Temperatur der empfangenden Fläche? Was wird absorbirt, wenn auch die Temperatur der empfangenden Fläche immer mehr und mehr erhitze?

Abhängigkeit des scheinbaren Absorptionsvermögens von der Temperatur der empfangenden Fläche. Hier ist zunächst sehr zu betonen, dass die Aenderungen des Reflexionsvermögens und die eventuelle Aenderung des wirklichen Absorptionsvermögens immer scharf getrennt werden müssen.

ϱ ist sicher mit der Temperatur veränderlich, doch werden diese Aenderungen, so lange nicht ein anderer Aggregatzustand des Körpers eintritt, nicht sehr bedeutend sein. Das Reflexionsvermögen wird als Function des Brechungsexponenten angesehen, und da letzterer, besonders bei festen Körpern, sich sehr wenig mit der Temperatur ändert, wird auch ϱ sich ziemlich gleich bleiben.

Ich denke mir nun einen Körper, wo das der Fall ist oder einen solchen, wo ϱ so klein ist, dass dessen Aenderung auf α keinen Einfluss hat. Dann wird α nur beeinflusst werden durch Aenderungen von a. Ueber die Abhängigkeit dieses wirklichen Absorptionsvermögens a von der Temperatur des betreffenden Körpers lässt sich im Vornhinein wohl kaum etwas Bestimmteres sagen. a kann veränderlich sein, a kann constant sein. Aber die Phänomene sind anzugeben, die, je nachdem die eine oder die andere Hypothese richtig wäre, beobachtet werden müssten.

Wenn a mit steigender Temperatur grösser oder kleiner wird, so kommt die Strahlung bei höheren Temperaturen aus geringer oder grösserer Tiefe, die Anzahl der wirksamen Strahlungscentra wird dann vermindert oder vermehrt. Diese Complication der Erscheinung ist viel grösser als sie auf den ersten Blick erscheint. Für diesen Fall gäbe es eine Arbeit von solchem Umfange, dass ein Ziel einstweilen noch nicht abzusehen.

Man findet gewöhnlich angegeben, dass α_t mit steigender Temperatur steigt[1]); ja man hat sogar höchst merkwürdige Schlüsse in dieser Richtung gezogen. Denken wir an die Gleichung $f(t) = \alpha_t F(t)$:

„Da nun mit steigender Temperatur im Werthe von $f(t)$ nach den bisherigen Beobachtungen als wachsend gefunden wurden, so werden auch die Werthe von α_t bei höherer Temperatur im Allgemeinen grösser als bei niedriger Temperatur vorausgesetzt werden müssen.“[2]) Der Werth einer derartigen Schlussfolgerung richtet sich selbst; ist doch auch $F(t)$ variabel mit der Temperatur.

Ueber die Constanz des wirklichen Absorptionsvermögens. Wenn ich dagegen a als constant ansehe, dann werden die meisten verwickelten und einander oft widersprechenden Angaben aus vorliegendem Gebiete klar und einfach. Die von mir umgestaltete Form der Kirchhoff'schen Beziehungen wird ungemein übersichtlich. Kirchhoff selbst hofft, dass seine Function „unzweifelhaft von höchst einfacher Form ist, wie alle Functionen es sind, die nicht von den Eigenschaften der einzelnen Körper abhängen, und die man bisher kennen gelernt hat.“[3])

Wenn man aus der Constanz von a Consequenzen zieht, so kommt man dabei auf Dinge, die mir überaus wichtig schienen und die gewiss sehr einfach sind. Dass ich mich zunächst einer nur schwer beweisbaren Hypothese, dessen bin ich mir stets bewusst, in die Arme geworfen habe, hat seinen Grund in ähnlichen Empfindungen, wie sie Helmholtz in der Einleitung seiner physiologischen Optik schildert:

„Es musste am Ende der Versuch gemacht werden, Ordnung und Zusammenhang in dieses Gebiet hineinzubringen und es von den auffälligen Widersprüchen zu befreien, die sich bis jetzt durch dasselbe hinzogen. Ich habe dies gethan in der Ueberzeugung, dass Ordnung und Zusammenhang, selbst wenn sie auf ein unhaltbares Princip gegründet sein sollten, besser sind, als Widersprüche und Zusammenhanglosigkeit.“ Dieses vielleicht unhaltbare Princip, welches ich betrachten

---

[1]) Wüllner Bd. 2 S. 255.

[2]) Zöllner, Pogg. Ann. Bd. 142 S. 105. Ich habe nur andere Buchstaben eingeführt.

[3]) Pogg. Ann. Bd. 109 S. 292.

will, ist die Constanz des wirklichen Absorptionsvermögens, welcher Gedanke jedoch in seinen Consequenzen immer einleuchtender werden wird.

Die Ausstrahlung neuer Wellenlängen bei höheren Temperaturen. Mit Gleichung 10 vereinigt, gibt unser neuer Grundsatz

$$-4l(1-a)=\frac{\varphi(t)}{F(t)}=\frac{\varphi(t')}{F(t')}. \qquad (13$$

Das wirkliche Ausstrahlungsvermögen ist immer der gleiche Bruchtheil des Ausstrahlungsvermögens eines schwarzen Körpers. Dies gilt zunächst für eine bestimmte Wellenlänge.

Nun absorbirt Russ selbst bei gewöhnlicher Zimmertemperatur die äussersten violetten Strahlen[1]), er muss daher auch bei eben dieser Temperatur nach dem Kirchhoff'schen Gesetze Strahlen aussenden. Wenn irgend ein Körper in der Glühhitze (T) violette Strahlen aussendet, so muss für diese Wellenlänge

$$\frac{\varphi(T)}{F(T)}=\frac{\varphi(t)}{F(t)}$$

sein. Da nun $F(t) > O$ ist, so muss auch $\varphi(t) > O$ sein. Soweit die durch Aenderung des Reflexionsvermögens ϱ herbeigeführten Variationen klein sind, ist dann aber auch $f(t)$ grösser als Null. Das heisst: Jeder Körper sendet bei der tiefsten Temperatur schon alle Strahlen aus, die er bei der höchsten Temperatur aussendet, so lange der Körper derselbe, d. h. chemisch identisch bleibt. Eventuelle (gewöhnlich sehr kleine) Abweichungen rühren her von einer Veränderung des Reflexionsvermögens, nicht aber von einer molecularen Aenderung der Schwingungsformen.

Relative spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie. Denken wir uns nun nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise zwei Curven, welche für eine bestimmte Temperatur die Vertheilung der Wärmeintesität im Spectrum angeben. Die Abscissen stellen die Wellenlängen, die Ordinaten die ausgestrahlten Wärmemengen dar. Die eine Curve A repräsentire die Strahlung eines schwarzen, die andere, B, die Strahlung eines beliebigen anderen Körpers bei derselben Temperatur. Wir haben dann in Gleichung 13 gezeigt, dass der Quotient der zur gleichen Abscisse gehörigen Ordinaten A und B für alle Temperaturen identisch sein muss. Wenn

---

[1]) Jacques, Proc. of Amer. Acad. t. XIV. Es gilt dies nicht nur von Russ, es gibt sehr viele Körper, die bei gewöhnlicher Temperatur vorzugsweise die violetten Strahlen absorbiren (Soret, Wied. Beibl. Bd. 3) also müssen sie bei derselben Temperatur violette Strahlen aussenden.

daher mit steigender Temperatur das Maximum der Curve *A* in der Richtung gegen Violett sich verschiebt, so muss auch dasselbe bei *B* der Fall sein. Gibt es daher irgendwelche Körper *B*, deren Maxima für verschiedene Temperaturen am gleichen Platze bleiben, so muss auch die Curve *A* in ihrer relativen Zusammensetzung dieselbe geblieben sein.

Um ein Beispiel aus vielen anzuführen: Jod liefert für 40° C. eine Curve, deren Maxima an dieselben Wellenlängen fallen, wie bei 3259° C.[1]). Wenn ich also Jod erhitze, dessen Curve bekanntlich sehr viele Maxima besitzt, so bleiben diese stets an derselben Stelle, die Ordinaten wachsen proportional, denn nur so kann der Gesammteindruck stets derselbe sein. Dann verlangt aber Gleichung 13, dass die Curve *A* in derselben Weise in die Höhe steigt, dass auch für die Strahlung eines schwarzen Körpers die Ordinaten für alle Wellenlängen proportional wachsen. Die spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie ist relativ für alle Temperaturen dieselbe, sofern nicht die Aenderung des Reflexionsvermögens störend einwirkt.

Ebenso wie Jod lassen sich noch unzählige Körper auffinden. Die spectrale Vertheilung sei für alle in der angegebenen Manier, auf dasselbe Coordinatensystem bezogen, gezeichnet. Es würde das aussehen, wie ein Hochgebirgspanorama mit unzähligen Spitzen und Thälern. Die Curve der schwarzen Strahlung spannt sich gleich einem Firmamente darüber. Wenn nun in der altgeglaubten Weise das Maximum dieser Alles überwölbenden Curve sich langsam in der Richtung gegen Violett verschieben würde, müssten alle anderen Spitzen ohne Ausnahme derselben Tendenz huldigen, es müssten die näher dem Violett liegenden auf Kosten der anderen wachsen[2]). Dass letzteres aber nicht der Fall, ist gewiss.

Ich glaube daher, dass, so lange keine chemische Aenderung vorgeht, jedes Spectrum in Bezug auf die relative Vertheilung der ausgestrahlten Intensitäten ganz unabhängig ist von der Temperatur. Eventuelle Ausnahmen rühren daher, dass die ausgestrahlte Wärme beim Austritte aus dem Medium in verschiedenem Grade ins Innere zurückreflectirt wird.

Einen wirklichen Beweis kann hier nur das Experiment geben. Die einzigen directen Messungen dieser Art rühren her von Jacques[3]). Ich halte die Art seiner Temperaturbestimmung (Widerstand des glühenden

[1]) Wüllner, Pogg. Ann. Bd. 120.

[2]) Eine unmittelbare Folge dieser Anschauung scheint mir zu sein, dass dann alle Körper bei genügend hoher Temperatur violett erscheinen müssten.

[3]) Proc. of Amer. Acad. t. XIV, Wied. Beibl. Bd. 3.

ausstrahlenden Drahtes) für ungenau; die Curven in nebenstehender Zeichnung habe ich daher ohne Temperaturangabe gegeben. Es sind

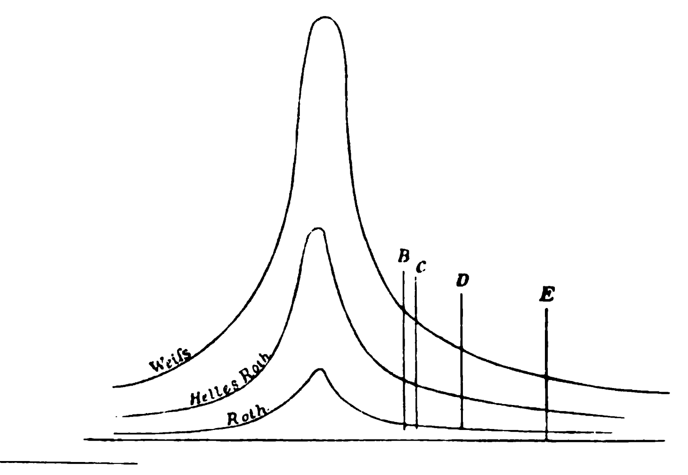


Fig. 5.

die Intensitäten für verschiedene Wellenlängen, gemessen im prismatischen Spectrum durch eine Thermosäule mit schmaler Oeffnung, wenn als ausstrahlender Körper Kupferoxyd, auf einem glühenden Platindrahte aufgetragen, verwendet wurde.

Es sind aber die angewandten Temperaturintervalle sehr geringe, ich habe obige Zeichnung nur zum Theil mit Rücksicht auf ihre Beweiskraft gegeben, ich habe das mehr wegen der Anschaulichkeit in der von mir vertretenen Hypothese gethan.

Gesammtstrahlung. Wenn aber jede einzelne Ordinate bei einer höheren Temperatur n-mal so gross wird, als sie es bei einer tieferen war, dann müssen Vielfache von ein und derselben Function die Strahlungsabhängigkeit für alle Körper sowohl in Bezug auf die einzelnen Wellenlängen als auch in Bezug auf die Gesammtstrahlung ausdrücken.

Nehmen wir z. B. an, dass diese Function durch die vierte Potenz der absoluten Temperatur gegeben sei, so sind die wirklichen Ausstrahlungsvermögen

$$\varphi_{\lambda_1} = \beta_1 T^4$$
$$\varphi_{\lambda_2} = \beta_2 T^4$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Durch Addition erhalten wir

$$\Sigma\varphi_\lambda = T^4 \Sigma\beta,$$

d. h. auch die Gesammtstrahlung muss dann der vierten Potenz proportional sein. Das gilt auch für das scheinbare Ausstrahlungsver-

mögen, so lange nicht bei verschiedenen Temperaturen die Strahlung von der Oberfläche des Körpers in verschiedener Weise ins Innere zurückreflectirt wird. Es wird dies also besonders bei wenig spiegelnden Flächen der Fall sein.

Bevor ich jedoch weitere Consequenzen ziehe, will ich auf die hauptsächlichsten der Einwürfe eingehen, welche man, soweit ich die Unzahl der einschlägigen Thatsachen überblicken kann, gegen die von mir durchgeführten Ideen erheben wird.

3. Einige experimentelle Erläuterungen zu vorstehendem Capitel.

Gleichzeitig mit der Widerlegung eventueller Einwürfe will ich im folgenden mehrere neue experimentelle Daten besprechen. Obschon diese für die Richtigkeit meiner Hypothese nicht endgiltig beweisend sind, werden sie doch sicherlich ungemein die bisherige Auffassung der einschlägigen Erscheinungen modificiren.

Ich will die Experimente in thermometrische und photometrische eintheilen.

a) Thermometrische Versuche.

Die meisten Arbeiten auf vorliegendem Gebiete nehmen stillschweigend die Constanz des scheinbaren Absorptionsvermögens an. Trotzdem aber wurden, soweit mir die Literatur bekannt, niemals die folgeschweren und überaus wichtigen physikalischen Consequenzen daraus gezogen. Ebenso wenig ist mir bekannt, dass jemand die Zulässigkeit obiger Gleichung bewiesen, deren fundamentale Bedeutung als Ausgangspunkt jeder Bestimmung der Kirchhoff'schen Function im Verlaufe dieser Untersuchung gewiss schon klar zu Tage getreten ist.

Ich will zunächst eines Versuches von Ritchie[1]) erwähnen, welcher zeigte, dass die Strahlungswirkung (absorbirte Wärme weniger der ausgestrahlten) von Russ gegen irgend einen Körper ebenso gross ist, als die Strahlungswirkung dieses Körpers gegen Russ.

Strahlung zweier nicht sich einschliessender Flächen. Ritchie's Versuch. Jede unserer gewöhnlichen Messungen ist combinirt aus der Strahlung zweier Flächen. Die Grösse der empfangenden schwarzen Fläche am thermometrischen Instrumente sei c, die Grösse der gegenüberstehenden schwarzen Fläche sei b, so haben wir zunächst

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 28.

bei Temperaturgleichheit der beiden Flächen mit der im übrigen beliebigen Umgebung keine Wärmeänderung

$$xbF(t) - cF(t) + C = 0$$

$cF(t)$ ist nämlich die von der thermometrischen Fläche ausgestrahlte Wärmemenge. $xbF(t)$ ist der von der eigentlich strahlenden Fläche wirksame Theil, während C die wegen der Strahlung der Umgebung nöthige Correction bedeutet. Obige Gleichung aufgelöst gibt

$$C = cF(t) - xbF(t).$$

Diese Correctur, die Strahlung der Umgebung, bleibt gleich, auch wenn ich die ausstrahlende Fläche b auf die Temperatur t' erhitze, so dass die dann gemessene Wärmeänderung am Thermometer wird

$$D = xbF(t') - aF(t) + [aF(t) - xbF(t)]$$
$$D = xb[F(t') - F(t)]. \qquad (14$$

Man kann nun die heisse oder die kalte schwarze Fläche durch einen andern Körper ersetzen, dessen scheinbares Ausstrahlungsvermögen $f(t)$ und dessen scheinbares Absorptionsvermögen α_t ist. Im ersteren Falle findet man ganz leicht

$$D_1 = xbf(t') - aF(t) + [aF(t) - xbf(t)]$$
$$D_1 = xb[f(t') - f(t)). \qquad (15$$

Im zweiten Falle hingegen

$$D_2 = x.b\alpha_t F(t') - af(t) + [af(t) - xb\alpha_t F(t)]$$
$$D_2 = \alpha_t xb[F(t') - F(t)]^{1)}. \qquad (16$$

Nun sollen nach Ritchie D_1 und D_2 gleich sein, es ist also

$$\alpha_t F(t') - \alpha_t F(t) = f(t') - f(t).$$

Nach Gleichung 1 ist aber

$$\alpha_t F(t) = f(t),$$

es bleibt daher

$$\alpha_t = \frac{f(t')}{F(t')} = \alpha_{t'},$$

d. h. das scheinbare Absorptionsvermögen ist innerhalb der untersuchten Temperaturintervalle unabhängig von der Temperatur.

Der bekannte Versuch Ritchie's mit seinem Differentialthermometer spricht also direct für meine Hypothese; er arbeitete aber nur zwischen 0^0 und 100^0 Cels.

Ebenso liegt die Voraussetzung der Constanz von α_t innerhalb niedriger Temperaturgrenzen fast allen Arbeiten auf dem Gebiete der Wärmestrahlen zu Grunde. Ich glaube dies nicht ausdrücklich zeigen zu müssen: konnte man doch nie das Kirchhoff'sche Gesetz beweisen

---

[1]) Gegen derartige Betrachtungen wird, wie ich glaube, sehr oft gesündigt. Siehe z. B. dieses Repert. Heft 1 S. 42.

ohne Annahme dieser Hypothese; man musste sich darüber hinwegsetzen, dass die strahlende Fläche eine andere Temperatur hatte als die absorbirende.

Versuch von de la Prevostaye und Desains[1]). Diese beiden Experimentatoren wandten bedeutend höhere Temperaturintervalle an und gelangten zu einem dem früheren entgegengesetzten Resultate. Ein Platinblech, das auf einer Seite geschwärzt und auf der anderen Seite mit borsaurem Bleioxyd bedeckt war, strahlte gegen zwei Thermosäulen, deren Ströme gleich waren, wenn das Platinblech mittels eines galvanischen Stromes auf 100° Cels. erhitzt wurde. Natürlich waren dann die Abstände der thermometrischen und strahlenden Flächen zweckentsprechend gewählt. Wir erhalten für diesen Fall durch Vereinigung der Gleichungen 14 und 15

$$xb[F(t')-F(t)] = x'b'[f(t')-f(t)].$$

Es zeigt sich dann, dass bei etwa 550° C. diese beiden Strahlungswirkungen nicht mehr gleich waren. Es wurde die Wirkung des borsauren Bleioxydes im Verhältnis von 75 zu 100 kleiner. Während also bei der vorhergehenden Gleichung, welche für $t' = 100^0$ C. gilt, das

$$\alpha_{t'} = \alpha_t = \frac{xb}{x'b'}$$

sich berechnet, ist unter gleichen Voraussetzungen bei $t' = 550^0$ C. das

$$\alpha_{t'} = \alpha_t = \frac{100}{75}\frac{xb}{x'b'};$$

wir bekämen also ganz von einander abweichende Werthe. Diese Abweichung wäre viel zu bedeutend, als dass dieselbe durch eventuelle Aenderungen des Reflexionsvermögens erklärt werden könnte. — Es lässt sich aber leicht zeigen, dass obige Resultate nicht richtig sind.

Ich machte den Versuch nach. — Das borsaure Bleioxyd bereitete ich durch Fällen von salpetersaurem Bleioxyd in kalter Lösung mit Borax und trug dasselbe mit Wasser am Platin auf. — Das Resultat des Versuches war dasselbe, wie das der französischen Experimentatoren und wurde, als ich eine Temperatur von etwa 1000° C. erreichte, so, dass das borsaure Bleioxyd bei einer weiteren Temperatursteigerung kaum einen Strahlungszuwachs verrieth. Als ich nun meine Aufmerksamkeit vom Galvanometerfernrohr auf die strahlende Fläche lenkte, bemerkte ich intensiv braune Dämpfe von Untersalpetersäure, welche sich über dem borsauren Bleioxyd bildeten, und die natürlich den grössten Theil der Strahlung aufhielten. Selbst nachdem ich einen Tag lang über das borsaure Bleioxyd langsam Wasser laufen liess, um die Reste von den salpetersauren, leicht löslichen Salzen zu entfernen,

---

[1]) C. R. t. XXXVIII.

zeigte sich die beobachtete Erscheinung, wenn auch in geringerem Maasse. Auch dies sehr sorgfältig gereinigte borsaure Bleioxyd bekam immer beim starken Erhitzen einen schwachen gelblichen Anflug. Wenn derselbe auch von dem nicht speciell darauf Achtenden leicht übersehen werden kann, zumal er die Aufmerksamkeit auf andere zu beobachtende Dinge gelenkt hat, so ist dieser Anflug doch beträchtlich genug, eine Absorption der Strahlung hervorzurufen. Mir wenigstens war es zwar möglich, obigen Bruch $\frac{100}{75}$ bedeutend der Einheit zu nähern, brauchbare Resultate jedoch könnte ich nicht erhalten.

Es wird daher ein anderes Verfahren, wonach gegen eine immer gleich temperirte beliebige Fläche eine verschieden erhitzte schwarze Fläche strahlt, vorzuziehen sein. Es ist die relative spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie immer dieselbe, so muss auch jeder Körper stets dieselbe Menge dieser Strahlung absorbiren, wenn auch sein Absorptionsvermögen gegenüber den verschiedenen Wellenlängen ein sehr verschiedenes ist.

Man liess zwar schon sehr oft verschieden temperirte Flächen gegen ein und dieselbe Substanz strahlen, um die Absorptionen zu finden; man nahm aber das eine Mal einen Leslie'schen Würfel, dann ein Kupferblech von 400° C., eine Locatelli'sche Lampe u. s. w.[1]). Ein und dieselbe Fläche aber bei verschiedenen Temperaturen einem stets gleich temperirten Körper entgegenzustellen hat Melloni und in einigen Fällen auch Tyndall versucht.

Versuche von Melloni[2]). Melloni liess zwei gleiche schwarze Flächen, davon die eine die Temperatur 100° C., die andere jedoch die Temperatur 400° C. hatte, durch 20 verschiedene Körper und durch Combinationen derselben zu je zwei hindurchstrahlen. Es wurden dann aber nicht immer dieselben Wärmemengen absorbirt, je nachdem man die mehr oder minder heisse Wärmequelle anwandte. Da beide Flächen geschwärzt waren, scheint es, als ob hier, wo eine Reflexion nicht denkbar, ein Widerspruch gegen die vorgebrachten Behauptungen vorläge. Wenn nämlich die relative spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie stets dieselbe bliebe, müssten in beiden Fällen dieselben Wärmemengen absorbirt werden, welche Substanzen man auch als absorbirende verwenden würde.

Ein genaues Eingehen in die Versuchsanordnung zeigte mir aber, dass diese Versuche Melloni's nicht gegen mich beweisend sind.

Die eine Strahlungsfläche war ein Metallwürfel mit siedendem

---

[1]) Melloni, La Thermochrôse t. I, Naples 1850, p. 164 sq.

[2]) a. a. O. p. 307 sq.

Wasser gefüllt, die zweite Wärmequelle bestand aus einer verticalen Metallplatte, in ihrer oberen Partie gebogen, und an der Hinterfläche mit einer Alkoholflamme erhitzt. Beide Flächen wurden mittels der Flamme einer Kerze geschwärzt[1]).

Ich will nun nicht davon sprechen, dass es sehr schwer ist, zwei Flächen in gleicher Dicke mit Russ zu überziehen; ganz unmöglich aber ist es nach meinen Erfahrungen, eine mit flockigem Russ überzogene Metallfläche auf 400° C. zu bringen, ohne dass der Russüberzug ganz destruirt würde. Man erhitze beispielsweise nur um 100° höher, bis zur beginnenden Rothgluth, so bemerkt man mit blossem Auge das Schwinden der oberflächlichen Schwärze, es sieht sich an, als ob der Russ verdampfen würde. Dass eine solche Aenderung schon bei 400° C. eintritt, zeigte ich folgendermaassen. Die beiden aus gleichem Metall, Kupfer, bestehenden Flächen wurden gleichmässig geschwärzt, hierauf mittels eines angelötheten Eisendrahtes mit einander verbunden, während ich noch überdies jede Fläche mittels eines angelötheten Kupferdrahtes mit je einem Ende eines Galvanometers verband. Es war also ein Thermoelement hergestellt, welches stromlos war, so lange beide strahlenden Flächen gleiche Temperatur hatten. Während die eine Fläche (als Seite eines Leslie'schen Würfels) mittels siedendem Wasser constant auf 100° C. erhalten wurde, erhitzte ich die zweite Fläche sehr allmählich mittels eines Bunsenbrenners. Als diese zweite Fläche gleichfalls auf die Temperatur 100° gebracht war, verschwand natürlich der Thermostrom im Galvanometer und im selben Moment brachte ich zwischen beide Wärmequellen eine Thermosäule so an, dass sich beide Strahlungen compensirten, dass also ein zweites Galvanometer, welches mit dieser Thermosäule verbunden war, unafficirt blieb. Dann überliess ich das ganze System sich selbst; die eine Fläche wurde durch den Bunsenbrenner immer mehr und mehr bis zu einem stationären Zustande erhitzt. Nach 15 Minuten drehte ich die Bunsenflamme allmählich zu, so dass die Temperatur der Metallplatte immer mehr sank. Das eine Galvanometer zeigte mir wieder genau den Moment, wo beide strahlenden Flächen dieselbe Temperatur, 100° C., hatten. Die Strahlungen waren aber jetzt nicht mehr gleich, die Strahlung jener Fläche, welche während der ganzen Zeit continuirlich auf 100° C. gehalten wurde, überwog bei weitem. Man sieht also, dass bei leichter und flockiger Berussung die Strahlungsversuche nur im Vacum, wo keine Verbrennung stattfinden kann, gemacht werden dürfen[2]).

---

[1]) a. a O. p. 83 sq.

[2]) Auch andere Einflüsse wirken oft sehr störend. So hat Verfasser derartige Beobachtungen in sehr unangenehmer Weise gemacht, indem er durch drei Monate

Ich glaube daher die Versuche Melloni's als nicht endgiltige annehmen zu müssen.

Versuche Tyndall's[1]). Bei der ersten Anordnung seiner Versuche hatte Tyndall einen Leslie'schen Würfel mit siedendem Wasser, bei der zweiten ein erhitztes Kupferblech von 270° C. Wiewohl die Absorptionen dieser Strahlungen durch Gase und Dämpfe zu ganz anderen Zwecken gemacht wurden, kann man doch ersehen, dass die Reihenfolgen der Absorptionsvermögen, sobald die übrigen Umstände identisch, ganz dieselbe ist. Hingegen findet Tyndall bei späteren directen Versuchen entgegengesetzte Resultate. Tyndall liess Platinspiralen von verschiedenen Temperaturen durch neun verschiedene Dämpfe strahlen und im allgemeinen stieg die Diathermanität mit der Temperatur des strahlenden Platins[2]). Bei der angewandten hohen Temperatur blieben aber Aenderungen des Reflexionsvermögens des Platins sicher nicht ohne Einfluss auf die Art der ausgesandten Strahlung. Auch schienen mir die Aenderungen, als ich die Versuche nachmachte, weniger bedeutend, als dieselben Tyndall gefunden.

Zu dem Zwecke habe ich Ritchie's Differentialthermometer etwas anders eingerichtet und eine grössere Anzahl von Versuchen damit gemacht.

Eigene Versuche. Zunächst construirte ich einen Apparat, wie ihn nachstehende Figur versinnlicht. A ist ein Holzrahmen, in welchem ein blankes Platinblech mittels galvanischen Stromes zum Glühen gebracht werden kann. Dieses Platinblech ist 20^mm^ breit und 25^mm^ lang und wurden zum Glühen 21 grossplattige Bunsen benutzt, von welchen je sieben Stück zu einem einzigen Elemente vereinigt wurden. Das Platinblech war durch Sieden in Königswasser bis auf eine ungemein kleine Dicke gebracht worden, so dass es bei Anwendung des vollen

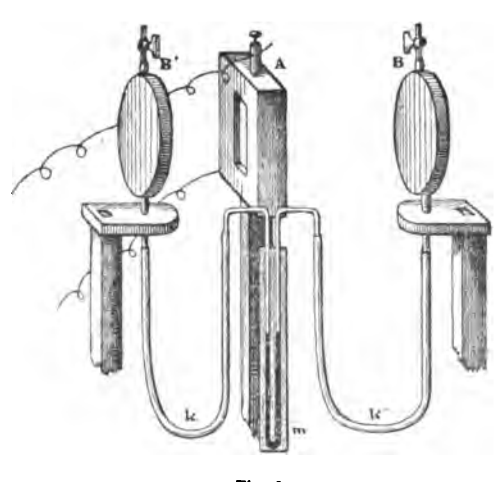


Fig. 6.

umsonst gearbeitet, als er die Strahlung bei tiefen Temperaturen (—100° C.) untersuchte. Die im Russ absorbirte Kohlensäure veränderte bei dieser Temperatur das Ausstrahlungsvermögen in sehr starkem Maasse.

[1]) Contributions to molecular physics in the domain of radiant heat. London 1872.

[2]) a. a. O. p. 221.

Stromes in intensiver Weissgluth erschien. B und B' sind zwei hohle Metalltrommeln aus dünnem Messingblech; der Durchmesser der vorderen Scheibe war 15^{cm}, die Höhe des ganzen Cylinders betrug 1^{cm}. Oben sind diese Gefässe mit Glashähnen versehen und unten stehen sie mittels Kautschukschläuchen, k und k', mit einem U-förmigen Manometer m in Verbindung. Dieses Manometer ist gefüllt mit einem Gemisch von Alkohol, Aether, Schwefelkohlenstoff und Benzin, deren Dämpfe natürlich auch nach B und B' dringen, wodurch eine ungemeine Empfindlichkeit gegen Temperaturänderungen erreicht wird. Die Kautschukschläuche haben bei möglichster Dicke im Fleische eine sehr kleine Oeffnung und sind mit einer Glycerinleimlösung gegen die Angriffe der durchstreichenden Dämpfe geschützt. Eine grosse Anzahl von Schirmen zwischen A und B oder B' verhindert, dass andere erwärmte Stellen von A mit alleiniger Ausnahme des Platinbleches gegen B strahlen können. A, B und B' ist jedes für sich auf demselben Schlitten verschiebbar und über das Ganze erhebt sich ein grosser 900^{mm} hoher, 680^{mm} breiter, 250^{mm} tiefer Glaskasten, der so eingerichtet ist, dass B' auch von aussen mittels einer feinen Mikrometerschraube verschoben werden konnte.

Der Gang des Versuches war folgender: Die gegen A schauende Fläche von B war entweder blank oder mit Russ belegt, während auf der entsprechenden Seite von B' nacheinander Eisenoxyd, Bleiweiss, borsaures Bleioxyd, Menninge, Kreide, Gyps und Schwefel zur Anwendung kamen. Diese Substanzen wurden theils mit einer Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff angemacht aufgetragen, theils wurden sie direct mit etwas Wasser angeklebt, in welcher Weise sie bei einiger Vorsicht auch sehr gut haften. Durch Oeffnen der beiden Hähne wird der Manometerstand corrigirt, und nachdem beide Trommeln sicher hinlänglich mit Dampf gefüllt, werden die beiden Glashähne sehr behutsam geschlossen. Dann schickte ich den vollen Strom durchs Platin und regulirte die Stellung von A, B und B', so dass im Manometer wieder die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch stand. Die gröbste Einstellung machte man mit der Hand, schliesslich jedoch musste man aus der Ferne von aussen her mittels einer Mikrometerschraube die letzte Einstellung von B' vornehmen. War das erreicht, so wurde durch Einschalten von Widerständen die Temperatur des strahlenden, zunächst ganz blanken Platinbleches immer mehr erniedrigt. Das Manometer zeigte nun für alle angewandten Temperaturen zwischen 100° und mindestens 1000° C. vollkommene Ruhe, d. h. vollkommene Gleichheit der Strahlungswirkungen.

Es erschien mir aber unwahrscheinlich, dass die Reflexion auf die Ausstrahlung des Platins und noch dazu eines vollkommen blanken

Platins innerhalb so weiter Grenzen ohne Einfluss sein sollte; ich wiederholte daher die Versuche, indem ich *B* und *B'* durch zwei Eisenblättchen ersetzte, welche unter sich durch einen Neusilberdraht und mit einem Galvanometer durch je einen Kupferdraht verbunden waren. Ich hatte also statt des Differentialthermometers eine Differentialthermosäule. Dabei war die Fixirung der Pulver am Eisenbleche und die gegenseitige Einstellung der strahlenden Flächen u. s. w. genau so wie früher. Bei der höchsten Weissgluth des Platinbleches in der Mitte wurde die Stellung so regulirt, dass die Strahlungswirkungen gegen *B* und *B'* gleich waren, dass also im Galvanometer kein Strom auftrat. Diese Einstellung war sehr schwer zu bewerkstelligen und es mussten zu diesem Zwecke zwei Galvanometer von sehr verschiedener Empfindlichkeit in die eine Leitung gebracht werden. Erst nachdem der Strom im gröberen auf Null gebracht war, schaltete ich durch Aufheben einer Abblendung das empfindlichere Galvanometer ein, mittels welchem die letzten Verschiebungen von *B'* controlirt wurden. Waren aber bei der höchsten Glühtemperatur die Strahlungen gleich, dann konnte ich das Platinblech beliebig in seiner Temperatur variiren, die Wirkungen blieben nach beiden Seiten immer dieselben, kleine unvermeidliche Schwankungen der Galvanometernadel abgerechnet, die mehr oder weniger bei jeder genaueren Spiegelablesung auftreten werden. Durch Abblenden einer Seite des Platinbleches konnte man sich leicht überzeugen, dass diese Schwankungen ein verschwindendes Procent der Gesammtstrahlung ausmachte.

Ich hatte so die Ueberzeugung gewonnen, dass in den beobachteten Fällen die Strahlungswirkungen gleich sind. Da aber die Reflexion bei einem blanken Platinblech gewiss sehr gross ist, und da diese Reflexion bei verschiedenen Temperaturen sich gewiss auf die einzelnen Wellenlängen verschieden vertheilen wird, glaubte ich zunächst für obige Resultate den Grund darin zu sehen, dass die angewandten pulverförmigen Körper alle Wellenlängen ziemlich gleichmässig absorbiren; denn dann werden auch sehr verschieden zusammengesetzte Strahlungen in gleicher Weise absorbirt werden.

Es wurde nun die Versuchsanordnung so getroffen: Auf die eine Seite des Platinbleches kam eine gewöhnliche Thermosäule, auf die andere Seite legte ich eine horizontale 1430^{mm} lange Blechröhre, deren vorderes Ende mit einer Steinsalzplatte verschlossen werden konnte und an deren hinterm Ende eine Thermosäule so eingekittet war, dass ihre eine Fläche durch die Röhre und das Steinsalz hindurch gegen das glühende Platinblech sah. Beide Thermosäulen waren in entgegengesetztem Sinne in dieselbe Leitung eingefügt, in welche auch zwei Galvanometer eingeschaltet waren. Die Röhre konnte mit verschiedenen

Gasen und Dämpfen gefüllt werden. Zunächst wurde das Platinblech in sehr hohe Gluth versetzt, und dann die freie Thermosäule mittels eines Tyndall'schen Schirmes soweit abgeblendet, dass zuerst am groben und schliesslich auch am empfindlicheren Galvanometer kein Strom auftrat; dann wurde der Ausschlag der Galvanometernadel beobachtet, wenn die Intensität der Strahlung des blanken Platinbleches immer mehr vermindert wurde.

Bei Leuchtgas, Kohlensäure und Kohlenoxyd blieb die Strahlungswirkung gleich. Bei CO_2 und CO aber schien es, als ob die Durchstrahlung bei tieferen Temperaturen etwas leichter vor sich ginge, doch waren die Aenderungen zu geringe, um daraus irgend welche Schlüsse ziehen zu können.

Hingegen trat bei den Dämpfen von Alkohol und Aether entschieden eine Aenderung der Absorption mit der Temperatur ein; nur waren diese Abweichungen geringer als nach den Messungen von Tyndall. Ich fand, dass bei einer Temperatur, wo das Platinblech eben noch sichtbar war, bei C_2H_6O der Ausschlag 15^{mm} und bei $(C_2H_5)_2O$ 30^{mm} betrug. Stellte ich vor die Röhre einen Schirm, so war der Ausschlag in derselben Richtung in beiden Fällen über 500^{mm}. Diese Dämpfe lassen also von der Strahlung eines bei 500° C. glühenden Platinbleches weniger durch, als von der Strahlung desselben Bleches, wenn dessen Temperatur über 1000° C. liegt[1]). Es ist dies meiner Meinung nach dahin aufzufassen, dass zwar die wirkliche Strahlung des Platins bei allen Temperaturen dieselbe Vertheilung in Bezug auf die einzelnen Wellenlängen aufweist, dass aber die Reflexion sich mit der Temperatur ändert und so auch das scheinbare Ausstrahlungsvermögen beeinflusst. Um das aber zu bemerken, bedarf es eines Körpers, der ein sehr elektives Absorptionsvermögen besitzt.

Wenn ich aber das Platinblech mit einer dünnen Graphitschichte überzog, konnte ich dasselbe zwar nicht mehr so hoch erhitzen, ich brachte dasselbe der vermehrten Ausstrahlung wegen nur zu mässiger Rothgluth, dagegen blieb aber das Absorptionsvermögen viel constanter als vorher innerhalb derselben Temperaturgrenzen.

Noch auffallender fand ich diesen Unterschied zwischen der Strahlung eines blanken und eines geschwärzten Platinbleches, wenn ich als zu durchstrahlende Substanz eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff anwandte. Dieselbe war in einem Steinsalzgefäss ver-

---

[1]) Obige Messungen sind nur Beispiele; ich habe dieselben bei verschiedenen Dichten der untersuchten Substanzen und bei verschiedenen Strahlungstemperaturen untersucht. Ich gebe keine genauen Zahlen, weil selbstverständlich jede Temperaturbestimmung illusorisch wäre. Der Sinn der Resultate war immer derselbe.

schlossen, welches ich demjenigen, das Tyndall anwandte [1]), nachgebildet habe.

Ich stellte mein gefülltes Steinsalzgefäss unmittelbar vor die Röhre und wenn bei einer höheren Temperatur Gleichgewicht zwischen der directen und der durch Jod gegangenen Strahlung bewirkt war, zeigte bei tieferen Temperaturen der Galvanometerausschlag, dass dann durch das Jod ein relativ grösserer Strahlungsbetrag durchging als früher. Dies trat jedoch in viel weniger auffallender Weise auf, wenn ich das Platinblech mit Graphit schwärzte. Graphit ist immer noch etwas glänzend; bei einem vollkommen schwarzen Körper müsste die Strahlungswirkung in allen betrachteten Fällen immer nach beiden Seiten gleich gewesen sein.

Versuche über Abkühlungsgeschwindigkeit. Bevor ich dieses Gebiet der Wärmestrahlung verlasse, muss ich noch kurz von den Versuchen von Dulong und Petit [2]) einerseits und von Prevostaye und Desains [3]) andererseits sprechen. Innerhalb des beobachteten Temperaturintervalles gelangten diese französischen Experimentatoren, was die oben ausgesprochenen Ideen betrifft, zu einander entgegengesetzten Resultaten. Während die ersteren schliessen, dass das Ausstrahlungsvermögen des Silbers mit steigender Temperatur rascher zunimmt, als das des Glases, haben Prevostaye und Desains aus ihren Beobachtungen gefolgert, dass für Metalle eine schwache Abnahme des Verhältnisses der Ausstrahlungen beim Steigen der Temperatur eintritt. Doch halten sie selbst die Ausdehnung ihrer Experimente für zu beschränkt, um darüber Bestimmtes sagen zu können.

All diese Versuche hat in neuerer Zeit Stefan [4]) discutirt, welcher sich in seiner Abhandlung unter anderem auch eines Salzes bedient, wonach „für die Geschwindigkeit der Abkühlung eines Körpers in einer Hülle das kleinere der Emissionsvermögen von den beiden maassgebend" sei [5]).

Das heisst in dem eingangs betrachteten Falle der sich einschliessenden Kugelhüllen

$$\alpha_2 F(t_1) - f(t_2) = f(t_1) - f(t_2)$$

oder

$$\alpha_1 F(t_2) - f(t_1) = f(t_2) - f(t_1),$$

---

[1]) a. a. O. p. 201.

[2]) Ann. de chim. et de phys. t. VII.

[3]) Ann. de chim. et de phys. (3) t. XVI. Pogg. Ann. Bd.. 68, 69.

[4]) „Ueber die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur." Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. LXXIX.

[5]) S. 27.

woraus sofort folgt mit Bezug auf Gleichung 1

$$\alpha_2 = \frac{f(t_1)}{F(t_1)} = \alpha_1 = \frac{f(t_2)}{F(t_2)}.$$

Diese Beziehung, und daher auch obiger Satz sind aber, wie ich glaube, nur insoweit richtig, als eine eventuelle Aenderung des Reflexionsvermögens nicht von störendem Einflusse ist.

Wenn überhaupt die Strahlung eines schwarzen Körpers z. B. proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur ist, so gilt eben dasselbe auch bei einem anderen Körper ganz ebenso von dem wirklichen Ausstrahlungsvermögen, nur angenähert aber von dem scheinbaren Ausstrahlungsvermögen und zwar mit um so grösserer Annäherung, je geringer die Aenderungen des Reflexionsvermögens oder, mit Rücksicht auf die Gleichungen Fresnel's, je geringer die Aenderungen der Brechungsexponenten mit der Temperatur sind.

b) Photometrische Versuche.

Die Arbeiten Draper's. — Es wird gewiss schon aufgefallen sein, dass die allgemein herrschende Ansicht, dass ein Körper bei immer höher steigender Temperatur zuerst rothes, dann gelbes u. s. w. Licht ausstrahlt, unhaltbar geworden. Es müsste, soferne das Maximum der Lichtausstrahlung irgend eines Körpers im Gelb liegt, das bei allen Temperaturen der Fall sein. Als Beispiel der gewöhnlichen Auffassung diene folgender Satz:

„Der Werth von e ist zunächst von Null verschieden für das rothe Licht, dann tritt bei einer höheren Temperatur zu dem rothen das gelbe, dann das grüne, blaue und so fort [1]." Als Autor dieser Meinung gilt Draper. Da Gelehrte allerersten Ranges obige Ansicht theilen, muss ich sehr betonen, dass Draper dergleichen nie direct behauptet hat. Seine diesbezüglichen Worte lauten vielmehr:

„Ein Platinstreifen wurde vor einen Spalt gestellt, welcher das Spectrum 1 geliefert hatte, und seine Temperatur wurde dann durch das Hindurchsenden eines Voltai'schen Stromes erhöht. Obgleich man das Metall mit blossem Auge deutlich sehen konnte, wenn die Temperatur ungefähr 1000° F. erreichte, war doch der Verlust beim Passiren des Prismas und Fernrohres so gross, dass es nothwendig war, die Temperatur auf 1210° zu bringen, bevor man eine zufriedenstellende Beobachtung machen konnte. Dann erstreckte sich das Spectrum von der Linie B im Roth bis nach F im Grün. . . . Die

---

[1]) e bedeutet das scheinbare Ausstrahlungsvermögen. Wüllner, Exp. Physik 1875 Bd. 2 S. 254.

zuerst in diesem Instrumente sichtbaren Farben können also bezeichnet werden als Roth und Grünlichgrau." Ein anderes Mal sieht Draper mit blossem Auge durch das Prisma, welches dem Drahte sehr nahe gebracht wurde „und fand, dass man denselben schon bei einer Temperatur von 1095° deutlich sehen konnte. Bei solchen Umständen konnte die ganze Länge nicht durch directe Messungen mit anderen Beobachtungen verglichen werden und das in 2 gegebene Resultat ist so correct, als es überhaupt erhalten werden kann. Die Farben waren roth und grünlichgrau". . . . „Der Schluss, dass, wenn die Temperatur eines Körpers steigt, derselbe Strahlen von wachsender Brechbarkeit ausstrahlt, muss offenbar mit einer gewissen Einschränkung genommen werden. Anstatt dass zuerst Roth, dann Orange, dann Gelb etc. aufeinanderfolgend sichtbar würden, für welchen Fall das Spectrum an Länge regelmässig wachsen würde, sowie die Temperatur steigt, finden wir hier, dass dasselbe im allerersten Moment, wo es dem Auge sichtbar ist, von *B* bis gegen *F* reicht, d. h. es ist ungefähr gleich zwei Drittel der ganzen Länge eines Diffractionsspectrums, und beinahe die Hälfte eines prismatischen Spectrums" [1]).

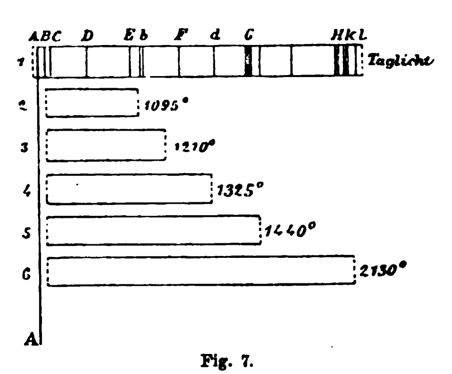


Fig. 7.

Spectra von Tageslicht und von glühendem Platin bei verschiedenen Temperaturen.

Diese merkwürdige Thatsache ist meiner Meinung nach ungemein wichtig. Als ich das Experiment zum ersten Male machte, war ich im gewöhnlichen Glauben befangen, als hätte Draper eine andere Ansicht und ich war sehr angenehm überrascht, beim näheren Eingehen in die Schriften Draper's einen so mächtigen Bundesgenossen gefunden zu haben.

Noch mehr. Wenn ich obige Experimente mit einem Diffractionsgitter anstellte, war das auftretende Roth verschwindend blass gegen das nebenstehende, immer gleichzeitig auftretende Graulichgrün [2]).

---

[1]) Draper, Scientific memoirs, London 1878, p. 33. Hingegen fehlt in diesem Werke jene Tabelle, welche Becquerel (La Lumière, Paris 1867, t. I p. 88) gibt. Ebenso fehlt dieselbe im Originaltexte Phil. Mag. t. XXX.

[2]) Auch Draper findet, dass die von „einem eben sichtbar werdenden Platin ausgesandten graulich grünen Strahlen intensiver sind, als die rothen.

Was die in diesem Gebiete oft citirten Arbeiten Becquerel's anbelangt, so sind seine Resultate lange nicht so eindeutig, wie sie gewöhnlich angegeben werden. Dass alle Körper bei gleicher Temperatur anfangen, in einer für das Auge gleichen Weise Strahlen auszusenden, dem widerspricht Becquerel direct, „wenn z. B. Gase, welche sehr wenig leuchtend sind, verglichen werden mit festen Körpern, welche es sehr stark sind“ [1]). Ebenso muss man unterscheiden zwischen Metallen, welche nicht oxydbar sind, wie das Platin und Palladium und anderen, wie Kupfer und Eisen [2]). Es sind also, abgesehen von dem Umstande, dass Becquerel nicht mittels Brechung oder Beugung, sondern nur durch Zwischensetzen farbiger Gläser bestimmte (?) Wellenlängen herausgriff, seine Gleichungen meiner Meinung nach nur für den untersuchten Fall, für Platin und Palladium giltig. Allgemeine Schlüsse oder gar Messmethoden darauf zu basiren, wie das z. B. Crova [3]) gethan hat, halte ich für unberechtigt.

Ich glaube daher, und zwar zum Theil mit Rücksicht auf die Arbeiten Draper's, sagen zu können:

Schon bei den tiefsten Temperaturen, wo wir überhaupt sehen können, liegt das Lichtmaximum ziemlich am selben Platze, wo es bei den höchsten Temperaturen liegt. Das wird ganz genau sein, wenn sich nicht das Reflexionsvermögen eines Körpers mit der Temperatur ändert. Dieser Satz ist eigentlich schon Seite 79 ausgesprochen worden, als ich sagte, dass die spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie von der Temperatur unabhängig sei.

Damit wir in unserem Auge Licht empfinden, muss die Intensität der Wellenbewegung des Aethers eine gewisse untere Grenze überschreiten. Diese Grenze wird im allgemeinen für die verschiedenen Wellenlängen eine verschiedene sein; die Lösung dieser physiologischen Frage soll mich hier nicht weiter beschäftigen. Hingegen kann man sehr schön von der Richtigkeit des oben ausgesprochenen Satzes sich dadurch überzeugen, dass man die Spectra ein und desselben Körpers bei verschiedenen Temperaturen vergleicht. Diese Spectra sollen den entwickelten Ideen zufolge relativ gleich sein.

Die Versuche von Nichols und eigene Experimente. Wenn man das Spectrum eines schwach rothglühenden Platindrahtes vergleicht mit dem eines beliebig höher erhitzten Platindrahtes, so sind in der That beide Spectra identisch bis zu einer Temperatur des

[1]) a. a. O. p. 74. — Siehe überdies für feste Körper die Versuche von Desains C. R. t. LX. Pogg. Ann. Bd. 126. Ebenso Prevostaye und Desains C. R. t. XXXVIII. Pogg. Ann. Bd. 93.

[2]) a. a. O. p. 79. [3]) Siehe später S. 97.

heisseren Drahtes, wo er dem Schmelzpunkte sehr nahe ist. Nichols hat die Zahlenwerthe für die relative spectrale Vertheilung in diesem Falle gegeben. Nach diesen Versuchen ist bei höheren Temperaturen eine leise Verschiebung der relativen Lichtvertheilung gegen das Violett hin bemerkbar [1]). Das rührt meiner Meinung nur von der Aenderung des Reflexionsvermögens her. So findet z. B. Nichols selbst den scheinbaren Absorptionscoefficienten des heissen Platindrahtes 0,759, während derselbe bei tieferen Temperaturen 0,323 ist [2]).

Es sind aber auch die Aenderungen des Spectrums im Violett nicht bedeutend. Ich nahm zwei Platinstreifen, welche mittels eines elektrischen Stromes erhitzt wurden. Die Spectra wurden in einem Glan'schen Spectrophotometer unmittelbar übereinander gebracht und durch entsprechende Drehung des Nicols der rothe Theil des Spectrums oben und unten gleich gemacht. Der eine Platinstreifen war stets schwach rothglühend, der andere hatte eine höhere Temperatur und so wie das Roth gleich gemacht war, zeigte auch das andere Spectrum vollkommene Identität. Erst bei sehr hohen Temperaturen treten oben violette Strahlen auf, die unten im Spectrum des tiefer temperirten Platins nicht sichtbar sind. Nun ändert sich aber in der Nähe des Schmelzpunktes gewiss das Reflexionsvermögen des Platins auch in Bezug auf die einzelnen Wellenlängen sehr verschieden. Dass das der Fall, dafür spricht eine Beobachtung Violle's, wonach bei etwa 1775° ca. 1/4 der Wärmestrahlung durch Steinsalz und Alaun geht [3]), während nach Desains bei etwas tieferer Temperatur nur unmerkliche Spuren leuchtender Wärme da sind [4]).

Um ungefähr von dem Einflusse der Temperatur auf das Reflexionsvermögen mich zu überzeugen, machte ich folgenden Versuch. Ich brachte vor dem Glan'schen Apparate ein blankes spiegelndes Platinblech so an, dass es der totalreflectirenden Fläche jenes kleinen Glasprismas parallel war, welches unmittelbar vor dem Spalt befestigt ist und dazu dient, die Strahlen der seitlichen Lichtquelle in den Collimator hinein zu reflectiren. Man sieht dann im Spectroskope von

[1]) Nichols: „Ueber das vom glühenden Platin ausgestrahlte Licht." Göttingen bei A. Huth. 1879. Wied. Beibl. Bd. 3. Die Art der Temperaturbestimmung, Verlängerung eines Platindrahtes, ist vielleicht nicht ganz genau. Wir finden Temperaturen bis zu 1930° C. angegeben, während nach Violle (C. R. t. LXXXVIII) *Pt* bei 1775° C. schon schmilzt. Siehe überdies Nichols: on the Electrical Resistance and the Coefficient of Expansion of Incandescent Platinum. Sill Journ. XXII.

[2]) Unmittelbar nach der ersten Veröffentlichung dieser meiner Hypothese erhielt ich zu meiner Freude von Nichols eine vollkommene Zustimmung, indem er mir schrieb: „. . . Ever since I began my experiments upon the radiation of platinum, I have been of your opinion. . . . My own measurements seemed, it is true, to show a slight divergence from that law, but I felt sure, that it was an apparent exception only, and I think your explanation the true one . . ." u. s. w.

[3]) C. R. t. LXXXVIII. [4]) Wied. Beibl. Bd. 3.

dieser seitlichen Lichtquelle, in unserem Falle eine Gasflamme, zwei Spectra; das eine rührt her von dem am Glase, das andere von den am Platinblech reflectirten Strahlen. Hinter dem Platinbleche hatte ich ein kleines Gasgebläse, um die Temperatur dieser reflectirenden Fläche durch Annäherung der Flamme beliebig zu variiren. Die Spectra der vom Glas und Platin reflectirten Strahlen wurden im rothen Theil des Spectrums durch Drehen des Ocularnicols gleichgemacht; dann zeigten die vom Platin reflectirten violetten Strahlen eine etwas geringere Intensität als die vom Glasprisma reflectirten. Dieser Unterschied wurde prägnanter, sobald die Temperatur des Platinbleches auf etwa 500° C. stieg, während im Rothen beide Spectra gleich waren. Höher erhitzen konnte ich das Platinblech nicht, weil es sonst selbst angefangen hätte, Strahlen auszusenden. Andere Metalle durfte ich zur Reflexion nicht verwenden, weil sich an der Oberfläche beim Erhitzen Oxydschichten bildeten. Aus diesem Experimente schliesse ich, dass die Veränderung des Reflexionsvermögens mit der Temperatur zwischen 0° und 500° C. sehr gering ist, dass sich aber trotzdem diese Aenderung für Roth anders ergibt als für Violett. Wenn die innerhalb dieses niedrigen Temperaturintervalles schon sichtbare Tendenz bei höheren Temperaturen noch vorhanden bleibt, dürfte im allgemeinen das Violett bei einer höheren Temperatur im Verhältnis zu Roth weniger stark reflectirt werden.

Dann ergibt sich aber das leise Ueberwiegen des Violetts in der relativen spectralen Vertheilung jenes Lichtes, welches ein seinem Schmelzpunkte naher Platindraht ausstrahlt, daraus, dass bei diesen Temperaturen die violette Strahlung leichter aus dem Körper herausgelangt, als die rothe.

Um einen weniger reflectirenden Körper als Platin zu untersuchen, verwandte ich zunächst Drummond'sches Kalklicht. Je nach dem stärkeren oder geringeren Zufluss von Sauerstoff glüht der Kalkcylinder in höherem oder geringerem Grade. Wenn man wieder die Spectra zweier solcher verschieden temperirter Kalkcylinder im Glan'schen Apparate über einander brachte, und den rothen Theil des Spectrums gleich machte, dann war die Ausdehnung und relative Vertheilung des ganzen Spectrums gleich. Erst bei sehr grossen Temperaturintervallen überwiegt die heissere Strahlung um einen kaum merklichen Betrag im Violett. Es ist also hier der Einfluss des Reflexionsvermögens ein sehr geringer.

Man kann dieses Experiment auch sehr leicht objectiv machen[1]). Es wurden die Strahlen zweier verschieden glühender Kalkcylinder

[1]) Ich zeigte dasselbe in einer Versammlung der chem.-phys. Gesellschaft in Wien am 10. Januar 1882.

mittels eines total reflectirenden Glasprismas in eine Richtung gebracht und so gebrochen, dass zwei Spectra unmittelbar übereinander fielen. Der eine Kalkcylinder wurde möglichst heiss gemacht, der andere schwach roth glühend erhalten und trotzdem konnte man durch Verengerung des Spaltes der ersten Lichtquelle stets vollkommene Identität und gleiche Länge beider Spectra erhalten. Durch Verengerung des Spaltes werden alle Wellenlängen gleichmässig geschwächt.

Am beweisendsten jedoch scheint mir ein Experiment, wo ich als Lichtquellen elektrische Incandescenzlampen benütze. Es wurde der Strom einer Gramme'schen Maschine durch Kohlen geleitet, welche ich mir durch Glühen von dünnen Bambusfasern herstellte[1]) und die ich in luftleeren oder mit Leuchtgas gefüllten Glaskölbchen befestigte. Das Spectrophotometer zeigte hier vollkommene Gleichheit der Spectra in Bezug auf die relative Vertheilung der einzelnen Farben. Die eine Kohle erhielt ich auf schwacher Rothgluth, während der andere Kohlenfaden bis zu einer Lichtstärke von etwa 10 Kerzen erhitzt wurde. Das Experiment gelang aber weniger rein, wenn der Glaskolben vollkommen luftdicht ausgepumpt war; in diesem Falle ist das Violett etwas dominirend, sobald eine sehr intensive Weissgluth erreicht ist. Der Grund liegt darin, dass sich die Kohle in der Hitze zusammenzieht und weisslich, fast metallisch glänzend wird, so dass wieder ein gewisses Reflexionsvermögen auftritt. Glüht die Kohle aber in einer nur etwas Sauerstoff enthaltenden Umgebung, so tritt eine ununterbrochene Oxydirung ein; die Kohle erscheint auch nach mehrmaligem Erhitzen dunkelschwarz. Ebenso bleibt auch in einer Atmosphäre von Leuchtgas die Kohle schwach reflectirend, nur aus einem entgegengesetzten Grunde wie früher; es schlagen sich feine Kohlentheilchen nieder, der glühende Faden wird immer dicker[2]).

Wenn es also gelingt, eine wirklich schwarze Kohle bis zur Weissgluth zu erhitzen, ohne dass sich in der höheren Temperatur die Farbe der Kohle verändert (welche Veränderung man natürlich erst nach der Abkühlung sehen kann), dann *kann man auch experimentell zeigen, dass die spectrale Vertheilung des ausgesandten Lichtes unabhängig ist von der Temperatur.*

Wenn ich also durch ein gewöhnliches Spectroskop einen heiss glühenden schwarzen Körper ansehe, dessen Temperatur immer mehr abnimmt, dann sehe ich (ähnlich wie in Figur 7 auf Seite 92) ein Zusammenziehen des Spectrums gegen Roth, so dass die schliessliche Aus-

---

[1]) Ich hielt mich so sehr als möglich an die Art, wie Edison die Fabrication seiner Lampen beschreibt.

[2]) Auch tritt bei längerer Dauer des Versuches zunächst eine Trübung und schliesslich vollkommene Schwärzung des Glaskolbens ein.

dehnung von Roth bis gegen Grün reicht; weiter schrumpft dasselbe nicht zusammen, es verblasst vielmehr in einer, verschiedenen Augen verschieden erscheinenden, jedoch ziemlich gleichförmigen Weise. Genau dasselbe tritt aber ein, wenn ich die Weissgluth des Körpers gleichförmig fortbestehen lasse und durch Zusammenziehen des Spaltes sämmtliche Wellenlängen gleichmässig schwäche.

Nachdem aber zerlegtes Licht ein solches Verhalten zeigt, muss auch das ursprüngliche Lichtbüschel sich dementsprechend verhalten. Ein heisser, schwarzer Körper verschwindet dem Auge beim Abkühlen mit einer schwach rothen Farbe. Wenn ich daher einen weissglühenden schwarzen Körper durch zwei Nicols ansehe und durch allmähliches Kreuzen die Strahlung schwäche, so bleibt die relative spectrale Vertheilung immer dieselbe, der Körper müsste auch jetzt mit einer schwach rothen Färbung verschwinden. Das fand ich jedoch nicht ganz bestätigt. Die Strahlen der leuchtenden Incandescenzlampe erschienen zwar durch die gekreuzten Nicols röthlich, doch ist die Farbennuance etwas anders als beim directen Anblick eines schwach glühenden Kohlenfadens. Es ist also die subjective Mischung verschiedener Farben viel empfindlicher zur Vergleichung von Farbencomplexen als die directe Vergleichung der einzelnen Bestandtheile. Ferner zeigt dieses Experiment, dass auch bei schwarzen Kohlen ein gewisses, wenn auch sehr kleines Reflexionsvermögen vorhanden ist.

Um daher meine Ansicht noch weiter zu prüfen, verwendete ich einen Spectralapparat mit fluorescirendem Oculare, dessen sämmtliche dioptrischen Bestandtheile aus Quarz verfertigt waren. Da die fluorescirenden Strahlen von Glas sehr stark absorbirt werden, brachte ich meine Bambuskohlenfäden in Glasgefässe, welche ich nach einer Seite mit Quarzplatten verschloss. Am Ocular wurde als fluorescirende Substanz Uranglas verwendet. Es zeigte sich, dass auch hier die Ausdehnung der Spectra eines sehr heissen und eines rothglühenden Kohlenfadens, sobald das Roth egal gemacht wurde, im Ultravioletten gleich lang war.

Versuche Crova's. Nach dem Gesagten glaube ich die auch von Nichols[1]) schon angezweifelte Messmethode Crova's[2]) für hohe Temperatur nicht mehr ausführlich besprechen zu müssen. Der Grundsatz, von welchem Crova ausgeht, lautet: „Die Temperatur eines Körpers lässt sich ermitteln aus dem Verhältnis der Lichtintensität einer bestimmten Strahlung λ' die in dem Spectrum der zu untersuchenden Quelle genommen ist, zu der Intensität derselben Strahlung in dem Spectrum einer Quelle von bekannter Temperatur, vergleichen mit

[1]) Wied. Beibl. Bd. 3.

[2]) Die verschiedenen Arbeiten sind zusammengestellt: Ann. de chim. (5) t. 19.

dem Verhältnis der Helligkeiten einer anderen Strahlengattung λ in beiden Lichtquellen." [1]) Zwei Spectra werden im Roth gleich gemacht, dann gibt das Intensitätsverhältnis der violetten Strahlungen ein Mittel zur Bestimmung der Temperaturunterschiede der beiden Lichtquellen [2]).

Nun hat Zöllner [3]) und Wüllner [4]) eine überaus einfache Anschauungsweise einzuführen gesucht, wonach es zwischen einem Banden- oder Linien- und einem continuirlichen Spectrum keinen scharfen Unterschied gibt, die Strahlung eines jeden Körpers muss bei allmählicher Aenderung der Dicke der strahlenden Schichte aus dem einen Spectrum allmählich ins andere übergeführt werden können. Gemäss den im ersten Capitel, Seite 53, gegebenen Anschauungen wäre hier nur noch die Einschränkung hinzuzufügen, dass die spectrale Vertheilung selbst bei unendlicher Dicke des strahlenden Mediums nicht mit dem Spectrum eines total schwarzen Körpers identisch werden kann, weil das Reflexionsvermögen sich gewiss auf die verschiedenen Wellenlängen verschieden vertheilt.

Dann aber wäre eine spectrophotometrische Methode, welche von vorneherein Spectra mit wechselnden Maximis und Minimis ausschliesst [5]), eine sehr precäre, weil es keinerlei Grenze für die Anwendbarkeit der Methode gibt. Man könnte nun glauben, und Crova selbst ist dieser Ansicht, dass besonders bei schwarzen Körpern sein Spectropyrometer anwendbar sei. Nach den Ideen, wie ich sie in vorliegender Arbeit auseinandergesetzt habe, wird sich aber gerade bei schwarzen Körpern das Willkürliche seiner Annahme zeigen.

Crova stützt sich auf die alte Anschauung, dass im Auftreten neuer Wellenlängen gegen das Violett hin ein gewisses, im eigentlichen Wesen der Strahlung begründetes und für sämmtliche Körper identisches Gesetz ausgedrückt wird.

Ich hingegen erblicke in der Verschiebung der Strahlung gegen das Violett, wie dieselbe bei reflectirenden erhitzten Körpern auftritt, nur den Einfluss der Aenderung des Reflexionsvermögens mit der Temperatur, welche Aenderung ihrer absoluten Grösse nach sehr verschieden für verschiedene Körper ist; man kann daher für einen oder den anderen Körper eine der Crova'schen ähnliche rein empirische Temperaturbestimmung vornehmen, wobei jedoch jeder anders reflectirende Körper eine eigene Reductionsscala erfordern würde.

Wien, physikalisches Institut.

---

[1]) C. R. t. LXXXVII. Citirt nach Eilhardt, Wied., Beibl. Bd. 2 S. 656.
[2]) C. R. t. LXXXX, Wied. Beibl. Bd. 4 S. 363.
[3]) Pogg. Ann. Bd. 142.
[4]) Exper.-Phys. 1875 Bd. 2.
[5]) Ann. de chim. (5) t. 19 p. 547.

Bestimmung des Verhältnisses zwischen elektrostatischer und elektromagnetischer absoluter Einheit[1].

Von

Prof. **Franz Exner.**

Bei Gelegenheit einer anderweitigen Untersuchung war ich in der Lage mit einem sog. absoluten Elektrometer Thomson'scher Construction zu arbeiten; ich habe das benutzt, um eine directe Bestimmung des Werthes der elektromotorischen Kraft eines Daniell'schen Elementes in elektrostatischem Maasse auszuführen, denn die wenigen bisher beobachteten Werthe stimmen unter einander sehr schlecht. W. Thomson[2]) fand in einer früheren Untersuchung ein Daniell gleich 0,00296 und später 0,00374 elektrostatische Einheiten; der letztere Werth dürfte jedenfalls der bessere sein.

Die Methode, nach welcher beobachtet wurde, war kurz die folgende. Die eine Platte eines horizontal aufgestellten Luftcondensators war fix, die darüber befindliche kleinere aber beweglich; sie war durch drei feine Platindrähte an das eine Ende eines Wagebalkens befestigt, dessen anderes Ende eine äquilibrirte Gewichtsschale trug. Die untere Platte konnte der beweglichen durch eine Schraube beliebig genähert und der beiderseitige Abstand durch ein Mikrometer gemessen werden. Ausserdem war die bewegliche Platte noch von einem fixen Schutzring umgeben, dessen äusserer Durchmesser gleich dem der unteren Platte war. Letztere war isolirt, erstere wie der Schutzring constant zur Erde abgeleitet. Bringt man nun die untere Platte durch Verbindung derselben mit einer Batterie auf ein zu messendes Potential, so kann diese Messung durch die Bestimmung des Gewichtes geschehen, welches nöthig ist, um die bewegliche Platte, der elektrischen Anziehung entgegen, in ihrer ursprünglichen Lage zu halten. Ein besonderes Augenmerk muss bei Ausführung der Versuche namentlich

1) Vom Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 86, 1882.

2) Reprint of Papers pag. 246.

darauf gerichtet werden, dass die beiden Platten parallel und dass die bewegliche in ihrer Ruhelage mit der Unterfläche vollkommen in der Ebene des Schutzringes gelegen sei.

Bedeutet V die Potentialdifferenz der beiden Platten, d ihre Distanz, S die Fläche der beweglichen Platte, m das nöthige Auflagegewicht und g die Acceleration der Schwere und wählt man als Einheiten für diese Grössen Gramm, Centimeter und Secunde, so besteht die Relation

$$V = d\sqrt{\frac{8\pi mg}{S}},$$

wobei dann V in absoluten elektrostatischen Einheiten ausgedrückt ist.

Die angewandte Batterie bestand aus 400 kleinen, gut isolirten Smee'schen Elementen, die so angeordnet waren, dass die Erdleitung leicht an einem beliebigen derselben angebracht werden konnte.

Die Elemente sind — so lange sie nur im geöffneten Zustande gebraucht werden — vollkommen constant und können leicht auf Daniell reducirt werden.

Um eine Beobachtung auszuführen, wurde über den einen Arm des Wagebalkens eine gabelförmige, in ihrer Höhe regulirbare Arretirung geschoben, so dass die Wage und damit auch die bewegliche Condensatorplatte nur einen eben merklichen Spielraum zu Schwingungen hatte. Darauf wurde die Gewichtschale mit einem beliebigen Gewichte belastet und die Arretirung in ihrer Höhe so gestellt, dass der Zeiger der Wage auf Null stand, also die bewegliche Platte ihre Ruhelage inne hatte; wurde nun der eine Pol der Batterie mit der fixen Condensatorplatte verbunden, so konnte man durch Anlegen der Erdleitung an verschiedene Punkte der Batterie leicht jene Anzahl von Elementen finden, die dem betreffenden Auflagegewicht entsprachen. Die Distanz beider Platten bleibt natürlich während des ganzen Versuches ungeändert.

Ich habe die Messungen bei verschiedenen Plattendistanzen ausgeführt und führe die Resultate in der entsprechenden Reihenfolge an. Was die Dimensionen der Platten anlangt, so war der Durchmesser der beweglichen = $73{,}9^{mm}$, der innere des Schutzringes = 75,5 und dessen äusserer = 197^{mm}. Mit diesem gleich war auch der Durchmesser der fixen Platte.

I. Versuch.

Distanz der beiden Platten $d = 0{,}545^{mm}$.

Werth eines Smee'schen Elementes in Daniell: $S = 1{,}17\,D$[1]).

1) Bei diesem Versuche hatte die Batterie eine andere Füllung wie bei den nachfolgenden, daher auch S einen anderen Werth.

In der folgenden Tabelle stellt jede Horizontalreihe einen Versuch dar; es wurde mit den Auflagegewichten stets so weit gegangen, als es eben die Batterie erlaubte. Unter m ist das Gewicht in Grammen, unter N die Anzahl der nöthigen Elemente und unter D die hieraus folgende Kraft des Daniell in absoluten elektrostatischen Einheiten zu verstehen.

m	N	D
0,09	100	0,00334
0,29	191	0,00314
0,49	247	0,00315
0,69	290	0,00319
0.89	330	0,00318
1,09	365	0,00319
1,29	390	0,00324

II. Versuch.

Es war $d = 0{,}623^{mm}$ und $S = 1{,}07\ D$.

m	N	D
0,05	95	0,00328
0,10	136	0,00323
0,20	192	0,00325
0,30	243	0,00314
0,40	283	0,00311
0,50	310	0,00318

III. Versuch.

$d = 0{,}812^{mm}$; $S = 1{,}07\ D$.

m	N	D
0,05	127	0,00320
0,10	184	0,00312
0,15	219	0,00321
0,20	262	0,00310
0,40	362	0,00317

IV. Versuch.

$d = 1{,}310^{mm}$; $S = 1{,}07\ D$.

m	N	D
0,10	285	0,00325
0,20	398	0,00329

V. Versuch.

$d = 1{,}310^{mm}$; $S = 1{,}07\ D$.

m	N	D
0,05	199	0,00329
0,10	283	0,00327
0,20	398	0,00329

VI. Versuch.

$d = 1{,}318^{mm}$; $S = 1{,}07\,D$.

m	N	D
0,05	207	0,00329
0,10	302	0,00319
0,17	389	0,00322

VII. Versuch.

$d = 2{,}186^{mm}$; $S = 1{,}07\,D$.

m	N	D
0,05	341	0,00321
0,07	396	0,00327

VIII. Versuch.

$d = 1{,}285^{mm}$; $S = 1{,}07\,D$.

m	N	D
0,05	357	0,00321

Die vorstehenden Beobachtungsresultate, die übrigens unter einander in ziemlich guter Uebereinstimmung stehen, lassen doch folgendes erkennen. So lange die Distanz der Platten unter einer gewissen Grösse bleibt, ca. 1^{mm}, nehmen die Werthe von D mit wachsender Zahl der Elemente ab. Erst wenn d grösser als 1^{mm} wird, erscheint D von m und N unabhängig. Der Grund dieser Erscheinung liegt in folgendem: Wenn die Plattendistanz sehr klein ist und im Falle einer Attraction der beweglichen Platte noch kleiner wird, so kann es geschehen, dass, wenn die Spannung hoch ist, Entladungen stattfinden, sogar dass Funken überspringen.

Dadurch aber wird die Säule polarisirt — wie sich auch nachweisen liess — und der Werth von D zu klein gefunden.

Dem entsprechend stimmen von den Versuchen I—III ($d < 1^{mm}$) auch nur die ersten Beobachtungen, bei niedrigerer Spannung, mit den Werthen von IV—VIII überein. Ich glaube daher, dass es gerechtfertigt ist, für den Werth von D nur das Mittel aus jenen Versuchen zu nehmen, bei denen die Plattendistanz gross genug war, um ein Ueberströmen der Elektricität hintanzuhalten, das ist aus den Versuchen IV—VIII.

Dieses Mittel ist $D = 0{,}00325$, welcher Werth zwischen den beiden von W. Thomson gegebenen liegt.

Die elektromotorische Kraft desselben Daniell'schen Elements, welches der vorstehenden Messung zur Basis diente, wurde auch in elektromagnetischem absolutem Maass bestimmt, unter Beobachtung der im Laufe einer gewissen Zeit und bei gegebenem Widerstande im

Elemente selbst abgeschiedenen Kupfermenge. Dabei wurde das elektrochemische Aequivalent des Kupfers = 0,00324[1]) und der absolute Werth der Siemens'schen Einheit = 971700000[2]) angenommen. Es wurden drei Versuche bei verschiedenem äusseren Widerstande ausgeführt; der Widerstand des Elementes selbst betrug 1,50 S. E.

I. Versuch.

Dauer: 18 Minuten.
Abgeschiedene Kupfermenge: 0,0137^g.
Aeusserer Widerstand: 25,0 S. E.
Daraus berechnet sich die elektromotorische Kraft des Daniell $D = 0{,}989 : 10^8$ CGS. oder $= 0{,}989$ Volt.

II. Versuch.

Dauer: 72 Minuten.
Abgeschiedenes Kupfer: 0,0281^g.
Aeusserer Widerstand: 50,0 S. E.
Daraus ergibt sich $D = 0{,}986 \cdot 10^8$ CGS. $= 0{,}986$ Volt.

III. Versuch.

Dauer: 72 Minuten.
Abgeschiedenes Kupfer: 0,0139^g.
Aeusserer Widerstand: 100,0 S. E.
Und daraus $D = 0{,}059 \cdot 10^8$ CGS. $= 0{,}959$ Volt.

Die drei Versuche stimmen trotz der Widerstandsänderung von 25 bis 100 S. E. ziemlich gut überein: der Mittelwerth ist

$$\boldsymbol{D = 0{,}978} \text{ Volt.}$$

Wir erhalten somit

D in elektrostatischem Maasse $= 0{,}00325$
D in elektromagnetischem Maasse $= 0{,}978 \cdot 10^8$.

Daraus ergibt sich das Verhältnis der Einheiten beider Maasssysteme, oder die Grösse

$$\boldsymbol{v = 3{,}01 \cdot 10^{10}}.$$

Dieser Werth liegt innerhalb der Grenzen, welche von anderen Autoren angegeben werden. So ergaben z. B. die Untersuchungen von:

---

1) Entsprechend dem von Mascart (Journal d. Phys. März 1882) angegebenen elektrochemischen Aequivalente des Wassers = 0,0009363 und dem Aequivalentgewichte des Kupfers = 31,78 nach Stas.

2) Nach Kohlrausch, Pogg. Ergbd. 6 S. 34.

W. Thomson	$2{,}82 \cdot 10^{10}$
Maxwell	$2{,}88 \cdot 10^{10}$
Stoletow	$2{,}99 \cdot 10^{10}$
Shida	$3{,}00 \cdot 10^{10}$
Klemenčič	$3{,}04 \cdot 10^{10}$
Weber und Kohlrausch	$3{,}11 \cdot 10^{10}$

Was die absolute Grösse des Werthes von D, wie ihn die vorliegende Untersuchung ergibt, anlangt, so fällt auf, dass derselbe um ca. 10% kleiner ist, als gewöhnlich angenommen wird; die meisten Autoren finden Werthe, welche nur wenig von 1,10 abweichen. So Bosscha, H. F. Weber, v. Waltenhofen, Kohlrausch, deren Werthe sämmtlich zwischen 1,088 und 1,132 Volt liegen; ebenso erhält A. Wright[1]) in seiner ausführlichen Untersuchung über das Daniell'sche Element den Werth 1,115.

Der Grund dieser starken Abweichung von 10% kann nur in der Construction der betreffenden Elemente zu suchen sein; dasjenige, welches den hier gegebenen Werth lieferte, war ganz gewöhnlicher Construction mit Thondiaphragma, fasste von jeder Flüssigkeit 68 ccm und wurde einerseits mit concentrirter Lösung von Kupfersulphat, andrerseits mit auf das 11fache Volumen verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Vor jeder Messung war das Element mindestens kurze Zeit geschlossen. Es ist mir von anderweitigen elektrometrischen Messungen her bekannt, dass sog. Normal-Daniell — bei denen die Flüssigkeitsgefässe durch capillare Bügel in Verbindung stehen — stets höhere Werthe der elektromotorischen Kraft liefern. Ich habe deshalb das hier verwendete Element noch mit einem solchen Normal-Daniell verglichen und gefunden, dass letzteres in der That um ein Zehntel grössere Werthe ergab, bei directer Prüfung am Elektrometer. Für dieses Normalelement wären somit die Werthe

$$D = 0{,}00357 \text{ in elektrostatischem Maass und}$$
$$D = 1{,}076 \cdot 10^8 \text{ in elektromagnetischem Maass.}$$

Diese Werthe stimmen denn auch mit den Angaben der anderen Autoren überein[2]) und es ist wohl zu vermuthen, dass die meisten Beobachtungen auf solche Normalelemente reducirt wurden.

Dass der Werth des Daniell je nach der Construction sehr bedeutend schwanken kann, ist bekannt. So findet z. B. Baille[3])

---

1) Phil. Mag. (5) Bd. 13 S. 265, 1882.

2) So findet Minchin (Wied. Beibl. Bd. 6 S. 297) für D in statischem Maass 0,00352.

3) C. R. Bd. 92 S. 32, 1881.

Variationen bis zu ein Zwölftel des Werthes; Aehnliches gibt auch A. Wright in seiner oben citirten Arbeit an. Es fragt sich, woher diese Schwankungen kommen nnd welchen Werth man als den wahren anzusehen hat?

Ich glaube, der Grund dieser Erscheinung ist in der Anwesenheit des freien, von der Lösung absorbirten Sauerstoffes zu suchen, der in solchen Elementen, durch welche des grossen Widerstandes wegen nur ein sehr schwacher Strom circulirt, nicht genügend verbraucht wird; die Wirkung dieses freien Sauerstoffes aber ist es, die Kraft des Elementes zu vermehren. Der so erhaltene Werth ist dann aber nicht der eines ideellen Daniell, sondern eben ein zu grosser. Um diesen Einfluss zu beseitigen, muss man also durch das Element einen verhältnismässig starken Strom circuliren lassen; dadurch kann aber infolge der Concentrationsänderungen der Flüssigkeiten eine Verminderung der elektromotorischen Kraft um 4 % eintreten, wie A. Wright[1]) gezeigt hat. Es liegen also in der Natur des Daniell'schen Elementes Factoren, die es kaum möglich erscheinen lassen, eine viel grössere Genauigkeit in der Bestimmung der elektromotorischen Kraft zu erreichen als bisher schon geschehen, denn wir sind nicht im Stande, ein Element zusammenzusetzen und auch nur kurze Zeit wirken zu lassen, welches dann noch genau nach dem Schema eines Daniell-schen Elementes thätig wäre.

Schliesslich theile ich einige Messungen mit über die elektromotorische Kraft von Elektrisirmaschinen, die sich hauptsächlich auf die Frage beziehen, ob diese Kraft eine Function der Umdrehungsgeschwindigkeit ist oder nicht. Die folgende kleine Tabelle bezieht sich auf eine Inductionsmaschine (System Holtz) mit zwei gegen einander laufenden Scheiben von 35 cm Durchmesser; die Messungen wurden an dem oben beschriebenen absoluten Elektrometer gemacht und unter Zugrundelegung der Zahl 0,00325 auf Daniell reducirt.

Zahl der Umdrehungen in 1 Sec.	Plattendistanz am Elektrometer	benöthigtes Auflagegewicht		Mittel	Elektrische Kraft in Daniell
		mit Leydenerflasche	ohne Leydenerflasche		
1	10,5 mm	1,52 g	1,55 g	1,535 g	9540
3½	10,5	7,10	7,15	7,125	20580

1) a. a. O.

Die Benutzung der Leydenerflasche übt, wie man sieht, keinen wesentlichen Einfluss; dagegen ist, wie auch zu erwarten stand, die Umdrehungsgeschwindigkeit an der Grösse der erzielten elektromotorischen Kraft besonders betheiligt, was jedoch mit den Angaben Rossetti's über diesen Punkt nicht übereinstimmt. Anders verhält sich die Sache bei einer Reibungselektrisirmaschine (System Winter); die folgende Tabelle gibt darüber Aufschluss.

Zahl der Umdrehungen in 1 Secunde	Plattendistanz am Elektrometer	Benöthigtes Auflagegewicht	Elektrische Kraft in Daniell
1	11,87 mm	1,92 g	11610
3	11,87	1,92	11610

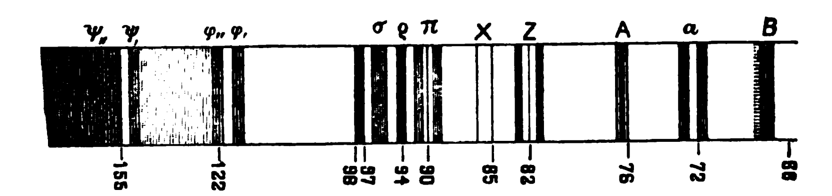
Der Scheibendurchmesser der Maschine betrug 43 cm. Wie man sieht, ist hier die elektromotorische Kraft von der Geschwindigkeit — wenigstens innerhalb der benutzten Grenzen — unabhängig; es scheint demnach, dass die durch Reibung erzielte elektromotorische Kraft für jedes Körperpaar eine Constante ist, ähnlich wie dies bei der durch chemische Reaction zweier Substanzen auf einander erzeugten Potentialdifferenz der Fall ist.

Der infrarothe Theil des Sonnenspectrums[1].

Von

V. v. Lang.

Beistehende Figur gibt den infrarothen Theil eines von W. de W. Abney[2]) photographirten Sonnenspectrums, das von drei Flintglasprismen entworfen wurde. Der photographische Process beruht



hauptsächlich auf Bereitung einer sorgfältig gereinigten Emulsion von fein zertheiltem Bromsilber in Collodium, indem man letzteres mit Bromzink und salpetersaurem Silber versetzt. Abney gibt für die Entfernung der beobachteten Banden die Zahlen:

$\psi_{,,}A = 68{,}5$	$AB = 18{,}7$
$\psi_{,}A = 66{,}5$	$BC = 10{,}5$
$\varphi_{,,}A = 55{,}5$	$CD = 29{,}8$
$\varphi_{,}A = 53{,}5$	$DE = 39{,}7$
$\tau_{,,}A = 36{,}2$	$Eb = 6{,}8$
$\tau_{,}A = 35{,}9$	$bF = 30{,}0$
$\sigma A = 31{,}5$	
$\varrho A = 30{,}75$	
$\pi A = 26{,}7$	
$XA = 18{,}75$	
$ZA = 13{,}12$	

---

1) Zum Theil schon in des Verfassers Bearbeitung von Beer's Optik, 2. Aufl. 1882, mitgetheilt.

2) On the photographic method of mapping the least refrangible end of the solar spectrum. Tr. of the R. Soc. 1880 p. 653.

Von diesen Banden sollen π, Z, X die drei sein, die schon von J. W. Draper[1]) mit Hülfe der Daguerreotypie nachgewiesen und gezeichnet worden waren. Draper[2]) selbst betrachtet die Banden ϱ, π, Z als identisch mit den von ihm entdeckten.

Abney untersuchte auch das Beugungsspectrum des Sonnenlichtes, indem er letzteres an einem Gitter reflectiren liess und zur Erzeugung des Bildes statt Sammellinsen Hohlspiegel anwandte. Es gelang ihm so die Banden A bis τ in 260 Linien aufzulösen, während er über τ hinaus nur ein continuirliches Spectrum erhielt. Da man bei diesem Verfahren gleich die Wellenlängen der einzelnen Linien erhält, so konnte Abney die von ihm gefundenen Linien in einem Normalspectrum darstellen, welches, in seiner Längsrichtung verkürzt betrachtet, die Aehnlichkeit mit dem oben gezeichneten prismatischen Spectrum nicht verkennen lässt. Für die Banden des letzteren Spectrums erhält Abney so folgende Werthe der Wellenlängen in Mikron:

$\tau_{,,}$ . . . $l = 0{,}983\mu$
$\tau_{,}$ . . . $l = 0{,}975$
ϱ . . . $l = 0{,}941$
π . . . $l = 0{,}905$
X . . . $l = 0{,}854$
Z . . . $l = 0{,}824$
A . . . $l = 0{,}760$ (angenommen).

Mit Hülfe dieser Zahlen kann man die oben gegebenen Entfernungen der vorstehenden Banden nach der Dispersionsformel $x + \frac{y}{l^2}$ berechnen. Unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate erhält man:

$$x = 90{,}37$$
$$y = 52{,}279,$$

welche Werthe von x und y folgende Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung geben:

beob.	$B-R$
$\tau_{,,}A = 36{,}20$ . . .	$-0{,}07$
$\tau_{,}A = 35{,}90$ . . .	$+0{,}52$
$\varrho A = 30{,}75$ . . .	$-0{,}58$
$\pi A = 26{,}70$ . . .	$+0{,}16$
$XA = 18{,}75$ . . .	$+0{,}06$
$ZA = 13{,}12$ . . .	$-0{,}25$
$AA = 0$ . . .	$+0{,}14$

1) On a new system of inactive tithonographic spaces in the solar spectrum analogous to the fixed lines of Fraunhofer. Phil. Mag. (3) t. XXII p. 360, 1843.

2) Siehe: J. W. Draper, On the phosphorograph of a solar spectrum and on the lines in its infra-red region. Phil. Mag. (5) t. XI p. 106, 1881. — Abney, On the lines in the infra-red region of the solar spectrum. Phil. Mag. t. XI p. 300.

Man kann nun auch leicht für die übrigen Banden des prismatischen Spectrums die Wellenlänge bestimmen, indem man ihre Entfernungen von A in die Dispersionsformel einsetzt. Man erhält so:

$$\psi_{,,} \quad . \quad . \quad . \quad l = 1{,}546\mu$$
$$\psi_{,} \quad . \quad . \quad . \quad l = 1{,}480$$
$$\varphi_{,,} \quad . \quad . \quad . \quad l = 1{,}224$$
$$\varphi_{,} \quad . \quad . \quad . \quad l = 1{,}191$$
$$\sigma \quad . \quad . \quad . \quad l = 0{,}942$$

Wir kennen somit jetzt Strahlen mit Wellenlängen von 1,546 bis 0,185μ.

Nachträglich habe ich gesehen, dass die von mir nach Cauchy's Dispersionsformel ausgeführte Berechnung der von Abney gegebenen Daten recht gut mit früheren Beobachtungen stimmt. Der Annuaire pour l'an 1882 publié par le bureau des longitudes, Paris, gibt nämlich für die Wellenlängen des infrarothen Theiles des Sonnenspectrums auf p. 678:

Grenze . . .	1,940	Fizeau
Linie . . .	1,445	„
Linie . . .	1,220	Ed. Becquerel.

Die erste Linie ist also wohl mit $\psi_{,,}$ die zweite mit $\varphi_{,,}$ identisch.

Ueber die Messung der Windungsfläche einer Drahtspule auf galvanischem Wege und über den absoluten Widerstand der Quecksilbereinheit[1]).

Von

F. Kohlrausch.

Maassgebend für die galvanische Fernwirkung geschlossener ebener Stromleiter ist die von denselben umschlossene Fläche, deren Ausmessung deswegen häufig von Bedeutung ist. Während nun die genäherte Bestimmung dieser Grösse aus der Gestalt und Windungszahl einer Spule in Verbindung mit der Drahtlänge sich leicht ausführen lässt, so erregt diese geometrische Ausmessung bei dem äussersten Anspruch auf Genauigkeit einige Bedenken[2]). Als anstössig muss bei diesem Verfahren auch der Umstand bezeichnet werden, dass die einzige mögliche Controle der Messung durch Wiederabwinden des Spulendrahtes nur unter Zerstörung des Werkes geschehen kann.

Ich will einen einfachen Weg beschreiben, wie man die Windungsfläche geschlossener Stromleiter nach ihrer Fertigstellung in einer, wie ich glaube, einwurfsfreien und grosser Genauigkeit fähigen Weise ermitteln kann.

Sehr scharf ausmessbar ist der Durchmesser einer aus einer einzigen Windung bestehenden Tangentenbussole, wonach die Wirkung eines diese Windung durchfliessenden Stromes auf eine kurze Nadel im Mittelpunkt genau berechnet werden kann. Leitet man nun einen und denselben Strom durch die Tangentenbussole und durch die entfernt aufgestellte Spule und vergleicht die Wirkungen, welche von beiden Leitern auf die Nadel der Tangentenbussole ausgeübt werden, mit einander, so erhält man hieraus die Fernwirkung und daraus endlich die Windungsfläche der Spule.

Sehen wir einstweilen von Correctionen ab, so gestaltet sich das Verfahren in folgender einfachen Weise.

---

1) Aus den Nachrichten der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Sept. 1882, vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

2) Siemens, Pogg. Ann. Bd. 127 S. 332, 1866. Rowland, Sill. Journ. Bd. 15 S. 288, 1878. G. Wiedemann, Elektrotechn. Zeitschr. Bd. 3 S. 261, 1882.

Ist i die Stromstärke und φ die Ablenkung der Nadel, welche den Magnetismus M besitze, so beträgt das von der Tangentenbussole vom Halbmesser R herrührende Drehungsmoment

$$iM\frac{2\pi}{R}\cos\varphi.$$

Die Spule mit der Windungsfläche F sei in dem grossen Mittelpunktsabstande a von der Nadel in der ersten Hauptlage aufgestellt (d. h. östlich oder westlich von der Nadel, die Spulenaxe nach der Nadel gerichtet); dann ist die Wirkung des Stromes i in der Spule auf die Nadel gegeben durch

$$2iM\frac{F}{a^3}\cos\varphi.$$

Die Nadel erfahre endlich vom Erdmagnetismus und event. von ihrem Aufhängefaden die Wirkung

$$-CM\sin\varphi.$$

φ sei der beobachtete Winkel, wenn der Strom der Spule mit dem der Tangentenbussole gleichsinnig wirkt; kehrt man den Strom in der Tangentenbussole um, so entstehe die Ablenkung φ', welche negativ zu nehmen ist, wenn sie nach der anderen Seite stattfindet als φ.

Dann hat man

$$\left(2\frac{F}{a^3}+\frac{2\pi}{R}\right)i = C\,\mathrm{tg}\,\varphi$$
$$\left(2\frac{F}{a^3}-\frac{2\pi}{R}\right)i = C\,\mathrm{tg}\,\varphi',$$

woraus die gesuchte Windungsfläche sich ergibt

$$F=\frac{a^3\pi}{R}\,\frac{\mathrm{tg}\,\varphi+\mathrm{tg}\,\varphi'}{\mathrm{tg}\,\varphi-\mathrm{tg}\,\varphi'}.$$

Wirkt die Spule anstatt aus der ersten, aus der zweiten Hauptlage (d. h. nördlich oder südlich von der Nadel, die Spulenaxe ostwestlich gerichtet), so tritt der Factor 2 zur rechten Seite hinzu.

Praktische Ausführung des Verfahrens.

Damit man die Fernwirkung der Spule der dritten Potenz des Abstandes umgekehrt proportional setzen kann, wie vorhin geschehen ist, wird ein so grosser Abstand erfordert, dass man das Quadrat des Verhältnisses der Spulendimension zu dem Abstande gegen Eins vernachlässigen kann. So weit wird man aus leicht ersichtlichen Gründen im allgemeinen nicht gehen können.

Man muss also die Ausdehnung der Spule in Rechnung setzen, was in folgender Weise geschieht. Ich nehme an, dass die sechste Potenz obigen Verhältnisses vernachlässigt werden darf.

Es bedeute l die Länge, r_0 den inneren, r_1 den äusseren Halbmesser der cylindrischen Spule.

Erste Hauptlage. Die Fernwirkung der Spule wird erhalten, wenn man anstatt $2\frac{F}{a^3}$ setzt

$$2\frac{F}{a^3}\left[1+\frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{2}l^2-\frac{9}{10}\varrho\right)+\frac{1}{a^4}\left(\frac{3}{16}l^4-\frac{9}{8}l^2\varrho+\frac{45}{56}\varrho'\right)\right].$$

Zweite Hauptlage. Die Fernwirkung beträgt

$$\frac{F}{a^3}\left[1+\frac{1}{a^2}\left(-\frac{3}{8}l^2+\frac{27}{40}\varrho\right)+\frac{1}{a^4}\left(\frac{15}{128}l^4-\frac{45}{64}l^2\varrho+\frac{225}{448}\varrho'\right)\right].$$

Hier ist $\frac{r_1^5-r_0^5}{r_1^3-r_0^3}=\varrho$ und $\frac{r_1^7-r_0^7}{r_1^3-r_0^3}=\varrho'$ gesetzt.

Um die nicht genau angebbare Lage der Mittelpunkte der Nadel und der Spule zu eliminiren, stellt man die Beobachtung auf beiden Seiten der Spule an und nimmt für den Abstand die halbe Entfernung der beiden Verticalen des Nadelcocons von einander. Ausserdem wird man natürlich die Nadelausschläge durch Commutiren des Stromes nach beiden Seiten beobachten und die Mittel nehmen. Schwankungen der Stromstärke werden durch geeignetes Abwechseln der Verbindungen eliminirt. Richtet man die Entfernung so ein, dass die Ströme in beiden Instrumenten, wenn sie einander entgegenwirken, sich nahezu aufheben, so sind dergleichen Vorsichtsmaassregeln nicht einmal nothwendig.

Beispiel.

Als erstes Object dieser Messung habe ich die Spule eines klassischen Instrumentes gewählt, nämlich des ersten von Herrn Weber im Jahre 1853 im 5. Bande der Abhandlungen der kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen beschriebenen Erdinductors. Durch die Güte der Herren Weber und Riecke wurde mir dieses Instrument zu dem Zwecke der Messung zur Verfügung gestellt.

Gerade diese Windungsfläche zu messen lag für mich eine besondere Veranlassung vor, denn ich hatte denselben Erdinductor im Jahre 1869 zu einer absoluten Widerstandsbestimmung im Göttinger magnetischen Observatorium gebraucht[1]). Diese Messung hatte ein um etwa 2 % grösseres Resultat geliefert, als die bekannte kurz vorher von dem Comite der British Association ausgeführte Messung. Seitdem aber hat die Mehrzahl der absoluten Widerstandsbestimmungen, welche von den Herren Lorenz, F. Weber, Rowland, Raileigh und Schuster ausgeführt worden sind, ein im Gegentheil kleineres Resultat geliefert als die Messung der British Association, so dass ich diesen Ergebnissen gegenüber an meiner Bestimmung zweifelhaft werden musste. Die mühsame, zeitraubende Arbeit zu wiederholen hinderte mich der schon im nächsten Jahre erfolgende Wegzug von Göttingen.

Nun war die Windungsfläche des Inductors die einzige in meiner Arbeit vorkommende Grösse, welche ich nicht selbst gemessen hatte, und

---

1) Göttinger Nachr. 1870 S. 513. Pogg. Ann. Ergbd. 6 S. 1.

es ist begreiflich, dass ich den Wunsch hegte, diese Lücke auszufüllen. Durch die Bemerkungen von Herrn Rowland (a. a. O.), dass die geometrische Ausmessung einer Windungsfläche bei ihrer Herstellung leicht einen zu grossen Werth ergeben kann, wurde dieser Wunsch gesteigert, denn Herr Rowland begründete diese Behauptung durch Erwägungen, deren Berechtigung man nicht bestreiten kann.

Dem Physikalischen Institut zu Göttingen, welches mir durch sein Entgegenkommen die gewünschte Messung ermöglicht hat, bin ich deswegen zu Dank verpflichtet.

Die zu der Beobachtung verwendete Tangentenbussole habe ich kürzlich in Wiedemann's Annalen der Physik Bd. 15 S. 552 beschrieben. Dieselbe hat einen mittleren Windungsdurchmesser von 40,29 cm. Einschliesslich der kleinen Correctionen wegen der Stromzuleitung und wegen der Nadellänge findet man, dass ein Strom i in dieser Windung auf die Nadel das Drehungsmoment ausübt (cm, g)

$$Mi \,.\, 0{,}3119 \,.\, \cos\varphi.$$

Die Inductorspule hat einen inneren Halbmesser $r_0 = 11{,}43$, einen äusseren $r_1 = 17{,}14$ cm; die Länge der Windungslagen beträgt $l = 12{,}00$ cm. Die bei den Messungen vorkommenden Abstände zwischen Inductor und Nadel von 108 bis 135 cm sind gross genug, um die sechsten Potenzen der Verhältnisse der Inductorausdehnung zu den Abständen vernachlässigen zu dürfen. Auch sind die als Correctionsglieder eintretenden Quadrate dieser Verhältnisse hinreichend klein, um auf die geringen Unebenheiten in der Oberfläche der Windungen kein Gewicht zu legen.

Es wurden drei Beobachtungssätze, theilweise von Herrn Hallock, theilweise von mir angestellt, zwei aus der ersten Hauptlage mit dem Abstande $a = 134{,}83$ cm, zwei aus der zweiten Hauptlage mit $a = 107{,}80$ und 125,18 cm, und jedesmal unter Anwendung verschiedener Stromstärken. Die einzelnen Resultate jedes Satzes zeigen eine vorzügliche Uebereinstimmung und auch die Ergebnisse der verschiedenen Messungen weichen im äussersten Falle vom Mittel um etwa $\frac{1}{2200}$ ab.

Die Sätze ergaben für die Windungsfläche des Inductors die Werthe

38,72 38,73 38,71 und 38,70 qm

und im Mittel 38,72 qm.

Abänderung des früher gefundenen absoluten Widerstandes der Quecksilbereinheit.

Aus den bei dem Aufwinden des Inductors vor 30 Jahren angestellten geometrischen Messungen war die Inductorfläche = 39,28 qm berechnet worden (Abhandl. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen Bd. 5, 1853, S. 53 des Sep.-Abzugs; Pogg. Ann. Ergbd. 6, 1874, S. 24). Der jetzige Werth findet sich um 0,56 qm kleiner. Zur Erklärung dieses Unterschiedes genügt eine Differenz im mittleren Halbmesser von etwa 1 mm. Herr Rowland vermuthete eine Differenz in diesem Sinne wegen des Ineinanderlegens der Lagen von dem 3,2 mm dicken Drahte und wegen des

Zusammenpressens der unteren durch die oberen Windungsschichten. Lässt man nun auch dahingestellt, ob die ganze obige Differenz aus diesen Umständen entspringt, oder ob etwa im Laufe der Zeit noch ein Schwinden hinzugetreten ist, so kann man doch als sehr wahrscheinlich folgendes annehmen. Der Inductor war im Jahre 1853 bereits vorhanden, also bei meiner Anwendung zu der absoluten Widerstandsmessung mindestens 16 Jahre alt. Dass seitdem noch eine Aenderung an demselben vorgegangen wäre, ist nicht denkbar. Von aussen ist weder mit Absicht, noch, wie man aus der ganz unverletzten Beschaffenheit schliessen kann, durch Unvorsichtigkeit irgend ein Eingriff in seinen Zustand erfolgt. Man muss deswegen annehmen, dass die Windungsfläche bei meiner Widerstandsbestimmung die nämliche Grösse gehabt hat wie gegenwärtig, dass also anstatt 392800^{qcm} die Zahl 387200^{qcm} in die Berechnung eingeführt werden muss.

Der früher berechnete Werth $0{,}9717\ \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}$ für die Siemens'sche Quecksilbereinheit ist also im Verhältnis $387200^2 : 392800^2$ zu verkleinern, wodurch

$$1 \text{ Quecksilbereinheit} = 0{,}944 \text{ Ohm oder } \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}},$$

oder auch

$$1 \text{ British Association Einheit} = 0{,}990 \text{ Ohm}$$

aus meinen früheren Messungen erhalten wird, ein Resultat, welches demjenigen der Herren Rowland und Raileigh und Schuster nahe kommt.

Mit Ausnahme der Inductorfläche hatte ich in meiner Arbeit alle Grössen selbst gemessen. Dass die jetzige Ergänzung der eigenen Messungen die beträchtlichen bis jetzt nicht erklärten Differenzen der durch verschiedene Beobachter ausgeführten absoluten Widerstandsbestimmungen beträchtlich verkleinert, ist ein für mich erfreuliches Resultat der neuen Messungsmethode für Windungsflächen.

Einfluss eines Metalles auf die Natur der Oberfläche eines anderen in sehr kleiner Entfernung befindlichen Metalles[1].

Von

H. Pellat.

Wenn man zwei metallische Oberflächen einander parallel und in geringer Entfernung (einige Millimeter oder einige Zehntel Millimeter) aufstellt, so kann man zeigen, dass im allgemeinen ein jedes Metall in den Eigenschaften seiner Oberflächenschichte, infolge der Nachbarschaft des anderen Metalles unabhängig von der Natur des letzteren, eine leise Veränderung erfährt. Diese Aenderung braucht einige Minuten, um zu entstehen, wächst anfangs mit der Zeit und nähert sich schliesslich einer Grenze. Sobald das beeinflussende Metall entfernt ist, erlangt das beeinflusste nach und nach und von selbst seinen ursprünglichen Zustand wieder: es ist also die hervorgebrachte Veränderung keine andauernde.

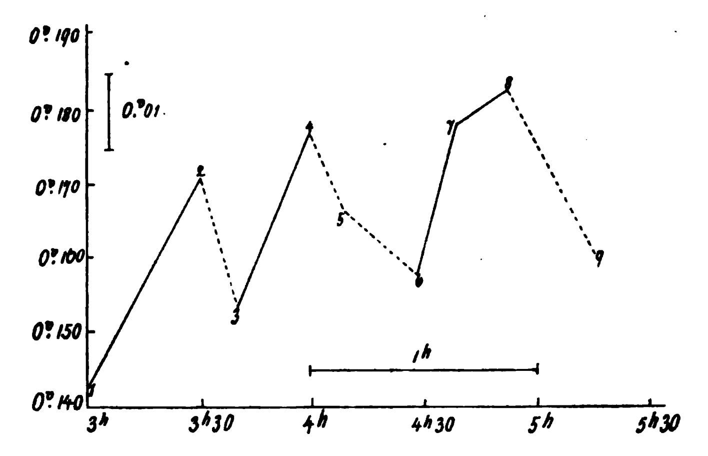
Ich habe diese Erscheinung wahrgenommen, als ich die Potentialdifferenz zwischen den elektrischen Schichten maass, welche die Oberflächen zweier in Contact befindlicher Metalle bedecken. Diese Grösse hängt bekanntlich nur ab von den äussersten Oberflächenschichten und ist unabhängig von der Natur der tieferen Partien. Wendet man, um die Messung zu bewerkstelligen, eine genaue Methode an, wie diejenige, welche ich die Ehre hatte der Akademie in der Sitzung vom 26. April 1880 vorzulegen, dann zieht die geringste chemische oder physikalische Veränderung der Metalloberflächen eine Veränderung der Zahlen nach sich, welche im Gegenfalle bei Abwesenheit einer jeden Veränderung eine beträchtliche Constanz aufweisen. Diese Methode bildet also ein Reagens von äusserster Empfindlichkeit, um die leisesten Modificationen in der Natur der Oberflächenschichten eines leitenden Körpers zu entdecken.

Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt. Das Metall A, welches dem Versuche unterworfen werden soll, ist in Form einer Platte in einen Apparat gebracht, welcher zur Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen dessen Oberfläche und der Oberfläche einer vergoldeten, mit der ersteren metallisch verbundenen Messingplatte dient. Diese vergoldete Platte bleibt während der ganzen Dauer des Versuches in demselben Zustande und es ändern sich infolge dessen die Eigenschaften seiner Oberfläche nicht. Gegenüber dem Metalle A setzt man parallel und in einer Distanz, welche von $0{,}1^{mm}$ bis 12^{mm} variirt werde, eine Platte des

1) Uebersetzt aus Compt. rend. t. XCIV p. 1247, 1882.

beeinflussenden Metalles *B*; man lässt die Metalle einige Minuten in diesem Zustande und dann misst man, nachdem man das beeinflussende Metall *B* weggehoben hat, die Potentialdifferenz zwischen dem Golde und dem Metalle *A*. Nach Verlauf einiger Minuten wiederholt man dieselbe Messung, ohne während dieses Zeitraumes das Metall in die Nähe von *A* gebracht zu haben; man findet gewöhnlich diese zweite Zahl um einige Hundertel Volt kleiner als die erstere. In dieser Weise wiederholt man zur Vermehrung der Versuche die Beobachtungen, und die Messung, welche der Einwirkung des Metalles *B* folgt, gibt für die Mehrzahl der einwirkenden Metalle immer eine etwas grössere Zahl, als diejenige, welche man findet, wenn innerhalb eines gewissen Zeitraumes das Metall keinerlei Einwirkung erfahren hat. Folgendes Diagramm stellt einen meiner Versuche über die Einwirkung des Bleies auf Kupfer dar.

Es sind als Abscissen die Zeit und als Ordinaten die Potentialdifferenzen zwischen dem Gold und Kupfer genommen (vermindert um



die Constante 0,140ᵛ); es sind je zwei aufeinanderfolgende Beobachtungen, innerhalb welcher das Kupfer dem Einflusse einer ungefähr 0,5 mm entfernten Bleiplatte ausgesetzt war, durch eine volle Linie und zwei Beobachtungen, innerhalb welcher das Kupfer keinerlei Einwirkung ausgesetzt war, durch eine punktirte Linie mit einander verbunden. Man sieht, dass alle vollen Linien aufsteigend, alle punktirten Linien absteigend sind.

Unter jenen einwirkenden Metallen, welche untersucht wurden, zeigen Blei und Eisen die stärkste Wirkung; eine noch sehr deutliche Wirkung geben Kupfer, Gold und Platin; Zink allein scheint die gegenüberstehende Oberfläche nicht zu beeinflussen, sei diese nun Zink, Kupfer oder Gold.

Ich möchte aber ganz besonders hervorheben, dass dieser Einfluss eines Metalles auf ein anderes, wenn auch die zur Untersuchung, dieser Erscheinung angewandte Methode auf elektrischen Eigenschaften der Metalle beruht, keinesfalls ein elektrisches Phänomen ist. Wäre es eine

Erscheinung dieser Art, z. B. infolge einer Polarisation der Luft, welche die beiden Platten trennt, eines Durchdringens der Elektricität durch das Gas oder sonst irgend einer elektrischen Ursache, dann müssten die Resultate der Messungen im wesentlichen von den Potentialdifferenzen abhängen, welche die Platten A und B während ihrer gegenseitigen Beeinflussung annehmen. Nun habe ich aber immer gefunden, dass man diese Potentialdifferenz innerhalb beträchtlicher Grenzen, z. B. von — 6 bis + 6 Daniells) variiren kann und dass das Resultat der folgenden Messung keineswegs davon beeinflusst wird[1]). Es ist also eine rein materielle Wirkung, weil sie wesentlich von der Natur des beeinflussenden Metalls abhängt, bedeutend ist mit Blei, weniger stark mit Kupfer und Null mit Zink[2]). Alles verhält sich so, wie wenn die Metalle bei gewöhnlicher Temperatur eine flüchtige Substanz aussenden würden, welche dadurch, dass sie auf der Oberfläche von Gegenständen sich absetzen kann, die Natur derselben chemisch verändert; hört aber die Einwirkung des Metalles auf, so verlässt dann dieser flüchtige Körper nach und nach jene Oberfläche, was allmählich eine Rückkehr in den ursprünglichen Zustand herbeiführt.

Ich muss hinzufügen, dass, wie immer, die allergrösste Sorgfalt in Bezug auf die Sauberkeit der Metalle verwandt wurde, und dass die Erscheinung sich unabhängig zeigte von der Substanz, welche zu dieser Säuberung benutzt wurde.[3])

Ich glaube, dass man diese Erscheinung mit jener der Moser'schen Bilder und mit der Thatsache, dass die meisten Metalle einen leichten Geruch haben, in Zusammenhang bringen muss[4]).

---

1) Im Momente der Messung hebt man die einwirkende Platte B auf und stellt plötzlich mit Hilfe eines Commutators die geeigneten Verbindungen her, um die Potentialdifferenz zwischen dem Golde und der Platte A zu bestimmen.

2) Der Einfluss des Kupfers auf das Zink zeigt sich noch ganz deutlich, wenn eine Entfernung von mehr als 0,01 ^{m} zwischen den beiden Metallen ist.

3) Anm. d. Red. Es soll hier darauf aufmerksam gemacht werden, ob nicht die vorstehend mitgetheilten merkwürdigen Resultate mit den Ansichten in Zusammenhang stehen, welche vom Unterzeichneten in einer im vorigen Hefte erschienenen Arbeit über den Vorgang beim Volta'schen Versuch aufgestellt wurden. Es wird nämlich dort den Oxydschichten der Metalle und deren elektrischen Ladungen eine wesentliche Rolle zugeschrieben. Die Wirkung beim Volta'schen Versuch kann aber nur ein constantes Resultat ergeben, wenn diese Oxydschichten vollkommene Isolatoren sind und daher eine Neuvertheilung ihrer Ladungen nicht zulassen. Nun liessen sich vielleicht die Resultate, welche Hr. Pellat erhielt, aus dem Umstande erklären, dass nicht alle Oxyde vollkommen isoliren und daher, unter dem Einflusse einer genäherten elektrischen Schichte, in ihnen allmählich eine Neuvertheilung der Elektricität auftritt. — Andrerseits muss daran erinnert werden, dass in jüngster Zeit von Demarçay direct nachgewiesen wurde (C. R. t. XCV p. 183, 1882), dass bei Cadmium, Zink, Antimon, Wismuth und Blei eine Verdampfung schon bei Temperaturen von 160°—360° C. sich constatiren lässt; es wird dadurch die Erklärung des Hrn. Pellat an Wahrscheinlichkeit gewinnen. F. E.

4) Diese Untersuchungen, vor mehr als drei Jahren angefangen, wurden im physikalischen Laboratorium der Sorbonne ausgeführt.

Zur Frage nach der Leitungsfähigkeit des Vacuums für Elektricität[1]).

Von

K. Krajevitsch.

Im Octoberhefte des Journals Ann. de chem. et de phys. ist ein Aufsatz von Prof. Edlund enthalten, in welchem er die Gründe, welche zu Gunsten der Annahme, dass das Vacuum der elektrischen Strömung einen ungeheuer grossen Widerstand leistet, zu entkräften und das Gegentheil zu beweisen sucht, nämlich, dass die Elektricität auch das Vacuum ungehindert durchdringt. Das Erste hat er mit Erfolg ausgeführt. In der That, man wird kaum zweifeln können an dem Vorhandensein des Widerstandes, den die Elektricität in den Berührungspunkten der Elektroden mit dem verdünnten Gase erfährt, analog dem Widerstande der Kohlen im Voltabogen. Folglich wird man die Unterbrechung des elektrischen Stromes in einer Geissler'schen Röhre nicht der Verdünnung des Gases, sondern dem Widerstande der Elektroden, oder beiden Ursachen zugleich zuschreiben können. Dass der Hauptantheil den Elektroden gehört, dafür spricht scheinbar der Umstand, dass die Erreichung des Vacuums (d. h. einer solchen Gasverdünnung, dass die Elektricität nicht mehr durchgeht) nicht immer gleich möglich ist und von der Form sowie dem Material der Elektroden abhängt; Prof. Edlund bestätigt das mit vielen Beobachtungen. Ich habe selbst oft beobachtet, dass bei der höchsten Verdünnung der Luft die Elektricität durch die Röhre ging, wenn die Platinelektroden mit kleinen Quecksilbertropfen bedeckt waren. Wenn der Versuch längere Zeit dauerte, so wurde die negative Elektrode nach und nach vom Quecksilber frei und auf den gegenüberliegenden Wänden bildete sich ein Niederschlag; zuletzt fand keine Entladung statt. Nach Umkehrung des Stromes erhielt ich in der Röhre abermals eine Lichterscheinung, wenn auf der zweiten Elektrode Quecksilber war. Wenn aber beide Elektroden vom Quecksilber frei geworden, fand keine Elektricitätsentladung statt,

---

1) Uebersetzt aus dem Journal der russischen physik.-chem. Ges. zu Petersburg Bd. 4 S. 198, 1882.

weder in der einen noch der andern Richtung. Das bedeutet, dass die Quecksilberelektroden einen geringeren Widerstand bieten, als die Platinelektroden. Das alles beweist jedoch noch nicht eine vollständige Leitungsfähigkeit des Vacuums und zeigt nur, dass die Folgerung der entgegengesetzten Eigenschaft eines sehr verdünnten Gases verfrüht ist.

Auf Grund vieler Thatsachen ergibt sich nothwendigerweise die Annahme, dass der Widerstand einer Geissler'schen Röhre aus dem Widerstande des Gases und jenem Widerstande, den die Elektricität beim Uebergange aus der Elektrode in das Gas erfährt, besteht. Bis jetzt ist es niemandem gelungen, den einen Widerstand vom andern zu trennen. Prof. Edlund stellt den ganzen Widerstand durch die Summe $r + r_1 l$ dar, wo r den Widerstand der Elektroden und r_1 den Widerstand des Gases und l den Abstand der Elektroden bezeichnet. Der Verdünnung des Gases entsprechend, wird r immer grösser und r_1 kleiner, so dass die Summe sich einer kleinsten Grösse nähert, welche man mit Unrecht als den geringsten Widerstand des Gases angenommen hat. Bei weiterer Verdünnung beginnt $r + r_1 l$ grösser zu werden, jedoch nicht aus dem Grunde, weil der Widerstand des Gases grösser wird, — im Gegentheil, er nimmt immer ab — sondern weil r fortwährend zunimmt. Zuletzt wird r so gross, dass Elektricität von sehr grosser Spannung denselben nicht überwinden kann. Alle diese Betrachtungen des Prof. Edlund muss man jedoch als reine Hypothese gelten lassen deshalb, weil es dafür keine unmittelbaren Beweise gibt. Im Gegentheil, es gibt einen Versuch von Holtz, den Prof. Edlund verschweigt, und der wenigstens, um nicht mehr zu sagen, durch seine Theorie sich nicht erklären lässt. Wenn eine Geissler'sche Röhre durch trichterförmige Scheidewände so getheilt wird, dass die Spitzen sämmtlich gegen eine Elektrode und die weiten Oeffnungen der Trichter gegen die andere gewendet sind, so geht die Elektricität in einer Richtung leichter als in entgegengesetzter. Im Handel kommen auch ähnliche Doppelröhren mit trichterförmigen Scheidewänden vor, welche mit ihren Spitzen nach entgegengesetzten Richtungen gekehrt sind. Beim Durchleiten des elektrischen Stromes erhält man die Lichterscheinung nur in einer Röhre; bei Umkehrung des Stromes tritt die Lichterscheinung im zweiten Theil der Röhre auf. Hier spielen offenbar die Elektroden keine Rolle und die Erscheinung ist von einer anderen Ursache abhängig.

Folgende Versuche können nach meiner Ansicht zur Lösung der Frage von der Leitungsfähigkeit des Vacuums dienen.

1. Wenn der Widerstand des leeren Raumes gleich Null ist, so muss er ebenso gross sein bei Aenderung des Abstandes der Elektroden. Das Gas sei in einem so hohen Grade verdünnt, dass die Elektricität durch dasselbe nicht durchgeht; durch Nähern der Elektroden dürfen wir keine Lichterscheinung in der Röhre bekommen. Wenn im Gegentheil die Lichterscheinung sich zeigt, so sind wir berechtigt, über die vollständige Leitungsfähigkeit des Vacuums zu zweifeln. Allerdings werden wir nicht mit einem absoluten Vacuum, sondern mit

einem in hohem Grade verdünnten Gase zu thun haben, aber da nach Edlund r_1 sehr klein und r sehr gross ist, so darf die Summe $r + r_1 l$ mit der Aenderung des l sich nicht merklich ändern. Um die Richtigkeit dieser Schlussfolgerungen zu prüfen, machte ich eine Röhre mit drei Elektroden, von denen zwei an den Enden der Röhre und eine in der Mitte derselben angebracht waren. Als Elektroden dienten Bleiröhren; dieselben wurden in Glasröhren eingeführt und die ringförmigen Zwischenräume mit einem Kitt ausgefüllt. Die Enden der Röhre waren zugeschmolzen und die Mitte derselben stand mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung. Bei genügender Luftverdünnung ging die Elektricität durch die ganze Röhre nicht durch, bei einem Abstand der Endelektroden von 300 mm. Wurde in den Inductionsstrom der grössere Theil der Röhre 205 mm oder der kleinere 125 mm eingeschaltet, so erhielt ich eine Lichterscheinung. Durch fortgesetzte Verdünnung des Gases verhinderte ich die Lichterscheinung im grösseren Theil der Röhre, während der kleinere Theil noch leuchten konnte. Bei weiterer Evacuirung konnte die Entladung auch im kleineren Theil der Röhre verhindert werden. Auf diese Weise ergaben sich Resultate, welche mit der Theorie Edlund's unvereinbar sind.

2. Es ist bekannt, dass Quecksilber in eine Glasröhre eingeführt, in welcher nachher die Luft sehr verdünnt worden ist, Lichterscheinungen verursacht, wenn das Quecksilber in der Röhre geschüttelt wird. Es würde sich empfehlen, folgenden Versuch zu machen. Zwei Elektroden sollen in eine Glasröhre so eingeschmolzen werden, dass der Abstand zwischen denselben 1 bis 3 mm nicht übersteige und nach Eingiessen des Quecksilbers soll die Luft soweit verdünnt werden, dass die Elektricität nicht durchgehen kann. Wenn nachher, beim Schütteln des Quecksilbers, das Quecksilber keine Lichterscheinung gibt, so wird man die betrachtete Theorie nicht für richtig halten können.

3. Wenn eine Glasröhre, in welcher die Luft sehr verdünnt ist, von aussen gerieben wird, so gibt sie bekanntlich eine Lichterscheinung. Wird die Luft mehr und mehr verdünnt, von Zeit zu Zeit Inductionsfunken durch dieselbe durchgeleitet, und die Röhre gerieben, so wird man den ganzen Gang der Erscheinung verfolgen können. Wenn die Röhre bei jeder Gasverdünnung Lichterscheinungen zeigt, so muss angenommen werden, dass die Vergrösserung der Leitungsfähigkeit des Gases mit seiner Verdünnung nirgends unterbrochen wird (Theorie von Edlund). Wenn aber die Reibung keine Lichterscheinungen erzeugt, so muss man zur entgegengesetzten Ueberzeugung gelangen, nämlich, dass der Widerstand des Gases bis zu einem gewissen Grade der Verdünnung abnimmt und bei weiterer Verdünnung zunimmt, weil hier der Widerstand der Elektroden beseitigt ist.

Die beiden letzten Versuche beabsichtige ich auszuführen und werde die Ehre haben, die Resultate derselben der physikalischen Gesellschaft vorzulegen.

Den anscheinend wichtigsten Beweis für die Richtigkeit seiner Theorie leitet Edlund ab aus der grösseren Höhe der Nordlichterscheinung. In diesen entfernten Regionen der Atmosphäre ist nach der Meinung Edlund's die Spannung der Luft viel kleiner als jene, welche wir mit den besten Pumpen erreichen können. Ein so hoher Verdünnungsgrad hindert jedoch nicht die Elektricitätsströmung. Es ist leicht die Grundlosigkeit dieser Folgerung einzusehen. Erstens gibt es keine Anhaltspunkte für die Beurtheilung der Spannung der Luft in einer bestimmten Höhe über dem Meeresniveau, weil die verdünnten Gase dem Boyle-Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze nicht folgen, wobei auch die Temperatur der oberen Schichten der Atmosphäre unbekannt ist, und zweitens ist es aus denselben Gründen — Unkenntnis des Gesetzes der Abhängigkeit zwischen Spannung, Dichte und Temperatur des Gases — auch nicht möglich, die Spannung des Gases bei der höchsten mit der Pumpe erreichbaren Verdünnung zu bestimmen. In jedem Fall ist diese Spannung unvergleichlich kleiner, als man sie gewöhnlich annimmt. Auf diese Weise gründet sich die Folgerung Edlund's auf der Vergleichung zweier Spannungen der Luft, von deren Grösse man sich nicht einmal einen angenäherten Begriff machen kann, und deshalb kann keineswegs als bewiesen betrachtet werden, dass der Widerstand des Gases, der Verdünnung entsprechend, bis Null abnimmt.

Schmidt's elektromagnetischer Kohlenlichtregulator.

Von

J. Kareis.

In den meisten Lampen wird der lichtbildende Strom zur Regulirung des Bogens vermittelst der Einwirkung desselben auf den Kern einer Spule, der zugleich der Kohlenträger ist, benutzt. In Schmidt's Regulatoren sind die Kohlen an den stromführenden Solenoiden oder Elektromagneten selbst angebracht und in jenen die elektrodynamischen, in diesen die magnetischen Wirkungen zur Bildung eines gleichmässigen Lichtbogens verwerthet.

Zur Veranschaulichung des Princips der Construction wählen wir die in Fig. 1 versinnlichte Form desselben.

Auf zwei Doppelhebeln von Metall: *ab* und *cd*, welche im Charniere *0* leicht drehbar von einander isolirt sind, werden Elektromagnete *A*, *B*, *C* und *D* befestigt; jeder derselben wird mit einer doppelten Drahtbewickelung — einer dicken und einer dünnen — versehen.

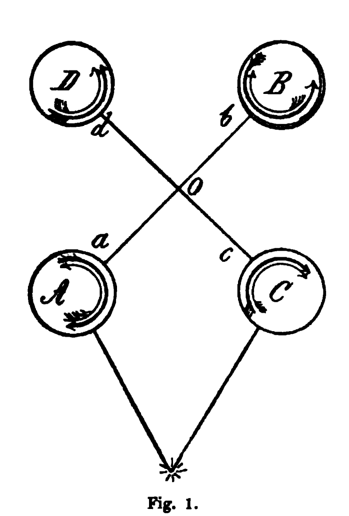


Fig. 1.

Der dicke, wenig Widerstand bietende Draht bildet einen Stromkreis für sich, der dünne, in vielen Windungen aufgewickelte, also grossen Widerstand bietende Draht stellt den andern Stromkreis dar; beide trennen sich bei den Einführungsklemmen, bilden somit zwei gesonderte Zweige, wenn sie stromdurchflossen sind. Der im dünnen Draht kreisende Stromantheil erzeugt in den Elektromagneten, welche hier als Regulirungsmittel vorausgesetzt sind, derartige Polaritäten, dass sich *A* und *C* sowie *D* und *B* anziehen und in der hierdurch bewirkten Bewegung durch die zwischen *A* und *D*, sowie zwischen *C* und *B* auftretende Abstossung unterstützt werden.

Der durch die starken Windungen und durch die Kohlenelektroden fliessende Strom soll nun die Polaritäten in der Weise ändern, dass dort, wo durch den schwachen Strom Anziehung stattfand, unter seiner Einwirkung Abstossung, und umgekehrt, wo Abstossung auftrat, jetzt Anziehung herrscht.

Denken wir vorerst die Elektroden in einem gewissen Abstand von einander befindlich, so gelangt offenbar die durch das Kreisen des Stromes im dünnen Draht auftretende Polarität der Elektromagnete zur Wirkung, d. h. die Kohlen werden zusammengeführt, der Lichtbogen entsteht unter dem Einfluss des durch den dicken Draht und die Kohlen gehenden, weitaus überwiegenden Theils vom Strome, der durch beiderlei Windungen im umgekehrten Verhältnis zu ihren Widerständen circulirt; die Kohlenstäbe brennen um einen Theil ihrer Länge ab.

Mit der Länge des Lichtbogens wächst auch sein Widerstand; der im dicken Draht circulirende Strom verliert bei diesem Wachsthum an Intensität, welche dem im dünnen Draht fliessenden zu Gute kommt.

Hierdurch aber kommt wieder jene Polarität zur Geltung, welche die Annäherung der Kohlenspitzen bewirkt. Dieser Regulirungsmodus dauert während der ganzen Brennzeit der Kohlen fort.

Der vorbeschriebene Wechsel in der Polarität ist dadurch bedingt, dass die Windungen der Elektromagnete C und D des Hebels cd einen gleichgerichteten, dagegen A und B des Hebels ab einen entgegengesetzt gerichteten Strom führen.

Durch verschiedene Combinationen von Elektromagneten oder Solenoiden lassen sich unzählige Formen dieser Regulatoren ausführen; so kann man Elektromagnete sich radial, axial, parallel etc. gegen einander bewegen lassen; sie können gerade, conisch, trichter- oder hufeisenförmig, mit oder ohne Polschuhe construirt sein.

Es ist nach der Meinung des Erfinders die Anwendung des Princips eine so vielfache, die derselben entspringenden Constructionen können so vielgestaltig sein, dass die Lampe als Steh-, Hänge- oder Wandlampe, als Arm- oder Kronleuchter etc. zur Ausführung gelangen kann.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 3. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Wirkung freier Moleküle auf strahlende Wärme und deren Umsetzung in Schall.

Von

John Tyndall.

(Fortsetzung.)

§ 4. Wiederholung der Versuche und Bestätigungen.

Zu meiner eigenen Belehrung und um Unsicherheiten vom Geiste Anderer zu entfernen, wurden diese Versuche über strahlende Wärme im November 1880 wieder aufgenommen. Zuerst wurde eine Versuchsröhre aus Messing von 4 Fuss Länge und 2 ³/₈ Zoll im Durchmesser, welche Innen polirt war, angewendet [1]). Zwischen dieser und der Wärmequelle befand sich ein »Vorraum« (»front chamber«), welcher ausgepumpt wurde und den die Wärmestrahlen zu durchsetzen hatten. Eine Platte von durchsichtigem Steinsalze trennte die Röhre von diesem Raume, während eine zweite Salzplatte das andere Ende der Röhre verschloss. Die Wärmequelle war zunächst ein Leslie'scher Würfel mit Wasser von 100° C., an dessen einer Seite das Ende obigen Vorderraumes sorgfältig angelöthet war. Es war dieser Raum von einer Kupferfassung luftdicht umgeben, in welche ein continuirlicher Strom von kaltem Wasser geleitet wurde. So wurde die Wärme, welche sonst durch Leitung von der Wärmequelle zur Versuchsröhre gelangt wäre, aufgehalten. Die eine Seite einer mit den konischen Reflektoren bedeckten Thermosäule empfing die Strahlen, welche durch die Versuchsröhre hindurch gegangen waren. Die andere Seite, gleichfalls mit einem Konus bedeckt, empfing

1) Die dieser Beschreibung entsprechende Zeichnung befindet sich in den Phil. Trans. 1861.

die Strahlen eines compensirenden Würfels, welcher wie früher dazu diente, die Strahlung der Wärmequelle zu neutralisiren und die Nadel des Galvanometers auf Null zu bringen, wenn die Versuchsröhre ausgepumpt war. Dies Gleichgewicht wurde durch das Einfliessen irgend eines absorbirenden Gases oder Dampfes gestört, die Nadel verliess den Nullpunkt und aus der beobachteten permanenten Ablenkung berechnete man die Absorption. Andere Wärmearten und andere Versuchsröhren als die hier beschriebene wurden später der Untersuchung unterzogen.

Ich gebe hier die im Jahre 1880 ausgeführten Messungen von den Dämpfen von neun verschiedenen Flüssigkeiten in einer Versuchsröhre von den eben angegebenen Dimensionen.

Tabelle I.

	Druck	Dämpfe		Flüssigkeiten
		Leslie Würfel Vacuum	Leslie Würfel frei	rothglühende Spirale
Schwefelkohlenstoff . . .	48 Zoll Hg	4,4	5,0	7,6
Chloroform	36	12,8	12,9	28,8
Benzol	32	14,8	15,0	44,5
Aethyljodid	36	18,4	19,3	47,0
Methyljodid	46	25,0	26,2	59.0
Amylene	26	26,1	27,2	65,0
Schwefeläther	28	35,0	35,6	71,0
Essigäther	29	43,3	43,7	77,5
Ameisensäureäther . . .	36	43,3	44,0	78,0

Der »Druck« ist in dieser Tabelle mit Rücksicht auf eine Vergleichung von Flüssigkeit und Dampf gewählt. Er drückt Dampfmengen aus, welche der Menge von Materie in den entsprechenden Flüssigkeiten bei der gewöhnlichen Dicke proportional sind. Die zwei nächsten Colonnen enthalten die Absorptionen in Percent der Strahlung zweier Leslie'schen Würfel, der eine vorn mit einem Vacuum, der andere in freier Luft von Strömungen geschützt aufgestellt. Die nahe Uebereinstimmung beider Colonnen beweist, dass der »Vorraum« überflüssig ist. Es zeigt sich auch die genaue Uebereinstimmung, welche bei solchen Messungen erreicht wird, wenn dieselben sorgfältig gemacht werden. In der letzten Colonne habe ich die Absorptionen angeführt, welche eine Flüssigkeitsschichte der betreffenden Substanz bei der gewöhnlichen Dicke von einem Millimeter ausübt. Hier war die Wärmequelle eine glühende Platinspirale. Die Ordnung der Absorption von Flüssigkeit und Dampf ist die nämliche.

Diese Ordnung bleibt, wie zu erwarten, ungestört, wenn wir Wärme von gleicher Qualität bei Flüssigkeit und dem entsprechenden Dampfe anwenden. Dies zeigt folgende Tabelle:

Tabelle II.

	Polirte Röhre		Geschwärzte Röhre
	Spirale (schwach)	Spirale (stark)	Spirale (schwach)
Schwefelkohlenstoff . . .	3,0	2,4	3,0
Chloroform	7,0	4,6	5,0
Benzol	9,4	7,5	10,0
Aethyljodid	13,6	8,6	12,3
Methyljodid	15,6	10,7	13,8
Amylene	20,6	14,3	17,5
Schwefeläther	27,0	21,0	23,8
Essigäther	33,0	23,0	29,0
Ameisensäureäther . . .	33,0	23,0	30,0

Der Dampfdruck ist hier derselbe wie in Tabelle I. Die Ordnung der Absorption ist in beiden Tabellen dieselbe; ihr Betrag jedoch ist vermindert. Dies war in Folge der Verschiedenheit der Wärmeart zu erwarten. Wir arbeiten mit transparenten Dämpfen — in anderen Worten: mit Dämpfen, welche leuchtende Strahlen durchlassen; je grösser der Theil dieser letzteren im Wärmestrahl, desto kleiner wird die Absorption sein. Dies zeigt besonders die zweite Colonne der Tabelle, welche ein Sinken der Absorption zeigt, wenn die Spirale von einem schwachen Roth bis beinahe zur Weissgluth erhitzt wird. In beiden Fällen wurde die polirte Röhre verwendet.

Die dritte Zahlenreihe der Tabelle II zeigt die erhaltenen Resultate, wenn die Versuchsreihe innen mit Lampenruss geschwärzt wird. Die Absorptionen sind von derselben Ordnung und fast von derselben Grösse wie in der ersten Colonne. Es ist dies allgemein richtig und konnte in beliebigem Umfange erwiesen werden. Es ist unverträglich mit der Bemerkung, dass meine Resultate eine Folge von Flüssigkeitsschichten seien, welche sich an der Innenfläche meiner Versuchsröhre niederschlügen.

Ordnen wir die eben untersuchten Substanzen nach ihren Absorptionen und ebenso nach den Absorptionen, welche dieselben 1864 zeigten, so haben wir folgende zwei Reihen:

1880	1864
Schwefelkohlenstoff	Schwefelkohlenstoff
Chloroform	Chloroform
Benzol	Methyljodid
Aethyljodid	Aethyljodid
Methyljodid	Benzol
Amylene	Amylene
Schwefeläther	Schwefeläther
Essigäther	Essigäther
Ameisensäureäther	Ameisensäureäther

Es zeigte sich also im Jahre 1864 Methyljodid mehr diatherman als Aethyljodid, während beide mehr diatherman waren als Benzol. Im Jahre 1880 war gerade das Gegentheil der Fall. Ich argwöhnte, dass diese Unterschiede eine Folge von Unreinheit wäre, und bat daher meinen Freund Professor Dewal die Flüssigkeiten dem Processe einer weitern Reinigung zu unterwerfen. Als ich sie hierauf prüfte, lieferten sie folgende Ablenkungen:

	A	B	C
Schwefelkohlenstoff	5,0	5,0	4,0
Chloroform	17,0	15,0	6,0
Methyljodid	39,4	33,0	8,0
Aethyljodid	33,0	35,0	12,5
Amylene	42,0	41,0	16,0
Schwefeläther	44,3	43,5	18,2
Essigäther	46,2	45,5	22,2
Ameisensäureäther	47,5	46,9	22,2

Unter A und B stehen die Ausschläge, welche die Flüssigkeiten vor, resp. nach der Reinigung hervorbrachten. Methyljodid fällt von 39,4° auf 33°, während Aethyljodid von 33° auf 35° steigt. Die relativen Stellungen der Flüssigkeiten im Jahre 1864 sind so wiederhergestellt. Benzol hingegen bleibt fortwährend niedriger als zuvor. Unter C stehen die Ausschläge, welche die Dämpfe der gereinigten Flüssigkeiten hervorbrachten. Es sind hier die Stellungen der beiden Jodide verkehrt, es folgt die Dampfabsorption derselben Ordnung wie die Flüssigkeitsabsorption. Ich habe oft derartigen Fällen begegnet. Der gleichzeitige Wechsel der diathermanen Stellung von Flüssigkeit und Dampf zeigt an, dass die fremde Beimischung, was sie auch war, ungefähr dieselbe Flüchtigkeit besitzt, wie die Substanz, welche sie verunreinigte,

§ 5. Neue Experimente. Die Hypothese von inneren Flüssigkeitsschichten.

a) Die Versuchsröhre.

Ich will nun auf jene Argumente des Näheren eingehen, welche von Magnus so ausdrücklich geltend gemacht und von Lecher und Pertner wiederholt wurden, dass nämlich meine Resultate eine Folge von »Vaporhäsion« seien, d. h. von Flüssigkeitsschichten, welche sich an meiner Versuchsröhre und an meinen Steinsalzplatten niedergeschlagen hätten. Die soeben genannten zwei Forscher drücken ihr höchstes Erstaunen darüber aus, dass ich die einfache Vorsicht versäumt hätte, mit einer geschwärzten Röhre zu arbeiten. Ich habe aber diese Vorsicht gewiss nicht vernachlässigt. Wiederholt vergewisserte ich mich durch Versuche dieser Art, deren Resultate in Tabelle I mitgetheilt sind. Ich ging aber noch weiter. Eine glatte Russschichte, so kräftig dieselbe auch als Absorbens wirkt, könnte immerhin noch für fähig gehalten werden, einen Bruchtheil der auffallenden Wärme zu reflektiren. Daher

entstand mein Bestreben, jegliche Reflexion dadurch ganz los zu werden, dass ich jedes Zusammentreffen des Strahles mit der Innenfläche der Versuchsröhre vermied.

In Fig. 1 ist ein Apparat skizzirt, mittels dessen all das erreicht wurde. *TT'* ist eine dicke Messingröhre, 36 Zoll lang und 6 Zoll im inneren Durchmesser. An ihren anderweitig verschlossenen Enden ragen zwei Schirme von 1 Zoll Tiefe hervor, welche eine runde Oeffnung von 3 ¹/₈ Zoll Durchmesser umgeben. Mit Hilfe von Ueberwurfsschrauben können diese Oeffnungen durch durchsichtige Steinsalzplatten luftdicht geschlossen werden, wobei die Platten durch Dichtungsringe aus Kautschuk vor jeder Lädirung geschützt werden. *a* ist ein Hahn, der zur Luftpumpe und zur Barometerröhre führt, *b* ist ein Hahn, woran Fläschchen angebracht werden können, während *c* mit den (nicht gezeichneten) Reinigungsapparaten verbunden ist. Dieselben bestehen aus einer U-förmigen Röhre, welche mit in Schwefelsäure getränkten Glasstückchen angefüllt, und einer zweiten, welche mit in kaustischer Potasche benetzten Carraramarmor gefüllt ist. Ein Wollpfropfen fängt die in der Luft fliegenden materiellen Theilchen auf. Als Wärmequelle *L* dient ein sorgfältig präparirtes Kalkstück, gegen welches eine Flamme von Leuchtgas und Sauerstoff spielt. Der glühende Kalk strahlt gegen den Hohlspiegel *R*, welcher die Strahlen auffängt und nach rückwärts durch die Röhre *TT'* in parallelem Strahle hindurchsendet. *P* ist die Thermo-

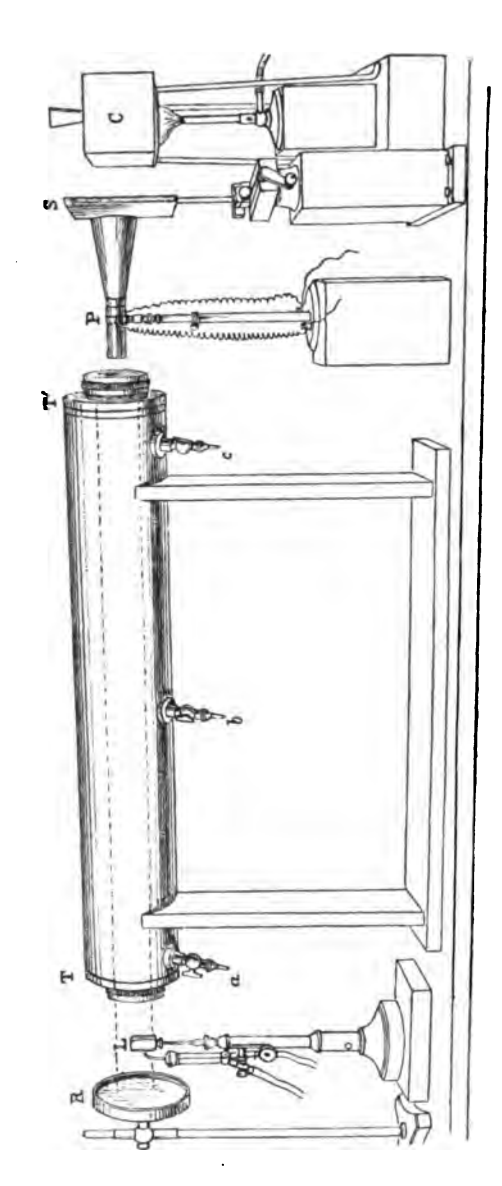


Fig. 1.

säule, von welcher Drähte zu einem entfernten Galvanometer gehen, dessen Theilkreis durch Reflexion in einem Teleskop abgebildet wird. *S* ist der abblendende Schirm. In *C* befindet sich das, was ich in meinen früheren Untersuchungen den »compensirenden Würfel« genannt habe, welcher dazu dient, die Strahlung von *L* zu compensiren und die Galvanometernadel auf Null zu bringen. Der Hauptgesichtspunkt dieser Anordnung war der, den Experimentator zu befähigen, einen Wärmestrahl längs der Achse der Röhre *TT'* hindurchzusenden, welcher nirgends die Innenfläche berührte. Die grosse Weite der Röhre und die eventuelle Anwendung von Diaphragmen machte die Ausführung leicht.

Die Methode des Arbeitens ist schnell verstanden. Es bringt die Wärme, welche auf die Säule auffällt, einen Ausschlag von 50° hervor. Dies, die »Gesammtstrahlung« wird durch die Strahlung des compensirenden Würfels neutralisirt. Um diese Compensation genau zu machen, wird der Schirm *S* mittels einer überaus feinen Schraubenbewegung verstellt. Auch wenn die Gesammtstrahlung möglichst gross ist, so gelingt es mit Hilfe dieses Schirmes, die Strahlung der Wärmequelle genau zu neutralisiren und die Nadel auf Null zu bringen. Nehmen wir an, es sei dies geschehen als die Röhre *TT'* ausgepumpt war; tritt nun ein Wärme absorbirendes Gas oder Dampf in die Röhre *TT'* ein, so wird das vorher existirende Gleichgewicht gestört; die Nadel geht sogleich vom Nullpunkt weg und man kann aus der beobachteten Ablenkung die Absorption berechnen.

Statt des concaven Reflektors wurde auch manchmal eine Steinsalzlinse von grosser Reinheit angewendet, um die Strahlen parallel zu machen. Wurde die Linse angewendet, so liess man den glühenden Theil des Kalkes gegen die Röhre *TT'* schauen; zwischen dieser und dem Kalke wurde dann die Linse eingeführt. Oft gebrauchte ich auch als Wärmequelle anstatt des glühenden Kalkes eine Platinspirale, welche

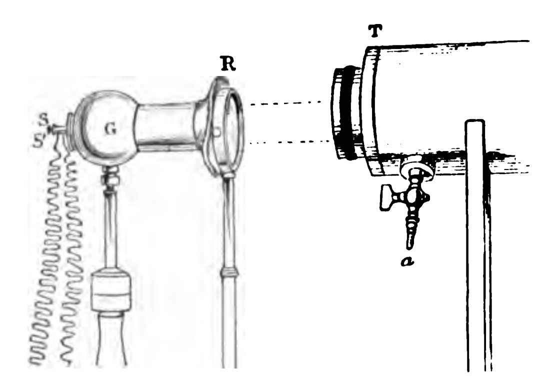


Fig. 2.

durch einen galvanischen Strom bis zur Rothgluth erhitzt wurde. Die Spirale ist in die Mitte einer Messingkugel *G* gesetzt, Fig. 2, und ist

mittels der Schrauben SS' an die Hinterseite der Kugel befestigt, von wo aus die Drähte zur Batterie führen. R zeigt die Stellung der Steinsalzlinse, während das eine Ende der Versuchsröhre in T dargestellt ist. Die grösste Sorgfalt ist darauf zu verwenden, dass die Spirale vor jeglichem Luftzuge geschützt ist. Diese Vorsicht zu treffen liegt indessen immer im Vermögen des Experimentators. Um einer Constanz der Strahlung sicher zu sein, wurde die Batterie drei Mal des Tages gefüllt, die Stärke des elektrischen Stromes mittels eines Reostaten regulirt und an einer Tangentenboussole gemessen.

Es wurde von mir zuerst vor etwa 12 Jahren eine Versuchsröhre wie in der Abbildung Fig. 1 angewendet und ich habe mit dieser alle Versuche, welche ich vorher über Absorption strahlender Wärme in Gasen und Dämpfen gemacht hatte, verificirt. Diese Versuche wurden in keinem wissenschaftlichen Journale veröffentlicht, doch sind sie in der Ausgabe meiner sämmtlichen Arbeiten, mit dem Titel »Contributions to Molecular Physics in the domain of Radiant Heat« in folgender Weise angegeben: — »Die beiden Enden einer Versuchsröhre von 38 Zoll Länge und 6 Zoll Durchmesser werden jede mit einer Platte von 2,6 Zoll Oeffnung bedeckt. Diese Oeffnungen waren mit Steinsalzplatten verschlossen. Die Wärmequelle war eine Platinspirale, wohl geschützt vor Luftzügen, und mittels elektrischen Stromes zur Rothgluth erhitzt. Vor der Spirale war eine Steinsalzlinse, welche ein schwach convergirendes Lichtbüschel durch die Röhre hindurch sandte. Hinter der zweiten Platte entstand ein scharf begrenzte Bild der Platinspirale, dessen Länge so war, dass es ganz von der Steinsalzplatte umschlossen war. Es ging also hier ein Strahlenbündel durch die Röhre hindurch, ohne mit der Oberfläche der Röhre selbst oder mit irgend einem Anstrich oder Bedeckung dieser Röhre in Berührung zu kommen. Mit diesem Apparate habe ich alle meine alten Versuche über Dämpfe oft wiederholt. Es zeigte sich kein wesentlicher Unterschied zwischen den so erhaltenen Resultaten und denjenigen, welche eine Versuchsröhre ergab, wo $^{19}/_{20}$ der Wärme, welche die Säule erreichte, reflektirte Strahlung war.«

Die in diesem Auszuge erwähnte Röhre war von Messing, innen rauh. Trat Licht in die vorher ausgepumpte Röhre, so rief die dynamische Erwärmung der Röhre und der theilweise Niederschlag des Dampfes, wenn die Luft feucht war, eine Strahlung von der inneren Fläche hervor, welche, wenn auch klein, so doch eine Fehlerquelle war. Ich habe daher bei meinen jetzigen Versuchen eine andere Röhre von den oben angegebenen Dimensionen verwendet, deren Innenfläche, um ihre Strahlen auf ein Minimum zu bringen, mit elektrolytisch niedergeschlagenem und höchlichst polirtem Silber bedeckt war. Versuche mit dieser Röhre ergaben, dass hier die wahre Strahlung der Wärmequelle in keiner Weise gestört wurde.

In Tabelle I sind fünf Reihen von Messungen angegeben, welche mit einer innen polirten Messingröhre ausgeführt wurden. Da aber die

Flüssigkeiten, obgleich sie von dem Chemiker, der sie darstellte, als rein bezeichnet wurden, von Zeit zu Zeit leicht variiren, so hielt ich es für rathsam, mit derselben Probe zu arbeiten bei den Versuchen, wo eine Röhre mit reflektirendem Inneren in Vergleich gezogen wird mit einer solchen, die keine Reflexion gestattet. Es wurden daher die folgenden fünf Reihen von neuen Messungen mit der zuerst erwähnten Röhre ausgeführt.

Tabelle III.

Messingröhre mit innerer Reflexion.

	Druck	*A* Spirale (dunkel)	*B* Spirale (hell)	*C* Kalk (frei)	*D* Kalk (Spiegel)	*E* Kalk (Linse)
Schwefelkohlenstoff	48	5,0	3,1	3,4	3,1	2,5
Chloroform . . .	36	7,9	5,3	5,6	4,8	5,0
Benzol	32	9,6	8,6	7,9	6,9	6,3
Methyljodid . . .	46	12,1	8,8	10,2	8,1	7,5
Aethyljodid . . .	36	15,0	11,9	12,5	11,3	10,6
Amylene	26	21,9	15,6	16,0	14,4	12,5
Schwefeläther . .	28	30,9	23,1	22,7	19,8	18,1
Essigäther . . .	29	36,9	27,3	29,6	24,1	—
Ameisensäureäther	36	—	—	29,6	25,0	23,8

Die Colonne *A* in dieser Tabelle enthält die Absorptionen der betreffenden Dämpfe, im Hundertel der Gesammtstrahlung, wenn die Wärmequelle eine Platinspirale, kaum erglühend, weder durch Linsen oder Spiegel unterstützt war. Unter *B* stehen die Absorptionen, wenn als Wärmequelle eben dieselbe Spirale, zur hohen Rothgluth erhitzt, diente. Die schwingenden Atome sind dieselben geblieben, in *A* jedoch schwingen sie im Ganzen langsamer als in *B*; da die Perioden der Atomschwingungen der durchsichtigen Dämpfe besser mit den langsamen Oscillationen der Zeit nach übereinstimmen, so sind die Absorptionen in *A* beträchtlich höher als in *B*. Unter *C* stehen die Absorptionen, wenn die Wärmequelle mässiges Kalklicht war, hervorgebracht mit Leuchtgas und Sauerstoff. Unter *D* stehen die Absorptionen, wenn die Wärmequelle Kalklicht war, deren Strahlen mittels eines Hohlspiegels aufgefangen und durch die Versuchsröhre gesandt wurden, während unter *E* die Absorption der Strahlung einer glühenden Spirale, verstärkt durch eine Steinsalzlinse, angegeben sind. Die Absorptionen in *D* und *E* sind etwas kleiner als in *C*, weil der Weg der Strahlen dadurch, dass die innere Reflexion durch den Spiegel und die Linse vermindert wurde, sich verkleinerte.

Mit diesen vorstehenden Resultaten, welche mit der innen polirten Messingröhre erhalten wurden, wo der grösste Theil der zur Säule gelangenden Strahlung eine Reflexion erlitten hatte, sind jene Resultate

zu vergleichen, welche mit der silbernen Röhre, wo innere Reflexion gänzlich vermieden war, erhalten wurden.

Tabelle IV.

Weite versilberte Röhre ohne Reflexion.

	L *A* Spirale (dunkel)	*L* *B* Spirale (hell)	*M* *C* Kalk (hell)	*M* *D* Kalk (mässig)	*L* *E* Kalk (schwach roth)
Schwefelkohlenstoff . . .	4,0	1,8	1,5	1,5	3,3
Chloroform	5,6	3,0	3,5	4,3	6,0
Benzol	7,0	5,1	4,4	6,5	8,0
Methyljodid	7,5	5,9	5,0	6,5	9,2
Aethyljodid	11,3	7,6	6,8	8,5	11,2
Amylene	15,0	11,8	8,8	12,0	17,3
Schwefeläther	21,2	17,1	12,5	15,0	25,0
Essigäther	26,0	20,0	16,3	24,0	32,0
Ameisensäureäther . . .	27,0	21,0	17,0	25,0	34,0

Der Dampfdruck ist hier der in Tabelle III gegebene. Colonne *A* enthält die gemessenen Absorptionen, wenn die Wärmequelle eine erglühende Platinspirale war, von einer Steinsalzlinse unterstützt. *B* enthält die bei derselben Anordnung gemessenen Absorptionen, wenn die Spirale zu heller Rothgluth gebracht wurde. Wie gewöhnlich wird die Strahlung von geringster Brechbarkeit am meisten absorbirt. *C* enthält die Absorptionen eines erträglich hellen Kalklichtes, concentrirt durch einen Silberspiegel, *D* die Absorptionen desselben Lichtes von verminderter Intensität, während *E* die Absorptionen der Strahlung eines Kalkcylinders angibt, der durch eine schwache, in Luft brennende Wasserstoffflamme zu schwacher Rothgluth erhitzt wurde und dessen Strahlen man mittels Steinsalzlinsen concentrirte.

Wir erhalten also hier, wo keine Spur von reflektirter Wärme an die Säule gesendet wird, im wesentlichen dieselben Resultate, wie wenn der bei weitem grössere Theil der zur Säule gelangenden Strahlen eine Reflexion erlitten hat. Diese Uebereinstimmung zeigt, dass die Flüssigkeitsschichten, deren Wirkung man zwar angenommen, aber niemals bewiesen, in Betreff einer solchen Wirkung ganz gegenstandslos sind, welche Thatsache ich längst gekannt habe.

b) Die Steinsalzplatten.

Nachdem ich so, wie ich sicher glaube, die Hypothese, welche meine Resultate einer die Innenfläche meiner Versuchsröhre bedeckenden Flüssigkeitsschichte zuschreibt, widerlegt habe, schreite ich zur Untersuchung der Steinsalzplatten, welche man gleichfalls mit einem flüssigen Niederschlage bedeckt wähnte. Diese Hypothese ist zum grossen Theile

auseinandergesetzt in einer meiner Abhandlungen in den Philosophical Transactions vom Jahre 1864, welche, gleich anderen Arbeiten, von Schriftstellern auf diesem Gebiete übersehen wurde. Es ist hier ein Apparat geschildert, welcher mir erlaubte mit Gasschichten von verschiedener Dicke zu arbeiten, welch letztere in jedem einzelnen Falle mittels eines Vernier mit grosser Genauigkeit gemessen werden konnte. Denken wir uns zwei Steinsalzplatten in innigem Contacte mit einander und dann durch eine passende Bewegung allmählich von einander entfernt. Vom ersten Momente ihrer Trennung an sei der Raum zwischen ihnen reichlich mit Dampf ausgefüllt. Es werden sich, wenn die Distanz zwischen den Steinsalzplatten sehr schmal ist, die Flüssigkeitsschichten, wenn sie sich auf irgend eine Weise bilden, niederschlagen. So wie diese Flüssigkeitsschichten angenommen werden, werden sie von Einfluss sein, ob die Platten nun 1/20 Zoll ober ob sie 2 Zoll von einander entfernt sind. Ist daher die Hypothese meiner Gegner richtig, so wird die Absorption ebenso bei dem ersteren wie bei dem letzteren Abstande sich zeigen. Wenn aber, wie ich behaupte, die Absorption durch die Moleküle des Dampfes verursacht wird, dann wird eine Vertiefung des Dampfraumes mit einem Anwachsen der Absorption verbunden sein. Die folgenden Versuche, welche sich direct auf diesen Gegenstand beziehen, wurden im Jahre 1864 ausgeführt. Meine Steinsalzplatten wurden zunächst in einer Entfernung von 1/20 Zoll von einander aufgestellt und den Raum zwischen denselben füllte man ganz mit Luft, welche mit Schwefelätherdämpfen gesättigt war. Der Raum zwischen den Platten wurde dann, wie in folgender Tabelle ersichtlich, schrittweise vermehrt, und an jedem einzelnen Punkte die Absorption bestimmt. Hier sind die Resultate:

Dicke der Dampfschichte	Absorption
0,05 Zoll	2,1 %
0,1 „	4,6
0,2 „	8,7
0,4 „	14,3
0,8 „	21,0
1,5 „	34,6
2,0 „	35,1

Wir sehen so, dass wenn die Tiefe der Dampfschichte von 1/20 Zoll auf 2 Zoll ansteigt, sich die Absorption von 2 % auf 35 % der Gesammtstrahlung vermehrt.

Es ist allein Schwefeläther, welcher eine Absorption von 2 % bei der dünnsten Schichte ergibt. Mit den meisten anderen Dämpfen erweist sich die Wirkung einer Schichte von 1/20 Zoll Dicke als unmerklich.

Wir können so mit einer Dicke beginnen, welche eine unmessbar kleine Absorption ergibt und allmählich die Dicke der absorbirenden Schichte so erhöhen, bis dieselbe eine Säule von 38 Zoll Länge geworden, und trotzdem finden, dass der Anwachs der Absorption Hand in Hand geht mit dem Anwachs der Länge der absorbirenden Schichte. Dieses

Resultat ist gänzlich unvereinbar mit der Hypothese, dass flüssige Schichten in den Steinsalzplatten irgend welche wichtige Rolle in meinen Experimenten spielen.

Mit Bezug auf die »Voporhäsion« habe ich folgende weitere Bemerkungen zu machen. Setzen wir eine dünne polirte Steinsalzplatte auf oder gegen die Fläche einer Thermosäule, deren Russ entfernt wurde, so dass dieselbe eine rein metallische Oberfläche aufweist. Ueber die Salzplatte bringen wir ¹/₄ Zoll entfernt das Ende einer Glasröhre und durch diese Röhre lassen wir einen Strom eines Gemisches von Luft und Dampf langsam gegen die Platte niederstreichen. Es dürfen sich gar keine feinen Tröpfchen, welche leicht von den Blasen in der Flüssigkeit mit aufsteigen könnten, mit dem Dampfe mischen. Meine Dämpfe, dies möchte ich erwähnen, sind gewöhnlich, ohne Blasen, in grossen Flaschen gebildet, deren jede eine Portion der flüchtigen Flüssigkeit enthielt, so dass der Dampf in die Luft der Flasche diffundiren konnte. Fletcher's Fuss-Blasebalg wurde angewendet, um die Dämpfe vorwärts zu treiben. Ist die Nadel am Nullpunkte oder in der Nähe desselben, so schwingt dieselbe, sowie man einen solchen gemischten Strom gegen die Steinsalzplatte streichen lässt, sogleich auf die Seite, wobei der Ausschlag von 20° bis auf 80° und mehr variirt, je nach der Feinheit des Galvanometers und der Qualität des Dampfes.

Aus solchen Experimenten, welche beweisen, dass Wärme frei wird, wenn ein Dampf in Contact mit dem Salze kommt, schloss man auf die Condensation des Dampfes. Ich nehme den Schluss an.

Dies bringt aber keineswegs die Annahme der Folgerung aus dieser Folgerung mit sich, dass nämlich die condensirten Schichten die ihnen zugeschriebene Wirkung auf strahlende Wärme ausüben. Um zu prüfen, ob dies der Fall sei oder nicht, habe ich eine Steinsalzplatte am Rande so befestigt und so aufgestellt, dass ein Strahlenbündel senkrecht durch dieselbe hindurch auf eine entfernte Thermosäule auffiel. Die Wärmequelle war eine glühende Platinspirale, concentrirt durch einen Hohlspiegel; die Gesammtstrahlung, welche nach Durchsetzung der Steinsalzplatten die Thermosäule erreichte, brachte einen Ausschlag von 51° hervor. Diese Strahlung wurde durch einen compensirenden Würfel neutralisirt, so dass die Nadel in Folge der Wirkung der beiden entgegengesetzten Kräfte auf 0° zeigte. Durch eine Anordnung, welche jeder Experimentator sich vorstellen kann, vermochte man schmale Luftschichten, mit verschiedenen Dämpfen beladen, der Reihe nach über die Steinsalzplatte streichen zu lassen. Würde unter solchen Umständen eine absorbirende Schichte gebildet, so würde das Gleichgewicht gestört und die Nadel vom Nullpunkte weggetrieben werden. Meine Spalte, welche das abgeplattete Ende einer offenen Zinnröhre war, war so über dem oberen Theile der Steinsalzplatte angebracht, dass die Dämpfe, welche alle schwerer sind als Luft, längs derselben herunterfallen mussten. Hier sind die Resultate, wenn man die folgenden Dämpfe Flüssigkeitsschichten auf der Platte sich bilden liess:

Schwefelkohlenstoff	Eine schwer sichtbare Wirkung
Chloroform	Keine Wirkung
Benzol	Keine Wirkung
Methyljodid	Keine Wirkung
Aethyljodid	Keine Wirkung
Amylene	Keine Wirkung
Schwefeläther	Eine schwer sichtbare Wirkung
Essigäther	Keine Wirkung
Ameisensäureäther	Keine Wirkung
Alkohol	Keine Wirkung

Der kleine Ausschlag bei Schwefelkohlenstoff und Schwefeläther hat nichts mit Flüssigkeitsschichten zu thun, so dass die Worte »keine Wirkung« ebenso zu diesen wie zu den anderen Substanzen hätten geschrieben werden sollen. Während wir daher die Thatsache der Condensation anerkennen, zeigen diese einfachen Versuche, wie uncorrect es ist, den condensirten Flüssigkeitsschichten jene Wirkungen beizulegen, welche man ihnen zugeschrieben hat. Nach Magnus übt Alkohol eine ungemein starke Kraft der Vaporhäsion aus: wir sehen jedoch hier, dass dieser Dampf keine merkliche Absorption hervorbringt. Es wurden die Dämpfe auch mit anderen Wärmequellen untersucht; das Resultat war das gleiche.

Das Verhalten von trockener und feuchter Luft ist, wie gewöhnlich, sehr belehrend. Wenn die dünne Steinsalzplatte, welche sich gegen die blanke Fläche der Säule anlehnte, der gewöhnlichen Laboratoriumsluft ausgesetzt war, so überzog sie sich entsprechend dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft mit einer Flüssigkeitsschichte. Das Hinwegspülen dieses Hauches mittels trockener Luft verursachte einen schwachen Ausschlag, welcher Kälte anzeigte. Wenn man hingegen feuchte Luft gegen das Salz blies, dann war der Wärme anzeigende Ausschlag rasch und gross. Wir haben nun die Wirkung der so gebildeten Flüssigkeitsschichte gegenüber der strahlenden Wärme zu untersuchen. Es wurde die früher erwähnte runde Steinsalzplatte mit der glühenden Spirale auf der einen und der Thermosäule auf der anderen Seite aufgestellt. Der Schlitz war so angebracht, dass man abwechselnd trockene und feuchte Luft über die Oberfläche der Platte streichen lassen konnte. Wie früher, war auch hier die Strahlung von der Spirale durch den compensirenden Würfel neutralisirt und die Nadel stand, wenn die zwei Wärmequellen im Gleichgewicht waren, auf Null. Spülte man trockene Luft über die Steinsalzplatte, um die aus der Laboratoriumsluft angezogene Feuchtigkeit zu entfernen, so trat keine Bewegung der Nadel ein. Liess man hingegen feuchte Luft aus dem Schlitz über das Salz streichen, so zeigte sich auch keine Bewegung der Nadel. Um die Luft feucht zu machen, wurde dieselbe durch eine grosse Flasche, die mit feuchtem Filtrirpapier gefüllt war, der Länge nach hindurchgetrieben. Eben derselbe Apparat hatte feuchte Luft geliefert, welche einen Nadelausschlag von 80° erzeugte, wenn man dieselbe gegen eine dünne, an der Fläche der

Thermosäule anliegende Steinsalzplatte streichen liess. Nichtsdestoweniger war sie als Schirm gegen strahlende Wärme vollkommen wirkungslos. Die Condensation kann noch erheblich erhöht werden, ohne einen merklichen Effect hervorzubringen. Ich bliess meinen Athem durch eine Glasröhre gegen die dünne Steinsalzplatte, so dass sich die Farben dünner Plättchen zeigten, ohne irgend ersichtliche Wirkung auf das Galvanometer.

Nachdem ich so klar gezeigt, dass Feuchtigkeitsschichten, auch von übertriebenster Art keine Erklärung für die Wirkung des Wasserdampfes ergeben können, so hoffe ich, dass mir der Gebrauch einer versilberten Röhre mit polirten Steinsalzplatten, an welchen keinerlei Spur einer sichtbaren Feuchtigkeit niedergeschlagen ist, gestattet wird. Diese Röhre involvirt die Verwendung einer Wärmequelle von sehr kleinen Dimensionen. Das Kalklicht ist, obgleich es diese Bedingung erfüllt, wegen der grossen Brechbarkeit seiner Strahlen nicht günstig. Die glühende Platinspirale wäre besser; es wird jedoch die Strahlung dieser Wärmequelle durch die von Luft bei gewöhnlicher Temperatur aufgenommenen Wasserdämpfen wenig absorbirt. Sehr gut erfüllt die angegebene Bedingung eine Wasserstoffflamme.[1]) Sie hat den Vortheil einer hohen Temperatur und geringen Brechbarkeit, während die Thatsache, dass ihre Strahlung, von Wasserdämpfen herrührend in besonderem Grade von Wasserdämpfen absorbirt wird, eine grosse Empfehlung bietet. In der Bakerian Lectüre von 1864 habe ich diesen Punkt illustrirt. Es wurde damals gezeigt, dass während von einer Platinspirale, welche durch einen voltaischen Strom glühend gemacht wurde, etwa 5,8 % in ungetrockneter Luft absorbirt werden, von einer Wasserstoffflamme etwa 17 bis 20 % stecken bleiben. Das blosse Eintauchen einer Platinspirale in die Flamme lässt die Absorption von 17 % auf 8,6 % sinken. Daher mein Entschluss für den vorliegenden Fall eine Wasserstoffflamme zu wählen.

Trockene und feuchte Luft wurden in Aufeinanderfolge in die Versuchsröhre gebracht und beide verglichen mit jener Strahlung, wo die Röhre durch Bianchi's Pumpe vollständig ausgepumpt war. Folgende Resultate wurden erhalten:

	Ausschlag	Absorption per 100
Vacuum	**0,0°**	**0,0**
Trockene Luft . . .	**0,0**	**0,0**
Feuchte Luft . . .	**8,0**	**11,7**
Vacuum	**0,0**	**0,0**
Trockene Luft . .	**0,0**	**0,0**
Feuchte Luft . . .	**7,6**	**11,2**

1) Ich versicherte mich auf das Sorgfältigste, dass trotz einer sichtbaren Benetzung der Steinsalzplatten kein merkliches Hindernis für die Strahlen einer Wasserstoffflamme entstand. Dies stimmt vollständig mit den von Magnus selbst erhaltenen Resultaten überein in den bereits erwähnten Versuchen mit dem Hohlspiegel. Obgleich er den Spiegel ersichtlich benetzte, fühlte er die Energie der reflektirten Strahlen gleich.

Der Ausschlag durch Vacuum oder die Gesammtwärme war 47° welches nach meinen Calibrationstafeln 68 Einheiten entspricht.

Ein frischer Ersatz von Wasserstoff wurde in den Gasometer gebracht. Die Gesammtwärme war 46° oder 65 Einheiten und da wurden folgende Resultate erhalten:

	Ausschlag	Absorption per 100
Trockene Luft . .	0,0°	0,0
Feuchte Luft . . .	6,2	9,5
Trockene Luft . .	0,0	0,0
Feuchte Luft . . .	6,7	10,3

Mittel der 4 Bestimmungen mit feuchter Luft 10,7.

Eine Säule feuchter Luft von 38 Zoll Länge absorbirt nach diesen Experimenten 10,7 % der Strahlung einer Wasserstofflampe. Man hat mir zugeschrieben, dass ich die Absorption der Strahlen der Erde innerhalb 10 Fuss von der Erdoberfläche zu 10 % schätze. Diese Schätzung halte ich für eine sehr gemässigte und obige Experimente zeigen, dass dem so ist.

Es wäre Irrthum anzunehmen, dass derartige Bestimmungen leicht gemacht sind. Sie erfordern die aller ängstlichste Sorgfalt zum gedeihlichen Gelingen. Der Wasserstoff kam aus dem Gasbehälter durch eine Oeffnung von bestimmten Dimensionen in einem Strom von möglichster Constanz. Er wurde dann in einen Sugg-Regulator gelassen, von wo er unter einem absolut constanten Drucke ausströmte. Die Flamme entsprang einem runden Messingbrenner mit einer Oeffnung von $^3/_{16}$ Zoll im Durchmesser. Sie war sorgfältig mit einem Walle umgeben, und der Raum innerhalb war mit Pferdehaaren ausgefüllt. Es war in der That jegliche Vorsicht getroffen, um Luftströmungen rings um die Platte zu vermeiden. Eigene Sorgfalt wurde ferner darauf verwendet, die Thermosäule vor Luftströmungen zu schützen. Die Luft wurde zuerst gereinigt, indem man dieselbe durch kaustische Potasche und Schwefelsäure hindurch trieb und dann dieselbe dadurch feucht machte, dass man sie über benetztes Filtrirpapier in einer passenden Flasche streichen liess. Einige Minuten waren zum Einströmen erforderlich und es war daher nöthig, durch vorhergehendes geduldiges Beobachten der Nadel, sich davon zu überzeugen, dass während dieses Zeitraums kein anderer Wechsel in der Strahlung eintrat, ausser dem durch die feuchte Luft selbst bewirkten. Die feuchte Luft wurde aus der Röhre nicht durch auspumpen entfernt, was immer Niederschlag verursachte, sondern dadurch dass man mit Hilfe einer Compressionspumpe einen sanften Strom von trockener Luft durch die Röhren blies. War das gethan, so kehrte die Nadel in all den oben erwähnten Versuchen innerhalb des schmalen Bruchtheiles eines Grades auf Null zurück.[1]

---

1) Die Laboratoriumstemperatur während der vorhergehenden Experimente war 60° Fahr.

Mit der rauhen, weiten Versuchsröhre, welche ich bereits oben beschrieben, fand ich vor 10 Jahren die Absorption einer Säule feuchter Luft von 38 Zoll Länge zu 8 % der Gesammtstrahlung einer Wasserstoffflamme.

§ 6. Erhaltung der Molecularwirkung.

Wenn die Absorption der strahlenden Wärme eine Wirkung der einzelnen Atombestandtheile eines zusammengesetzten Moleküles ist, so hängt sein Betrag allein ab von der Anzahl der Moleküle, welche von den Wärmestrahlen getroffen werden; denn welchem Wechsel von Dichtigkeit auch wir Gase oder Dämpfe unterziehen, so lange die Anzahl der Moleküle die nämliche bleibt, bleibt auch die Absorption constant. Eine solche Constanz, falls sie bewiesen werden könnte, nenne ich die »Erhaltung der Molecularwirkung (conservation of molecular action).« Die sogleich zu schildernden Versuche befassen sich mit dieser Frage.

Neben der bereits beschriebenen silbernen Versuchsröhre von 38 Zoll Länge, habe ich eine andere von gleichem Durchmesser und mit ähnlichen Oeffnungen am Ende construirt. Ihre Länge war 10,8 Zoll. Die erste Röhre hatte daher 3,5 mal die Länge der letzteren. Die kürzere Röhre war construirt, um zu zeigen, dass die im vorigen Abschnitte erwähnten Absorptionen von den Molekülen des Dampfes und nicht von den an meinen Steinsalzplatten niedergeschlagenen Flüssigkeitsschichten herrührten. Nachdem indes die Hypothese von derartigen Schichten ganz ausgeschlossen wurde, können wir die Versuche etwas weiter treiben. Wenn wir annehmen, dass sich die Absorption mit einer Aenderung der Dichtigkeit, solange die Menge constant bleibt, nicht ändert, so folgt daraus, dass Dampf von 1 Zoll Quecksilberdruck in der langen Röhre so viel Wärme aufhalten muss als Dampf von 3,5 Zoll in der kurzen. Derselbe Schluss muss gültig bleiben, wenn wir 2 Zoll Dampf in der langen Röhre mit 7 Zoll in der kurzen vergleichen.

Diese Versuche wurden gemacht und zwar mit folgenden Resultaten:

Dampf von Schwefeläther.

Kurze Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption per 100
3,5 Zoll	24°	30
7 „	30	37,5

Gesammtwärme 50°.

Hingegen

Druck	Ablenkung	Absorption per 100
3,5 Zoll	24°	30
7 „	31,5	39,4

Gesammtwärme 50°.

Nehmen wir das Mittel aus diesen beiden Versuchen, so haben wir die Absorptionen

für 3,5 Zoll . . . . 30 %
„ 7 „ 38,5

So waren die mit der kurzen Röhre erhaltenen Resultate; gehen wir nun zur langen.

Lange Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption per 100
1 Zoll	23°	30,3
Gesammtwärme 49°.		
2 Zoll	31	38,8
Gesammtwärme 50°.		

Diese Resultate sind fast identisch mit jenen, welche wir mit der kurzen Röhre und grösseren Drucken erhielten.

Die Wärmequelle war in diesem Falle schwaches Kalklicht. In den folgenden Versuchen war dies Licht heller. Hier die Resultate:

Lange Versuchsröhre.

Druck	Absorption
1 Zoll . . .	22,3 %
2 „ . . .	29,5

Kurze Versuchsröhre.

Druck	Absorption
3,5 Zoll . . .	22,5 %
7,0 „ . . .	30,0

Die Uebereinstimmung ist hier fast so genau wie die in den ersten Experimenten dargestellte. Mit einer noch helleren Lichtquelle waren die Absorptionen:

Lange Röhre.

1 Zoll . . .	18,4 %
2 „ . . .	25,7

Kurze Röhre.

3,5 Zoll . . .	18,8 %
7,0 „ . . .	25,6

Wenn daher die Dichtigkeit eines Gases in umgekehrter Weise sich ändert wie die vom Wärmestrahl durchsetzte Länge, so bleibt die Absorption constant.

Passend für Experimente der Art ist der Amylwasserstoff, mittels desselben und mit dem Kalklichte als Wärmequelle wurden folgende Messungen gemacht:

Amylwasserstoff.

Lange Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption
1 Zoll . . .	10°	12,8
2 „ . . .	15	19,2
Gesammtwärme 49,4°.		

Kurze Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption
3,5 Zoll . .	10°	12,2
7,0 „ . .	15	18,3
Gesammtwärme 50,5°.		

Die Uebereinstimmung ist hier genau genug, um das Gesetz zu zeigen; die grösste Differenz liegt unter 1 %.

Bei diesem Punkte erscheint folgende Bemerkung in meinem Notizbuche: »Es wäre vielleicht für meinen Theil räthlich erschienen, mich mit der Vergleichung der längeren und kürzeren Röhre bei Kalklicht als Wärmequelle zufrieden zu geben. Mit Rücksicht auf Vollständigkeit wünschte ich jedoch auch die glühende Spirale einzuführen. Die Erfüllung dieses Wunsches — d. h., die erfolgreiche Ausführung eines einzelnen Experimentes — hat mich mehr als einer Woche Arbeit gekostet. Nachdem ich indess die Aufgabe übernommen, konnte ich sie nicht unvollendet lassen.

»Der Unterschied zwischen beiden Röhren war in keinem Falle gross, er überschritt kaum 2 %. Der Unterschied war jedoch übereinstimmend zu Gunsten der langen Röhre und geringeren Dichtigkeit. Diaphragmen wurden angewendet, die Stellung der kurzen Röhre geändert und dieselbe schliesslich so aufgestellt, dass die Thermosäule in Bezug auf das nahliegende Ende der kurzen Röhre dieselbe Position einnahm wie bei der langen Röhre. Die Nichtübereinstimmung verschwand dann, die Absorptionen in den beiden Röhren erwiesen sich als faktisch identisch.

»Mit den Versuchsergebnissen während dieser Woche sind viele Papierblätter bedeckt, es ist jedoch nutzlos Zeit und Raum zu verbrauchen, um sie hier zu copiren. Eine Beobachtung als Beispiel wird genügen.«

Schwefeläther.

Wärmequelle — hellrothe Spirale mit Steinsalzlinsen.

Lange Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption
1 Zoll . .	20,0°	23,5
2 „ . .	27,3	32,1

Gesammtwärme 51,0°.

Kurze Versuchsröhre.

Druck	Ablenkung	Absorption
3,5 Zoll . .	17,8°	23,4
7,0 „ . .	24,8	32,6

Gesammtwärme 49,0°.

Die Uebereinstimmung der beiden Röhren ist so vollkommen als man sie nur wünschen kann.

Es ist leicht diese Experimente niederzuschreiben, es ist aber schwer dieselben zu machen. Auf jeden einzelnen Theil des Apparates — Wärmequelle, Thermosäule und Galvanometer — muss aussergewöhnliche Sorgfalt verwendet werden, um die Versuche streng vergleichbar zu machen. Wenn die Platinspirale gebraucht wurde, so mussten die Battierien von 10 Grove'schen Elementen, welche erstere zum Erglühen brachte, sehr sorgfältig hergerichtet werden; in jeder neuen Batterie wurden frisch amalgamirte Zinkplatten gebraucht. War der gewünschte Ausschlag an einer Tangentenboussole erreicht, so wurde derselbe

während des Tages mittels Rheochord constant erhalten. Zeigte die Batterie Zeichen eines raschen Abfalles, so wurde sie immer erneuert. Es wäre lästig, all die Vorsichtsmaassregeln aufzuzählen, um die Wärmequelle und die Thermosäule vor der leisesten Lichtströmung zu schützen. Solche Schutzmaassregeln sind wesentlich, müssen aber von jedem Experimentator selbst erlernt werden.

§ 7. Thermischer Zusammenhang von Flüssigkeiten und Dämpfen.

Ich habe durch jüngst gemachte Versuche in weitem Umfange den Zusammenhang gezeigt, welcher zwischen Absorption durch Dampf und durch Flüssigkeit besteht, wenn die Menge der vom Wärmestrahl in beiden Fällen durchsetzten Materie einander proportional ist. Dieser Zusammenhang wurde, wie ich bereits gesagt, vor 18 Jahren aufgestellt. Und obgleich die Resultate auf den eigentlichen Kern der Discussion, welche meine Untersuchungen erregt haben, eingehen, obgleich sie in Bezug auf diese Discusion meiner Meinung nach einen viel grösseren und gewichtigeren Einfluss haben als irgend welche andere von mir veröffentlichten Versuche, so scheinen dieselben doch in keinem Momente die Aufmerksamkeit jener, welche an dieser Discussion Theil nahmen, auf sich gezogen zu haben. Hier sind Resultate, im Jahre 1864 veröffentlicht, welche den in Rede stehenden Punkt behandeln:

		Absorption per 100	
		Dampf	Flüssigkeit
Schwefelkohlenstoff	0,48	4,3	8,4
Chloroform	0,36	6,6	25,0
Methyljodid	0,46	10,2	46,5
Aethyljodid	0,36	15,0	50,7
Benzol	0,32	16,8	55,7
Amylene	0,26	19,0	65,2
Schwefeläther	0,28	21,5	73,5
Essigäther	0,29	22,2	74,0
Ameisensäureäther	0,36	22,5	76,3
Alkohol	0,50	22,7	78,6

Die Grösse der Absorption ist in den Flüssigkeiten viel grösser als in den Dämpfen, weil die Menge der absorbirenden Materie in diesem Falle viel grösser ist als in dem anderen; aber die Ordnung der Absorption ist dieselbe.

Wenn die Dämpfe ihrer Menge nach verdoppelt werden, so wächst ihre Absorption beträchtlich an. Noch mehr steigt diese, wenn die Menge verdreifacht wird; sie erreicht mit anderen Worten immer mehr und mehr der Grösse nach die Absorption von Flüssigkeiten, es wird aber die Harmonie, was die Ordnung betrifft, nie gestört. Was wird geschehen, wenn die Dämpfe so vermehrt werden, dass die Materie in den beiden Fällen nicht proportional, sondern einander gleich wird? Dies ist die Frage mit welcher ich mich nun beschäftigen werde. Zur Zeit als ich die oben erwähnten Resultate erhielt, hielt ich es für wahr-

scheinlich, dass, wenn eine runde Flüssigkeitsschichte von gegebenem Durchmesser in einer Röhre von demselben Durchmesser verdampft werden könnte, dass dann die Absorption ungeändert bleiben würde. In anderen Worten, ich dachte dass die Befreiung der Moleküle, aus der flüssigen Cohäsion ihre Wirkung auf strahlende Wärme weder vermehren noch vermindern würde. Seit 1864 dachte ich oft an dieses Problem. Die weite versilberte Röhre hat zu meiner Freude die Lösung dieses Problems möglich gemacht.

Es sind nur sehr flüchtige Flüssigkeiten, welche sich zu diesem Experimente eignen, weil von diesen allein Dämpfe von hinreichender Dichtigkeit erhalten werden können, um praktisch verwerthbare Dicken zu liefern. Am 22. des letzten October wurde das Experiment zum ersten Male versucht. Als Wärmequelle diente ein Kalklicht, dessen Strahlen durch einen vorn versilberten Hohlspiegel aufgefangen und in einem fast parallelen Büschel durch die Versuchsröhre gesandt wurden. An dem der Wärmequelle benachbarten Ende war die Röhre mit einem Diaphragma von einer kreisförmigen, 1 Zoll im Durchmesser haltenden Oeffnung versehen. Am anderen Ende war ein Diaphragma mit einer Oeffnung von $^1/_2$ Zoll Durchmesser. Dahinter war die Thermosäule aufgestellt, welche nicht mit ihren konischen Reflectoren, sondern mit einer innen geschwärzten Messingröhre von 2 Zoll Länge versehen war. Bei dieser Anordnung kam die Wärme, welche die Thermosäule erreichte, niemals in Berührung mit der inneren cylindrischen Oberfläche. Die Gesammtstrahlung brachte einen Ausschlag von 60 Galvonometer-Graden hervor, welcher, wenn die Röhre durch eine kräftige Bianchi'sche Luftpumpe ausgepumpt war, genau durch einen compensirenden Würfel neutralisirt war. Es wurde dann flüssiger Schwefeläther in eine grosse Flasche gegeben, diese Flasche wurde unter Wasser getaucht, um die Flüssigkeit und ihren Dampf bei einer annähernd constanten Temperatur zu erhalten. Die Luft wurde sorgfältig aus der Flasche entfernt, und dieselbe an der Experimentirröhre befestigt; dann liess man eine solche Quantität Dampf einströmen als nöthig war, um eine Säule von 38 Zoll Länge äquivalent zu machen einer Flüssigkeitsschichte von 1^{mm} Dicke. Zwei zusammenfallende Versuche ergaben die Ablenkung, die der Dampf verursachte, zu

$$41^{\circ}.$$

Zunächst wurde dann, ohne die Qualität der Wärmestrahlung zu ändern, die Absorption bestimmt, welche eine 1^{mm} dicke Flüssigkeitsschichte von Schwefeläther ausübte. Die Steinsalzzelle, mit der das Experiment ausgeführt wurde, ist in der Backerian Lecture von 1864 (Phil. Trans., Vol. 154, q. 328) im Detail beschrieben. Umstehende Figur wird eine hinlänglich klare Vorstellung von ihrer Construction und Anordnung geben. Zwischen zwei starken Messingplatten *cc* und einem Mittelstück sind zwei Steinsalzplatten von der äussersten Reinheit mittels passender Schrauben festgemacht, wobei besondere Sorgfalt darauf verwandt ist, die Platten vor einer quetschenden Pressung zu schützen.

Die beiden erwähnten Platten sind in der in der Figur gezeigten Weise durch runde Oeffnungen durchbohrt. Die beiden Steinsalzplatten konnten nicht zur Berührung kommen, sondern waren von einander durch eine sorgfältig gearbeitete, 1 mm dicke Messingplatte, welche gleich *cc* durchbohrt war, getrennt. Ein Theil dieser Mittelplatte ist weggeschnitten, um einen Zugang in das Innere der Zelle zu eröffnen. Durch diesen Zugang ist die Zelle mittels eines Trichters *b* mit der Flüssigkeit gefüllt. Die Zelle ist auf die Plattform *PP* gestellt, welche an dem Messing-Doppelschirm *SS* befestigt ist. Die Wärmequelle war in *A* placirt und die Thermosäule mit ihrer geschwärzten Röhre in *B*. Es ist nicht nöthig dieselben zu zeichnen.

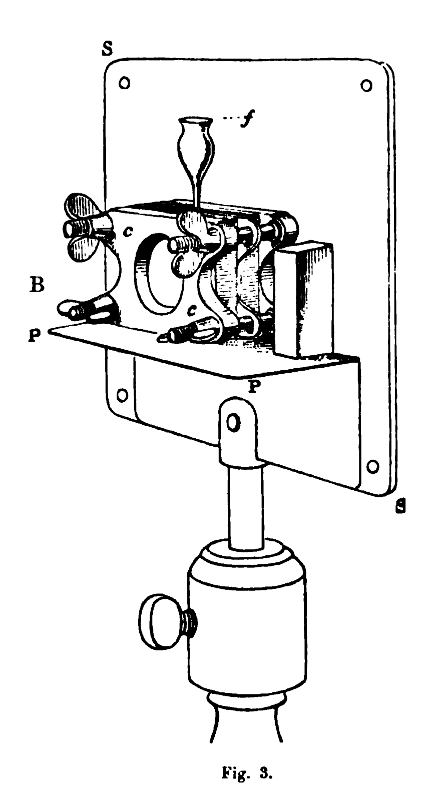


Fig. 3.

Die Nadel wurde durch den compensirenden Würfel genau zur Ruhe gebracht, wenn die Zelle leer war; dann wurde Schwefeläther eingefüllt. Der erfolgte Ausschlag war

42°.

Es waren da die Dampfabsorption und Flüssigkeitsabsorption so nahe gleich, dass ich zu weiteren Anstrengungen angespornt wurde. Die Einschreibung in meinem Notizbuche endet am 22. mit der Bemerkung: »Ich will am Montag das Experiment wiederholen, um die Resultate sicher zu machen.«

Es wurden dementsprechend die Versuche am Montage wiederholt, dieselben erwiesen sich aber keineswegs so leicht als ich sie zu finden gehofft hatte. Durch fünf Tage arbeitete ich an diesem Gegenstande ohne zu einem genügenden Schlusse zu gelangen. Die Wärmequelle, der Spiegel, die Zelle, die Versuchsröhre und die Thermosäule waren alle der Reihe nach Objecte der Untersuchung, es blieb aber immer ein Unterschied zwischen der Wirkung der Flüssigkeit und der ihres Dampfes, genügend um die Behauptung ihrer Identität in Zweifel zu ziehen.

Am Schlusse vieler Versuche und Vorsichtsmaassregeln fand ich die Absorption des Dampfes ganz deutlich grösser als die der Flüssigkeit. Ich hatte die sphärische Aberration auf ein Minimum reducirt, dadurch dass ich die Reflexion auf eine kleine Centralfläche des versilberten Spiegels beschränkte. Das Bild des glühenden Kalkes, welches am Ende *T'*

der Versuchsröhre sich bildete, war immer noch gross genug, um ein wenig an jenen Ring überzugreifen, der die durch die Steinsalzplatte verschlossene Oeffnung umgab. Nun waren Diaphragmen aus polirtem Metalle verwendet worden, die auf die Thermosäule fallende Wärme zu vermindern. Ich dachte nun, dass Wärme, welche auf den Ring oder die Diaphragma auffiel, von da wieder an das Ende *T* der Versuchsröhre zurückgeworfen, von dem Ringe und Diaphragma an diesem Ende wieder reflectirt und so neuerlich gegen die Thermosäule gesandt würde. Diese Strahlung würde dann statt einmal dreimal durch den Dampf hindurchgehen, und wenn sie einen merklichen Bruchtheil der Gesammtstrahlung ausmachte, würde sie die Absorption des Dampfes grösser erscheinen lassen als die der Flüssigkeit. Ich habe nun die Röhre auseinander genommen und die Ringe und Diaphragma sorgfältigst mit Lampenruss geschwärzt. Nachdem ich die Röhre wieder zusammengesetzt und noch einmal die Absorption des Dampfes gemessen, fand ich dieselbe zu

32,4 %.

Dies war das Mittel von fünf übereinstimmenden Beobachtungsreihen, in welchen jegliche Sorgfalt getroffen war, um Genauigkeit zu erreichen. Damit die Gesammtwärme während der Ausführung einer Reihe nicht variire, wurde sie bei jedem einzelnen Versuche in Betracht gezogen.

Zunächst wurde dann die Wirkung von Schwefeläther als Flüssigkeit bestimmt. Drei Versuchsreihen, von denen zwei identische Resultate ergaben, während die dritte um nur 0,7 % differirte, zeigten, dass die Apsorption des flüssigen Aethers

32,9 %

sei, was — es ist überflüssig es zu erwähnen — genau der Absorption des Dampfes entspricht, indem es davon um nur 0,5 % absteht.

Da mir der Versuch gezeigt, dass die Strahlung einer glühenden Platinspirale viel kräftiger absorbirt wurde als die von Kalklicht, so hielt ich es für räthlich, zu untersuchen, ob die Flüssigkeit ihrem Dampfe in Bezug auf das Absorptionsvermögen folge, wenn die Qualität der Strahlung geändert wird. Am Montag, den 31. wurden dementsprechend die Strahlen der Platinspirale durch eine Steinslalzlinse parallel gemacht, die Absorption von Schwefeläther bestimmt und zu

66,7 %

gefunden, während die Absorption der Flüssigkeit

67,2 %

war, was wieder eine Differenz von nur 0,5% ergibt.

Bei einer anderen Gelegenheit fand ich, dass die Absorption des Schwefeläthers sei:

Dampf	71 %
Flüssigkeit . .	70

Am 1. November bestätigte ich die mit Kalklicht und Spiegel erhaltenen Resultate, indem ich Kalklicht und Steinsalzlinse anwandte. Hier ist die Absorption von Dampf und Flüssigkeit:

Dampf . . .	33,3 %
Flüssigkeit . .	33,3

Die Absorptionen sind identisch und die Resultate schliessen sich enge jenen an, welche ich mit dem concaven Reflector erhalten habe.

Wenn die entsprechende Menge von Schwefelätherdampf, d. h. 7,2 Zoll Quecksilber, in der Versuchsröhre waren, so probirte ich, ob nicht die Strahlung eines mit Lampenruss angestrichenen und mit siedendem Wasser gefüllten Leslie'schen Würfels, durch den Dampf hindurchgehen könnten. Es wurden gegen 14 % der einfallenden Strahlung durchgelassen. Hätte man mich damals gefragt, ob eine Flüssigkeitsschichte von Schwefeläther mit 1^{mm} Dicke für die Strahlung des Würfels durchgängig sei, so hätte ich mit einiger Zuversicht Nein geantwortet. Ich dachte daher für einen Moment, dass dieser Versuch dem Gesetze, dass Dampfabsorption und Flüssigkeitsabsorption, wenn gleiche Quantitäten der Materie verglichen werden, gleich seien, widerspreche. Als ich aber eine 1^{mm} dicke Schichte von flüssigem Schwefeläther untersuchte, fand ich die Transmission grösser als 6 % der auffallenden Wärme. Wir haben also in diesem Falle Harmonie des Verhaltens zwischen Flüssigkeit und Dampf. Die Absorption des Dampfes überschritt die der Flüssigkeit, weil die Wärme vom Würfel frei gegen die innere versilberte Oberfläche der Versuchsröhre gestrahlt wurde und durch deren Reflexion von dieser Oberfläche ihren Weg durch den Dampf der Länge nach zunahm. Diese Vermehrung brachte natürlich einen Anstieg der Absorption mit sich.

Die zunächst untersuchte Substanz war Amylwasserstoff, dessen Siedepunkt 30° Cels. oder 5° tiefer als der von Schwefeläther ist. Wenn eine grosse Oberfläche der Verdampfung ausgesetzt ist, bildet es in Folge dessen keine Schwierigkeit, von dieser Flüssigkeit Dämpfe von einem Drucke von 6,6 Zoll Quecksilber zu erhalten. Dies ist in einer Röhre von 38 Zoll Länge und würde, wenn es zur Verflüssigung gebracht würde, eine Schichte von 1^{mm} Dicke bilden. Dampfabsorption und Flüssigkeitsabsorption wurden auf einander folgend gemessen; dies ist das Verhalten von Amylwasserstoff:

Absorption im Dampfe	51 %
Absorption in der Flüssigkeit . . .	51

Die beiden Absorptionen sind absolut gleich [1]).

---

1) Wenn die Steinsalzzelle leer war, entstand natürlich an den beiden inneren Flächen Reflexion. Eine vollkommen diathermane Flüssigkeit von dem Brechungsindex des Steinsalzes würde diese Reflexion aufheben. Und obgleich die wirklich angewandten Flüssigkeiten einen kleineren Brechungsindex als das Steinsalz hatten, obgleich sie von vollkommener Diathermanität weit entfernt waren, so musste doch ihre Einführung in die Zelle die Reflexion vermindern und so die durchgehende

Combiniren wir diesen Abschnitt und den vorigen, so können wir die vereinten Resultate folgendermaassen zusammenfassen. Beginnen wir mit einer 38 Zoll langen Säule von Schwefelätherdampf von 7,2 Zoll Druck oder mit einer 38 Zoll langen Säule von Amylhydratdampf von 6,6 Zoll Druck und verkürzen wir allmählich die Säule, ohne die Quantität zu ändern, so wird der Dampf allmählich an Dichte zunehmen und, nachdem eine Dicke von 1 Zoll erreicht ist, in den flüssigen Aggregationszustand übergehen. Nehmen wir an, dass ein Wärmestrahl von constantem Werthe, nachdem er den Dampf durchsetzt, auf eine Thermosäule auffalle und hier einen constanten Ausschlag hervorbringe; dieser Ausschlag würde während aller dieser Wechsel von Dichtigkeit und Aggregatformen, welche unserer Annahme nach der Dampf erleidet, constant bleiben. Mit anderen Worten — der Dampf würde in Bezug auf strahlende Wärme ohne Bruch des Zusammenhanges durch alle seine Stadien der Condensation in die flüssige Form der Materie übergehen.

Ein allgemeines Gesetz der Molecularphysik ist, wie ich glaube, hier dargethan.

Wärme vermehren. Diese Vermehrung, welche durch Rechnung bestimmt wurde, war merklich durch Einführung der Schutzringe aus dünnem Notenpapier neutralisirt, welche die von den Wärmestrahlen durchsetzte Flüssigkeitsschichte ein wenig vergrösserte.

(Schluss folgt.)

Messung der Wellenlängen des Lichtes mittels Interferenzstreifen im Beugungsspectrum.

Von

Dr. Maximilian Weinberg,

Assistent an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

Bereits in seiner letzten Abhandlung[1]) hat der Verfassar darauf hingewiesen, dass die von ihm vor einiger Zeit angegebene Methode[2]), die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien mittels Interferenzstreifen im prismatischen Spectrum zu messen, auch für das Beugungsspectrum verwendbar ist. Doch wurde zugleich bemerkt, dass das verwendete Versuchsarrangement (wobei einfach das Prisma durch ein Beugungsgitter ersetzt wurde) sich in sofern nicht brauchbar erwies, als die aus den Spectren verschiedener Ordnung rechts und links von dem ungebeugten Spaltenbild gewonnenen Resultate Abweichungen zeigten.

Dieser Uebelstand kann als behoben betrachtet werden, wenn man die Kalkspathplatte, deren mangelhafter Planparallelismus die schuldtragende Ursache ist, vor den Collimatorspalt setzt, mithin den Polarisationsapparat vom Spectralapparat sondert. Nach diesem Princip arrangirte Messungen wurden im Sommer 1882 im physikalischen Kabinet der k. k. technischen Hochschule in Brünn ausgeführt und sollen in den folgenden Zeilen besprochen werden.

Die Zusammenstellung der Apparate war folgende: durch den am Heliostaten befindlichen Spalt H (Fig. 1) fällt ein Bündel Sonnenlicht

---

1) „Interferenzstreifen im prismatischen und im Beugungsspectrum". Carl's Repertorium Bd. 18, 1882, S. 600.

2) „Ueber Methoden der Messung der Wellenlängen des Lichtes mittels Interferenzstreifen", Inauguraldissertation. Ber. des naturwissenschaftl. Ver. an der k. k. techn. Hochschule zu Wien Bd. 3, 1878.

auf den Nicol N_1, durchdringt sodann eine um eine verticale Axe drehbar aufgestellte Kalkspathplatte K, um in ein Beugungsspectrum ausgebreitet zu werden. Zu diesem Behufe ist ein *Collimator* C aufgestellt, dessen Spalt der Kalkspathplatte zugekehrt ist, hinter diesem auf einem Tischchen T das Beugungsgitter G und endlich das Beobachtungsfernrohr F. Der als Analyseur dienende Nicol N_2 ist mittels einer passenden Hülse vor dem Objectiv des Collimators befestigt.

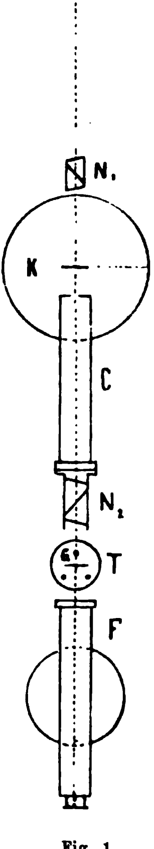


Fig. 1.

Als Vorrichtung zur Drehung der Krystallplatte um eine verticale Axe und Messung der Einfallswinkel diente ein Spectrometer kleinerer Gattung, von welchem sowohl Collimator als auch Beobachtungsfernrohr entfernt waren. An Stelle des Beobachtungsfernrohrs kam ein Krystallträger, der durch passende Schrauben mit dem Fernrohrträger des Spectrometers fest verbunden wurde. Derselbe bestand aus einem nach aufwärts gerichteten Messingstab von 13 cm Höhe der zweimal rechtwinklig umgebogen eine kleine verticalstehende Messingplatte trägt, mit welcher eine zu ihr parallele Platte durch drei Spiralfedern mit Kopfschrauben in Verbindung steht. Auf dieser letzteren wird in passender Weise mittels Wachs die in Kork gefasste, senkrecht zu ihrer optischen Axe geschnittene planparallele Kalkspathplatte so befestigt, dass sie sich nahezu vertical über der Mitte des Tischchens des Spectrometers befindet. Collimator, Tischchen und Beobachtungsfernrohr sind isolirt von einander auf separaten festen eisernen Trägern befestigt, die auf dem grossen Experimentirtisch aufgeschraubt sind. Der Collimator ist so aufgestellt, dass mittels einer Justirschraube eine Drehung desselben um eine horizontale Axe möglich ist. Das zur Aufstellung des Gitters bestimmte Tischchen besitzt drei Stellschrauben zum Horizontalstellen. Das Beobachtungsfernrohr muss sich um eine horizontale und eine verticale Axe drehen lassen und feine Einstellungen erlauben, es wurde deshalb ein Universalinstrument verwendet.

Bevor die Messungen ausgeführt werden konnten, mussten folgende Rectificationen an den zusammengestellten Apparaten vorgenommen werden.

1. Fernrohr und Collimator auf unendlich eingestellt. Dies geschieht auf die bekannte Weise.

2. Drehungsaxe des Fernrohrs parallel zu jener der Krystallplatte. Man stellt zu diesem Behufe mit Hilfe der am Spectrometer und Universalinstrument befindlichen Stellschrauben beide Drehungsaxen vertical.

3. Krystallplatte parallel zu ihrer Drehungsaxe (ein Zusammenfallen mit derselben ist unnöthig). Durch Spiegelung des Fadenkreuzes des bereits aufgestellten Fernrohrs wird mit Hilfe der oben erwähnten Schrauben mit Spiralfedern die Kalkspathplatte vertical gestellt.

4. Collimatoraxe horizontal. Geschieht mit Hilfe der erwähnten Justirschraube und einer Libelle.

5. Collimatorspalt vertical.

6. Optische Axen des Collimators und Fernrohrs in derselben Geraden. Das dem richtig gestellten Collimator bereits gegenübergestellte Beobachtungsfernrohr wird so gedreht, dass der Schnittpunkt des Fadenkreuzes mit dem über die Mitte des Spaltes gespannten Horizontalfaden coincidirt.

7. Gitterebene senkrecht zur Fernrohraxe. Dies wird durch Spiegelung des Fadenkreuzes des Fernrohrs erreicht.

8. Gitterstriche parallel zum Spalt (vertical). Ist diese Bedingung erfüllt, so wird bei Drehung des Fernrohrs um seine verticale Axe in allen Seitenspectren rechts und links der Schnittpunkt des Fadenkreuzes mit dem über den Spalt gespannten Horizontalfaden zusammenfallen. Zur Erfüllung der Bedingung 7, sowie zur Behebung einer allfälligen Abweichung von 8. bedient man sich in entsprechender Weise der drei Stellschrauben des Tischens *T*.

9. Der Hauptschnitt des Polariseurs unter 45° gegen den Horizont geneigt; der Analyseur gekreuzt.

10. Paralleles auf die Krystallplatte auffallendes Lichtstrahlenbündel. Diese Bedingung wird genügend erfüllt durch einen nicht zu breiten Heliostatenspalt in etwas weiterer Entfernung von der Krystallplatte.

Aus gewissen praktischen Gründen musste bei dieser Versuchszusammenstellung ein schwach vergrösserndes Beobachtungsfernrohr und ein Jedlik'sches Beugungsgitter mit nur bei tausend Strichen auf den Zoll verwendet werden. Die Folge davon war, dass die Spectren erster Ordnung sehr schmal erschienen und nur zwei von den Hauptlinien Fraunhofer's scharf eingestellt werden konnten; ebenso konnten von den sehr enge an einander stehenden Interferenzstreifen, wie die spätere Tabelle zeigt, für die Messungen nur eine geringe Anzahl benutzt werden. Günstiger gestalteten sich diese Verhältnisse in den breiteren Spectren zweiter und dritter Ordnung. Erkennbar waren im Spectrum erster Ordnung über 100 Interferenzstreifen, in den sich theilweise schon überdeckenden Spectren zweiter

und dritter Ordnung gegen 250. Wählt man ein stärker vergrösserndes Fernrohr oder ein feineres Gitter oder beides zugleich, so werden unter sonst gleichen Umständen viel mehr Interferenzstreifen zu beobachten sein[1]. Bemerkenswerth erscheint, dass die Streifen keine Krümmung besitzen, wenn die Kalkspathplatte vor dem Spalt postirt ist[2].

Der Gang der Messung ist folgender: Zuerst wird auf jene Fraunhofer'sche Linie, die gemessen werden soll, das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohrs eingestellt. Hierauf stellt man den Krystallträger so, dass ein dunkles Gesichtsfeld entsteht; dann dreht man aus dieser Stellung, wo die Strahlen senkrecht auffallen, diesen Krystallträger nach einer Richtung langsam weiter und zählt dabei die am Fadenkreuz vorüberziehenden anfänglich breiten und von einander weit entfernt stehenden, mit grösserem Einfallswinkel aber immer enger und schärfer werdenden Streifen. Nachdem eine gewisse Anzahl derselben passirt hat, stellt man mit der Mikrometerschraube die Mitte des letzten Streifens auf das Fadenkreuz ein und liest am Theilkreis an beiden Nonien die Stellung der Alhidade ab. Sodann dreht man in derselben Weise zurück, um die ursprüngliche Zählung zu controlliren, dreht über die dunkle Mitte hinaus und zählt dieselbe Anzahl von Streifen auf der anderen Seite, macht die zweite Einstellung und Ablesung und geht schliesslich abermals zählend bis zur dunklen Mitte zurück. Damit ist eine Beobachtung zu Ende. Die halbe Differenz beider Ablesungen gibt die Grösse des Einfallswinkels für jenen Streifen, den man beide Male eingestellt. Durch die Messung auf beiden Seiten der sog. Nullstellung wird erstens eine fast unmöglich scharf ausführbare Einstellung auf eben diese Nullstellung vermieden und zweitens der unvermeidliche Beobachtungsfehler halbirt.

In jener Formel für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{d}{wn}\left(\sqrt{1 - w^2 \sin^2 i} - \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 i}\right)$$

sind sonach der Einfallswinkel i und die Streifenzahl n durch die Beobachtung ermittelt, während w und ε, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahls im Kalkspath, gegebene Constanten sind. Um aus einer einzigen oben beschriebenen Beobachtung zu einem Werth für die Wellenlänge zu gelangen, brauchte man sonach nur d, die Dicke der Kalkspathplatte, zu kennen. Aus mancherlei Gründen wurde jedoch eine directe Messung dieser Dicke unterlassen. Es wurden vielmehr durch Combination je zweier Messungen,

1) Vgl. Weinberg, Carl's Repertorium Bd. 18 S. 607.
2) ebendas. S. 604.

unter Zugrundelegung der Wellenlänge einer Fraunhofer'schen Linie, die Wellenlängen der übrigen bestimmt. Dadurch wird allerdings die Methode eine bloss relative, doch genügt dies für den beabsichtigten Zweck vollkommen und umsomehr, als es sich doch nur um die Verificirung sehr genau gemessener Grössen handelt.

Aus den in der Literatur nicht gerade zahlreich vorhandenen Daten über die Dispersion des Kalkspaths[1]) wählte ich die von Mascart[2]) ermittelten Werthe für meine Rechnungen. Die folgende Tabelle enthält für die wichtigsten Fraunhofer'schen Linien, die aus dem Mascart'schen Brechungsexponenten gerechneten w und ε, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Luft als Einheit genommen.

Linie	w	ε
B	0,604975	0,673813
C	0,604427	0,673519
D	0,602969	0,672703
E	0,601128	0,671659
F	0,599546	0,670763
G	0,596588	0,669031
H	0,594071	0,667659

Wie bereits erwähnt, konnten die Messungen in den Spectren erster, zweiter und dritter Ordnung rechts und links von dem ungebeugten mittleren Spaltenbild vorgenommen werden. In jedem der sechs Spectren wurde die Linie D zu Grunde gelegt und für deren Wellenlänge der Angström'sche Werth[3]) (resp. das Mittel aus den Zahlen für D_1 und D_2) angenommen. Mit Hilfe dieses Werths wurde für jedes Spectrum die Constante d ermittelt und mit dieser die übrigen Wellenlängen in dem entsprechenden Spectrum, wodurch sechs von einander unabhängige Serien von Resultaten entstehen.

In der folgenden Tabelle sind die Beobachtungsdaten und die Resultate zusammengestellt. Die für i angegebenen Werthe sind die arithmetischen Mittel aus mehreren bei derselben Streifenzahl vorgenommenen Messungen. Zum Vergleiche sind die von Angström ermittelten Wellenlängen beigefügt. Die Constante d ist in Millimeter, die Wellenlängen in zehntausendstel Millimeter angegeben.

---

1) Vgl. Weinberg, Inauguraldissertation S. 17.

2) Compt. rend. T. LVII, LVIII, LXIV. Die ausserordentlichen Brechungsexponenten sind entnommen aus Ketteler, Pogg. Ann. Bd. 140 S. 49.

3) Angström, „Recherches sur le spectre solaire", Berlin 1868.

Spectrum	Linie	n	i	d	λ	Angström
I rechts	D	30	12° 20′ 41″	5,1927	vorausgesetzt	5,892
	F	25	10 6 51		4,862	4,861
I links	D	30	12° 20′ 30″	5,1960	vorausgesetzt	5,892
	F	25	10 6 30		4,861	4,861
II rechts	D	60	17° 30′ 46″	5,1929	vorausgesetzt	5,892
	E	50	15 0 12		5,269₆	5,269
	F	45	13 35 28		4,862	4,861
	G	30	10 19 43		4,304	4,307
II links	D	60	17° 30′ 23″	5,1964	vorausgesetzt	5,892
	E	50	14 59 33		5,265	5,269
	F	45	13 35 16		4,864	4,861
	G	30	10 19 58		4,309	4,307
III rechts	D	75	19° 36′ 32″	5,1953	vorausgesetzt	5,892
	E	65	17 7 19		5,268	5,269
	F	60	15 42 54		4,865	4,861
III links	D	75	19° 36′ 19″	5,1972	vorausgesetzt	5,892
	E	70	17 46 15		5,265	5,269
	F	60	15 42 35		4,864	4,861

Wie man aus der Tabelle ersieht, stimmen in jedem der Seitenspectren die gefundenen Wellenlängen mit den zu Grunde gelegten Werthen von Angström recht gut überein, die Abweichungen davon betragen nur wenige Einheiten der letzten Decimale. Während zweimal eine vollständige Uebereinstimmung herrscht, kommt die stärkste Abweichung im Betrage von vier Einheiten nur dreimal vor und die anderen Differenzen liegen unter dieser Grenze. Vergleicht man die in den verschiedenen Spectren von mir gefundenen Werthe unter einander, so zeigt sich gleichfalls eine befriedigende Uebereinstimmung: Einige Zahlen stimmen vollständig mit einander überein, die grösste, jedoch nur einmal vorkommende Abweichung ist fünf Einheiten der letzten Decimale[1]), die anderen Differenzen liegen unter dieser Grenze. Diese Uebereinstimmung bis auf 0,1 % sowohl unter sich, als mit den Normalwerthen von Angström, erscheint um so zufriedenstellender, wenn man erwägt, dass das verwendete Spectrometer bloss eine Ablesung von 30″ gestattete. Eine geringere Uebereinstimmung zeigen die für die Constante d in den verschiedenen Spectren ermittelten Werthe. Die grösste Differenz geben die beiden Werthe aus I rechts

1) Diese grösste Differenz ist zwischen den beiden Messungen für G in den Spectren zweiter Ordnung. An dieser Stelle ist das Spectrum ziemlich lichtschwach, so dass sich die engen Streifen kaum mehr vom Grund abheben, wodurch eine genaue Einstellung erschwert wird.

und III links im Betrage von 0,0045 ^{mm}. Ein Fehler von 30" im Winkel i bedingt eben schon einen Fehler von 0,005 in d, dieser jedoch bloss eine Differenz von fünf Einheiten der letzten Decimale in λ. Es geht daraus hervor dass man, wie es auch hier geschehen ist, zur Berechnung der Wellenlängen am besten die Constante in dem entsprechenden Spectrum zuvor ermittelt, wodurch die Methode nothwendig eine relative bleibt.

Die Methode der Messung der Wellenlängen des Lichtes mittels Interferenzstreifen bieten den unleugbaren Vorzug, im grossen Vielfaches der fraglichen Grösse in Rechnung zu bringen und zwar durch blosse (jeder Genauigkeit fähige) Winkelmessungen[1]).

Bei der oben beschriebenen Methode handelt es sich demnach um Erscheinungen, die eine Art von Combination von Interferenzstreifen mit dem Beugungsphänomen bilden, und die erlangten Resultate zeigen von den bestbekannten Normalwerthen keine grössere Abweichung als jene von anderen Physikern nach anderen Methoden gefundenen.

Ich fühle mich verpflichtet, an dieser Stelle meinen innigsten Dank den beiden Professoren der Brünner technischen Hochschule, Dr. Felgel und G. Niessl v. Mayendorf, zu erstatten, die mich bei meinen Experimenten mit freundlichen Rathschlägen und Instrumenten unterstützten.

---

1) Wie seinerzeit gezeigt wurde, ist zu dem bei Anwendung von prismatischer Dispersion die Zusammenstellung des Apparats auch eine äusserst einfache.

Ueber die Wirkung des Spannens auf den elektrischen Widerstand von Kupfer- und Messingdrähten[1]).

Von

O. Chwolson.

§ 1.

Im Winter 1878/79 wurde im physikalischen Cabinet der Academie der Wissenschaften, mit Genehmigung des Herrn Directors H. Wild, unter abwechselnder Assistenz der Herren Studenten Strauss, Onoschko und Michailowskij, eine Untersuchung über die Wirkung des Spannens auf den elektrischen Widerstand von Kupfer- und Messingdrähten ausgeführt, als Fortsetzung früherer ähnlicher Untersuchungen über kleine Widerstandsänderungen, welche der Quecksilber-Rheostat von Jacobi ermöglichte. Anderweitige Arbeiten verhinderten bisher die Veröffentlichung der Resultate.

Schon 1855 hatte Mousson (Neue Schweizerische Zeitschrift, Bd. XIV S. 83; Wiedemann, Galv. I, pag. 310) gefunden, dass beim Spannen der Widerstand schneller wächst, als die Länge. Nennen wir σ die Zahl, welche angibt, wie vielmal die relative Widerstandsänderung $\frac{\Delta w}{w}$ grösser ist, als die relative Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$, d. h. setzen wir ein für allemal

$$\sigma = \frac{\Delta w}{w} : \frac{\Delta L}{L}, \tag{1}$$

so fand Mousson für Stahldraht ungefähr $\sigma = 4{,}3$; für Eisendrath 3,6; für harten Kupferdraht 2,4 und für ausgeglühten Kupferdraht 6,1 (?). Nennt man μ das Verhältnis der Querconcentration zur Längendilatation beim longitudinalen Spannen, $\Delta' w$ diejenige Aenderung des Wider-

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus dem Bull. de l'Acad. de St. Pétersbourg T. XI. 1882.

standes, welche durch die Aenderung der Länge und Dicke des Drahtes hervorgerufen wird und endlich $\sigma' = \frac{\Delta' w}{w} : \frac{\Delta L}{L}$, so ist

$$w + \Delta' w = \frac{w\left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)}{\left(1 - \mu \frac{\Delta L}{L}\right)^2} = w + w \frac{\Delta L}{L} (1 + 2\mu)$$

und hieraus

$$\frac{\Delta' w}{w} = \frac{\Delta L}{L} (1 + 2\mu),$$

also

$$\sigma' = 1 + 2\mu \qquad (2$$

Da nun $\mu < \frac{1}{2}$ ist, so muss

$$\sigma' < 2$$

sein. Mousson fand aber $\sigma > 2$ in allen Fällen und dies beweist, dass beim Spannen der specifische Widerstand des Drahtes sich ändert. Dies Resultat fand seine erste Bestätigung durch die Arbeiten von Herbert Tomlinson (Proc. Roy. Soc. XXV, pag. 451—453, 1876, Beiblätter zu den Ann. d. Physik Bd. 1 S. 194 und Proc. Roy. Soc. XXVI, p. 401—410, 1877, Beiblätter Bd. 2 S. 44). Er fand zuerst für Stahl $\sigma = 3{,}525$, für Eisen $\sigma = 3{,}951$ und für Messing $\sigma = 2{,}203$. Ferner fand er die Aenderung des Widerstandes proportional der dehnenden Kraft und auch später, dass beim Spannen eine Aenderung des specifischen Widerstandes stattfindet. Eine Regelmässigkeit in der Aenderung des Resultates mit der Aenderung des Querschnittes war nicht wahrzunehmen. Schon früher hatten übrigens Meik und Murray (Proc. Roy. Soc. Edinb. 1869/70, p. 3) gefunden, dass beim Spannen von Kupferdrähten die Aenderung des Widerstandes proportional ist den Gewichten. J. G. Mac Gregor (Proc. Soc. Edinb. 1875/76, p. 79—85; Beiblätter 1 S. 292) fand, dass die beim Spannen von Silberdrähten beobachtete Widerstandsänderung sich vollkommen aus der Verjüngung des Querschnittes ableiten lasse. In neuester Zeit ist dieselbe Frage von L. de Marchi (N. Cim. [3] 9. p. 31—35 u. 59—63. 1881; Beiblätter 5 S. 680) behandelt worden, welcher nichts wesentlich Neues den früheren Resultaten hinzufügte. Die von uns untersuchten Drähte befanden sich in einem mit Wasser gefüllten Blechcylinder von 913^{mm} Höhe und 192^{mm} Durchmesser. In einer Höhe von 155^{mm} über dem Boden war der Cylinder durch eine viereckige kastenförmige Erweiterung von 87^{mm} Höhe und 235^{mm} Länge und Breite unterbrochen. Nach zwei Seiten war derselbe durch Glasplatten geschlossen. Eine ebensolche Erweiterung von 70^{mm} Höhe bildete den obersten Theil des Cylinders. Auf den Boden des Cylinders war eine Platte gelöthet, welche zuerst vertical und dann horizontal umgebogen war. Zur Befestigung der Drähte diente ein schmiedeisernes Gestell von der Form T. Der verticale Arm von 1046^{mm},

der horizontale obere im Ganzen 550mm und der horizontale untere 178mm lang. Die Dicke der Stäbe betrug überall 34mm im Quadrat. Nur der untere horizontale Arm war 17mm hoch. An den unteren horizontalen Arm wurde das eine Ende des Drahtes befestigt, welcher vertical nach oben, durch eine, in ein Loch des oberen rechten Armes gesteckte Glasröhre, geführt und nach rechts über zwei auf die obere Seite desselben Armes befestigte, wohl isolirte, Rollen gelegt wurde. Die zweite Rolle ragte über das Ende des Armes herüber, so dass der Draht wieder vertical nach unten herabhängen konnte. An das freie Ende wurde eine Eisenschale für die Gewichte gehängt. In Folge der starken Reibung waren die Werthe der spannenden Kräfte nicht zu bestimmen, doch war dies auch nicht nöthig, da Verlängerung und Aenderung des Widerstandes immer ein paar zusammengehöriger Grössen bildeten. An den Draht wurden zwei weiche Kupferdrähte gelötet und ausserdem wurden zwischen diesen letzteren, ganz nahe an denselben zwei Marken befestigt. Diese wurden gebildet, indem sehr dünne Platindrähte (0,1mm) je zweimal um den Draht geschlungen und dann auf der Rückseite desselben (vom Beobachter aus) zusammengedreht und durch Wachs befestigt wurden.

An dem Ende des linken oberen Armes befand sich unten ein starker, gleichfalls schmiedeiserner Haken. Der Blechcylinder wurde auf einen Tisch gestellt, vermittels vier an die Aussenseite desselben angelöthete schräge Füsse von 610mm Länge angeschraubt und mit Wasser gefüllt. Dann wurde das eiserne Gestell mit dem Drahte hineingestellt, der untere horizontale Arm unter den horizontalen Theil der oben erwähnten Platte geschoben und der obere linke Arm vermittels des Hakens an eine verticale, durch den Tisch hindurchgehende Holzsäule befestigt. Der zu untersuchende Theil des Drahtes befand sich nun im Wasser, während das freie Ende mit der Schale neben dem Blechcylinder frei herabhing. Die beiden Marken befanden sich gerade gegenüber den beiden Glasplatten und konnten durch die beiden, mit Ocularmikrometern versehenen, Fernröhre eines Cathetometers (von Herrn Brauer) beobachtet werden. Sie wurden durch zwei in entsprechenden Höhen aufgestellte Gasflammen beleuchtet. Vermittelst zweier wohl isolirter Drähte, welche an die beiden oben erwähnten weichen Kupferdrähte befestigt waren, wurde der zwischen letzteren befindliche Theil des Drahtes in einen Zweig der Wheatstone'schen Brückencombination eingeschaltet, welche bereits mehrfach in früheren Arbeiten, Mélanges phys. et chim. T. IX p. 665 und T. X p. 379 (tirés du bulletin de l'Ac. des Sc. de St. Pétersb. T. XXII p. 409 und T. XXIII p. 465) und Repert. für Experimentalph. von Ph. Carl Bd. 13 S. 203, Bd. 14 S. 1, erwähnt worden ist.

Da frühere Versuche bereits die Proportionalität zwischen Verlängerung und Vergrösserung des Widerstandes bewiesen hatten, so wurde bei jedem Drahte nur für Eine spannende Kraft die zugehörige Widerstandsänderung bestimmt. Da der Rheostat (Jacobi'scher Quecksilberrheostat, s. a. a. O. und der untersuchte Draht in denselben Zweig

der Brückencombination eingeschalten waren, so wurde die Widerstandsänderung ohne jede Multiplicaton durch directe Substitution gemessen. Ein Scalentheil des Rheostaten beträgt 1:11417 Siem. Einh. — Eine Vergrösserung der, bei der Einstellung des Rheostaten (Strom Null in der Brücke) erhaltenen Zahl, bedeutet eine äquivalente Verminderung der untersuchten Widerstandsmaasse.

Nach jedem Einlegen der Gewichte in die Schale oder Herausnehmen derselben, wurden die Widerstandsänderung $\varDelta w$ am Rheostaten und die Längenänderung $\varDelta l$ am Cathetometer gemessen. Hierauf wurde der Draht herausgenommen und bestimmt:

1. die Länge l zwischen den beiden Marken, d. i. die Länge desjenigen Drahtstückes, dessen Verlängerung $\varDelta l$ ist;

2. die Länge l_t zwischen den beiden angelötheten Kupferdrähten, d. i. die Länge desjenigen Drahtstückes, dessen Widerstandsänderung $\varDelta w$ ist;

3. der Widerstand w eines Drahtstückes und

4. dessen Länge l_w.

Da sich die Marken zwischen den angelötheten Kupferdrähten befanden, so ist (in Millimetern)

$$l_w < l < l_t.$$

Ist $\varDelta l$ in Theilen der Mikrometerschraube abgelesen und λ die Anzahl der Theile, welche gleich einem Millimeter ist, so erhalten wir für die relative Widerstandsänderung

$$\frac{\varDelta w \,.\, l_w}{w \,.\, l_t}$$

und für die relative Längenänderung

$$\frac{\varDelta l}{\lambda \,.\, l},$$

also

$$\sigma = \frac{l_w \,.\, \lambda \,.\, l}{w \,.\, l_t} \cdot \frac{\varDelta w}{\varDelta l}. \qquad (3$$

§ 2.

Es wurden Kupfer- und Messingdrähte untersucht. Von den sieben Kupferdrähten verschiedener Dicke waren drei aus einem Draht gezogen, zwei andere ebenfalls aus einem, so dass vier verschiedene Kupfersorten benutzt wurden. Die Resultate sind folglich kaum unter einander vergleichbar und sollen daher dieselben nur summarisch angegeben werden.

d	p	Δw	Δl	σ	w
1,04^{mm}	30 Pfd.	0,7	225	2,52	0,314
0,72	23	2,2	310	2,79	0,304
0,56	16	3,9	255	2,82	0,398
0,44	12	7,9	290	3,20	0,374
0,37	8	9,7	284	3,25	0,339
0,25	4	20,8	295	3,18	0,324
0,20	3	37,0	370	2,73	0,405

d bedeutet die Dicke des Cu-Drahtes in Millimetern; p das spannende Gewicht in russischen Pfunden; Δw, Δl und σ die oben erläuterten Grössen; w den Widerstand eines Kubikmillimeters Draht in Theilen des Rheostaten ausgedrückt. Wie man aus den Verlängerungen Δl sieht, waren die spannenden Kräfte auf die Einheit des Querschnittes jedenfalls nicht überall gleich, doch hat dies, da Δw proportinal Δl ist, keinen Einfluss auf σ. — Der Factor λ, s. Gl. 3, war überall gleich 236. — Die zwei ersten Drähte waren aus einem Material und ebenso die drei letzten.

Die Versuche wurden ausgeführt zwischen dem 16. (28.) Nov. und 5. (17.) Dec. 1878.

§ 3.

Ausführlicher sollen die Resultate der Untersuchung der Messingdrähte dargelegt werden. Es wurden sechs Drähte untersucht, welche A, B, C, D, E, F bezeichnet werden sollen. Sie waren sämmtlich aus dem Draht A, dessen Dicke $d = 0{,}91^{mm}$ war, nach und nach immer dünner gezogen, bis zu dem Draht F, dessen Dicke $0{,}25^{mm}$. Somit waren sämmtliche Drähte wenigstens von derselben chemischen Zusammensetzung, wenn auch, freilich, nicht von derselben inneren Structur. Nach der durch Herrn Wischnigradski im chemischen Laboratorium der Akademie ausgeführten Analyse, enthielt der Draht 63,66% Cu; das Uebrige bestand fast nur aus Zn und einer sehr geringen Spur Pb.

Der Draht D war derselbe, mit welchem die Pressungsversuche ausgeführt worden waren, s. »Ueber die Wirkung des Druckes auf den elektrischen Widerstand von Metalldrähten«, Mélanges phys. et chim. T. XI p. 353 (tiré du Bull. de l'Ac. Imp. des Sc. de St.-Pétersbourg, T. XXVII p. 187) und Rep. f. Experimentalph. Bd. 18 S. 253.

Die Versuche wurden ausgeführt zwischen dem 12. (24.) Dec. 1878 und dem 11. (23.) Jan. 1879.

In der nachfolgenden Tabelle finden sich genaue Angaben:

Draht:	d	p	Δw	Δl	l_w	l	l_t	w	σ	W
A	0,91^{mm}	30 Pfd.	3,27	266	670	683	694	876	2,184	1,11
B	0,79	23	4,98	286	653	673	679	1206	2,206	1,12
C	0,62	16	9,64	332,5	653	663	670	1924	2,298	1,29
D	0,46	12	25,1	430	658	676	680	3909	2,305	1,20
E	0,39	8	36,4	404	655	670	676	5787	2,356	1,27
F	0,24	4	72,7	393	675	690	693	12427	2,351	1,15

λ war überall 236; σ ist nach der Formel (3) und der Widerstand W eines Kubikmillimeters nach der Formel

$$W = \frac{w d^2}{l_w}$$

berechnet worden.

Wie man sieht, wird σ grösser, wenn der Draht dünner wird. Dies kann nicht etwa daher rühren, dass bei unseren Versuchen die Spannung auf die Einheit des Querschnittes nicht überall dieselbe war, da σ von dem Verhältnis der einander proportionalen Grössen Δw und Δl abhängt. Es scheint also, dass sich mit einiger Berechtigung sagen lässt: Je dünner der Draht ist, desto grösser ist die relative Widerstandsänderung bei gleicher relativer Längenänderung.

Bestimmt man σ als lineare Function von d, so würde für $d = 0$ die Grösse σ einem Grenzwerthe von etwa 2,5 zustreben.

§ 4.

Wie am Anfange des § 1 dargelegt war, besteht σ aus zwei Theilen

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' \tag{4}$$

wo σ' von der Formänderung herrührt und gleich $1 + 2\mu$ ist. Die oben angeführte Regel gilt nur für σ und wäre es wohl interessant zu bestimmen, wie weit die Aenderung von σ durch Aenderungen von σ oder σ'' hervorgerufen werden. Dazu müssten für jene 6 Drähte die Werthe von μ gefunden werden. Es ist

$$\mu = \frac{E}{2C} - 1, \tag{5}$$

wo E, der Elasticitätscoefficient, aus directen Spannungsversuchen nach der Formel

$$E = \frac{lp}{\pi r^2 \Delta l} = a r^{-2} \tag{6}$$

und C, der Torsionscoefficient, aus Schwingungsversuchen nach einer Formel

$$C = \frac{b}{r^4} \tag{7}$$

gefunden wird, wo b von r unabhängig. 6 und 7 in 5 eingesetzt zeigt, dass μ in Abhängigkeit von r von der Form

$$\mu = c r^2 - 1 \tag{8}$$

ist. (Vergl. »Ueber die Wirkung des Druckes etc.« a. a. O. Formeln 1, 3 und besonders 4, wo für den Draht D ziemlich genau $c = 27$ gefunden war). Für σ' erhält man endlich aus 2

$$\sigma' = 2 c r^2 + 1. \tag{9}$$

Um σ' so genau bestimmen zu können, dass auch für $\sigma'' = \sigma - \sigma'$ ein wenigstens einigermaassen gutes Resultat erhalten wird, müsste r mit grosser Sicherheit bekannt sein. Nun zeigten aber, im physikalischen Centralobservatorium zu St. Petersburg mit einem vorzüglichen Dickenmesser ausgeführte Messungen, dass sämmtliche Drähte durchaus nicht cylindrisch waren, so dass für r sich nur je zwei Grenzwerthe angeben lassen. Diese Grenzwerthe geben aber für σ' so verschiedene Werthe, dass σ'' in hohem Grade unbestimmt bleibt. So war z. B. schon in der früheren Arbeit (a. a. O. § 5, S. 382) angegeben, dass für den Draht D der Radius r zwischen 0,2326 und $0{,}2294^{\text{mm}}$ liegt, so dass

$$0{,}461 > \mu > 0{,}421$$

und

$$0{,}383 < \sigma'' < 0{,}463$$

erhalten wird. Aehnliche Resultate wurden auch für die anderen Drähte erhalten. Wir müssen uns also, damit begnügen, für σ'', das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung zur relativen Längenänderung, Grenzwerthe anzugeben.

Draht A.

Dickenmessung: der Diameter an sechs, paarweise zu einander senkrechten Stellen, gemessen ergab

0,9160	0,9100	0,9103
0,9138	0,9113	0,9112.

Im Mittel $r = 0{,}4560$

und als Grenzwerthe

$$r_1 = 0{,}4580 \text{ und } r_2 = 0{,}4550.$$

Bestimmung von E. Als spannende Gewichte dienten $p = 23$ Pfd. $= 12{,}2958^{\text{kg.}}$ — Die Verlängerungen betrugen 171, 176, 177, 177, 179, 178, 179, 179, 179, 182, 191, 187 Theile der Mikrometerschraube, deren 210 auf einen Millimeter gingen. Im Mittel ist also die Verlängerung $\Delta l = 0{,}855^{\text{mm}}$. Die Länge l des Drahtes betrug $467{,}46^{\text{mm}}$. — Formel 6 gibt

$$E = 2139{,}7 \, . \, r^{-2}. \tag{10}$$

Durch Einsetzen von r, r_1 und r_2 erhält man als Mittelwerth und Grenzwerthe entsprechend:

$$E = 10290; \quad E_1 = 10200; \quad E_2 = 10335.$$

Bestimmung von C. An das Ende des herabhängenden Drahtes ist ein Messingstab und senkrecht zu diesem ein Holzstab mit nach oben gerichteten Spitzen befestigt. An die Spitzen können zwei Gewichte von zusammen $0{,}97062^{\text{kg.}}$ in den Abständen $a = 50{,}6^{\text{mm}}$, $b = 202{,}55^{\text{mm}}$ und $c = 354{,}8^{\text{mm}}$ aufgehängt werden. Waren t_1, t_2 und t_3 die Schwingungs-

dauern bei den drei Lagen der Gewichte und l die Länge des Drahtes, so erhält man für den Torsionscoefficienten C die beiden Werthe

$$\left.\begin{aligned} C' &= \frac{P(b^2 - a^2)}{4907} \cdot \frac{\pi l}{t_2^2 - t_1^2} \cdot r^{-4} \text{ und} \\ C'' &= \frac{P(c^2 - b^2)}{4907} \cdot \frac{\pi l}{t_3^2 - t_2^2} \cdot r^{-4} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

wo die ersten Factoren für alle Drähte dieselben blieben.

Für den Draht A war $l = 487{,}0^{\text{mm}}$; $t_1 = 12{,}0901''$, $t_2 = 14{,}8882''$ und $t_3 = 19{,}7036''$. Dies gibt

$$C' = 154{,}21\, r^{-4} \text{ und } C'' = 154{,}17\, r^{-4} \tag{11a}$$

im Mittel ist also

$$C = 154{,}19\, r^{-4}. \tag{12}$$

Dies gibt als Mittel und Grenzwerthe in Kilogrammen:

$$C = 3566{,}3; \quad C_1 = 3504{,}2; \quad C_2 = 3597{,}7;$$

11 und 12 in 5 eingesetzt, gibt

$$\mu = 6{,}9386\, r^2 - 1$$

und folglich

$$\mu = 0{,}4428; \quad \mu_1 = 0{,}4555; \quad \mu_2 = 0{,}4365. \tag{12a}$$

Entsprechend erhält man aus 2:

$$\sigma' = 1{,}886; \quad \sigma_1' = 1{,}911; \quad \sigma_2' = 1{,}873.$$

Da nun $\sigma = 2{,}184$ gefunden war, so bleiben als Rest für σ'' die folgenden Mittel- und Grenzwerthe:

$$\sigma'' = 0{,}298; \quad \sigma_1'' = 0{,}273: \quad \sigma_2'' = 0{,}311. \tag{13}$$

Wie man sieht, ist die Unsicherheit in der Bestimmung dieser letzteren Grösse eine sehr bedeutende.

Beim Spannen des Messingdrahtes A, der Dicke $0{,}91^{\text{mm}}$, war die relative Aenderung des specifischen Widerstandes etwa 0,3 mal so gross, als die relative Längenänderung.

Draht *B*.

Dickenmessung. Der Diameter, an sechs paarweise zu einander senkrechten Stellen gemessen, ergab

0,7914	0,7855	0,7947
0,7891	0,7940	0,7865

im Mittel $r = 0{,}3951$

und als Grenzwerthe

$$r_1 = 0{,}3973 \text{ und } r_2 = 0{,}3927.$$

Bestimmung von E. Als spannende Gewichte dienten $p = 20$ Pfd. $= 8{,}1878^{kg.}$ — Die Verlängerung Δl betrug im Mittel 199,70 Scalentheile der Mikrometerschraube oder $0{,}947^{mm}$. — Die Länge l des Drahtes war $568{,}76^{mm}$. Formel 6 gibt

$$E = 1565{,}3\, r^{-2}. \tag{14}$$

Durch Einsetzen von r, r_1 und r_2 erhalten wir als Mittel- und Grenzwerthe in Kilogrammen:

$$E = 10027; \quad E_1 = 9916{,}4; \quad E_2 = 10150.$$

Bestimmung von C. Es war $t_1 = 17{,}7746''$, $t_2 = 21{,}9135''$, $t_3 = 28{,}9947''$ und $l = 581{,}0^{mm}$. Dies in 11 eingesetzt, gibt

$$C' = 84{,}546\, r^{-4} \text{ und } C'' = 84{,}990\, r^{-4} \tag{14a}$$

im Mittel also

$$C = 84{,}768\, r^{-4}. \tag{15}$$

Dies gibt als Mittel- und Grenzwerthe in Kilogrammen:

$$C = 3478{,}8; \quad C_1 = 3402{,}2; \quad C_2 = 3564{,}5.$$

14 und 15 in 6 eingesetzt, gibt

$$\mu = 9{,}2570\, r^2 - 1$$

und folglich

$$\mu = 0{,}4450; \quad \mu_1 = 0{,}4612; \quad \mu_2 = 0{,}4276. \tag{15a}$$

Entsprechend erhält man aus 2:

$$\sigma' = 1{,}890; \quad \sigma_1' = 1{,}922; \quad \sigma_2' = 1{,}855.$$

Da nun $\sigma = 2{,}206$ gefunden war, so bleiben als Rest für σ'' die folgenden Mittel- und Grenzwerthe:

$$\sigma'' = 0{,}316; \quad \sigma_1'' = 0{,}284; \quad \sigma_2'' = 0{,}353.$$

Die Unsicherheit in der Bestimmung dieser letzteren Grösse ist noch viel bedeutender, als bei Draht A.

Draht C.

Dickenmessung. Der Diameter an sechs, paarweise zu einander senkrechten Stellen gemessen, ergab

0,6236	0,6220	0,6233
0,6275	0,6273	0,6271.

Im Mittel ist also

$$r = 0{,}3126^{mm}$$

und als Grenzwerthe

$$r_1 = 0{,}3137 \text{ und } r_2 = 0{,}3110.$$

Bestimmung von E. Als spannende Gewichte dienten $p = 20$ Pfd. $= 8{,}1878^{kg.}$ — Die Verlängerung Δl betrug im Mittel 278

Scalentheile der Mikrometerschraube oder 1,318^{mm}. Die Länge l des Drahtes betrug 466,31^{mm}. Formel 6 gibt:

$$E = 922{,}11\, r^{-2}. \qquad (16$$

Bestimmung von C. Es war $t_1 = 24{,}4465''$, $t_2 = 30{,}1265''$, $t_3 = 39{,}8702''$ und $l = 470{,}3^{mm}$. Dies in 11 eingesetzt, gibt

$$C' = 36{,}267\, r^{-4} \text{ und } C'' = 36{,}363\, r^{-4},$$

also im Mittel

$$C = 36{,}315\, r^{-4}, \qquad (17$$

16 und 17 in 5 eingesetzt, gibt

$$\mu = 12{,}696\, r^2 - 1$$

und folglich

$$\mu = 0{,}2406; \quad \mu_1 = 0{,}2493; \quad \mu_2 = 0{,}2251.$$

Dies ist ein offenbar ganz unmöglicher Werth. Ich bin indessen nicht im Stande, bestimmt anzugeben, woher dies Resultat entstanden ist. Vielleicht hatte der Draht einen Fehler; auch ist die Möglichkeit nicht völlig ausgeschlossen, dass die oben angeführten Dickenmessungen nicht an dem Drahtstück ausgeführt wurden, welches zu den anderen Versuchen gedient hatte.

Draht *D*.

Es ist dies derselbe Draht, über welchen bereits ausführlich in der erwähnten Arbeit »Ueber die Wirkung des Druckes etc.«, berichtet worden ist. Es war, a. a. O. S. 378, der Mittelwerth

$$r = 0{,}2313$$

und die Grenzwerthe

$$r_1 = 0{,}2326 \text{ und } r_2 = 0{,}2294.$$

Ferner war, a. a. O. S. 374, gefunden worden

$$E = 526{,}70\, r^{-2}. \qquad (18$$

Als Mittel- und Grenzwerthe erhalten wir also

$$E = 9844{,}6; \quad E_1 = 9735{,}1; \quad E_2 = 10009.$$

Dann war, a. a. O. S. 375, angegeben:

$$C' = 9{,}7480\, r^{-4}; \quad C'' = 9{,}7614\, r^{-4} \qquad (18^a$$

und

$$C = 9{,}755\, r^{-4} \text{ Kilogramm}, \qquad (19$$

also, durch Einsetzen von r, r_1 und r_2:

$$C = 3408{,}1; \quad C_1 = 3332{,}7; \quad C_2 = 3523{,}7$$

18 und 19 in 5 eingesetzt, geben

$$\mu = 27\, r^2 - 1,$$

a. a. O. S. 376, und folglich

$$\mu = 0{,}445; \quad \mu_1 = 0{,}461; \quad \mu_2 = 0{,}421. \qquad (19^a$$

Entsprechend erhält man aus 2:

$$\sigma' = 1{,}892; \quad \sigma_1' = 1{,}922; \quad \sigma_2' = 1{,}842.$$

Da $\sigma = 2{,}305$ gefunden war, so bleibt

$$\sigma'' = 0{,}413; \quad \sigma_1'' = 0{,}383; \quad \sigma_2'' = 0{,}463.$$

Draht *E*.

Dickenmessung. Der Diameter an sechs, paarweise zu einander senkrechten Stellen gemessen, ergab in Millimetern:

0,3860 0,3887 0,3862
0,3893 0,3871 0,3846.

Im Mittel ist also

$$r = 0{,}1935^{mm}$$

und als Grenzwerthe

$$r_1 = 0{,}1946 \text{ und } r_2 = 0{,}1923.$$

Bestimmung von *E*. Als spannende Gewichte dienten $p = 8$ Pfd. $= 3{,}2759^{kg}$. — Die Verlängerung Δl betrug im Mittel 246,3 Scalentheile der Mikrometerschraube oder $1{,}170^{mm}$. — Die Länge l des Drahtes war $418{,}38^{mm}$.

Formel 6 gibt

$$E = 372{,}87\, r^{-2}. \qquad (20$$

Bestimmung von *C*. Es war $t_1 = 66{,}7440''$, $t_2 = 82{,}3329''$, $t_3 = 108{,}6929''$ und $l = 418{,}8^{mm}$. Dies in 11 eingesetzt, gibt

$$C' = 4{,}3004\, r^{-4} \text{ und } C'' = 4{,}3785\, r^{-4}$$

also im Mittel

$$C = 4{,}3395\, r^{-4}. \qquad (21$$

20 und 21 in 5 eingesetzt, gibt

$$\mu = 42{,}963\, r^2 - 1$$

und folglich

$$\mu = 0{,}6086; \quad \mu_1 = 0{,}6269; \quad \mu_2 = 0{,}5887.$$

Dies ist wiederum ein unmöglicher Werth. Es muss also auch für diesen Draht aufgegeben werden einen Werth für σ'' zu suchen.

§ 5.

Von den ursprünglich untersuchten sechs Messingdrähten (s. § 3), ist für den Draht *F* der Coefficient μ gar nicht bestimmt worden, weil wegen der Dünne des Drahtes auf die nöthige relative Genauigkeit nicht

gerechnet werden konnte. Von den fünf übrigen Drähten konnten für zwei (C und E) ein genauer Werth von μ ebenfalls nicht gefunden werden. Es bleiben nur die drei Drähte A ($d = 0{,}91$), B ($d = 0{,}79$) und D ($d = 0{,}46^{mm}$). Von diesen drei sind es wiederum zwei, A und D, deren Untersuchung das meiste Vertrauen erwecken kann, da die in 11ᵃ und 18ₐ enthaltenen Werthpaare weniger von einander abweichen, als die in 14ₐ enthaltenen und ebenso die in 12ᵃ und 19ᵃ weniger, als die in 15ᵃ.

Zusammenstellung der Resultate:

Messingdrähte (63,66 % Cu).

	A	B	D
$r =$	0,4560	0,3951	0,2313
$r_1 =$	0,4580	0,3973	0,2326
$r_2 =$	0,4550	0,3927	0,2214
$E =$	10290	10027	9845
$E_1 =$	10200	9916	9735
$E_2 =$	10335	10150	10009
$C =$	3566,3	3478,8	3408,1
$C_1 =$	3504,2	3402,2	3332,7
$C_2 =$	3597,7	3564,5	3523,7
$\mu =$	0,4428	0,4450	0,4445
$\mu_1 =$	0,4555	0,4612	0,4608
$\mu_2 =$	0,4365	0,4276	0,4208
$\sigma =$	2,184	2,206	2,305
$\sigma'' =$	0,298	0,316	0,431
$\sigma_1'' =$	0,273	0,284	0,383
$\sigma_2'' =$	0,311	0,353	0,463
W	1,11	1,12	1,20

Hier bedeuten: r den mittleren, r_1 den grössten, r_2 den kleinsten gemessenen Radius des Drahtes in Millimetern. Ferner die Grössen ohne Zeichen und mit den Indexen 1 und 2 entsprechend jenen drei Werthen des Radius. E ist der Elasticitätscoefficient und C der Torsionscoefficient in Kilogrammen; μ das Verhältnis der relativen Quercontraction zur relativen Längendilatation beim Spannen; σ das Verhältnis der relativen ganzen Widerstandsänderung zur relativen Längenänderung beim Spannen und endlich $\sigma'' = \sigma - (1 + 2\mu)$ derjenige Theil von σ, welcher durch die Aenderung des specifischen Widerstandes hervorgerufen wird, d. h. also das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung zur relativen Längenänderung beim Spannen. W ist der elektrische Widerstand eines Kubikmillimeters in übrigens beliebigen

Einheiten. Die dem Draht *B* entsprechenden Werthe von σ'' rangiren ganz gut zwischen den beiden andern.

Je dünner der Draht, desto grösser ist σ''. Ob dies lediglich eine Folge der veränderten geometrischen Verhältnisse ist, oder damit zusammenhängt, dass der Elasticitäts- und der Torsionscoefficient (*E* und *C*) kleiner werden, oder damit, dass der absolute elektrische Widerstand *W* grösser wird — lässt sich nicht entscheiden.

Beim Spannen eines Messingdrahtes (63,66% Cu) ändert sich der specifische elektrische Widerstand desselben. Das Verhältnis σ'' der relativen Aenderung des specifischen Widerstandes zur relativen Längenänderung ist im Mittel etwa 0,342. Bei drei Drähten, deren Dicken 0,91—0,79—0,46^{mm}, deren Elasticitäts- und Torsionscoefficienten nach einander kleiner, der absolute elektrische Widerstand aber grösser werden, wuchs der Werth von σ'' von 0,298 über 0,316 bis 0,413.

Bestimmung des Beleuchtungsvermögens einfacher Strahlungen[1].

Von

A. Crova und **Lagarde.**

Eines der schwierigsten Probleme der Photometrie ist die Messung des Beleuchtungsvermögens von Lichtquellen verschiedener Farbe.

Einer der Verfasser hat bereits darauf hingewiesen[2], wie diese Frage durch Anwendung eines Spectrophotometers gelöst werden könnte; diese Lösung setzt die Coefficienten zur Vergleichung der verschiedenen einfachen Strahlen, aus welchen das Licht zusammengesetzt ist, als bekannt voraus.

Wenn man auch die Bestimmung der strahlenden Energie einer Vibration von bestimmter Wellenlänge genau in calorischen oder mechanischen Einheiten ausdrücken könnte, so umschliesst doch die Bestimmung ihres Beleuchtungsvermögens alle die Unsicherheiten, welche der Messung eines mit jedem Auge variablen physiologischen Gefühles anhaften. Es besteht keinerlei bekannte Beziehung zwischen diesen beiden Grössen. Wir haben nun zu untersuchen angefangen, welches für ein bestimmtes Auge die Beleuchtungsvermögen der verschiedenen einfachen Strahlen der Normalspectren zweier Lichtquellen: der Sonne und eines Normalcarcel, seien.

Die bekanntesten Arbeiten auf diesem Gebiete sind die Untersuchungen von Fraunhofer[3] und von Vierordt[4] in Betreff der Sonne; es stimmen aber die Resultate, welche sie erhielten, sehr schlecht überein. Die Methode, welche wir befolgten, beruht auf folgendem Principe.

Wenn man ein Spectrum auf einem bedruckten Blatte aufhängt, so wird man bemerken, wie bei hinlänglich schwacher Intensität die Buchstaben im Orange, Gelb und Grün noch leicht leserlich sind, während man Mühe haben wird, jene zu lesen, auf welche die übrigen Farben auffallen. Dieses wohlbekannte Experiment zeigt, dass man das

1) Uebersetzt aus dem J. de Phys. (2) I No. 4, 1882.

2) C. R. t. XCIII p. 512.

3) Gilbert, Ann. t. LVI p. 297. 1817.

4) Vierordt, Die quantitative Spectralanalyse (Zeitschr. f. Biologie Bd. 14).

Beleuchtungsvermögen eines homogenen Lichtes als das Vermögen auffassen kann, auf einem weissen Schirme, welchen es beleuchtet, kleine Details (Striche, Buchstaben) zur Unterscheidung zu bringen; man kann dasselbe angenähert messen, indem man, wie es auch mehrere Physiker gemacht haben, das Licht bis zu einem Grade abschwächt, wo die Buchstaben nicht mehr unterschieden werden können, und dann das Verhältnis zwischen der ursprünglichen Intensität und dieser Intensitätsgrenze ermittelt. Der allgemeine Werth dieser Zahlen variirt mit der Feinheit der Buchstaben; aber ihr Verhältnis bleibt merklich constant und hängt im allgemeinen nur von der Wellenlänge des in Betracht gezogenen Lichtes ab.

Um aber bei Anwendung dieser Principien vergleichbare Resultate zu erhalten, muss man nach einer Methode vorgehen, welche in allen Theilen des Spectrums hinlänglich rasch zu arbeiten gestattet, damit eine allzugrosse Ermüdung des Auges vermieden werde, die genug fühlbar wäre, um Unterschiede im Beleuchtungsvermögen zweier sehr naher Stellen des Spectrums zu zeigen. Die Methode soll ferner feste Merkzeichen geben, auf dass man in jenen Spectren, welche keine Fraunhofer'schen Linien zeigen, mit Strahlen von ein und derselben Wellenlänge arbeite. Folgendes Verfahren verwirklicht diese Bedingungen:

Das Versuchslicht (Sonne oder Normalcarcel) fällt normal auf den Spalt eines Spectrophotometers, welchen eine Glasplatte, auf der eine Theilung von sehr feinen und sehr nahen Linien photographirt ist, bedeckt; die Richtung dieser Striche schneidet das Fenster senkrecht. Man sieht dann ein reines Spectrum, durchfurcht von einer beträchtlichen Anzahl sehr feiner Horizontalstreifen. Man verkleinert den Spalt des Apparates so, dass man nur eine sehr schwache Beleuchtung erhält, was doppelten Vortheil gewährt: die Empfindlichkeit der Netzhaut ist durch zu starkes Licht nicht geschwächt; überdies können wir, wie Helmholtz sagt[1]), »wenn die Beleuchtung sehr schwach ist, die Stärke der Empfindung als proportional annehmen der des Lichtes«; denn es fallen für schwache Beleuchtungen die Curven der Abhängigkeit der Empfindungsintensität für die verschiedenen Farben von der objectiven Intensität des Lichtes zusammen mit der Tangente des Ausgangspunktes; anders ausgedrückt: ändert sich die objective Intensität ein wenig, so, ändern sich die Intensitäten bezüglich der verschiedenen Farben alle in demselben Verhältnisse. Innerhalb dieser Grenzen ist es also nicht nöthig, sich einer bestimmten Lichtintensität zu bedienen, vorausgesetzt dass dieselbe hinlänglich schwach ist.

Das Spectrophotometer trägt ein für alle Mal eine Mikrometerablesung für die verschiedenen Strahlen; man kann, indem man für alle Spectren das Ocular des Fernrohres auf eine bestimmte Region einstellt, einfache Strahlen innerhalb sehr naher und bekannter Grenzen isoliren. Ein fixirter Nicol ist hinter dem Spalt angebracht, und ein zweiter, in einem

1) Physiologische Optik S. 419.

getheilten Kreise drehbar, befindet sich vor dem dispergirenden Prisma; durch eine passende Drehung kann man die Intensität der betrachteten Stelle bis zu einem Punkte schwächen, wo die Striche aufhören, sichtbar zu sein. Die Erscheinung des Verschwindens der Striche ist viel feiner, als man anfangs zu glauben geneigt wäre. Durch Uebung gelingt es, auf einen Grad oder je nach der Region des Spectrums auf den Bruchtheil eines Grades sicher zu sein. Man notire die Drehung, für welche die Striche verschwinden, dann jene, für welche sie sichtbar werden, und gelangt so bald zu einer solchen Stellung, dass eine leise Bewegung das Verschwinden oder Erscheinen der Striche herbeiführt.

Es ist wie bei allen Spectroskopen nöthig, die genaue Einstellung je nach der Region des Spectrums zu ändern. Trotzdem ist eine etwas ungenaue Einstellung ohne Einfluss auf die Messung; das Auge accomodirt sich während eines Einstellens den ungleichen Distancen und die Bilder der Striche verschwinden und erscheinen allmählich: infolge eines sehr raschen Hin- und Herspringens aber fixirt sich das Auge, und die Striche bleiben sehr deutlich. Aus dieser Arbeit der Accomodation entspringt auch eine Art von Ermüdung, ganz verschieden von jener Ermüdung, welche ein lang andauernder monochromatischer Reiz auf der Netzhaut hervorbringt. Diese letztere, welche bei der angewandten Methode sehr schwach ist, entspringt einer Veränderung jener Substanzen, die auf der Retina einer photochemischen Wirkung unterliegen; die andere jedoch, welche sich oft infolge der Versuche ums Auge herum fühlbar macht, hat keinerlei Einfluss auf die Genauigkeit der Lichtempfindung; es ist eine blosse Muskelermüdung in Bezug auf Lidmuskel.

Zunächst bestimmten wir mit Sorgfalt jene Theilstriche des Mikrometers, welche den Hauptstrahlen der Spectren der Chloride und vorzüglichsten Metalle entsprechen, und dann zogen wir eine Curve, die Abtheilungen des Mikrometers als Abscissen und die Wellenlängen als Ordinaten. Die durch diese Zeichnung gegebene Form der Curve forderte die Anwendung eines der Cauchy'schen Dispensionsformel analogen Ausdruckes, $n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda}$, worin n die Abtheilungen des Mikrometers und λ die entsprechende Wellenlänge bedeutet. Um die aus allen Versuchen resultirenden wahrscheinlichsten Werthe der Coefficienten A, B, C zu bestimmen, haben wir die Methode der kleinsten Quadrate angewandt; als Normalgleichung für die numerischen Werthe der Coefficienten erhielten wir die Formel

$$n = -82{,}55 + 0{,}419 \frac{10^8}{\lambda^2} + 0{,}51 \frac{10^{13}}{\lambda^4},$$

wobei n in Milliontel Millimeter zu nehmen ist. Die Uebereinstimmung dieser Formel mit den durch die Curve gegebenen Werthen war für jede beliebige Wellenlänge eine vollkommene. Die Differentiation dieser Gleichung ergibt für eine jede Wellenlänge einen Factor tang φ, mit welchem man die Intensitäten des prismatischen Spectrums multi-

pliciren muss, um sie auf die Intensitäten des Normalspectrums überzuführen:

$$\operatorname{tang} \varphi = -0{,}838 \frac{10^9}{\lambda^3} - 2{,}04 \frac{10^8}{\lambda^3}.$$

Wir haben nun zwischen den Wellenlängen 480 und 740, von 25 zu 25 Einheiten, jene Drehungen gemessen, welche die Streifen verschwinden liessen. Es wurden mehrere Versuchsreihen so gemacht, dass man die Drehungen nach rechts und nach links notirte, was die Stellung des Nullpunktes zu bestimmen erlaubte; es ist aber besser, den Nullpunkt vorher mit der Sonne zu bestimmen; die Intensität ist bei etwas breiterem Spalte blendend bis zum Momente des Verschwindens und das Licht wird dann durch eine ganz leichte Drehung gleich wieder intensiv. Die oben erhaltenen Nullpunkte weichen von den so mit der grössten Präcision bestimmten im Durchschnitte nur um 10′ ab. Die Kenntnis dieses Nullpunktes ergibt die wirklichen Drehungen α und man hat infolge dessen die Beleuchtungsvermögen

$$J = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

Für das Sonnenspectrum wurde das von einem Heliostaten reflectirte Licht durch einen Holzschirm zerstreut, welcher mit kohlensaurer Magnesia weiss gemacht wurde; wir arbeiteten bei ganz klarem Himmel und um die Mittagszeit. Im folgenden geben wir eine unserer Versuchsreihen mit der Sonne:

Versuchsreihe mit Sonne (26. November, Vormittags von $10^h\ 50^m$ bis $11^h\ 25^m$). Reiner Himmel. Barometer 775^{mm}.

λ	n	α	J	tang φ	J normal
700	24,2	zu schwaches Licht	—	0,3657	—
675	33,5	38° 20′	2,58	0,4181	1,07
650	44,5	21 45	7,28	0,4809	3,50
600	72,5	7 55	52,71	0,6502	34,27
575	90,0	4 35	156,6	0,7654	119,9
560	102,2	4 25	168,6	0,8476	142,6
525	135,5	11 0	27,47	1,0906	29,95
500	166,0	19 40	8,82	1,3232	14,02
475	207,0	45 40	9,15	1,6256	3,17

Eine graphische Darstellung der Resultate ergibt das Maximum der prismatischen Intensität = 173 für $\lambda = 564$ und das Maximum der normalen Intensität = 147 für $\lambda = 563$.

In Bezug auf das Lampenspectrum sind die Schwankungen des Normalcarcel in der Weise corrigirt, dass man die Intensität auf einen constanten Werth zurückführt, welcher einem Verbrauche von 42^g per Stunde entspricht. Wir bedienten uns zu diesem Zwecke der automatischen Wage von M. Deleuil. Die angezündete Lampe ist mit

einer Tara äquilibrirt, und man wird von jenem Zeitpunkte, wo das Gleichgewicht gestört ist, durch das Aufschlagen eines Hammers an ein Glöckchen benachrichtigt. Indem man nun 10g auf die Seite der Lampe bringt und den Moment eines neuerlichen Anschlages notirt, hat man die Zeitdauer für den Verbrauch von 10g Oel. Es ist für die Schnelligkeit der Beobachtungen vortheilhaft, in einer ununterbrochenen Art vorzugehen, auf der Seite der Lampe 20g zuzufügen, nachdem 10g verbrannt sind, dann 30g u. s. w., und die Zeit des aufeinanderfolgenden Aufschlagens zu notiren. Die Höhe des Dochtes und Gases werden passend geregelt und man wartet eine halbe Stunde, damit die Lampe ihren gewöhnlichen Zustand annehme; ferner darf die zum Verbrennen von 10g nothwendige Zeit nicht unter 13 und nicht über 16 Minuten sein. Wenn die Beobachtung während einer solchen Periode gemacht wurde, kann man die Coefficienten zur Reduction auf Normalverbrauch berechnen [1]).

Die folgende Tabelle gibt das Verhalten der Lampe für eine unserer Versuchsreihen.

Verhalten der Lampe. 15. November (Abends).

Verbranntes Gewicht	Zeit	Unterschiede	Bemerkungen
Anfang	2h 0m 15s	—	Angezündet.
10g	2 13 20	13m 5s	
20	2 26 28	13 8	
30	2 39 37	13 9	
40	2 52 55	13 18	Dauer der Beobachtungen. (40–80)
50	3 6 19	13 24	
60	3 19 55	13 36	
70	3 33 38	13 43	
80	3 47 38	14 0	
90	4 2 20	14 42	Der Docht verkohlt.
100	4 17 20	15 0	

Der Spalt des Spectrophotometers darf nicht direct der Lampenflamme entgegengerichtet werden. Die leiseste Verrückung des Apparates würde dann ungleich leuchtende Regionen der Flamme zur Beobachtung bringen. Man wirft mit Hife einer achromatischen Linse ein Bild der Flamme auf ein weisses Papier; dann sucht man durch Vorwärtsschieben des Papieres jene Stelle, wo der Kreis gleichmässig erleuchtet erscheint; es ist das jene Stelle, wo man den Spalt des Spectrophotometers hinstellen darf.

Folgendes ist die Tabelle der Beobachtung der Lampe am 15. November (Abends).

---

1) Audoin et Bérard, Ann. d. chim. (3) t. LXV p. 423.

Versuchsreihe mit der Lampe (15. November Abends). Regelmässiger Gang.

λ	n	α	Zeit	Dauer des Verbrauchs von 10 g	J	tang φ	J normal
740	4,0	Licht zu schwach	$2^h\ 50^m$	—	—	—	—
725	16,5	34° 40′	2 58	13,40	2,90	0,3217	0,93
700	24,2	21 50	3 3	13,40	6,78	0,3657	2,48
675	33,5	11 35	3 9	13,50	23,45	0,4181	9,80
650	44,5	7 35	3 13	13,60	54,69	0,4809	26,30
625	58,0	4 50	3 20	13,65	106,9	0,5571	59,58
600	72,5	4 5	3 30	13,71	189,4	0,6502	123,1
590	79,2	4 10	3 33	14,0	185,7	0,6933	129,4
575	90,0	5 45	3 35	14,0	97,67	0,7654	74,76
550	110,5	7 30	3 42	14,0	57,55	0,9090	40,00
525	135,5	13 30	3 45	14,35	18,44	1,0906	20,11
500	166,0	24 20	3 50	14,70	6,06	1,3232	8,02

Die graphische Darstellung ergibt das Maximum der prismatischen Intensität = 194,2 bei λ = 595 und das Maximum der normalen Intensität = 131,0 bei λ = 592.

Nachdem also für die Sonne und die Lampe das absolute Maximum auf der Curve gefunden war, haben wir die Ordinaten so verkleinert, dass sie einem Maximum gleich 100 entsprechen.

Die erhaltenen Curven sind an ihren äussersten Enden Tangenten nach der Richtung der Achse der Wellenlänge; sie steigen anfangs langsam, dann aber in der Nähe des Maximums äusserst schnell. Für die Lampe ist die Curve auf beiden Seiten des Maximums fast symmetrisch. Für die Sonne ist der Anstieg und Abstieg viel rascher als für die Lampe; überdies ist der Abfall gegen Violett viel rascher als der Anstieg auf der Seite des Roth.

Folgendes sind die Resultate, welche aus den zwei regelmässigsten, unter zahlreichen Bestimmungen ausgewählten Versuchsreihen abgeleitet wurden.

Wellenlänge	Beleuchtungsvermögen:	
	Lampe	Sonne
740	0,1	—
720	0,7	—
700	1,6	—
680	5,7	0,5
660	14,0	1,5
640	28,0	4,0
620	52,5	10,2
600	94,0	23,0
580	72,5	62,5
560	37,5	98,5
540	23,5	30,5
520	13,0	17,2
500	6,0	9,2
480	2,0	3,0

Das Maximum, gleich 100, entspricht bei der Lampe einem $\lambda = 592$ und bei der Sonne einem $\lambda = 564$.

Die Discussion dieser Resultate führt zu Schlüssen, welche mit der Theorie der Emission von Strahlen, die glühende Körper aussenden [1]), in Uebereinstimmung steht.

Die erhaltenen Zahlen sollten mit Rücksicht auf die von der Prismensubstanz gegen das Violett hin ausgeübte Absorption eine kleine Correction erfahren. Wir haben uns vorgenommen, die Bestimmungen mit Prismen fortzusetzen, welche keinerlei merkliche Absorption auf die sichtbaren Strahlen ausüben.

1) J. d. phys. t. VIII p. 357.

Ueber Sonnenphotometrie[1]).

Von

A. Crova.

Die Messung der relativen Intensitäten zweier Lichter von verschiedener Färbung kann, wie ich gezeigt habe[2]), genau erhalten werden durch photometrische Vergleichung gleicher einfacher Strahlen, welche in passender Weise aus den zwei zu vergleichenden Lichtquellen herausgegriffen werden. In einer Arbeit, welche ich mit Hrn. Lagarde[3]) gemacht habe, maassen wir das relative Beleuchtungsvermögen zweier einfacher Strahlen des Spectrums von Sonnenlicht und vom Etalon Carcel. Wir besitzen daher die nöthigen Elemente, um im Vergleiche mit diesem Etalon die Intensität des Sonnenlichtes zu messen.

Die Flächen der beiden Curven, welche das Beleuchtungsvermögen in der Abhängigkeit von der Wellenlänge darstellen, verhalten sich zu einander wie die totalen Beleuchtungsvermögen; ich habe diese gewogen und den Faktor abgeleitet, mit welchem ich die schwächeren Ordinaten multipliziren musste, um die Flächen gleich zu machen; die Ordinate des Durchschnittspunktes der beiden Curven gleicher Fläche (Sonne und Lampe) liefert unmittelbar die Wellenlänge, deren photometrische Vergleichung das Verhältnis der totalen Beleuchtungsvermögen ergibt.

Für die Sonne und Lampe hat diese Strahlung eine Wellenlänge von 582; ihre Farbe ist grüngelblich.

Praktisch kann man dieselbe durch einfaches Titriren zweier Lösungen erhalten.

1. Eine Lösung von Eisenchlorid absorbirt hauptsächlich den brechbarsten Theil des Spectrums; wenn man die Dicke oder Concentration vermehrt, so sieht man einen schwarzen Schirm allmählich das Spectrum vom Violett her anfangend bedecken; man kann ihn, je nach Maassgabe

1) Uebersetzt aus C. R. t. XCV. Dec. 1882.

2) C. R. t. XCIII p. 512.

3) ibid. p. 959.

der Concentration oder Dicke an jener Stelle abbrechen, an welcher man will.

2. Eine Lösung von Nickelchlorür bringt denselben Effekt am weniger brechbaren Theil des Spectrums hervor.

Dadurch, dass man die beiden Lösungen mischt, erhält man durch passende Titrirung eine Lösung von dunkel grüngelblicher Färbung, welche in eine Glaswanne von 7^{mm} Dicke gebracht nur Strahlen durchlässt, welche innerhalb eines sehr eng begrenzten Raumes liegen, zwischen 532 und 625, mit einem sehr deutlichen Maximum bei 582. Das Tageslicht und das der Lampe sind, durch dieses Mittel hindurch betrachtet, von genau gleicher Farbe.

Wenn man in einem Foucault'schen Photometer das Sonnenlicht, dessen Intensität in einem bekannten Verhältnisse geschwächt ist, und das Licht eines Carceletalon auffängt, so ist es unmöglich, diese beiden Lichter von röthlicher und bläulicher Färbung mit blossem Auge zu vergleichen; dieselben erscheinen aber, wenn man vor das Auge die Wanne mit der Lösung 582 bringt, so streng identisch, dass man durch Veränderung der Distanz der Lampe Gleichheit der Intensität und daher ein Verschwinden der Trennungslinie der beiden beleuchteten Flächen erreichen kann.

Ich habe die Intensität des Sonnenlichtes nach dieser Methode gemessen, indem ich dasselbe in einem bestimmten Verhältnisse schwächte theils dadurch, dass ich mich der primitiven Methode von Bouguer[1]) bediente oder dass ich es durch matt geschliffenes Glas diffundirte und den Reductionscoefficienten berechnete. Beide Methoden haben mich zu den gleichen Resultaten geführt:

	Carcel
31. October 1882 reiner unbewölkter Himmel	56,070
3. November 1882 Himmel und Sonne leicht bewölkt .	34,490
8. December 1882 „ „ „ „ „ .	41,430

Nachdem alle Correctionen angebracht, dürfte die Intensität bei reinem Himmel sehr nahe 60,000 Kerzen sein. Hier die Bedeutung dieser Zahl.

Das Licht von 60,000 Kerzen würde an einem Punkte concentrirt auf einem sphärischen Schirme von ein Meter Radius, dessen Centrum obiger Punkt wäre, ein Lichtfeld von gleichem Beleuchtungsvermögen hervorbringen wie es ein Lichtfeld des Sonnenlichtes ist, welches an die Oberfläche der Erde unter den oben angegebenen atmosphärischen Bedingungen, nach einer Spiegelreflexion und senkrecht auf einen Schirm auffallend anlangt.

Diese Frage verlangt also zu ihrer vollständigen Lösung eine lange Beobachtungsreihe bei verschiedenen Zeiten und sehr verschiedenen atmosphärischen Bedingungen. Ich hielt es trotzdem für nützlich, dieses erste Resultat bekannt zu geben, um mindestens die Ordnung der

---

1) Traité d'Optique (De la gradation de la lumière) p. 86. Paris 1760.

zu messenden Grösse anzugeben. Bouguer hatte 60,000 Kerzen gefunden und Wollaston hat eine analoge Zahl erhalten. Ich fand eine etwa zehnmal grössere Zahl.

Diese grosse Differenz kann mehrere Gründe haben:

1. Wir wissen nicht, was die Kerze, die Bouguer als Einheit genommen, hat sein können.

2. Es dürfte zu Croisic, wo er seine Messungen gemacht hat, der Himmel viel dampfhaltiger und viel bewölkter gewesen sein als wie zu Montpellier.

Wenn das Auge nacheinanderfolgend zwei durch zwei Lichter von sehr verschiedener Färbung beleuchtete Flächen ansieht, wie solches bei den Versuchen von Bouguer geschehen, so empfängt die Retina Eindrücke so differenter Natur, dass abwechselndes, in beiden Fällen verschiedenes Zusammenziehen der Pupille und infolge dessen falsche Messungen daraus entstehen können.

Die Intensität des stärksten elektrischen Lichtes bestimmt sich sehr leicht nach derselben Methode. Die zu vergleichenden Strahlungen und infolge dessen die Titrage der beiden Lösungen sind nothwendiger Weise ein wenig verschieden.

Anm. d. Red. In C. R. t. XCV Januar 1883 theilt Crova folgende Berichtigung mit:

„Infolge eines auf alle Berechnungen Bezug nehmenden Irrthums müssen die neulich von mir für das Beleuchtungsvermögen der Sonne angegebenen Zahlen in folgender Weise geändert werden:

	Carcel
31. October	7870
3. November	7320
8. December	5100

Wenn alle Correctionen angebracht sind, so ist bei klarem Himmel die Intensität etwa 8500 Carcel. So verschwinden die unerklärbaren Differenzen zwischen den Zahlen, welche ich in meiner vorigen Arbeit angegeben, und den Zahlen von Bouguer und Wollaston, da letzterer Werth fast anderthalbmal grösser war als der wirklich giltige. Ein solcher Unterschied erklärt sich leicht durch die in meiner Arbeit angeführten Ursachen."

Bestimmung des Elasticitätscoefficienten durch Biegung eines Stabes[1]).

Von

Prof. **W. Pscheidl.**

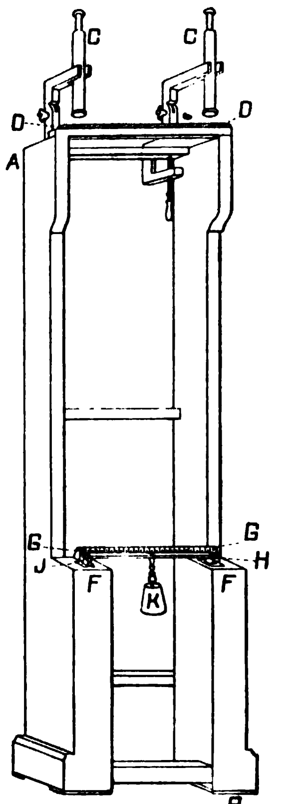


Fig. 1.

Für das Gleichgewicht eines an einem Ende befestigten parallelepipedischen Stabes von rechteckigem Querschnitte mit der Höhe h und der Breite b, der an seinem freien Ende mit dem Gewichte P belastet ist, gilt die Bedingungsgleichung

$$\frac{1}{12} E b h^3 \frac{\frac{d^2 y}{d x^2}}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = P(a-x),$$

wenn E den Elasticitätscoefficienten des Stabes, a die Entfernung des Angriffspunktes der Belastung P von der fixen Ebene YOZ bedeutet, und xy die variablen Coordinaten der Punkte der neutralen Faser des Stabes bezüglich des rechtwinkligen Coordinatensystems XOY sind.

Durch Integration dieser Gleichung erhält man, weil für $x = 0$ auch $\frac{dy}{dx} = 0$, also die Integrationsconstante $= 0$ ist,

$$\frac{1}{12} E b h^3 \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = P\left(ax - \frac{x^2}{2}\right). \quad (1$$

1) Vom Herrn Verfasser für das Repertorium bearbeitet nach einer Mittheilung in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 79 Januar 1879, Bd. 86 Juni 1882.

Bezeichnen wir mit α den Winkel, welchen die Tangente an dem Punkte, dessen Coordinaten xy sind, mit der Abscissenaxe bildet, so ist

$$\frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \sin\alpha.$$

Setzen wir diesen Werth in Gl. 1 ein, so liefert uns dieselbe für den Angriffspunkt der Belastung P, für welchen $x = a$ ist, eine Gleichung, aus der sich

$$E = \frac{6Pa^2}{bh^3 \sin\alpha} \qquad (2$$

ergibt.

Es handelt sich also bloss darum, für einen bestimmten Stab von rechteckigem Querschnitte und eine bestimmte Belastung die Grössen a, b, h und α zu bestimmen.

Dazu verwendete ich einen nach meinen Angaben von Herrn E. Schneider, Mechaniker in Währing bei Wien, construirten Apparat, mit dem ich den Elasticitätscoefficienten mehrerer Substanzen bestimmte. Den Gang und die Resultate der Untersuchungen erlaube ich mir in folgendem mitzutheilen.

A. Aufstellung und Beschreibung des Apparates.

Der Apparat besteht aus einem festen Gestell AB, Fig. 1, mit zwei sitzartigen Vorsprüngen FF, welche je ein auf eine seiner Seitenflächen aufgelegtes Prisma J tragen. Diese Prismen sind an Messingplatten befestigt, welche ihrerseits wieder an das Gestell angeschraubt

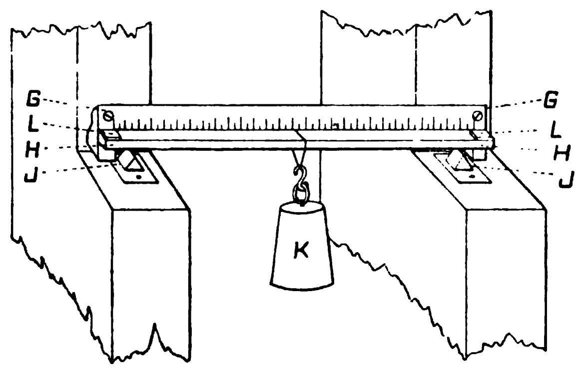


Fig. 2.

sind, wie aus Fig. 2 ersichtlich ist, die diese Partie des Apparates in vergrössertem Maassstabe darstellt. Auf die obern Kanten der

Prismen ist ein Maassstab *GG* so aufgestellt und an passenden Trägern befestigt, dass seine Theilungsfläche auf den zwei parallelen oberen Kanten der Prismen senkrecht steht und daher die Distanz dieser Kanten jederzeit abzulesen gestattet. Am oberen Theile des Gestelles, Fig. 1, sind an retortenhalterähnlichen Trägern zwei Fernröhre *CC* angebracht. Knapp hinter den Objectiven der Fernröhre, aber etwas tiefer, ist ein Maassstab, *DD*, mit der Theilungsfläche abwärts gekehrt, befestigt.

Vor den Versuchen müssen die beiden parallelen oberen Kanten der Prismen in dieselbe Horizontalebene gebracht werden. Zu diesem Zwecke legt man quer über beide Prismen einen parallelepipedischen Stab, etwa einen zur Untersuchung bestimmten, so wie es in Fig. 2 durch *HH* angedeutet ist (jedoch ohne Drahtschlinge in der Mitte) und auf denselben eine Libelle zunächst parallel mit der Längenaxe des Stabes und möglichst genau in der Mitte zwischen den beiden Prismenschneiden. Sollte man finden, dass die Ebene der beiden Prismenschneiden in dieser Richtung eine Neigung gegen die Horizontalebene habe, so beseitigt man dieselbe, indem man unter die Füsse des Apparates auf der Seite, welcher die niedriger gelegene Prismenkante angehört, entsprechend dicke Platten unterlegt. Ist dies geschehen, so dreht man die Libelle auf dem Stabe um einen Winkel von 90°, so dass ihre Axe jetzt quer über dem Stabe zu liegen kommt, und beseitigt eine etwaige Neigung in dieser Richtung durch entsprechendes Unterlegen unter die vorderen, bzw. hinteren Füsse des Apparates, je nachdem die Ebene der beiden Prismenkanten gegen vorne oder rückwärts geneigt gefunden wurde.

Hierauf untersuche man, ob die Lage der Längenaxe des Maassstabes *DD* eine horizontale ist. Wenn nicht, so stelle man die horizontale Lage derselben durch ein entsprechendes Anziehen oder Lockern der Schrauben, mittels deren die Leiste, welche den Maassstab trägt, an das Gestell angeschraubt ist. Nun sind noch die beiden Fernröhre in ihre entsprechenden Lagen zu bringen. Man schiebt die beiden Träger der Fernröhre, deren Axen man zuvor möglichst genau vertical gerichtet hat, so weit aus einander, dass ein von der Mitte des vordern Randes des Oculars auf den Träger des Prismas *F* heruntergelassener Senkel denselben ausserhalb der Prismenschneide oder die von der Mitte des Stabes *HH* abgewendete Prismenfläche trifft. Ueber die Enden des Maassstabes *DD* darf man natürlich die Fernröhre nicht aus einander rücken. Der zu untersuchende Stab *HH* wird mit seiner Längenaxe dem Maassstabe *DD* parallel so auf die Prismenkanten gelegt, dass in den auf demselben ausserhalb der Prismenschneiden aufgelegten Spiegelchen die Spiegelbilder der entsprechenden Theile

des Maassstabes gesehen werden können, wenn die Fernröhre durch eine kleine Senkung der vordern Theile der Träger ein wenig gegen den Apparat geneigt worden sind.

B. Bestimmung des Elasticitätscoefficienten.

Die verwendeten Stäbe waren sämmtlich von rechteckigem Querschnitt und erhielten sowohl an einer Querschnittsfläche als auch in der Mitte einer der schmälern Seitenfläche je ein Zeichen, etwa einen Strich mit der Bleifeder oder dergleichen.

Zuerst wurde der Stab, auf den eine Drahtschlinge aufgeschoben war, so in die Lage HH gebracht, dass, wenn der Beobachter vor dem Apparate stand, er die bezeichnete Querschnittsfläche zur linken Hand hatte und ihm die bezeichnete Seitenfläche zugewendet war. Darauf wurde der Stab, nachdem die Drahtschlinge möglichst genau in die Mitte zwischen die beiden Prismenschneiden gestellt war, durch Einhängen eines Gewichtes in dieselbe belastet und mit jedem Fernrohre je eine Ablesung gemacht. Nun wurden die Gewichtsstücke abgenommen und wieder Ablesungen gemacht. Bei den Ablesungen habe ich noch $0{,}05^{mm}$ geschätzt. Die Differenzen der Ablesungen, welche mit einem und demselben Fernrohre gemacht wurden, wurden notirt.

Ebenso wurde bei den folgenden drei Lagen des Stabes verfahren. Aus der ersten Lage wurde er in seine zweite durch eine halbe Umdrehung um eine verticale Axe gebracht. Dann wurde er um seine Längenaxe um einen Winkel von 180^0 gedreht und zuletzt nochmals um eine verticale Axe um 180^0. Es wurden also mit jedem Fernrohre vier Differenzen beobachtet. Setzen wir das arithmetische Mittel aus den vier mit demselben Fernrohr erhaltenen Differenzen, resp. Distanzen jener Theilstriche des Maassstabes, deren Bilder während und nach der Belastung bei einer und derselben Lage des untersuchten Stabes von dem einen Faden des Fadenkreuzes bedeckt wurden, die wir von nun an kurzweg Distanzen nennen wollen, $= d$, so ist, um $\sin \alpha$ berechnen zu können, noch die Kenntnis der Entfernung e desjenigen Theilstriches des Maassstabes DD vom Spiegel nöthig, dessen Spiegelbild, während der Stab unbelastet war, mit dem einen Faden des Fadenkreuzes zusammenfiel. Um diese zu bestimmen, wurde nach den Ablesungen mit dem Fernrohre, während der Stab belastet blieb, das Spiegelchen abgenommen und an seine Stelle ein Papierstreifen so quer über den Stab gelegt, dass ein Rand desselben, wenn man durchs Fernrohr sah, von dem einen Faden des Fadenkreuzes bedeckt wurde. Hierauf wurde die Entfernung dieses Randes von demjenigen Theilstriche des Maassstabes, welcher bei unbelastetem Stabe abgelesen

wurde, mit dem Stangenzirkel abgenommen und an dem Maassstabe eines Gay-Lussac'schen Heberbarometers von Kapeller gemessen.

Von der so ermittelten Distanz musste, weil das Spiegelchen aus Glas war, noch ein Drittel der Spiegeldicke subtrahirt werden, um e zu erhalten. Kennt man d und e, so hat man $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{d}{e}$, aus dem sich der Werth von $\sin\alpha$ berechnen lässt. In den vorliegenden Fällen war α so klein, dass ich hinlänglich genau $\operatorname{tg} 2\alpha = \sin 2\alpha = 2\sin\alpha$ setzen konnte, so dass $\sin\alpha = \frac{d}{2e}$ war. Auf dieselbe Weise wurde ein zweiter Werth von $\sin\alpha$ aus den Beobachtungen mit dem andern Fernrohre gewonnen. Das arithmetische Mittel beider wurde als Werth von $\sin\alpha$ in die Gleichung 2 eingesetzt.

Da, wenn der Stab an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist, es sich so verhält, als ob er in der Mitte befestigt und an jeder der beiden Unterstützungsstellen mit der Hälfte des Gewichtes der Mitte belastet wäre, so hat man bloss in unserem Falle den halben Abstand der beiden Prismenschneiden gleich a und die halbe Belastung des Stabes gleich P zu setzen, um die Gleichung 2 zur Bestimmung von E benutzen zu können.

Die Breite und Dicke der Stäbe wurde mit einer Kraft'schen Mikrometerschraube gemessen. Diese gestattete $0{,}02^{\mathrm{mm}}$ unmittelbar abzulesen, so dass ich mit Zuhilfenahme einer Lupe noch $0{,}002^{\mathrm{mm}}$ bequem schätzen konnte, und zwar wurden zur Ermittlung der Dicke in gleichen Distanzen längs des Stabes 20 Messungen gemacht, aus denen das arithmetische Mittel genommen wurde. Für die Breite wurde das Mittel von 14 Messungen genommen.

Von jeder der berücksichtigten Substanzen wurden zwei Stäbe untersucht.

Schweisseisen.

Der erste Stab war $10{,}889^{\mathrm{mm}}$ breit und $5{,}8606^{\mathrm{mm}}$ dick. Die halbe Distanz der beiden Prismenschneiden betrug $131{,}62^{\mathrm{mm}}$ und die Belastung $5{,}5961^{\mathrm{kg}}$. Rechts war die Entfernung des Spiegels von der entsprechenden Stelle des Maassstabes $DD = 790{,}3^{\mathrm{mm}}$ und links 790^{mm}. Die Distanzen waren bei den angegebenen Lagen des Stabes der Reihe nach

rechts	$10{,}05^{\mathrm{mm}}$	$10{,}05^{\mathrm{mm}}$	$10{,}05^{\mathrm{mm}}$	$10\ ^{\mathrm{mm}}$	und
links	10,05	10,1	9,85	9,85.	

Daraus ergibt sich nach der Gleichung 2

$$E = \frac{6 \cdot 2{,}79805 \cdot 131{,}62^3}{10{,}889 \cdot 5{,}8606^3 \cdot 0{,}0063279} = 20970.$$

Bei der Belastung 5,0404 kg wurden ermittelt die Distanzen:

rechts	9,05 mm	9,05 mm	9,1 mm	9 mm	und
links	8,9	8,9	8,85	8,85.	

Die Entfernungen des Maassstabes vom Spiegel waren dieselben wie oben, also ist

$$E = \frac{6 \cdot 2,5202 \cdot 131,62^2}{10,889 \cdot 5,8606^3 \cdot 0,005672} = 20973.$$

Somit kann der Elasticitätscoefficient dieses Schweisseisenstabes im Mittel = 20971 gesetzt werden.

Der zweite Schweisseisenstab war 10,7995 mm breit, 5,8515 mm dick, die halbe Distanz der Prismenkanten war dieselbe und die Belastung betrug zuerst 5,0404 kg. Dabei wurden folgende Distanzen ermittelt:

rechts	9,3 mm	9,25 mm	9,3 mm	9,35 mm	und
links	9,2	9,2	9,2	9,2.	

Die Entfernungen der Spiegel vom Maassstabe waren rechts 790,2 mm und links 789,9 mm. Daraus ist

$$E = \frac{6 \cdot 2,5202 \cdot 131,62^2}{10,7995 \cdot 5,8515^3 \cdot 0,0058535} = 20682.$$

Bei der Belastung 5,5961 kg wurden bestimmt die Distanzen:

rechts	10,4 mm	10,4 mm	10,3 mm	10,4 mm	und
links	10,15	10,15	10,15	10,2.	

Die Entfernungen des Maassstabes vom Spiegel waren rechts 790,3 mm und links 789,6 mm. Die grössere Differenz derselben rührt daher, dass ich statt des bisher auf der linken Seite verwendeten Spiegelchens, welches mit dem auf der rechten Seite gleiche Dicke von 1,5 mm hatte, weil es in manchen Lagen undeutlich zeigte und daher aufhielt, in Ermangelung eines gleich dicken, ein 3 mm dickes Spiegelchen nahm, das ich von nun an bei allen folgenden Untersuchungen (Puddelstahl ausgenommen) auf der linken Seite behielt.

Aus diesen Daten ist

$$E = \frac{6 \cdot 2,79805 \cdot 131,62^2}{10,7995 \cdot 5,8515^3 \cdot 0,00649955} = 20681.$$

Als Mittelwerth für E kann daher 20681 genommen werden.

Nun habe ich die Prismen in eine passendere Lage gebracht. Dadurch änderte sich die halbe Distanz der Prismenschneiden. Ihr jetziger Werth, der für alle folgenden Untersuchungen beibehalten wurde, ist 132,05 mm. Die Ergebnisse der weiteren Untersuchungen lassen sich (belgisches und böhmisches Glas ausgenommen), da sie zu keinen besonderen Bemerkungen Anlass geben, tabellarisch zusammenstellen. Die beiden Glassorten bilden deshalb hier eine Ausnahme, weil die Dicke der Stäbe derselben von einem Ende gegen das andere gleichmässig abnahm.

Die Differenz der Dicken an den beiden Enden eines und desselben Stabes betrug bei den vier Stäben dieser zwei Glassorten 0,6 bis 0,9 mm. Deshalb war es für die Distanz des Maassstabes vom Spiegel nicht gleichgiltig, welche Lage der Stab hatte, ob das dickere Ende desselben auf der linken oder auf der rechten Seite war. Wie diesem Umstande Rechnung getragen wurde, soll an der geeigneten Stelle erörtert werden. Zuvor möge die tabellarische Zusammenstellung der Resultate der übrigen Untersuchungen folgen.

Substanz	Breite des Stabes in mm	Dicke des Stabes in mm	Belastung in kg	Distanzen, resp. Verschiebungen der Bilder des Maassstabes durch die Belastung in mm					Abstand des Spiegels vom Maassstabe in mm		E	Mittelwerth von E
Gusseisen *a*)	10,8555	5,7051	5,5961	rechts:	19,35	19,65	19,6	19,3	rechts:	789,5	11809	11814
				links:	19,4	19,3	19,25	19,45	links:	788,92		
			5,0404	rechts:	17,45	17,7	17,55	17,4	rechts:	789,5	11819	
				links:	17,5	17,3	17,35	17,5	links:	788,92		
Gusseisen *b*)	10,829	5,7594	5,5961	rechts:	19,45	19,25	19,2	19,35	rechts:	789,35	11612	11613
				links:	19,05	19,25	19,3	19	links:	788,77		
			5,0404	rechts:	17,5	17,3	17,4	17,4	rechts:	789,35	11614	
				links:	17,1	17,4	17,3	17,15	links:	788,77		
Bessemerstahl *a*)	11,21	6,9065	5,5961	rechts:	6	6	6	6	rechts:	788,5	20959	20950
				links:	5,95	5,9	5,95	5,9	links:	787,82		
			5,0404	rechts:	5,45	5,4	5,4	5,35	rechts:	788,6	20941	
				links:	5,35	5,34	5,35	5,36	links:	787,92		
Bessemerstahl *b*)	11,3375	6,8501	5,5961	rechts:	5,95	5,95	6	6	rechts:	788,4	21325	21321
				links:	5,9	5,9	5,9	5,9	links:	787,82		
			5,0404	rechts:	5,35	5,4	5,4	5,35	rechts:	788,4	21317	
				links:	5,35	5,3	5,3	5,35	links:	787,82		

Substanz	Breite des Stabes in mm	Dicke des Stabes in mm	Belastung in kg	Distanzen, resp. Verschiebungen der Bilder des Maassstabes durch die Belastung in mm					Abstand des Spiegels vom Maassstabe in mm		E	Mittelwerth von E
Puddelstahl *a*)	10,809	5,8387	5,5961	rechts:	10,25	10,3	10,3	10,25	rechts:	789,65	20912	20904
				links:	10,25	10,3	10,8	10,25	links:	789,5 [1])		
			5,0404	rechts:	9,3	9,3	9,25	9,25	rechts:	789,7	20896	
				links:	9,25	9,3	9,25	9,25	links:	789,5		
Puddelstahl *b*)	10,8345	5,638	5,5961	rechts:	11,45	11,5	11,45	11,5	rechts:	789,7	20794	20783
				links:	11,4	11,45	11,45	11,4	links:	789,4		
			5,0404	rechts:	10,3	10,4	10,2	10,3	rechts:	789,7	20772	
				links:	10,25	10,25	10,3	10,3	links:	789,5		
Neusilber *a*)	10,556	3,9586	1,3998	rechts:	14,8	14,83	14,83	14,8	rechts:	791,25	11988	11988
				links:	14,75	14,75	14,55	14,73	links:	790,62		
			1	rechts:	10,6	10,55	10,55	10,5	rechts:	791,25	11989	
				links:	10,6	10,52	10,45	10,55	links:	790,62		
Neusilber *b*)	10,0795	3,9228	1,3998	rechts:	15,63	15,65	15,6	15,6	rechts:	791,25	12196	12201
				links:	15,55	15,65	15,65	15,55	links:	790,67		
			1	rechts:	11,25	11,1	11,2	11,2	rechts:	791,3	12206	
				links:	11,1	11,1	11,1	11,1	links:	790,82		

1) Bei Puddelstahl verwendete ich nochmals versuchsweise auf der linken Seite das oben erwähnte Spiegelchen von gleicher Dicke mit dem auf der rechten Seite, gab aber dessen weitere Verwendung wieder auf, da der oben erwähnte Uebelstand sich an demselben wieder bemerkbar machte.

Substanz	Breite des Stabes in mm	Dicke des Stabes in mm	Belastung in kg	Distanzen, resp. Verschiebungen der Bilder des Maassstabes durch die Belastung in mm					Abstand des Spiegels vom Maassstabe in mm		E	Mittelwerth von E
Bronce a)	10,155	4,4297	1,3998	rechts:	13,8	13,95	13,9	13,75	rechts:	790,8	9482	9485
				links:	13,9	13,75	13,7	13,9	links:	790,12		
			1	rechts:	9,8	9,95	9,9	9,8	rechts:	790,9	9489	
				links:	9,9	9,85	9,85	9,95	links:	790,22		
Bronce b)	10,1695	4,4272	1,3998	rechts:	14,65	14,85	14,8	14,65	rechts:	790,8	8909	8904
				links:	14,8	14,6	14,6	14,85	links:	790,22		
			1	rechts:	10,4	10,65	10,55	10,55	rechts:	790,9	8900	
				links:	10,6	10,5	10,4	10,6	links:	790,27		
Glas aus Fürth in Bayern a)	10,3	4,9405	1,3998	rechts:	12,45	12,45	12,45	12,45	rechts:	790,3	7493	7495
				links:	12,45	12,35	12,45	12,4	links:	789,7		
			1	rechts:	8,9	8,9	8,9	8,9	rechts:	790,3	7498	
				links:	8,85	8,85	8,85	8,85	links:	789,72		
Glas aus Fürth in Bayern b)	10,217	4,86	1,3998	rechts:	13,4	13,5	13,35	13,4	rechts:	790,3	7358	7359
				links:	13,45	13,35	13,35	13,45	links:	789,62		
			1,59715	rechts:	15,3	15,35	15,35	15,3	rechts:	790,3	7361	
				links:	15,3	15,25	15,25	15,27	links:	790,72		

Ausser den bisher vorgenommenen Substanzen wurde noch belgisches und böhmisches Glas untersucht, welches der oben erwähnten Ungleichmässigkeit wegen nicht in die Tabelle aufgenommen wurde und deshalb hier speciell behandelt werden soll.

Belgisches Glas.

Der erste Stab war $10{,}6485^{mm}$ breit und $4{,}092^{mm}$ dick. Als derselbe mit 1^{kg} belastet war, ergaben sich die Distanzen

rechts	$15{,}15^{mm}$	15^{mm}	15^{mm}	$15{,}15^{mm}$
links	15,95	15,1	15,15	14,95.

Nach der oben angegebenen Aufeinanderfolge der Lagen ist das eine Ende des Stabes auf der rechten Seite in der I. und IV. Lage, und das andere in der II. und III. Lage. Es sind also hier zwei Messungen der Abstände der Spiegelchen vom Maassstabe auf jeder Seite zu machen. Eine bei der I. oder IV. Lage des Stabes und die andere bei der II. oder III. Lage. Der vierte Theil der Summe der Distanzen der einen Seite bei der I. und IV. Lage wurde durch den Abstand des Spiegels vom Maassstabe während dieser beiden Lagen des Stabes, und der vierte Theil der Summe der Distanzen bei der II. und III. Lage durch den Abstand des Spiegels vom Maassstabe, welcher auf derselben Seite während der II. und III. Lage des Stabes gemessen wurde, dividirt. Dasselbe wurde auf der andern Seite gemacht und das arithmetische Mittel aus den auf diese Weise gewonnenen vier Quotienten als Werth von $\sin \alpha$ in die Gleichung für E eingesetzt.

Auf dieselbe Weise wurde mit den andern drei Stäben verfahren. In diesem Falle waren die Abstände des Spiegels vom Maassstabe für I und IV rechts $791{,}2^{mm}$, links $790{,}52^{mm}$, und für II und III rechts $791{,}1^{mm}$ und links $790{,}62^{mm}$.

Daher ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}5 \cdot 132{,}05^2}{10{,}6485 \cdot 4{,}092^3 \cdot 0{,}00951885} = 7532.$$

Bei der Belastung von $0{,}9008^{kg}$ waren die Distanzen

rechts	$13{,}73^{mm}$	$13{,}55^{mm}$	$13{,}5^{mm}$	$13{,}7^{mm}$
links	13,4	13,6	13,6	13,35

und die Abstände des Maassstabes von den Spiegeln für I und IV rechts $791{,}2^{mm}$, links $790{,}42^{mm}$, und für II und III rechts $791{,}1^{mm}$ und links $790{,}6^{mm}$. Daraus ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}4504 \cdot 132{,}05^2}{10{,}6485 \cdot 4{,}092^3 \cdot 0{,}0085693} = 7536.$$

Der Mittelwerth von E für den ersten Stab ist somit 7534.

Der zweite Stab war 10,612^{mm} breit, 4,1026^{mm} dick, und bei 1^{kg} Belastung wurden folgende Distanzen beobachtet:

rechts	15 ^{mm}	15,2 ^{mm}	15,2^{mm}	15 ^{mm}
links	15,15	14,95	14,9	15,15.

Die Abstände des Spiegels vom Maassstabe waren bei I und IV rechts 791,1^{mm}, links 790,62^{mm}, und bei II und III rechts 791,2^{mm} und links 790,52^{mm}. Somit ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}5 \cdot 132{,}05^2}{10{,}612 \cdot 4{,}1026^3 \cdot 0{,}0095267} = 7493.$$

Bei der Belastung von 0,9008^{kg} waren die Distanzen

rechts	13,55^{mm}	13,6 ^{mm}	13,65^{mm}	13,5^{mm}
links	13,75	13,45	13,5	13,6.

Die Abstände des Spiegels vom Maassstabe waren der Reihe nach dieselben wie im vorhergehenden Falle. Also ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}4504 \cdot 132{,}05^2}{10{,}612 \cdot 4{,}1026^3 \cdot 0{,}0085824} = 7492.$$

Als Mittelwerth von E kann daher 7493 genommen werden.

Böhmisches Glas.

Der erste Stab war 11,37^{mm} breit und 4,6996^{mm} dick. Bei 1^{kg} Belastung ergaben sich die Distanzen

rechts	9,35^{mm}	9,25^{mm}	9,35^{mm}	9,35^{mm}
links	9,25	9,35	9,35	9,25

und die Abstände des Spiegels vom Maassstabe betrugen für I und IV rechts 790,5^{mm}, links 789,82^{mm}, und für II und III rechts 790,4^{mm} und links 789,92^{mm}. Somit ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}5 \cdot 132{,}05^2}{11{,}37 \cdot 4{,}6996^3 \cdot 0{,}00589275} = 7522.$$

Bei 1,3998^{kg} Belastung waren die Distanzen

rechts	13,05^{mm}	13,05^{mm}	13^{mm}	13,1^{mm}
links	13	13	13	13

und die Abstände der Spiegel dieselben wie im vorhergehenden Falle. Daraus findet man

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}6999 \cdot 132{,}05^2}{11{,}37 \cdot 4{,}6996^3 \cdot 0{,}00824445} = 7525.$$

Als Mittelwerth von E kann daher 7523 genommen werden.

Der zweite Stab war 11,44^{mm} breit und 4,6976^{mm} dick. Bei 1^{kg} Belastung betrugen die Distanzen

rechts	9,35^{mm}	9,25^{mm}	9,2^{mm}	9,35^{mm}
links	9,2	9,24	9,1	9,2

Die Abstände der Spiegel vom Maassstabe waren für I und IV rechts 790,5^{mm}, links 789,82^{mm}, und für II und III rechts 790,4^{mm}, links 790,02^{mm}. Mithin ist

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}5 \cdot 132{,}05^2}{11{,}44 \cdot 4{,}6976^3 \cdot 0{,}0058443} = 7547.$$

Bei der Belastung von 1,3998^{kg} waren die Distanzen

rechts	12,95^{mm}	12,95^{mm}	12,95^{mm}	12,95^{mm}
links	12,9	12,9	12,9	12,9

Die Abstände der Spiegel vom Maassstabe waren für I und IV rechts 790,6^{mm}, links 789,92^{mm}, und für II und III rechts 790,5^{mm} und links 789,92^{mm}. Daraus erhält man

$$E = \frac{6 \cdot 0{,}6999 \cdot 133{,}05^2}{11{,}44 \cdot 4{,}6976^3 \cdot 0{,}008173975} = 7553.$$

Der Mittelwerth für E ist also 7550.

Die Untersuchungen wurden bei einer Temperatur von 15° bis 20° C. vorgenommen.

Die zur Untersuchung verwendeten Stahl- und Eisenstäbe stellte mir die erzherzogliche Cameraldirection in Teschen auf mein Ansuchen sammt den Analysen derselben, die ich noch mitzutheilen habe, aus den erzherzoglichen Eisenwerken bereitwilligst bei. Hierfür erlaube ich mir an dieser Stelle der sehr geehrten Cameraldirection meinen verbindlichsten Dank auszudrücken. Die übrigen Stäbe bezog ich vom Mechaniker Herrn Schorss in Wien.

Die Ergebnisse der erwähnten Analysen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Sie gibt den Procentgehalt der Grundstoffe an, welche ausser Eisen in den Stäben enthalten sind.

	Gusseisen aus 50% Witkowitzer und 50% Krompacher Giesserei-Roheisen	Schweisseisen	Puddelstahl aus Trzynietzer Puddelroheisen Nr. 6 (einmal gehärtet)	Bessemerstahl
Silicium . . .	1,612	0,144	0,126	0,054
Phosphor . .	0,420	0,086	0,074	0,088
Schwefel . . .	0,037	0,003	0,004	0,026
Mangan . . .	1,384	0,292	0,210	0,336
Graphit . . .	3,017	—	—	—
Gebundener Kohlenstoff	0,884	0,337	0,576	0,353

Zu erwähnen ist noch, dass die verwendeten Stahl- und Eisenstäbe aus nur einfach überwalztem und nicht besonders gehämmertem Materiale verfertigt wurden.

Ueber einige auf die Contacttheorie bezügliche Experimente[1].

Von

Prof. **Franz Exner.**

Eine eingehendere Untersuchung[2]) der physikalischen Vorgänge, welche beim Volta'schen Fundamentalversuche eine Rolle spielen, hat mir das Resultat ergeben, dass eine wesentliche Sache bei diesem Experimente bisher falsch aufgefasst wurde. Bildet man aus zwei verschiedenartigen Metallplatten einen Condensator und schliesst diesen durch eine metallische Verbindung, so zeigt sich derselbe elektrisch geladen entsprechend einer bestimmten, von der Natur der Metalle abhängigen Potentialdifferenz beider Platten. Für diese Ladung sucht die Contacttheorie die Ursache in der Berührung der heterogenen Metalle, die chemische Theorie dagegen, wie ich dies in früheren Abhandlungen[3]) des weiteren ausgeführt habe, in der Existenz elektrischer, durch Oxydation hervorgerufener Oberflächenschichten auch an den sogenannten reinen Metallen[4]).

Was nun bei Erklärung des Volta'schen Versuches nach der Contacttheorie immer falsch aufgefasst wurde, ist die Rolle, welche die Herstellung der metallischen Verbindung der Platten spielt. Nach der genannten Theorie tritt an der Stelle des Contactes der Metalle eine elektromotorische Kraft auf, welche so lange positive Elektricität in das eine, negative in das andere Metall treibt, bis die bestimmte

1) Vom Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten d. Wiener Akad. Bd. 86, 1882.

2) Sitzungsberichte der Wiener Akad. Bd. 81, Mai 1880.

3) Sitzungsberichte der Wiener Akad. Bd. 80, Juli 1879, und Bd. 81, Mai 1880.

4) Dass solche, auf die Ladung des Condensators wesentlich einwirkende Oberflächenschichten existiren, ist seither auch von vielen Anhängern der Contacttheorie bestätigt gefunden worden

Potentialdifferenz erreicht ist. Das ist aber, wie ich a. a. O. gezeigt habe und wie es eine einfache Ueberlegung ergibt, nicht richtig. Es sind vielmehr die beiden Platten — wenn sie vorher zur Erde abgeleitet waren, schon eo ipso auf dieser Potentialdifferenz und die Contactkraft an der Berührungsstelle würde nur einen Ausgleich der Potentiale verhindern. Die Richtigkeit des Gesagten wird durch das einfache Experiment bewiesen, dass zwei Platten — etwa aus Zink und Kupfer —, die zuerst abgeleitet und dann beide isolirt einander genähert werden, bei diesem Processe entgegengesetzt elektrisch sich laden und zwar durch Induction, ohne jeden Contact.

Wenn man also nicht, wie es die chemische Theorie thut, diese Induction den Oxydschichten zuschreiben will, sondern wenn man mit der Contacttheorie die Metalle als rein betrachtet, so muss man zur Annahme schreiten, dass sie schon durch die Ableitung zur Erde ein jedes auf ein bestimmtes Potentialniveau gebracht werden, an dem dann durch eine etwaige Berührung der Metalle unter einander nichts mehr geändert wird.

Dieser Schluss, zu dem die Contacttheorie mit Nothwendigkeit kommt, gestattet aber Consequenzen zu ziehen, die, wie ich im nachfolgenden zeigen will, mit der Erfahrung im Widerspruch stehen.

Wenn nämlich ein Stück Metall durch die Ableitung zur Erde auf ein bestimmtes, von Null verschiedenes Potentialniveau gebracht wird, so muss dasselbe auch eine bestimmte elektrische Ladung erhalten; und auch im isolirten Zustande müsste z. B. eine Zinkkugel eine andere elektrische Ladung besitzen als eine gleiche Kupferkugel, vorausgesetzt, dass beide vorher abgeleitet waren, d. h. sich in dem sog. unelektrischen Zustande befinden. Die Potentiale, welche auf beiden Kugeln infolge dieser Ladungen erzeugt würden, besässen die Differenz Zn|Cu und würde man beide Kugeln metallisch verbinden, so würde doch kein Ausgleich der Ladungen erfolgen können, da einem solchen die Gegenkraft Cu|Zn widerstrebt, die an der Contactstelle auftritt.

In soweit würde die Contacttheorie — in dieser etwas modificirten Form — das Phänomen vollkommen erklären; allein man sieht leicht, welche bisher nicht beachteten Consequenzen sich daraus ergeben. Wenn ein Leiter der Elektricität in dem Zustande, den wir gewöhnlich den unelektrischen nennen, doch eine elektrische Ladung besitzt, die ihn auf ein anderes Potentialniveau bringt als das der Erde, so wird — wenn diese Ladung auch gering ist — sich dieselbe mit unseren vortrefflichen elektrometrischen Apparaten wohl nachweisen lassen müssen; und hier ist, wie ich glaube, der Punkt, von dem aus sich die Unhaltbarkeit der Contacttheorie experimentell am leichtesten erweisen lässt.

Zunächst ist natürlich nicht zu erwarten, dass sich diese Ladung eines Metalles dem Elektrometer durch Leitung mittheilen lässt oder vielmehr, es ist auch vom Standpunkte der Contacttheorie aus in diesem Falle keine Anzeige des Elektrometers zu erwarten; denn sowohl das Metall als auch das vorher abgeleitete Elektrometer verbleiben nach Herstellung der Verbindung ein jedes auf seinem Potentialniveau infolge der auftretenden Contactkraft. Wohl aber müsste sich die Existenz der fraglichen elektrischen Ladung in einem anderen Falle manifestiren und zwar bei einer Gestaltänderung eines isolirten, vorher zur Erde abgeleiteten Metalles. In der That, wenn ein solches durch seine Ladung auf ein bestimmtes Potential gebracht ist und uns in diesem Zustande unelektrisch erscheint, dann müsste es durch eine passende Deformation und durch die erfolgende Neuvertheilung der Elektricitätsmenge offenbar auf ein anderes Potential gebracht werden können, und wenn wir es in diesem neuen Zustande wieder mit dem Elektrometer verbinden, müsste dieses nun einen Ausschlag geben, vorausgesetzt natürlich eine genügende Empfindlichkeit desselben. Die Contacttheorie fordert somit, dass ein isolirter Leiter lediglich durch Gestaltänderung elektrisch wird. Das Experiment bestätigt dieses aber nicht. — Bei den betreffenden Versuchen kommt es zunächst darauf an, durch die vorgenommene Deformation eine möglichst grosse Aenderung der Capacität zu erreichen. Es wurden zu diesem Zwecke die Metalle als möglichst dünne Bleche in Verwendung gebracht und eine Einrichtung getroffen, dass dieselben vollkommen isolirt aufgerollt werden konnten, ganz wie in dem bekannten Schulversuche über die Vertheilung der Elektricität. Zunächst benutzte ich Stanniol. Dasselbe wurde in herabgelassenem Zustande zur Erde abgeleitet, dann isolirt aufgerollt und mit dem Elektrometer verbunden. Es ergaben sich bei Wiederholung des Versuches stets unregelmässige Ausschläge von 0,5 bis 1,5 Scalentheilen, die offenbar von den unvermeidlichen Erschütterungen des Apparates herrührten.

Um die Empfindlichkeit des Apparates zu controliren, wurde das herabgelassene Stanniol mit 1 Daniell geladen und hierauf am Elektrometer geprüft; dieses gab 3 Scalentheile Ausschlag. Nun wurde das Stanniol wieder bis 1 Daniell geladen, isolirt aufgerollt und abermals am Elektrometer geprüft; es ergab jetzt 18 Scalentheile Ausschlag, zum Beweise, dass die Aenderung der Capacität eine genügende war, um bei einer Ladung von der Grössenordnung eines Daniell deutlich wahrgenommen zu werden[1]).

---

1) Wurde das Stanniol mit dem anderen Pole des Daniell geladen, so war der Ausschlag ebenso in entgegengesetzter Richtung, was nicht ohne Wichtigkeit ist.

Nun entspricht aber die Potentialdifferenz zwischen Stanniol und Erde in ihrer Grössenordnung einem Daniell (nach der Contacttheorie), es hätte also ein deutlicher Effect des Aufrollens sich ergeben sollen. Es liegt der Einwand nahe, dass zufällig das Stanniol und die Erdleitung in der Spannungsreihe sehr nahe an einander stehen könnten und der Ausschlag darum verschwindend war; deshalb versuchte ich dieselben Experimente noch mit anderen Metallen, Platin und Kupfer, auszuführen. Es zeigte sich aber, dass es nicht möglich war, diese Metalle ohne Reibung und damit verbundene Elektricitätsentwicklung zu rollen. Dass letztere aber nicht etwa die gesuchte war, ergab sich, ganz abgesehen von ihrer Unregelmässigkeit, daraus, dass dieselbe auch ohne Rollen auftrat, sobald man die Metalle im geringsten erschütterte. Nur bei Stanniol war dies nicht der Fall, wahrscheinlich infolge seiner Weichheit.

Ich habe daher, um auch mit anderen Metallen, wenigstens mit noch einem, experimentiren zu können, eine andere Methode eingeschlagen, bei welcher jede Berührung oder Bewegung des zu prüfenden Metalles ausgeschlossen war. Auch bediente ich mich dabei eines empfindlicheren Elektrometers (von Carpentier), das für 1 Daniell ca. 140 Scalentheile Ausschlag gab.

Die erwähnte Methode war die folgende: es sei ein Metall von bestimmter Form und Grösse gegeben und zur Erde abgeleitet. In diesem Zustande ist dasselbe nach der Contacttheorie nicht unelektrisch, sondern befindet sich auf einem bestimmten Potentiale, das ich kurz sein natürliches nennen will; gleichzeitig enthält es eine bestimmte elektrische Ladung.

Denken wir uns nun ein allseitig geschlossenes, gleichfalls zur Erde abgeleitetes Gehäuse aus demselben Metalle, so befindet sich dieses auch auf demselben Potential und ebenso jeder Punkt in seinem Inneren. Wenn wir nun mit dem Gehäuse das Metallstück umgeben — während beide abgeleitet sind —, so kann die Elektricität auf letzterem nicht im Gleichgewicht bleiben; das Potential wäre hier jetzt das doppelte des natürlichen und es wird daher die ganze Ladung zur Erde abfliessen müssen, damit das natürliche Potential wieder hergestellt ist. Wenn wir nun die Verbindung zwischen Erde und Metallstück unterbrechen und dafür letzteres zum Elektrometer leiten, so wird dieses keinen Ausschlag anzeigen können, obwohl das Metall jetzt gar keine Ladung besitzt. Entfernen wir aber nun die abgeleitete Umhüllung und damit auch jene Ladung, welche im Inneren das natürliche Potential erzeugte, so wird jetzt das Elektrometer nicht mehr in Ruhe bleiben können, da das Metallstück nicht mehr sein natürliches, sondern das Potential Null hat. Der entgegengesetzte

Ausschlag müsste erfolgen, wenn wir zuerst das Metall mit dem Elektrometer verbinden, beide isoliren und dann die abgeleitete Umhüllung aufsetzen. Die Versuche wurden auch auf beide Weise gemacht, aber stets mit negativem Resultate.

Die specielle Anordnung der Versuche war folgende. Zwei Cuvetten aus Carton wurden innen und aussen mit Stanniol überzogen und mit je einer isolirten Handhabe versehen. Mit ihren offenen Seiten an einander gelegt bildeten sie ein vollkommen geschlossenes parallelopipedisches Gehäuse von ungefähr 45^{cm} Höhe und 20^{cm} Breite und Tiefe. Mittels desselben konnte ein Stanniolblatt umschlossen werden, das seiner Grösse nach den Querschnitt des Gehäuses ziemlich ausfüllte, ohne jedoch dasselbe zu berühren. Das Stanniol hing an einem isolirten Draht, der ohne Berührung zwischen beiden Hälften des Gehäuses heraus und zum Elektrometer führte. Die beiden Hälften konnten so nach Belieben abgehoben und aufgesetzt werden, ohne dass das innere Metall berührt wurde. Jede der beiden Hälften war dauernd mit einer Erdleitung versehen. Es zeigte sich bei Ausführung der oben besprochenen Versuche eine absolute Ruhe des Elektrometers. Was die Empfindlichkeit des Apparates anlangt, so sei erwähnt, dass bei einer Ladung des Stanniolblattes mit einem Daniell und nachheriger Entladung desselben an das Elektrometer dieses einen Ausschlag von 30 Scalentheilen ergab.

Da nun die zu erwartenden Potentialänderungen gleichfalls von der Grössenordnung eines Daniell sind, so sind dieselben als nichtexistirend zu betrachten, denn es konnte auch nicht einmal eine Bewegung des Elektrometers um einen halben Scalentheil nachgewiesen werden. Es wurde darauf ganz der gleiche Versuch mit Kupfer anstatt Stanniol ausgeführt und auch hier war der Effect Null. Die Potentialdifferenz Sn|Cu beträgt aber ca. 0,9 Daniell, die Differenz der Ausschläge in beiden Experimenten hätte also — ganz unabhängig von der Stellung der Erdleitung in der Spannungsreihe — ungefähr 27 Scalentheile betragen müssen. Statt dessen waren beide Ausschläge gleich Null, ein Beweis, dass die von der Contacttheorie geforderten elektrischen Ladungen der zur Erde geleiteten Metalle n i c h t existiren.

Da somit die vorstehenden Versuchsergebnisse mit den Consequenzen der Contacttheorie in directem Widerspruche stehen, so kann letztere auch nicht zur Erklärung des V o l t a'schen Fundamentalversuches — des einzigen Experimentes, um dessen willen diese Theorie aufgestellt wurde — herangezogen werden.

XIX. Band. 4. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 4. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Wirkung freier Moleküle auf strahlende Wärme und deren Umsetzung in Schall.

Von

John Tyndall.

(Schluss.)

§ 8. Rhytmische Absorption strahlender Wärme in Gasen und Dämpfen.

Wie zwingend auch der vorhergehende experimentelle Beweis erscheinen muss betreffs der Wirkung freier Moleküle auf strahlende Wärme, so freue ich mich dennoch ihn zu ergänzen durch einen andern von ganz verschiedenem Charakter. Am 29. November 1880 hatte ich das Vergnügen im Laboratorium der Royal Institution den merkwürdigen Versuchen des Herrn Graham Bell beizuwohnen, in denen musikalische Töne dadurch hervorgerufen wurden, dass man ein intermittirendes Lichtbüschel auf dünne Scheiben verschiedener Substanzen fallen liess. Ich überzeugte mich bald, dass diese Wirkungen auf rhytmischem Aufnehmen und Verlieren der Wärme beruhten. Damals eben mit Versuchen über Gase und Dämpfe beschäftigt, dachte ich, dass man sich an diese wenden könnte, um die Natur der von Herrn Bell entdeckten Erscheinung festzustellen. Der Erfolg war mir im Geiste offenbar, ehe der Versuch ausgeführt wurde. Ich stellte mir einen stark absorbirenden Dampf vor, den Stössen des intermittirenden Lichtbüschels ausgesetzt, wie er sich plötzlich erweitert im Augenblick der Exposition, und ebenso plötzlich zusammenzieht, wenn der Strahl abgehalten wird. Pulsationen, dachte ich, müssten so entstehen von weit grösseren Amplituden als bei festen Körpern zu erreichen sind; und diese Bewegungen, wenn sie mit hinreichender Geschwindigkeit einander folgen, sollten gewiss musikalische Töne hervorbringen.

Dieser Gedanke wurde sogleich geprüft und bewährt. Das Journal of Telegraph Engineers vom 8. December 1880 enthält den folgenden

Bericht: »Als Prof. Bell die Güte hatte, mir seine Versuche vorzuführen, war ich mit Experimenten über die Wirkung der Dämpfe auf strahlende Wärme beschäftigt. Aeltere Untersuchungen haben gelehrt, und neue haben die Thatsache bestätigt, dass in Beziehung auf Absorption der Wärme grosse Unterschiede unter den Dämpfen bestehen. Das zeigt sich deutlich im Verhalten des Schwefelkohlenstoffs und des Schwefeläthers; der erste ist höchst durchsichtig, der andere höchst undurchsichtig für strahlende Wärme. Es fiel mir ein, dass wenn in Bell's Versuchen die Wirkung der Wärmeabsorption zuzuschreiben ist, wir vielleicht aus Schwefelätherdampf Töne erhalten könnten, während durch den für Wärmestrahlen durchsichtigen Schwefelkohlenstoff diese Strahlen meist unabsorbirt hindurchkämen und keine Tonwirkung hervorbrächten. Ich denke, Prof. Bell wird mir den Erfolg bezeugen. Wir gaben Schwefeläther in ein Versuchsrohr, liessen einen intermittirenden Lichtstrahl auf den Dampf auffallen, hoch über der Flüssigkeit, und hörten deutlich einen musikalischen Ton, dessen Höhe der Häufigkeit der Lichtblitze entsprach. Wir nahmen dann Schwefelkohlenstoffdampf und prüften ihn auf ähnliche Art, aber weder Prof. Bell noch ich konnte die Spur eines musikalischen Tons vernehmen.« [1])

Es war demnach klar, dass Herrn Bell's Einrichtung — wahrlich eine sehr schöne Einrichtung — nicht geeignet ist das Maximum der Wirkung zu erreichen. Er hatte, um seinen Lichtstrahl zu concentriren, eine Reihe von Glaslinsen angewandt und diese würden, wie rein sie auch wären, für den Fall der durchsichtigen Gase einen grossen Theil der auf die Erzeugung des Tones am meisten Einfluss übenden Strahlen absorbiren. Das mag erläutert werden durch Vergleichung einer Steinsalzlinse aus meiner Sammlung mit einer Glaslinse von gleicher Brennweite aus der Werkstätte des Herrn Duboscq. Durch die erstere hindurchgelassen, brachte die Strahlung einer glühenden Platinspirale am Galvanometer eine Ablenkung von 55° hervor, welche nach der Calibrirungstabelle einen Werth von über 100 besitzt. Liess man das Licht durch die zweite Linse hindurchgehen, so fiel der Ausschlag auf 10°, also auf weniger als den zehnten Theil der durch das Steinsalz durchgelassenen Strahlung. Die neun Zehntel, welche sonach im durchsichtigen Glase stecken blieben, bestehen aus Wärmestrahlen, auf welche

1) Herr Bell gab einen ganz genauen Bericht über diesen Vorgang im Philos. Mag. Bd. 11 S. 519. Ueber dasjenige, was sich am 29. November ereignet hat, schreibt er: „Prof. Tyndall sprach gleich die Meinung aus, dass die Töne rapiden Aenderungen der Temperatur in dem der Wirkung des Strahls ausgesetzten Körper zuzuschreiben seien. Da er fand, dass damals kein Versuch vorlag, die Schalleigenschaft verschiedener Gase zu prüfen, so schlug er vor, eine Eprouvette mit Schwefelätherdampf (einem guten Wärmeabsorbens) und eine andere mit Schwefelkohlenstoffdampf (einem schlecht absorbirenden Mittel) zu füllen; und er sagte voraus, dass wenn ein Ton gehört würde, er lauter seiu müsste im ersten als im zweiten Falle. Der Versuch wurde sogleich gemacht und der Erfolg bewährte die Voraussagung."

durchsichtige Gase und Dämpfe eine besondere absorbirende Kraft ausüben würden. Daher der Wunsch, diesen wichtigen Factor zu erhalten in der Strahlung, welche zur Prüfung der Schallstärke solcher Substanzen verwendet wurde.

In der Absicht diese mächtigen Wärmestrahlen unversehrt zu erhalten, hatte ich in meinen Versuchen über Calorescenz [1]) kleine vorn versilberte Hohlspiegel benutzt; zu diesen Spiegeln nahm ich nun Zuflucht. Meine stärkeren Wärmequellen umfassten eine Siemenslampe mit einer Dynamomaschine verbunden; eine gewöhnliche elektrische Lampe mit einer Voltabatterie und ein Kalklicht, welches zuweilen durch Sauerstoff und Wasserstoff, zuweilen durch Sauerstoff und Leuchtgas erzeugt wurde. Das Kalklicht (welches ich im Jahre 1859 gebrauchte) ist so handlich, ruhig und anderweitig wirksam, dass ich es fast ausschliesslich benutzt habe in diesem Theile der Untersuchung. Indessen haben sich Wärmequellen von viel tieferer Temperatur als das Kalklicht geeignet erwiesen, musikalische Töne hervorzurufen. Eine Kerzenflamme, eine rothglühende Kohle, ein rothglühendes Schüreisen, dasselbe Eisen in der Temperatur des siedenden Wassers und eine glühende Platinspirale erwiesen sich sämmtlich wirksam, wenngleich offenbar viel schwächer wirksam, als concentrirtes Kalklicht [2]).

Um die erforderliche Intermittenz hervorzubringen, verwendete ich zuerst einen Kreis von Zinkblech, 16 Zoll im Durchmesser, mit radialen

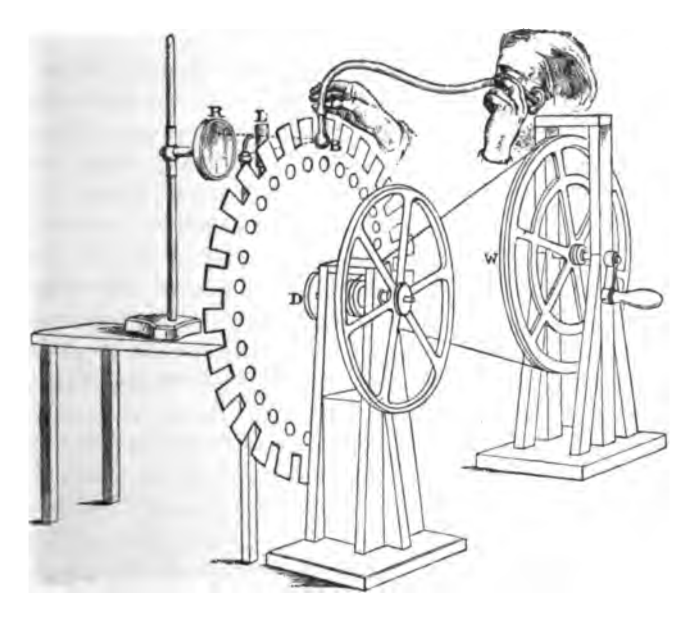


Fig. 1.

1) Philosoph. Transactions, 1866, vol. 156 p. 1.

2) Ueber diese früheren Versuche findet man Berichte in den Proceedings of the Royal Society vol. 31 p. 307, 478.

Schlitzen versehen. Dieser wurde dann vertauscht gegen eine andere Scheibe von gleichem Durchmesser, welche aber am Umfange mit Zähnen ausgestattet war. Die Scheibe wurde an einer Drehvorrichtung vertical angebracht und man liess sie quer durch das Lichtbüschel nahe dem Brennpunkt des Hohlspiegels rotiren. Unmittelbar hinter der Scheibe stand die Flasche, welche das zu prüfende Gas enthielt, während ein Kautschukschlauch, der in einen Hohlkegel von Elfenbein oder Buchsbaumholz mündete, die Flasche mit dem Ohr verband. Bei dieser so einfachen Einrichtung erhielt man Töne von überraschender Stärke mit allen jenen Gasen und Dämpfen, welche meine früheren Untersuchungen mit Röhre und Thermosäule als die strahlende Wärme stark absorbirende Mittel nachgewiesen hatten. Die schliesslich gewählte Einrichtung ist in Fig. 1 dargestellt.

Als Wärmequelle dient der sorgfältig gearbeitete und centrirte Kalkcylinder *L*, durch eine Knallgasflamme erhitzt. Die Strahlen aus dieser Quelle fallen auf den Hohlspiegel *R* und von da convergent auf die Kugel *B*, welche die zu prüfende Substanz enthält. Die Kugel ist mit dem Ohr verbunden durch ein Kautschukrohr, welches in ein Röhrchen von Buchsbaumholz oder Elfenbein mündet. Die Intermittenz des Strahlbüschels wird durch die Scheibe *D* von starkem Pappendeckel bewirkt, welche 2 Fuss im Durchmesser hält und am Umfang 29 Zähne und ebensoviele Lücken aufweist[1]). Die Scheibe wird in Rotation versetzt durch das Rad *W*, mit welchem es durch eine Schnur verbunden ist. Die Lagen der tonerzeugenden Kugel und des Höhrrohres sind in der Figur ersichtlich. Bei Gasen, welche leichter sind als Luft, wird die Kugel umgekehrt; bei schwereren Gasen wird sie aufrecht gehalten. Wenn Dämpfe zu untersuchen sind, gibt man ein wenig Flüssigkeit in die Kugel und schüttelt sie, um den Dampf in die Luft über der Flüssigkeit diffundiren zu lassen. Man hält die Kugel so, dass der Punct der grössten Concentration der Strahlen darauf fällt.

Mit diesem Apparat habe ich mehr als einmal die Schallstärke von zehn Gasen und etwa achtzehn Dämpfen untersucht. Als Schallerzeuger steht Methylchlorid obenan. Ihm folgen sehr nahe Aldehyd, ölbildendes Gas und Schwefeläther; die beiden letzten stehen fast in gleicher Reihe. Die Flüchtigkeit der Substanz, von welcher der Dampf herkommt, ist offenbar ein wichtiger Factor des Erfolges. Denn wie gross auch die dem Molekül innewohnende Absorptionskraft sein mag, so ist doch die Wirkung gering, wenn die Zahl der Moleküle klein ist. Schwach wirkende Dämpfe können andererseits bis zu einem gewissen Grade durch das Quantum die innere Schwäche ihrer Moleküle ausgleichen. Wenige Beispiele genügen um zu zeigen, wie die specifische Wirkung der Moleküle den Effect der Flüchtigkeit überholt. Schwefelkohlenstoff mit dem Siedepunct 43 ° C. wirkt minder stark als Essigsäureäther mit dem Siede-

---

1) Die Intermittenz wird zuweilen auch durch die Reihe äquidistanter Kreislöcher bewirkt, welche die Figur zeigt.

punct 74°. Kohlenstofftetrachlorid siedet bei 77°, aber sein Schall kommt nicht gleich dem des Acetal, welches bei 104° siedet. Chloroform mit dem Siedepunct 61° ist als Schallerzeuger minder stark als Valeral mit dem Siedepunct 100° und selbst schwächer als Valerianäther mit dem Siedepunkt 144°. Methylcyanid siedet bei 82° und bringt doch einen schwächern Ton hervor als Propylacetal mit dem Siedepunct 102°. In der Versuchsröhre stehen diese Dämpfe als absorbirende Mittel in derselben Reihenfolge, wie ihre Schallstärke. Als Flüssigkeitsschichten untersucht folgen sie einander in derselben Reihenordnung. Ich habe eine Menge Flüssigkeiten untersucht, deren Siedepuncte zwischen 163° und 308° liegen. Bei gewöhnlichen Temperaturen waren die Dämpfe dieser Flüssigkeiten praktisch unhörbar. Tauchte man die Flüssigkeiten in ein heisses Oelbad, so gaben die so erzeugten Dämpfe meistentheils starke Töne. Die gemessene Absorption einer ausreichenden Zahl von Substanzen im Zusammenhalt mit ihrer Schallstärke wird unten in eine Tabelle gefasst.

Die Thatsache, dass alle Chloride der Elemente schwache Schallerzeuger sind, weil sie auch alle die strahlende Wärme schwach absorbiren, verdient eine beiläufige Erwähnung. Vor vielen Jahren fand ich die Chloride höchst diatherman und ich nahm Chlornatrium als einen Repräsentanten der Classe. Chlorsilicium beispielsweise ist, obgleich sehr flüchtig, doch schwach als Schallerzeuger. Kohlenstofftetrachlorid und Chlorphosphor sind auch flüchtig, wirken aber nicht stark. Zinnchlorür, Arsenchlorür, Titanchlorid und Chlorschwefel sind sämmtlich schwache Schallerzeuger. In diesen drei Fällen sind die Siedepuncte hoch, aber nicht der Mangel an Flüchtigkeit ist die Ursache der schwachen Wirkung, denn wenn man die Dämpfe fast zum Druck einer Atmosphäre erhebt, indem man die Flüssigkeiten erwärmt, tönen sie doch nur schwach. Welche Ursache immer diese Substanzen für die strahlende Wärme durchlässig macht, sie scheint ihnen allen gemeinsam zu sein.

Bei Versuchen mit Chloriden muss man dafür sorgen, dass aller Rauch vernichtet werde. Zinnchlorür tönt laut mit dem Rauch, aber schwach ohne ihn. Das Erhitzen des obern Theiles der Flasche genügt oft die vordem starken Töne fast zur Lautlosigkeit herabzudrücken.

Die allgemeine Verbreitung des Wasserdampfes und die Discussion, welche er hervorgerufen hatte, machten mir sein Verhalten besonders interessant. Ich glaubte nicht von vornherein, dass die geringe Menge des bei gewöhnlichen Temperaturen in der Luft diffundirten Wasserdampfes Schallpulsationen von merklicher Intensität erzeugen würde. In meinem ersten Versuch erwärmte ich desshalb das Wasser fast bis zum Siedepunct. Ich erhitzte die Flasche über dem Wasser mit einer Spiritusflamme, auf diese Art jede Spur von Niederschlag zerstörend; dann setzte ich den reinen Dampf dem intermittirenden Strahle aus. Der Versuch stellte die deutliche Frage an den Dampf, ob ich Recht oder Unrecht hatte, ihm eine die Wärmestrahlen absorbirende Kraft zu-

zuschreiben. Der Dampf antwortete durch einen musikalischen Ton, welcher, zweckmässig auf das Trommelfell geleitet, so laut erschien wie ein Orgelton. Wenn die Temperatur von 100° C. auf 10° erniedrigt wurde, so verschwand der Schall nicht; gegen meine Erwartung. Er blieb nicht nur deutlich, sondern stark. Die bei diesen Versuchen angewandten Flaschen wurden auf verschiedene Arten getrocknet, über welche ich schon theilweise berichtet habe und auf die der Experimentator in diesem Gebiete von selbst verfällt. Die Flaschen, wenn man sie offen aus dem Laboratorium nimmt und dem intermittirenden Strahle aussetzt, tönen schon zuweilen. Legt man sie jedoch neben Schwefelsäure unter den Recipienten einer Luftpumpe und lässt sie dort trocknen, so werden sie zum Schweigen gebracht. Das geringste Eindringen feuchter Luft macht sie wieder tönen. Athmet man für einen Augenblick in eine getrocknete und schweigsame Flasche, so zeigt sie alsbald ein lautes Schallvermögen.

Flaschen ohne Rand wurden eigens für diese Versuche geblasen; über ihren Hals liess sich der Kautschukschlauch leicht aufschieben. Grosse Flaschen sind nicht immer die geeignetsten. Um wirksame Pulsationen hervorzurufen, ist plötzliche starke Ausdehnung und Zusammenziehung erforderlich und diese erhält man am besten, wenn der Strahl am Orte seiner grössten Concentration einen grossen Theil der Substanz in der Flasche bedeckt. Dünne Flaschen von etwa 1 Cubikzoll Inhalt sind zugleich handlich und wirksam; aber die Kugel kann auf $^1/_{10}$, ja auf $^1/_{100}$ Cubikzoll verringert werden, ohne den Ton unhörbar zu machen.

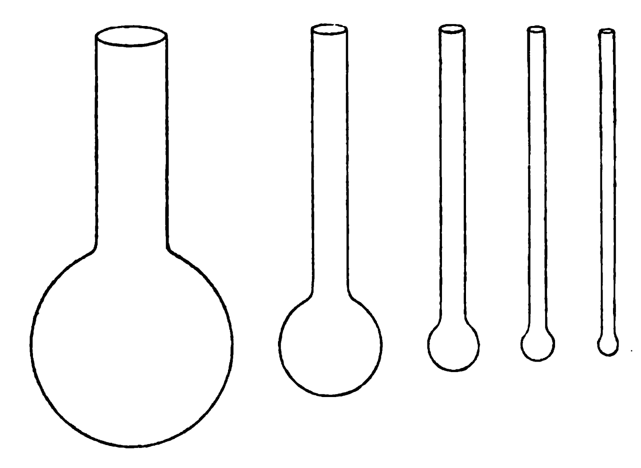


Fig. 2.

Ein Tropfen Wasser in so eine winzige Kugel gebracht und durch Hitze verflüchtigt, bringt nicht nur vernehmbare, sondern laute Töne hervor. Eine Reihe von Kugeln, welche ich bei meinen Versuchen verwendet habe, sind in $^3/_4$ natürlicher Grösse in Fig. 2 dargestellt.

Es ist wohl nicht nöthig auszusprechen, dass die Absorption, welche die Pulsationen erzeugt, direct und unmittelbar eine Wirkung der Gasmoleküle ist. Die Pulsationen sind nicht der Erwärmung der Glashülle und der Mittheilung von Wärme an den eingeschlossenen Körper zu verdanken. Denn, wäre dies der Vorgang der Erwärmung, so würde Luft ebenso tönen wie ölbildendes Gas. Noch auch sind die Pulsationen der plötzlichen Verdampfung einer Flüssigkeitsschicht zuzuschreiben, welche man an den Wänden anliegend vermuthen könnte. Wenn Wasser von tiefer Temperatur absichtlich auf der Innenfläche ausgebreitet wird, so erzeugt das Aussetzen gegen den Strahl einen Ton von gewisser Intensität. Wenn die Flasche in einer Spiritusflamme erhitzt wird, so dass jede Spur anhaftenden Wassers verschwindet, so erzeugt das Aussetzen des reinen, nun in der Flasche enthaltenen Dampfes einen Ton, lauter als derjenige, welcher auftrat, als die Flüssigkeitsschichte darin war. Hält man die den heissen Dampf enthaltende Kugel kurze Zeit im intermittirenden Strahl, so sinkt ihre Temperatur; die Menge des Dampfes verringert sich und der Ton nimmt an Intensität ab. Aus der Spiritusflamme gezogen muss die Kugel manchmal dem Rothglühen nahe gewesen sein, aber auch bei dieser Temperatur gab der Dampf laute Töne.

Es ist, glaube ich, reichlich bewiesen, dass die Flüssigkeitsmoleküle, wenn sie durch Verdampfung frei werden, ihr Absorptionsvermögen mitnehmen, da Flüssigkeiten und ihre Dämpfe durchlässig und undurchlässig sind für die gleichen Wärmearten. Daher die Folgerung, dass ein früheres Hindurchgehen durch eine Flüssigkeit von genügender Dicke ein Büschel Wärmestrahlen so durchsiebt, dass es unvermögend wird, auf den Dampf jener Flüssigkeit zu wirken. Selbst bei den am lautesten tönenden Dämpfen zeigt sich dies, da eine Flüssigkeitslage von $\frac{1}{8}$ Zoll Dicke gewöhnlich genügt, das Büschel seiner wirksamen Strahlen und den Dampf des Schallvermögens zu berauben.

In durchsichtigen Flüssigkeiten, wo die sichtbaren Strahlen frei durchgehen, ist die Vernichtung des Schallvermögens nothwendigerweise der Absorption der unsichtbaren Wärmestrahlen zuzuschreiben. Diese Folgerung, welche kaum der Bestätigung bedarf, ist ihrer doch fähig. Vor vielen Jahren wies ich hin auf die wunderbare Durchlässigkeit des gelösten Jodes für die unsichtbaren Wärmestrahlen. In den Weg des intermittirenden Strahles gestellt, verringert eine für das Licht ganz dunkle Schicht dieser Substanz den Schall durchsichtiger Gase und Dämpfe nicht merklich. Zu solchen Körpern ist das Jod vollkommen complementär, indem es die Strahlen aufhält, welche jene durchlassen, die Strahlen durchlässt, welche jene absorbiren, und sonach mit dem Schallvermögen nicht interferirt.

Dass auch durch die Absorption sichtbarer Strahlen Töne erzeugt werden können, wird durch das Verhalten der Jod- und Bromdämpfe gezeigt, welche beide mit dem Kalklicht kraftvolle Töne geben. Hier übt das Einschieben einer durchsichtigen Flüssigkeit, wie wenig diatherman sie auch sei, keine merkliche Wirkung auf den Schall, da sie

die besonderen Strahlen, welche auf die farbigen Dämpfe wirken, frei hindurchgehen lässt. Eine Schicht gelösten Jods hingegen benimmt dem Strahl das Vermögen, im Jod oder im Joddampf Töne zu erzeugen.

Die Rotation, welche die grösste Wirkung hervorbringt, ist rasch durch den Versuch festgestellt. Der Ton wird am lautesten, wenn die Pulsationen einander folgen in Perioden, welche die Resonanz der Flasche bewirken. Ich besitze einen Hohlkegel mit wohlpolirter Steinsalzbasis, durch welchen dieser Punct gut veranschaulicht wird. Füllt man den Conus mit Methylchlorid, während die Basis auf die Lichtquelle gerichtet und die Kegelspitze mit dem Ohr durch eine Röhre verbunden ist, so hört man Töne von ungewöhnlicher Stärke. Damit man diese Wirkung erziele, muss die Rotationsgeschwindigkeit eine bestimmte und constante sein. Ist das Maximum des Schalls erreicht, so wird er sowohl durch Verminderung, wie durch Erhöhung der Geschwindigkeit rapid geschwächt. Es ist schwer mit der Hand die Rotation constant zu erhalten. Daher ist es wünschenswerth eine mechanische Vorrichtung zu haben, welche die richtige Geschwindigkeit und die nöthige Gleichmässigkeit sicherstellen würde. Ein oder zwei Motoren wurden versucht, eine kleine Dampfmaschine nämlich und eine elektromagnetische Maschine, aber die Vorrichtung ist noch nicht zur Vollkommenheit gebracht werden.

§ 9. Manometrische Messungen.

Kurz vor dem Besuche des Herrn Graham Bell, im November 1880, hatte ich in den Messingcylinder meiner alten Experimente eine enge Glasröhre eingefügt, welche, unter einem rechten Winkel einige Zoll über dem Cylinder gebogen, im horizontalen Theile einen Index von gefärbter Flüssigkeit halten konnte. Ich hatte längst gewusst, dass die Absorption strahlender Wärme von einer Ausdehnung des absorbirenden Körpers begleitet sein muss, aber ich dachte, dass diese Ausdehnung nur ein rohes Maass der Absorption liefern würde. Mit gewöhnlichen Wärmequellen fand ich die Ausdehnung klein, selbst wenn Schwefeläther die Versuchsröhre füllte; wenn jedoch ein Paar starker Kohlen, durch eine Siemens-Maschine glühend gemacht, als Wärmequelle angewendet wurden, so erhielt der flüssige Index einen starken Schub durch die enge Glasröhre.

Die Versuchsröhre indess war nur ein rohes Manometer und ich skizzirte und beschrieb deshalb meinem Assistenten zu jener Zeit einen handlichern Apparat in der Absicht, ihn ausführen zu lassen. Er sollte bestehen aus einer kurzen Röhre mit Endflächen von Steinsalz, sollte sich auspumpen und mit jedem gewünschten Gas oder Dampf füllen lassen. Durch diese Röhre schlug ich vor, ein concentrirtes Wärmestrahlbüschel zu schicken, dessen Wirkung auf absorbirende Gase und Dämpfe angezeigt würde durch die Depression einer Flüssigkeitssäule in einem Schenkel einer U-Röhre und durch ihre Erhebung im andern

Schenkel. Zwei Steinsalzplatten wären anzuwenden, um den Strahl aus der Röhre frei entweichen zu lassen, nachdem er sein Werk im Gas oder Dampf vollendet hätte. Die Erwärmung des Apparates durch das Zurückschlagen der Wärme würde so vermieden. Das Ziel, welchem man zustrebte, war, die Ausdehnung des gasförmigen Körpers nur durch strahlende Wärme und so viel wie möglich ungestört durch von der Hülle herkommende Wärme zu bewirken [1]).

Eine Anzahl Manometerröhren von verschiedener Länge wurden nach diesem Princip ausgeführt, einige aus Glas und einige aus Metall. Der Apparat, mit welchem Messungen gemacht wurden, über die nun zu berichten sein wird, ist in Fig. 3 dargestellt. *TT'* ist eine Glasröhre, 4 Zoll lang und 3 Zoll im Durchmesser. Sie ist an den Endflächen mit Messingfassungen versehen, welche den Durchmesser auf 2,5 Zoll verringern. An diesen Fassungen sind durchsichtige Steinsalzplatten luftdicht befestigt. Der sichere Verschluss wurde manchmal durch gehörig eingeschmierte Kautschukeinlagen und manchmal durch Kitt hergestellt [2]). Der Hahn *a* nahe dem vordern Ende von *TT'* war mit einem Barometer und einer Luftpumpe verbunden. Ein T-Stück am andern Ende war auf einer Seite verbunden mit der (nicht gezeichneten) Reinigungsvorrichtung, bestehend aus zwei U-Röhren, deren eine mit Aetzkali benetzten Carraramarmor, deren andere Glasscherben

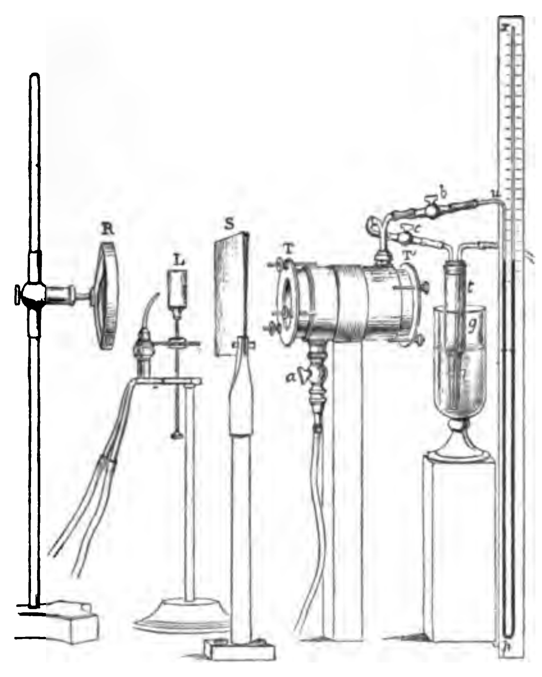


Fig. 3.

1) Prof. Röntgen war, glaube ich, der erste, welcher die Ausdehnung der Gase in Rechnung zog, um die Absorption strahlender Wärme zu demonstriren. Am gleichen Tage, überdies, an welchem ich meine Mittheilung der Society of Telegraph Engineers machte, d. i. am 8. December 1880, übergab er die Ankündigung, dass er aus Leuchtgas und Ammoniak Töne erhalten habe, einer wissenschaftlichen Zeitschrift (siehe Wiedemann's Annalen Januar 1881). Seine folgenden Versuche mit Wasserdampf u. s. f. stimmen mit den meinigen überein.

2) Die Absorption der Dämpfe durch Kautschuk, welche in manchen Fällen ausserordentlich gross war, hiess von diesen Einlagen abstehen.

mit Schwefelsäure befeuchtet enthielt. Die Luft wurde, ehe sie in diese U-Röhren kam, von den suspendirten Körperchen durch einen Baumwollstöpsel gereinigt. Der andere Theil des T-Rohrs führte zu einer Glasröhre, welche in U-Form gebogen war, in deren beiden Schenkeln eine gefärbte Flüssigkeit gleich hoch stand. Die Flüssigkeitssäule war, wenn sie in beiden Armen des U auf gleichem Niveau stand, in jedem 350^{mm} hoch, während der offene Schenkel des U zu einer Höhe von fast 500^{mm} über der Flüssigkeit reichte (er ist in der Figur gekürzt). Als Wärmequelle diente der Kalkcylinder L, durch eine Flamme von Leuchtgas und Sauerstoff glühend gemacht. Die Strahlen des Kalkcylinders wurden von einem vorn versilberten Hohlspiegel R aufgefangen und in einem convergenten Büschel durch die Manometerröhre geleitet. Der Brennpunct war in der Röhre bei ihrem entfernten Ende. Das Gas und der Sauerstoff wurden aus Gasbehältern, welche eigens für diese und ähnliche Versuche hergestellt waren, zugeführt; lange und nutzlose Erfahrungen mit Gas aus den öffentlichen Werken, oder mit in eisernen Flaschen comprimirtem Gas, haben gelehrt, dass unabhängige Gasbehälter, welche man bei unverändertem Druck erhalten konnte, wesentlich nothwendig sind.

Die Versuche wurden so angestellt: Eine Eprouvette t, in das Wasserglas g getaucht, enthielt die Flüssigkeit, deren Dampf zu prüfen war. Durch den Kork, welcher die Eprouvette schloss, war eine enge Glasröhre gesteckt; sie endete in einer kleinen Oeffnung nahe dem Boden der Eprouvette und in beträchtlicher Tiefe unter der Oberfläche der Flüssigkeit. Um diese Tiefe zu vergrössern und an Flüssigkeit zu sparen, war die Eprouvette im untern Theile zur Hälfte vom Durchmesser des obern Theiles ausgezogen. Eine zweite enge Röhre ging ebenfalls luftdicht durch den Kork und endete unmittelbar unter ihm. Beide Röhren waren unter rechten Winkeln über dem Kork gebogen. Nachdem die Manometerröhre ausgepumpt war, liess man die von ihrer Kohlensäure, ihrer Feuchtigkeit und von den in ihr schwebenden Körpern befreite Luft durch die Flüssigkeit in der Eprouvette dringen und dann in die Manometerröhre gehen. Um den Sauerstoff im Gasbehälter zu sparen, wurde er in der Pause zwischen zwei Experimenten abgesperrt, während das Gas continuirlich brennen gelassen wurde. Wenn die Röhre gefüllt war, was stets durch eine Oeffnung von bestimmter Grösse geschah, so wurde der Sauerstoff zugeführt und der Cylinder blieb eine Minute lang unter dem Einfluss der verstärkten Flamme. Während dieser Zeit fing ein doppelter Silberschirm die Strahlung auf. Am Ende der Minute wurde der Schirm, welcher sich auf einer Angel bewegte, weggezogen, der Strahl ging dann durch die Mischung von Luft und Dampf. Die Flüssigkeit im anliegenden Theil der U-Röhre ward sogleich niedergedrückt, die im andern Schenkel um ebenso viel erhöht. Die Erhebung dieser letztern Säule über den mit Null bezeichneten Ausgangspunct wurde genau gemessen. Das Doppelte dieser Erhebung gab die Niveaudifferenz in den beiden Schenkeln des U an und dieser »Wasserdruck«

bestimmte die Vermehrung der Elasticität durch die Absorption der strahlenden Wärme.

Hier folgt eine Anzahl von Messungen, welche auf diese Art gemacht worden sind. Es sind darin nicht alle untersuchten Substanzen angeführt.

Tafel V.

Dämpfe.

Zunahme der Elasticität durch die Absorption der strahlenden Wärme.

Name der Flüssigkeit	Siedepunct	Mittl. Wasserdruck	Charakter des Schalls
1. Schwefeläther	35°	300mm	sehr stark
2. Amylwasserstoff	30	279	"
3. Acetone	58	267	"
4. Aethylbromid	39	264	"
5. Ameisensäureäther	55	261	"
6. Essigäther	74	248	"
7. Acetal	104	237	"
8. Allylchlorid	46	235	"
9. Methyljodid	45	233	"
10. Aethylidenchlorid	57	217	stark
11. Aethylnitrat	86	208	"
12. Aethylnitrit	99	205	"
13. Butylchlorid	69	185	"
14. Buttersäureäther	121	183	"
15. Ameisensäure	99	180	"
16. Valeral	100	172	"
17. Valeriansäureäther	144	168	"
18. Propylacetat	102	166	"
19. Methylalkohol	—	162	"
20. Aethyljodid	72	148	mässig
21. Butylbromid	92	134	"
22. Aethylenchlorid (Dutch Liquid)	85	127	"
23. Butylacetat	114	120	"
24. Benzol	81	117	"
25. Diäthylcarbonat	126	108	"
26. Amylchlorid	102	105	"
27. Chlorpicrin	112	94	"
28. Allyljodid	101	92	"
29. Chloroform	61	89	"
30. Butyljodid	121	88	"
31. Allylalkohol	97	84	"
32. Schwefelkohlenstoff	43	81	"
33. Amylbromid	119	78	"
34. Aethylcyanid	98	77	"
35. Butylalkohol	110	72	schwach

Name der Flüssigkeit	Siedepunct	Mittl. Wasserdruck	Charakter des Schalls
36. Amylnitrat	147°	67mm	schwach
37. Aethyloxalat	—	66	"
38. Methylcyanid	82	64	"
39. Kohlenstofftetrachlorid	77	58	"
40. Bromoform	150	44	"
41. Xylol	140	44	"
42. Amylalkohol	130	42	"
43. Amyljodid	146	42	"
44. Terpentinöl (Terebine)	160	39	"
45. Cymol	175	38	"
46. Buttersäure	163	Sehr geringe Absorption und schwacher Schall bei gewöhnlicher Temperatur. In den meisten Fällen sehr starke Töne, wenn die Flüssigkeit bis zum Siedepunkt erhitzt wird.	
47. Amylbutyrat	176		
48. Caprylalkohol	180		
49. Valeriansäure	175		
50. Reines Anilin	184		
51. Oenanthäther	188		
52. Amylvalerianat	196		
53. Salicylsäure	196		
54. Capronsäure	205		
55. Nitrobenzol	205		
56. Kreosot	210		
57. Menthol	213		
58. Chinolin	238		
59. Eugenol	247		
60. Nicotin	250		
61. Monobromnaphtalin	277		
62. Sebacinsäureäther	308		

Tafel IV.

Gase.

Name des Gases	Wasserdruck
Methylchlorid	350mm
Aldehyde	325
Oelbildendes Gas	315
Schwefeläther	300
Stickstoffoxyd	198
Sumpfgas	164
Kohlensäure	144
Kohlenoxyd	116
Sauerstoff	5
Wasserstoff	5
Stickstoff	5
Trockne Luft	5
Feuchte Luft bei 50° C.	130

Schwefeläther ist hier eingeschaltet in der Absicht, diese Tafel mit der vorhergehenden zu verbinden. Von allen bisher untersuchten Gasen ist Methylchlorid das am stärksten absorbirende und der kräftigste Tonerzeuger. Danach kommt Aldehyd mit dem Siedepunct bei 21°. Die bei den gasigen Grundstoffen und bei trockner Luft stehende Ziffer 5 drückt nicht die Absorption der strahlenden Wärme aus, sondern die Ausdehnung durch Berührung mit dem etwas erwärmten Apparat. Das angewandte Stickstoffoxyd wurde aus einer Eisenflasche genommen, in welcher es für medicinische Zwecke aufbewahrt war. In manchen meiner Versuche zeigte sich Sumpfgas als besseres Absorbens denn Stickstoffoxyd. Das war beispielsweise der Fall bei Versuchen, welche ich im Frühjahr 1880 mit dem Manometer anstellte. Das Sumpfgas, mit welchem das voranstehende Resultat erhalten wurde, war in unserem chemischen Laboratorium sehr sorgfältig erzeugt worden.

Die Temperatur von 50° für die feuchte Luft wurde in einem im Laboratorium errichteten hölzernen Schuppen erhalten. Der Schuppen ist von zwei Eisenröhren durchzogen, welche 4 Zoll im Durchmesser und die heisse Luft sowie die Verbrennungsproducte von zwei Ringbrennern fortführen. Er ist 8′ 6″ lang, 4′ 3″ breit und 7′ hoch. Die Temperatur der Luft im Innern kann leicht auf 60° C. erhöht werden. Für den in Tafel VI angeführten Versuch wurde die Luft aus dem Aussenraum des Laboratoriums genommen und durch eine Röhre geführt, welche die Holzwand der Schuppens durchsetzte. Die Luft musste in Blasen durch eine grosse Wasserflasche aufsteigen, welche einige Zeit im warmen Schuppen gestanden war. Die Mischung von Luft und Dampf kam in die Manometerröhre mit einer Temperatur, welche um einige Grade tiefer war als die der Röhre selbst. Genau geprüft, waren alle Theile dieser Röhre klar und trocken, wenn die dampferfüllte Luft sich darin befand. Liess man nun die Strahlen des (durch Leuchtgas und Sauerstoff erzeugten) Kalklichtes durch die Mischung treten, so war ein schnelles Steigen um 65^{mm} die Folge. Schnitt man den Strahl ab, so kehrte die Säule plötzlich auf Null zurück. Das Doppelte von 65, also 130^{mm}, gibt den Niveauunterschied in den zwei Schenkeln der U-Röhre.

Ich habe mein Bestes gethan, diese Bestimmungen correct zu machen. Sie sind sowohl von mir, als von meinem Assistenten[1]) viele Male wiederholt worden. Die ersten Messungen wurden im Anfang des vorigen Jahres angestellt und in der Royal Institution am 8. April 1881 bekannt gemacht. Schwierigkeiten ergaben sich bei der Herstellung einer kräftigen und zugleich constanten Wärmequelle. Ich nahm schliesslich meine Zuflucht zur Mischung von Leuchtgas und Sauerstoff, welche aus unabhängigen Gasbehältern zuflossen. Die Töne sind als »sehr stark«, »stark« classificirt, aber es ist offenbar nicht möglich zu sagen, wo eine Classe

1) Welcher mich bei dieser Untersuchung mit dem gewohnten Eifer und Verständnis unterstützte.

endet und die andere beginnt. Sie gehen durch stufenweise Schattirungen in einander über. Wenn man aber die mittleren Glieder einer Classe mit den entsprechenden einer anderen vergleicht, so tritt der Unterschied hervor.

§ 10. Anwendung der Ergebnisse auf die Meteorologie.

Wenn man endlich zugestehen würde, dass der Wasserdampf auf strahlende Wärme jene Wirkung ausübt, welche ich ihm schon seit so langer Zeit zugeschrieben habe, so müsste, glaube ich, die Kenntnis dieser Wirkung dem wissenschaftlichen Meteorologen wichtig erscheinen. Die Meteorologie, in Verbindung mit der Wärmelehre, scheint mir überreich an Thatsachen, welche sie bisher nicht zu erklären vermochte. Dies gilt beispielsweise, meiner Ansicht nach, von den berühmten Beobachtungen, welche Patrick Wilson in Glasgow vor einem Jahrhundert angestellt hat. Wilson setzte die grossen Unterschiede, welche zuweilen zwischen der Temperatur der Erdoberfläche und der Lufttemperatur in geringer Höhe über der Oberfläche bestehen, deutlich ins Licht. Sein Brief an Dr. Maskelyne über diesen Gegenstand ist in den Philosophical Transactions für 1780 veröffentlicht unter dem Titel: »Bericht über einen ganz ausserordentlichen Kältegrad in Glasgow, zugleich mit einigen neuen Versuchen und Beobachtungen über die relative Temperatur des Reifs und der Luft in seiner Nähe.« Am Nachmittag des 13. Januar 1780 war die Kälte intensiv; ein Thermometer im hochgelegenen Fenster des Observatoriums zeigte um 7^h p. m. auf 0° Fahr. Um 8^h p. m. legten Wilson und Dr. Irvine zwei Thermometer auf den Schnee und hängten zwei andere zwei Fuss hoch über dem Schnee auf. Hier folgen die beobachteten Temperaturen vom Abend des 13. und vom Morgen des 14. Januar:

Beobachtungszeit	Schneetemperatur	Lufttemperatur
$8^1/_2{}^h$ p. m.	—12°	—0°
9 „ „	—14	—2
10 „ „	—14	—4
11 „ „	—17	—6
$11^1/_2$ „ „	—18	—6
$^1/_2$ a. m.	—20	—8
1 „ „	—23	—7

Das Zeichen — bedeutet, dass die Temperaturen alle unter Null Fahrenheit waren. Diese Temperaturen rechtfertigen reichlich Wilson's Behauptung, dass die Kälte »ausserordentlich« war. Neben der allgegemeinen Kälte besteht aber auch noch die Differenz von 16° zwischen der Temperatur der Oberfläche und der Lufttemperatur 2 Fuss darüber. Wäre das Thermometer in der Luft 10 Fuss, statt 2 Fuss hoch gehangen, so wäre der Temperaturunterschied noch grösser gewesen. Das Thermometer muss abgekühlt worden sein, nicht bloss durch das Einstecken in die kalte Luft, sondern auch durch die eigene Ausstrahlung gegen

den intensiv kalten Schnee. Die Abkühlung der Schneeoberfläche war rein nur eine Wirkung der Ausstrahlung. Unter der Oberfläche erreichte die Temperatur des Schnees + 14°. Wilson füllte einen Brotkorb mit diesem warmen Schnee um $2^{1}/_{2}{}^{h}$ a. m. am 14. Während einer halben Stunde war die Temperatur um 24° und in zwei Stunden um 32° gefallen.

Ich wage vorauszusagen, dass, wenn Wilson's Versuch in der Kälte eines Canadischen Winters wiederholt würde, das Ergebnis dasselbe wäre; und es scheint mir, dass, ehe die Wirkung des Wasserdampfes auf strahlende Wärme entdeckt war, keine Erklärung des Phänomens gegeben werden konnte. Eine solche war angenommen, aber man gab sich nicht Rechenschaft darüber. In der Nacht, da Wilson seine Beobachtungen machte, »spürte man ein Lüftchen, das von Osten kam«. Bei so einem »Lüftchen« und solcher Temperatur muss das Quantum des Wasserdampfes in der Luft unendlich klein gewesen sein. Da trockene Luft praktisch so gut wie das Vacuum ist für die Wärmestrahlen, so müsste, wenn der Dampfschirm ganz beseitigt wäre, die Erde sich im Temperaturaustausch mit dem Himmelsraume befinden und die Abkühlung der Oberfläche wäre dem entsprechend. Im Falle Wilson's war der Dampf, wenngleich nicht vernichtet, so doch dermassen verringert, dass die beobachtete Abkühlung erzeugt worden ist. Meteorologen sagen zuweilen — ich weiss dies wohl —, dass Versuche im Laboratorium, wie gut sie auch ausgeführt seien, nur geringe Anwendung haben in ihrem Beobachtungsgebiet [1]). Ich behaupte dagegen, dass solche Experimente nothwendig sind, um ihre Wissenschaft aus dem Empirismus zu reissen. Was hätte Wells mit dem Thau angefangen, wären ihm nicht Leslie und Rumford vorangegangen? [2])

Was ich in Betreff Wilson's gesagt habe, gilt auch von Six, welcher aus seinen Versuchen geschlossen hat, »dass die grössten Temperaturdifferenzen, welche bei Nacht zwischen Körpern an der Erdoberfläche und der Luft neben ihnen bestehen, bei sehr kaltem Wetter auftreten«. Dies ist citirt aus Wells, welcher in seinem »Essay on Dew« mehr als einmal auf den Gegenstand zurückkommt [3]). Er verkündet, erklärt jedoch nicht »den grossen Unterschied, welcher bei

---

1) Herr Hill, Meteorological Reporter für die nordwestlichen Provinzen von Indien, schreibt: „Es ist sogar von mancher Seite ein offenbares Widerstreben, die Entscheidung der Laboratoriumsversuche in der Frage der atmosphärischen Absorption als endgiltig anzunehmen, wie geistvoll, mannigfach und mit einander übereinstimmend die Versuche auch sein mögen.“ Proc. Roy. Soc. vol. 33. p. 216.

2) „Die vollständige Theorie“, sagt Wells, „könnte nach meiner Meinung nicht erreicht worden sein, ehe die Entdeckungen gemacht waren, welche in den Werken von Herrn Leslie und Grafen Rumford enthalten sind.“ — Essays p. 191.

3) Wells verweist so edelsinnig auf die Arbeiten von Wilson: „In der That, manche von meinen Versuchen über den Thau waren bloss Nachahmungen einiger Versuche über den Reif, welche vorher gemacht worden sind von jenem geistvollen und würdigen Manne.“ — Essays p. 151.

kaltem Wetter, wenn es windstill und klar ist, Nachts stattfindet zwischen der Temperatur der Luft und der Körper auf der Erde, und der grösser ist als bei ebenso windstiller und klarer Witterung im Sommer« [1]). Eine grosse Anzahl von Beobachtungen, welche sich auf diesen Punct beziehen, sind im Essay verstreut. Da das Strahlungsvermögen der Luft praktisch Null ist, so behält sie beträchtliche Zeit lang die ihr während des Tages mitgetheilte Wärme, während, wenn sie trocken ist, die Strahlen von der Erdoberfläche ungehindert durch sie hindurchgehen [2]).

In Betreff des Wasserdampfes hielt Magnus das Experiment für überflüssig, weil die Erscheinung des Thaus mich genügend widerlege. Er bestritt, dass sich Thau bilden könnte, wenn der Wasserdampf das ihm von mir zugeschriebene Vermögen besässe. Es ist nicht schwer, sich mit diesem Einwand aus einander zu setzen. Die Thaubildung und die Abkühlung der Oberfläche sind mit einander verknüpft nicht durch das Zusammenfallen, sondern durch den Gegensatz. Ich möchte wagen zu prophezeien, dass, wo die eine gross ist, die andere gering sein wird. »Sehr wenig Thau«, sagt Wells, »entstand in den zwei Nächten, da an der Erdoberfläche die grösste Kälte, die ich je beobachtet habe, herrschte, die grösste Kälte nämlich relativ zur Lufttemperatur; jede der beiden Nächte folgte nach lange andauerndem trockenen Wetter.« [3]) Dieser Beweis ist besonders werthvoll angesichts der Thatsache, dass Wells von der Wirkung des Wasserdampfes auf strahlende Wärme nichts gewusst hat. Ein anderes Mal beobachtete er einen Unterschied von 9½ Graden zwischen den Temperaturen der Luft und der auf die Erde gelegten Wolle ohne irgend einen Thauniederschlag auf der abgekühlten Wolle [4]). Er ergänzt diese Beobachtungen durch eine gleich wichtige von entgegengesetzter Art. »In der Nacht«, meldet er, »welche den reichlichsten je von mir beobachteten Thau geliefert hat, war das Gras höchstens um 3° bis 4° kälter als die Luft.« [5]) Die geringe Abkühlung in diesem Falle, und den reichlichen Thau führe ich auf eine

---

1) Ibid. p. 188.

2) Es muss hervorgehoben werden, dass entgegen den Beobachtungen von Six und Wells Herr Glaisher gefunden hat, es sei „die Differenz der Temperaturen der Luft und der Körper auf der Erde Nachts, bei gleich heiterem und windstillem Wetter, gleich gross in jeder Jahreszeit." (Phil. Trans. 1847 p. 126.) Er führt überdies Differenzen an, welche die von Wilson und Wells angegebenen übertreffen. Mit Rücksicht auf die Wirkung des Wasserdampfes würde die ausführliche Arbeit von Herrn Glaisher eine eingehendere Discussion verdienen.

3) Essays p. 186.

4) Ibid. p. 183. Wells fand zuweilen, dass angefeuchtete Wolle an Gewicht verlor, während trockene Wolle nichts an Gewicht gewann, wenn sie auch viele Grade unter die Lufttemperatur sank. p. 184.

5) Ibid. p. 169. Aus einer Bemerkung auf p. 135 kann man schliessen, dass die hier gemeinte Nacht diejenige vom 29. auf den 30. Juli 1813 war. In den beiden zuerst erwähnten Fällen, wo es nur wenig Thau gab, war das Gras einmal 12°, das andere Mal 14° kälter als die Luft.

und dieselbe Ursache zurück, auf den Ueberfluss an Dampf nämlich. Schwerer Thau ist von diesem Ueberfluss bedingt; reichlicher Dampf aber, wenn er nicht ganz local ist, bedingt Stauung der Strahlung und gestaute Strahlung strebt die Temperaturdifferenz zwischen Luft und Boden zu verringern.

Wells hatte seine eigene Theorie, um den Zusammenhang der mässigen Abkühlung mit dem schweren Thau zu erklären. Die durch Condensation des Dampfes frei gewordene Wärme verhütete die Erkaltung (»prevented the cold«). Er versuchte die Wirkung der Condensation durch folgenden Versuch zu bestimmen [1]). Zu 10 Gran Wolle gab er 21 Gran Wasser, das Quantum Thau, welches in einer von seinen Beobachtungen sich auf die Wolle gelegt hatte. Er legte dann die nasse Wolle in einer Schüssel auf ein Federbett im Zimmer und bestimmte die durch Verdampfung bewirkte Abkühlung. Nach acht Stunden, als die Wolle noch $2\frac{1}{2}$ Gran der Flüssigkeit enthielt, war ihre Temperatur um 4° tiefer als die einer trocknen Schüssel daneben auf demselben Bette. Wenn der Vorgang sich umkehrt und Condensation statt Verdampfung ins Spiel kommt, muss der frühere Wärmebetrag, so behauptete Wells, auf dem Grase frei werden und eine ungewöhnliche Abkühlung verhüten.

Indem er dies überlegte, kam Wells an die Grenze der Kenntnisse seiner Zeit, und die hier gegebene Erklärung ist philosophisch. Aber ich glaube nicht, dass es eine genügende Erklärung ist. Das Gras ist der freien Luft ausgesetzt und die Wärme, welche sich durch die Condensation jeder folgenden Flüssigkeitsschichte auf den Halmen entwickelt, wird augenblicklich durch Strahlung verschwendet. Diejenigen, welche mit der Thermosäule zu arbeiten pflegen, wissen, wie rasch die Galvanometernadel von einer grossen Ablenkung auf Null sinkt, wenn die auf die Säule auffallende Wärme plötzlich abgehalten wird. Eine gleich rasche Zerstreuung würde sich gewiss während der langsamen Thaubildung ereignen. Die Condensationswärme könnte sonach nicht auf die von Wells angenommene Weise aufgespeichert werden [2]). Die richtige Erklärung, meine ich, ist schon angedeutet — die Stauung der Strahlen durch den Dampf, dessen Ueberfülle der reichliche Thauniederschlag anzeigt.

Wenn Wilson's Versuche in einer noch kälteren Luft, als in welcher er arbeitete, hätten angestellt werden können — in einer grossen Ebene, beispielsweise, und in einer durch Trockenheit der Luft ausgezeichneten Gegend —, glaubte Wells, so wäre eine Differenz von

1) Essays p. 186.

2) Wells selbst beobachtete im Grase ein Sinken der Temperatur um 7° in 20 Minuten. Dies gibt uns eine Vorstellung von der Geschwindigkeit, mit welcher ein so stark strahlender Körper, wie Wasser, seine Wärme hergeben würde. Essays p. 157. — Auf Verwendung meines Freundes Herrn Francis Galton und mit gütiger Erlaubnis des Meteorological Council wurden die folgenden lehrreichen Beobachtungen — welche angeben die Temperaturen zweier Thermometer, deren eines auf

mindestens 30° zwischen der Luft und einem flaumigen Körper auf dem Boden in heiteren Nächten beobachtet worden. Und da Six gefunden hatte, dass die Lufttemperatur in einer Höhe von 220 Fuss um 10° wärmer war als bei 7 Fuss Höhe, so würde durch die Addition der 10° zu 30° die Erdoberfläche um mindestens 40° sich kälter ergeben als die Luft in einer Höhe von 200 bis 300 Fuss. Mit all dem stimme ich überein. Ich möchte sogar weiter gehen und hier eine vor 19 Jahren von mir aufgestellte Behauptung wiederholen, dass die Entfernung des Wasserdampfes aus unserer Atmosphäre für eine einzige windstille Nacht eine jede Pflanze in England durch Frost ertödten würde

Pictet hat, glaube ich, zuerst verkündet, dass die Lufttemperatur nahe der Erdoberfläche in heiteren Nächten abnimmt, wenn man der Oberfläche sich nähert, dass also die Reihenfolge der Temperaturen umgekehrt ist als bei Tag. Um von dieser Abkühlung der Luft, sagen wir bei 10 Fuss Höhe, unter diejenige bei 100 Fuss Höhe Rechenschaft zu geben, berief sich Wells auf das Ausstrahlungsvermögen der Luft selbst. Sie wird abgekühlt, meinte er, durch ihre Emission gegen die kalte Erde unterhalb. Wells macht sich grosse Mühe zu beweisen, dass die Luft dieses Vermögen besitze; und wenn nicht die Luft, so werden die schwebenden Körper, behauptet er, die nöthige Strahlung ausüben. Schwierigkeiten dieser Art tauchen in Werken über Meteoro logie nicht selten auf, aber sie verschwinden Angesichts der Thatsache, dass mit der Luft ein gasiger Bestandtheil vermischt ist, gering an Menge, aber fähig, jene Wirkungen hervorzubringen, welche der Erklärung bedürfen.

Als Beispiel solcher Schwierigkeiten habe ich schon angeführt Sir John Leslie's Abhandlung »Ueber gewisse Kälteeindrücke, welche aus der höheren Atmosphäre übertragen werden« [1]). Er beschreibt darin das Aethrioskop, ein Instrument, dessen er sich zur Messung dieser Eindrücke bediente. »Die Empfindlichkeit des Instrumentes«, sagt er, »ist sehr auffallend, denn die Flüssigkeit fällt und steigt in der Röhre beim Vorüberziehen einer jeden Wolke. Unter schönem blauen Himmel zeigt es zuweilen eine Kälte von 50 Millesimalgraden; doch an anderen Tagen,

---

Baumwolle auf dem Boden lag, wärend das andere 4 Fuss hoch hing — von Herrn Whipple in Kew angestellt.

Zeit	Luft	Wolle
4h 20m p. m.	34,8°	33,2°
25	32,5	27,6
30	32,4	25,7
35	32,4	23,4
40	32,2	21,7
45	32,2	20,7

Die Schnelligkeit der Ausstrahlung wird durch diese Beobachtungen wohl gezeigt, da eine Aussetzung für 25 Minuten genügt, eine Temperaturdifferenz von 11,5° herzustellen.

1) Transactions Roy. Soc. of Edinburgh vol. VIII p. 483.

wenn die Luft ebenso klar scheint, ist die Wirkung nur 30°. Die Ursachen dieser Veränderungen sind noch nicht ganz festgestellt.« Er hätte sagen sollen, sie sind noch gar nicht festgestellt. Die Ursachen davon sind, vermuthe ich, Aenderungen der Menge durchsichtigen Wasserdampfes in der Atmosphäre, welcher, ohne für das Auge die Klarheit der Luft zu beeinträchtigen, doch die Strahlung der Erde aufzuhalten vermag. Von ganz derselben Art ist die Schwierigkeit, deren Lieutenant Hennessey in seiner Abhandlung »Ueber actinometrische Beobachtungen in Indien« erwähnt. Aehnlich wie Leslie spricht auch er von Veränderungen, deren Ursachen nicht festgestellt sind. »Eine Aenderung der Intensität«, sagt er, »entsteht von Tag zu Tag, welche offenbar nicht den Variationen der Declination der Sonne zuzuschreiben ist, so dass die durchschnittliche Tagescurve (etwa um Mittag) höher oder tiefer ist ohne ersichtlichen Grund.« [1]) Der Grund ist hier derselbe wie im Falle von Leslie; die Aenderungen nämlich des unsichtbaren atmosphärischen Wasserdampfes.

Im Jahre 1866 erfreute mich mein Freund Prof. Soret von Genf durch einen Brief, welchem ich das Folgende entnehme: »Bei zwei verglichenen Experimenten, welche während weniger Tage in Genf und Bologna gemacht worden sind, wurde die stärkste Strahlung in Genf erhalten, obgleich der Himmel in Bologna sichtlich reiner war. Das Resultat scheint mir Ihre Ansicht über den Wasserdampf der Luft zu unterstützen, denn die Spannung des Dampfes war in Bologna 10,7, während sie in Genf nur 6,33 betrug.«

Vorsichtig einer allgemeinen Folgerung aus einer einzelnen Thatsache sich enthaltend, stellte Herr Soret im Jahre 1868 einige weitere Versuche über Sonnenstrahlung an. Die Intensität wurde gemessen, indem man zuerst die Strahlen direct auf das Thermometer des Actinometers fallen liess, nachher aber sie durch eine 5^{cm} dicke Wasserschicht schickte, ehe sie auf das Thermometer fielen. Nennt man die erste Temperatur T, die zweite t, so wird das Verhältnis $t : T$ offenbar am grössten, wenn die Absorption des Wassers am kleinsten ist. Und da wir wissen, dass Wasser hauptsächlich auf die ultrarothen Strahlen des Spectrums absorbirend wirkt, so werden die Aenderungen dieses Verhältnisses, welche bei verschiedener Dicke der Luftschicht beobachtet werden, uns in den Stand setzen, auf die Natur der von der Luft aufgehaltenen Wärme zu schliessen.

Herr Soret fand das Verhältnis grösser um die Mitte des Tages als wenn die Sonne nahe dem Horizont war. Um $12^h\ 30^m$ beispielsweise am 9. März war das Verhältnis 0,594, während es um 5,10 am selben Tage, nur 0,409 betrug. Ein kleinerer Bruchtheil der Gesammtwärme wurde vom Wasser absorbirt um Mittag als um Sonnenuntergang. Zu Mittag waren also die calorischen Strahlen der Sonnenwärme besser abgesiebt und sie gingen weniger behindert durch das Wasser als zur

1) Proc. Roy. Soc. vol. XIX p. 228.

Zeit, da die Luftschicht viel dicker war. Es möchte schwierig scheinen, dieses Resultat zu vereinigen mit der Auffassung, dass Wasserdampf der absorbirende Bestandtheil der Atmosphäre ist.

Ein Jahr später fanden die Herren Desains und Branley, sowohl in Paris als in Luzern, dass die Sonnenwärme stets Morgens leichter hindurchging durch Wasser und Alaun als Mittags. Ich setze zu viel Vertrauen in die genannten Experimentatoren, als dass ich einem von ihnen Unrecht geben wollte. Wie kann man nun von den Widersprüchen zwischen ihnen Rechenschaft geben? Ich denke, auf folgende Art. Was man das Alpenglühen nennt, ändert sich mit dem Quantum schwebender Substanz in der Luft. Wenn es ausgeprägt ist, so beweist es, dass die stärker brechbaren Bestandtheile grossentheils aus den Sonnenstrahlen ausgeschieden sind. Das Verhältnis der minder brechbaren Strahlen in der Gesammtstrahlung wird so vergrössert und die relative Durchlässigkeit der Wärme verkleinert. Es war, möchte ich vermuthen, Wärme, der auf diese Art durch Zerstreuung und nicht durch Absorption ihr Charakter aufgeprägt war, welche das von Herrn Soret erhaltene Resultat lieferte.

Welches auch der Werth dieser Erklärung sei, ein Resultat von grossem Interesse für mich wurde durch die zwei französischen Experimentatoren festgestellt. Gleichzeitige Beobachtungen wurden auf dem Rigigipfel und in Luzern gemacht; der Höhenunterschied beider Stationen beträgt 4756 Fuss. In dieser Schicht wurden 17,1 % der Sonnenstrahlen absorbirt.

Versuche wurden zu derselben Zeit an beiden Stationen gemacht über die Durchgängigkeit des Wassers für die Sonnenstrahlen. Wenn, wie ich behaupte, ein Dampf und seine Flüssigkeit die gleichen Strahlen verschlucken, so muss die Entziehung von 17 % der Strahlung durch Wasserdampf die übrige Wärme durch Wasser durchlässiger machen. Genau dieses haben die französischen Physiker gefunden. Durch ein Glas, $0{,}08^{m}$ lang und mit Wasser gefüllt, gingen auf dem Rigi die Strahlen im Verhältnis von 685 und in Luzern im Verhältnis von 730 zu 1000 der einfallenden Wärme hindurch.

Magnus war so überzeugt vom Unvermögen des Wasserdampfes strahlende Wärme aufzuhalten, dass er in Rücksicht auf verschiedene meteorologische Erscheinungen, wo die von mir dem Dampf beigelegte Eigenschaft eine befriedigende Erklärung der Erscheinungen bot, an dessen Stelle Dunst oder Nebel setzte, wenn auch weder Dunst noch Nebel sichtbar war. Es gibt viele Stellen im »Essay on Dew«, welche man schwerlich mit dieser Annahme vereinigen könnte, denn sie zeigen, dass selbst die sichtbare Trübheit der Luft keineswegs den ihr von Magnus zugeschriebenen Einfluss hat.

So beobachtete Wells am 7. Januar 1814 »ein wenig nach Sonnenuntergang« eine Abkühlung von 8° zu einer Zeit, da einige Theile des Himmels mit Wolken bedeckt waren und die untere Atmosphäre etwas undurchsichtig war [1]). An einem andern Abend, »als die Luft weder

1) Wells Essays p. 174.

sehr rein noch sehr ruhig war« bemerkte man einen Unterschied von 14½° zwischen den Temperaturen der Luft und den Schwandaunen. Wells beobachtete auch eine Abkühlung von 5°, wenn der Himmel mit hohen Wolken dicht bedeckt war. Eine sehr bestimmte Beobachtung wurde in Betreff des Nebels am 21. Januar 1814 gemacht. Die Luft war zu jener Zeit »zum guten Theil neblig« [1]). Trotzdem war die Temperatur der auf dem Schnee liegenden Schwandaunen um 13½° tiefer als die der Luft 4 Fuss darüber. Wenn also die andern Umstände günstig sind, d. h. wenn die Luft trocken ist, so kann selbst sichtbarer Nebel die Abkühlung nicht verhüten. Ich schliesse diese Citate über Dunst und Nebel mit einer besonders auffallenden Beobachtung, welche Wells am 1. Januar 1814 gemacht hat. »Ich fand während eines dichten Nebels, bei Windstille, ein im Grase liegendes, dick mit Reif beschlagenes Thermometer um 9° tiefer als ein anderes, welches 4 Fuss über dem ersten hing.« [2]) Hier wie zuvor bedingt tiefe Temperatur geringe Dampfmenge; deren Abwesenheit macht es dem Grase möglich, seine Wärme selbst durch die Zwischenräume des dichten Nebels zu zerstreuen [3]).

Ich könnte noch weiter mich mit diesem wunderbaren Essay befassen und die These erläutern, welche ich so lange vertheidigt habe. Als Repertorium werthvoller Thatsachen und eindringlicher Beweise steht es wohl ohne Rivalen in der meteorologischen Literatur. Ein Punct bleibt übrig, welchen ich nicht übergehen darf. Er hängt zusammen mit dem Antheil der Wolken am Aufhalten und Zurückwerfen der Erdstrahlung. »Man kann keinen directen Versuch machen«, sagt Wells, »um festzustellen, auf welche Weise die Wolken bei Nacht verhüten, dass die Erde kälter werde als die Luft, oder doch bewirken, dass sie nicht viel kälter wird; aber man kann, glaube ich, aus dem im vorhergehenden Artikel Gesagten sicher schliessen, dass sie diese Wirkung hervorbringen fast gänzlich dadurch, dass sie Wärme gegen die Erde zurückstrahlen für diejenige, welche sie auf deren Weg von der Erde zum Himmel aufhalten [4]). Wells konnte die belehrendsten Analogien zu Gunsten seiner Ansicht anführen. Er legte Pappendeckel und Papierblätter über seine Thermometer, um sie gegen den heiteren Himmel zu beschirmen; und an jener schönen Stelle, wo er »vom Stolze der selbsteignen Erkenntnis« spricht und von den Erfindungen, welche die Erfahrung den Gärtner gelehrt hat zum Heile seiner Pflanzen anzuwenden, erwähnt er auch des Schutzes, den ein dünnes über die Thermometer gebreitetes Schnupftuch gewährt. Er wurde unwiderstehlich zur Folgerung gezwungen, dass die Wolken auf dieselbe Art wirken und

---

1) Ibid. p. 176.

2) Ibid. p. 158.

3) Herr Glaisher fand überdies Unterschiede von 10° bis 12° zwischen Gras und Luft, „zu Zeiten, da der Himmel frei von Wolken war, aber nicht klar, da Nebel und Dunst vorherrschten.

4) Essays p. 205.

dass, wenn Gewölk den Himmel bedeckt, es der Erde die auf jenes fallende Wärme zurückschickt, gerade so, wie der Pappendeckel, das Papier und das Tuch sie zurückschickten in den nahe an der Erdoberfläche angestellten Versuchen.

Aber bei Formulirung dieser Hypothese kamen seine Kenntnisse und der Scharfsinn des Beobachters, wie gewöhnlich, ins Spiel. Er unterscheidet sorgfältig zwischen hohen Wolken und tiefen Wolken. »Dichte Wolken nahe der Erde«, sagt er, »müssen die Temperatur der unteren Atmosphäre haben und werden desshalb der Erde ebensoviel oder fast so viel Wärme zuwenden, als sie von ihr durch Strahlung empfangen. Aber gleich dichte Wolken, wenn sie sehr hoch sind, verhindern zwar ebenso den Verkehr zwischen Erde und Himmel, doch sind sie durch ihre erhabene Lage kälter als die Erde und werden weniger gegen diese strahlen als sie von ihr empfangen; es können also dann die Körper an der Erdoberfläche um einige Grade kälter sein als die Luft.«[1] Magnus betonte besonders dieses Argument gegen mich und ich darf wohl sagen, dass ich dieses für eines seiner stärksten Argumente ansehe; meine Ansicht darüber ist jedoch abhängig von den Ansichten, welche ich verfocht und welche denen von Magnus entgegengesetzt sind betreffs der Beziehung der Flüssigkeit zum Dampfe. Wenn, wie ich glaube, das Absorptionsvermögen durch Condensation nicht erhöht wird — wenn sich Wasser in dieser Beziehung verhält wie Amylhydrid und Schwefeläther —, dann meine ich nicht, dass ein solcher Process des Zurückwerfens zwischen Wolken und Erde, wie ihn Wells angenommen hat, möglich ist. Der Dampf in etlichen tausend Fuss Luft von mittlerer Feuchtigkeit würde verdichtet eine Schicht Wasser von 0,5 Zoll Dicke geben, und durch eine solche Schicht, selbst durch eine dünnere, könnte die Erdstrahlung nicht hindurchkommen. Wenn die Erdstrahlung die Wolken erreicht, so kann dies durch einen ähnlichen Vorgang geschehen, wie er beim Reichen der Eimer von Mann zu Mann während einer Feuersbrunst beobachtet wird. Die Wärme muss aufgenommen und wieder ausgestrahlt werden, wir wissen nicht wie oft, bevor sie die Wolken erreicht. Ich glaube indess nicht, dass dieser Mechanismus der Entladung nothwendig ist. Tiefe Wolken werden sich über den exponirten Thermometern bei vorher heiterem Wetter nicht bilden, ohne dass eine Veränderung in der Atmosphäre vorgegangen wäre; und eine Aenderung kann auch da geschehen, wo keine Wolke sie verräth. Sie kann sich ausdehnen, und in den meisten Fällen thut sie es wahrscheinlich, von den unteren Wolken gegen die Erde. Ich halte es für höchst wahrscheinlich, dass in den meisten wenn nicht in allen von Wells angeführten Fällen, wo das Thermometer stieg, wenn sich oben Wolken bildeten, das rasche Steigen dem Eindringen feuchter Luft zu verdanken

---

1) Ibid. p. 206. „Wenn die Wolken hoch waren“, sagt Wells an einer andern Stelle, „und Windstille herrschte, sah ich zuweilen auf dem Grase, trotzdem der Himmel ganz bedeckt war, eine nicht ganz unbeträchtliche Thaumenge“. Ibid. p. 128.

war, indem sich die Feuchtigkeit unsichtbar von den Wolken abwärts verbreitete. Ich glaube, dass diesem Umstande eher als dem unmittelbaren Temperaturaustausch mit den Wolken die rapiden und beträchtlichen Temperaturänderungen, welche er auf S. 156 und 157 des Essay anführt, zuzuschreiben sind. Künftige Beobachtungen werden zweifellos diese Ansicht durch das Experiment prüfen.

Ich komme hier mit erneutem Vergnügen zurück auf die Abhandlung vom General Strachey im Philosoph. Mag. Juli 1866. Es war damit wahrscheinlich eine Entgegnung auf die Bemerkungen von Magnus beabsichtigt und mir scheint die Arbeit im höchsten Grade beweisend. General Strachey rechnete das Sinken der Temperatur von 6 h 40 m p. m. Madraser Zeit bis 5 h 40 m des nächsten Morgens für eine gewisse Anzahl Tage, welche als hinreichend klar ausgewählt waren. Er rechnete auch die Dampfspannung für diese Nächte und brachte die Ergebnisse in eine Tabelle nach der Dampfmenge geordnet, für die Jahre 1841, 42, 43, 44. In solchen Beobachtungen, wie die von Strachey ausgehobenen, sind Widersprüche zu erwarten; das allgemeine Ergebnis jedoch ist nicht misszuverstehen, das Sinken der Temperatur durch Strahlung ist am grössten, wenn die Luft am trockensten ist, und am kleinsten, wenn sie am feuchtesten ist. Eine Beobachtungsreihe, welche in Madras zwischen dem 4. und 25. März 1850 gemacht wurde, ist besonders geeignet, dieses Gesetz der Wirkung zu veranschaulichen. Während der genannten Periode »blieb der Himmel merkwürdig klar, während grosse Aenderungen der Dampfmenge Platz griffen«. Hier die Ergebnisse, wie sie von General Strachey in eine Tabelle gebracht wurden.

Dampfspannung	888	849	805	749	708	659	605	554	435
Temperaturabnahme von 6 h 40 m p. m. bis 5 h 40 m a. m.	6,0°	7,1°	8,3°	8,5°	10,3°	12,6°	12,1°	13,1°	16,5°

Diese Resultate, wenn sie richtig sind, und ich wüsste nicht, dass man sie je in Frage gestellt hätte, zeigen auf die eindringlichste Art den Einfluss des Wasserdampfes in unserer Atmosphäre auf die Ausstrahlung unseres Planeten. Sobald der Dampf abnimmt, öffnet sich die Thür, welche die Erdwärme entweichen lässt. Das Entfallen der halben Dampfspannung verdreifacht fast die Abkühlung des Thermometers.

Gleich klar ist der von General Strachey gegebene Beweis betreffs der Wirkung des Wasserdampfes auf die Strahlung der Sonne. Hier die Ergebnisse:

Dampfspannnung	824	737	670	576	511	394
Temperaturzunahme von 5 h 40 m a. m. bis 1 h 40 m p. m. .	12,4°	15,1°	19,3°	22,2°	24,3°	27,0°

Diese Tafel ist die genaue Ergänzung der vorhergehenden. Dort wurde das Sinken der Temperatur durch die Entziehung des Dampfes mächtig gefördert. Hier wird das Steigen der Temperatur mächtig gefördert durch die gleiche Ursache[1]).

---

1) Herr Hill, Meteorological Reporter für die nordwestlichen Provinzen Indiens, beschreibt in einer kürzlich der Royal Society vorgelegten Abhandlung

Die eindringlichste Illustration jedoch der Wirkung des Wasserdampfes ist jetzt zu erwähnen. Im Jahre 1865 prüfte ich die Strahlung eines durch eine Batterie von 50 Grove'schen Elementen erzeugten elektrischen Lichtes und fand durch prismatische Analyse die unsichtbare Wärmestrahlung 7,7 Mal so gross wie die sichtbare. Die Bestimmung wurde später nach der Methode der Filtration gemacht, wobei eine Classe der Strahlen von der anderen sehr scharf getrennt und jede messbar gemacht wurde. Nach dieser Methode wurde die unsichtbare Strahlung 8 Mal so gross gefunden, als die sichtbare. Eine nahe Uebereinstimmung wurde also durch die Ergebnisse beider Methoden erzielt. Nach dem Diagramm von Müller geschätzt, ist die unsichtbare Strahlung der Sonne 2 Mal grösser als die sichtbare. Dieses kleinere Verhältnis könnte man offenbar der ursprünglichen Beschaffenheit der Sonnenstrahlen zuschreiben, indem man dasselbe Verhältnis bis an die Oberfläche der Sonne reichend annimmt. Aber da ich die Wirkung des Wasserdampfes auf die strahlende Wärme, meiner Meinung nach, über jeden Zweifel erhoben hatte und glaubte, dass die Wirkung des Dampfes im Wesentlichen dieselbe sei wie die des Wassers, überlegte und experimentirte ich wie folgt im Jahre 1865: »Die Sonnenstrahlen gehen, ehe sie die Erde erreichen, durch die Atmosphäre, wo sie den atmosphärischen Dampf treffen, welcher eine mächtige Absorption auf die unsichtbaren Wärmestrahlen ausübt. Daraus, von anderen Betrachtungen abgesehen, würde folgen, dass das Verhältnis der unsichtbaren zur sichtbaren Strahlung im Falle der Sonne kleiner sein muss, als beim elektrischen Licht. Der Versuch rechtfertigt, wie wir sehen, die Folgerung. Lassen wir die Strahlen der elektrischen Lampe eine Wasserschicht von entsprechender Dicke durchsetzen, so bringen wir ihre Strahlung nahezu in die gleichen Verhältnisse, wie die der Sonne; und wenn wir das Strahlenbüschel zerlegen, nachdem es so durchgesiebt worden ist, erhalten wir eine Wärmevertheilung ganz ähnlich der im Sonnenspectrum beobachteten.«

---

einen Versuch, den „Bestandtheil der Atmosphäre, welcher strahlende Wärme absorbirt" zu bestimmen. Er benutzt für diesen Zweck die sorgfältigen Beobachtungen der Herren J. B. N. Hennessey und W. H. Cole in Mussoree, beziehlich in Dehra. Aus dem Mangel an Symmetrie in dem vom Actinometer zu Mussoree auf beiden Seiten des Millays empfangenen Wärmemengen und aus dem Vorhandensein dieser Symmetrie zu Dehra schliesst er auf eine periodische Hebung und Senkung des absorbirenden Bestandtheils über und unter die höhere Station. Er findet, dass die Aenderung des Absorptionscoefficienten der Dampfspannung folgt. Daraus und aus einem ähnlichen nach einer anderen Berechnung erhaltenen Resultate zieht er den Schluss, „dass man sich nur sehr wenig irren kann, wenn man Dr. Tyndall zustimmt darin, dass das Absorptionsvermögen der trocknen Luft merklich Null ist, und dass das ganze Absorptionsvermögen der Luft dem Wasserdampf zukommt, den sie enthält." Einen höchst interessanten Vortrag über Sonnenwärme von Herrn Violle in Grenoble findet man in der Revue Scientifique von 1878 p. 944. Ich verwahre mich gegen die Behauptung, dass die Diathermanität der trocknen Luft vollkommen ist.

Wenn wir also über den Dampfschirm hinaus kommen könnten, welcher die Erde einhüllt, so würde die im eben angeführten Abschnitt behandelte »mächtige Absorption« verschieden und das Verhältnis der unsichtbaren zu den sichtbaren Sonnenstrahlen entsprechend wachsen. Dass dieses der Fall wäre, hielt ich längst für sicher, aber ich hoffte kaum eine so nachdrucksvolle Bestätigung wie Prof. Langley's Beobachtungen im Sierra Nevada-Gebirge in Californien. Prof. Langley hat sich, wie man weiss, durch Untersuchungen über strahlende Wärme ausgezeichnet, welche er mit Apparaten eigener Erfindung ausführte. Er schreibt mir vom Mount Whitney, Californien, 10. September 1881:

»Ich empfing Ihren Brief just da ich mich auf die Expedition zu diesem Ort aufmachte, woher ich schreibe. Ich bedauere sehr, dass ich keine Zeit hatte, mich mit ihrem Quecksilber-Pyrheliometer zu versehen; so war ich denn gezwungen, die alte Form zu verwenden mit ihren vielen Uebelständen.

»Unser Weg führte durch die trockensten Theile dieses Continentes und quer durch regenlose Wüsten bis zu diesem Berge, wo die Luft vielleicht trockner ist, als in irgend einer gleichen Breite, die je für wissenschaftliche Untersuchungen benutzt worden ist. Ich schreibe aus einer Höhe von 12000 Fuss, während der »Peak« fast noch 3000 Fuss über mir ist. Mit gutem Erfolg brachte ich hierher und benutzte ich den ebenso complicirten wie empfindlichen Apparat für die Untersuchung der atmosphärischen Absorption auf homogene Strahlen, das ganze sichtbare und unsichtbare Spectrum entlang.

»Es wird Sie interessiren zu erfahren, dass das Resultat hier einen grossen Unterschied zeigt in der Vertheilung der solaren Energie von derjenigen, die wir an Orten von gewöhnlicher Feuchtigkeit anzutreffen pflegen; und dass während der Einfluss des Wasserdampfes auf die brechbareren Strahlen schwach scheint, andererseits eine seiner Abwesenheit zu verdankende durchgreifende Wirkung vorhanden ist, welche durch den Contrast seine Macht über das Roth und Ultraroth in überraschender Beleuchtung zeigt.

»Diese Versuche beweisen auch eine enorme Ausdehnung des ultrarothen Spectrums über den Punct hinaus bis zu welchem es in der Tiefe verfolgt worden ist; und in einem Maasse angestellt, welches von dem des Laboratoriums sehr verschieden ist — nach einem so grossen Maassstabe wahrlich, wie ihn nur die Natur liefern kann — mit Hilfsmitteln, welche ganz unabhängig sind von den gewöhnlich für solche Forschungen benutzten, müssen diese Versuche, sobald sie veröffentlicht werden, ein Ende setzen jedem Zweifel in die Genauigkeit Ihrer vor so langer Zeit aufgestellten Behauptungen über das Absorptionsvermögen dieses Agens auf den grössern Theil des Spectrums und über seine mächtige Bedeutung für die Veränderung der Sonnenenergie.«

Ueber das elektrochemische Aequivalent des Wassers[1]).

Von

Mascart.

Weber hat zuerst die durch einen Strom ausgeübte elektrolytische Wirkung in absolutem Maasse bestimmt und die Zahlen, welche er angegeben hat, unterscheiden sich sehr wenig von denjenigen, welche seither von anderen Beobachtern gefunden worden sind.

Nimmt man als Einheiten *CGS*, dann ergeben die Mittel der verschiedenen Versuchsreihen für das Gewicht des Wassers, welches in einer Secunde durch einen Strom von der elektromagnetischen Intensität Eins zersetzt wird, die nachfolgenden Werthe, welche bereits von Terquem[2]) zusammengestellt wurden:

Weber	0,9376 mg
Bunsen	0,9265
Casselmann . . .	0,9387
Joule	0,9222
Cazin	0,9372

Später hat dann Herr Kohlrausch die Zahl 0,933 erhalten, welche merklich mit dem Mittel der vier ersten Werthe vorstehender Tabelle übereinstimmt; er bemerkte jedoch, dass das Kupfer seiner Bussole auf die Nadel einwirkte und bei der Wiederholung des Versuches unter besseren Bedingungen gelangte er zu der Zahl 0,9476, bedeutend höher als alle diejenigen, welche man bisher gefunden hatte.

Diese Differenzen können erklärt werden durch die zahlreichen Schwierigkeiten, welche das Experiment darbietet. Wenn man das Gesetz von Faraday zulässt, in Betreff dessen ein Zweifel kaum möglich erscheint, dann kann man jene Reaction wählen, welche die sicherste Messung der durch den Strom erzeugten chemischen Wirkung gestattet. Die Mehrzahl der Physiker hat direct die Zersetzung des Wassers studirt, theils indem sie das Volumen des erzeugten Gases massen, theils dadurch, dass sie den Gewichtsverlust des Voltameters

1) Uebersetzt aus dem J. de Phys. (2) t. I p. 109, 1882.

2) J. d. phys. (1) t. I p 390.

3) Pogg. Ann. Bd. 149 S. 170.

ermittelten, wie Bunsen gethan hat, um die Dichtigkeitsreduction der Gase zu vermeiden. Bunsen benutzte auch die Zersetzung des Zinkes in der Säule, Joule den metallischen Niederschlag in einer Lösung von schwefelsaurem Zinkoxyd oder Kupferoxyd und Kohlrausch den Niederschag von Silber.

Die schwersten Fehlerquellen beziehen sich wahrscheinlich auf die elektromagnetische Messung des Stromes. Die Mehrzahl der Beobachter bedienten sich einer Tangentenbussole, mit Ausnahme von Weber, welcher eine Spule mit bifilarer Aufhängung anwandte. In allen diesen Fällen ist es nothwendig, die Horizontalcomponente des erdmagnetischen Feldes an jenem Punkte kennen zu lernen, wo sich die Bussole befindet, ja es ist sogar nothwendig, die Variationen dieser Composante zu kennen und zu eliminiren, ebenso die der Deklination. Man macht also zwischen hinein eine grosse Anzahl von Messungen, welche keinerlei nothwendige Beziehung mit dem zu bestimmenden Werthe haben.

Die Methode von Cazin beruht auf der Anwendung eines Elektrodynamometers, in welchem man die Wirkung zweier rechtwinklicher, von demselben Strome durchflossener Rahmen in Gewichten ermittelt. Man bringt so die Elemente des Erdmagnetismus hinaus, aber die Berechnung der Wirkung, welche zwischen dem festen und beweglichen Rahmen stattfindet, verlangt eine ziemlich sorgfältige Messung der Distanz der Rahmen und der Dimensionen derselben.

Die Wichtigkeit dieser Frage und der neue Zweifel, welcher durch die so sorgfältigen Versuche Kohlrausch's erweckt wurde, haben mich bestimmt, eine neue Reihe von Bestimmungen nach einer etwas abweichenden Methode zu machen, indem ich, wie es auch Cazin gethan, die Intensität des Stromes durch ein Elektrodynamometer mit Wage bestimmte, was keinerlei auf den Erdmagnetismus bezügliche Kenntnisse verlangt.

Ich machte zunächst eine grosse Anzahl von Proben, um die beste Form des Wasservoltameters aufzusuchen, wobei ich die Mischung der zwei Gase sammelte und so die Schwierigkeiten, welche die Messung des Wasserstoffes allein mit sich bringt, vermied. Sowie das Wasser durch Schwefelsäure leitend gemacht ist, bildet sich fast immer Ozon. Man erkennt leicht, dass das Gesammtvolumen des durch denselben Strom erzeugten Gases um so geringer ist, je stärker der Geruch nach Ozon ist, und diese Fehlerquelle wächst in ersichtlicher Weise mit der Dichtigkeit des Stromes, d. i. in demselben Maasse als die Dimensionen der Elektroden kleiner werden. Die Wollaston'schen Elektroden, welche durch Platindräthe gebildet werden, die in Glasröhren eingeschmolzen und knapp über dem Rande abgeschnitten sind, geben immer einen stärkeren Geruch und ein geringeres Gasvolumen. Diese Differenzen werden aber allemal viel kleiner, sobald man die Temperatur der Flüssigkeit gegen 40° oder 50° erhöht.

Arbeitet man bei gewöhnlichem Drucke, so absorbiren die Elektroden mit kleiner Oberfläche weniger Gas und liefern grössere Gasbläschen,

welche sich weniger leicht in der Flüssigkeit auflösen. Diese Fehlerquelle wirkt also in einem der früheren entgegengesetzten Sinne und kann in bestimmten Fällen vorherrschend werden.

Die Resultate werden viel regelmässiger, wenn man die Schwefelsäure durch Phosphorsäure ersetzt. Die Gase nehmen auch dann manchmal einen leisen Geruch an, aber die Ozonmenge ist, wie Berthelot bemerkt, gänzlich zu vernachlässigen. Dann geben, wenn man bei gewöhnlichem Drucke arbeitet, die Elektroden mit kleiner Oberfläche, wie die Wollaston'schen Drähte, durchschnittlich ein etwas grösseres Volumen.

Um die Auflösung der Gase und ein Hängenbleiben derselben an den Elektroden zu verhindern, habe ich die Voltameter luftleer gemacht. Zwei verschiedene Voltameter, das eine mit Drähten, das andere mit Streifen von Platin, communicirten durch Hähne mit einer hahnlosen Quecksilberpumpe, analog der von Töpler[1]).

Man erzeugt in den Voltametern ein absolutes Vacuum; dann lässt man durch beide denselben Strom fliessen und zieht die Gase gesondert heraus. Während des Spiels der Pumpe werden die Gase in einer Röhre, welche mit Schwefelsäure benetzte Glasstücke enthält, getrocknet und in einer Eprouvette über einem Gefässe mit Quecksilber aufgefangen. Das sind z. B. die Resultate eines solchen Vergleichsversuches:

		Gesammeltes Gas
Voltameter im Vacuum	Streifen	65,35 ccm
	dünne Drähte . . .	66,00
Voltameter bei gewöhnlichem Drucke	lange Drähte	65,35
	Wollaston'sche Drähte	65,76

Man sieht, dass selbst im luftleeren Raume die Elektroden mit grosser Oberfläche eine gewisse Menge Gases zurückzuhalten scheinen. Die beste Anordnung ist ersichtlich die, welche das grösste Volumen der Gase liefert, so dass es, wenn man sich der Zersetzung des Wassers bedient, am vorzüglichsten ist, dünne Drähte anzuwenden und die Gase mittels einer Quecksilberpumpe zu sammeln.

Um die Volumen in Gewichte zu verwandeln, muss man sich der von Regnault für Sauerstoff und Wasserstoff bestimmten Dichtigkeiten bedienen. Das Gewichtsvoltameter von Bunsen eliminirt diese Dichtigkeiten, es gibt da aber andere Schwierigkeiten, welche Bezug haben auf die Löslichkeit der Gase, auf die Zusammensetzung der Luft des Gefässes, auf die Nothwendigkeit, den fortgerissenen Wasserdampf zu absorbiren u. s. w.; die Versuche, welche ich nach dieser Methode gemacht habe, scheinen nicht darauf hinzudeuten, dass die Bestimmung genauer wäre als die Messung des Volumens.

Die Elektrolyse metallischer Lösungen gestattet direct die Benutzung der Wage: Silbernitrat und Kupfersulfat erscheinen als die passendsten Salze. Man hängt mittels Häkchen die Silberplatten in eine Lösung

1) Wied. Ann. Bd. 10.

des Nitrates von 15 auf 100 oder die Kupferplatten in eine Lösung des Sulfates von 10 auf 100. Debray hatte die Liebenswürdigkeit, mir Metalle von grosser Reinheit zu verschaffen. Nach dem Durchtritte des Stromes werden die Platten zu wiederholten Malen in Wasser getaucht um Spuren der Lösung wegzubringen, dann an der Luft getrocknet. Wenn der Strom nicht zu stark ist, haftet der Niederschlag des Metalles sehr gut und es ist leicht, die Operation so einzurichten, dass jeglicher Verlust an Substanz vermieden wird.

Indem man in jedem Falle den Gewichtswechsel der beiden Elektroden bestimmt, findet man im Versuche selbst eine werthvolle Controle

Die beiden Silberplättchen geben merklich dasselbe Resultat, die lösliche Kupferelektrode hingegen zeigt gewöhnlich einen zu grossen Verlust: das Metall zerfällt, kleine Splitterchen brechen los, und es scheint da eine secundäre Reaction stattzufinden, welche das Phänomen stört. Folgendes sind z. B. zwei Vergleichungsversuche mit Silber, Kupfer und Wasser:

		In Gewichten		In Aequivalenten	
		I	II	I	II
Silber	niedergeschlagen	1,388 g	0,586 g	1	1
	aufgelöst . . .	1,388	0,589	1	1,005
Kupfer	niedergeschlagen	0,405	0,169	0,991	0,980
	aufgelöst . . .	0,410	0,172	1,003	0,997
Wasser		0,1163	0,0486	1,005	0,994

Die beiden letzten Colonnen sind gerechnet, indem ich für Silber das von Stas gegebene Aequivalent 107,93 und für Kupfer 31,78 nahm. Der Versuch scheint darauf hinzudeuten, dass das Aequivalent des Kupfers in Wirklichkeit ein wenig kleiner ist.

Andere directe Versuche zwischen Wasser und Silber gaben übereinstimmendere Resultate und es würde leicht sein, die Richtigkeit eines Tausendstels zu erhalten; aber eine solche Studie würde nur die Bestätigung der bekanntesten Werthe für das Aequivalent des Silbers und die Dichtigkeit der Gase zum Gegenstande haben.

Die Elektrolyse des salpetersauren Silbers, welche schon längst in den Versuchen Kohlrausch's angewandt wurde, ist also jenes Verfahren, welches wegen des hohen Werthes des Aequivalentes und wegen der Controle, die das Abwägen der beiden Elektroden gewährt, die besten Resultate liefert.

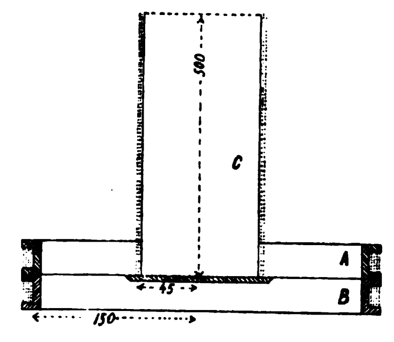


Fig. 1.

Das Elektrodynamometer besteht aus zwei flachen, kreisrunden Spulen A und B (Fig. 1), welche horizontal liegen. Eine lange cylindrische Spule C ist an einer Wagschale so aufgehängt, dass der untere Rand derselben in der Symmetrieebene der festen Rollen

liegt[1]). Die Ueberführung des Stromes zu der beweglichen Spule geschieht mit Hilfe zweier dünner Platindrähte, welche, spiralförmig zusammengerollt, keinerlei merkliche Gewichtsveränderung während der Schwingungen der Wage ergeben. Die bewegliche Spule ist also in einer solchen Lage, dass in Bezug auf alle Ortsveränderungen, welche sie in verticaler oder horizontaler Richtung erleiden kann, die Wirkung des unbeweglichen Stromes ein Maximum oder Minimum ist, so dass eine sehr genaue Centrirung nicht nothwendig erscheint.

Der angenäherte Werth der Kraft, welche auf die bewegliche Spule ausgeübt wird, ist für die Einheit des Stromes leicht zu rechnen. Bezeichnen wir mit L die Länge des Nmal auf der flachen Spule aufgewickelten Drahtes und durch a den mittleren Radius desselben; es ist dann, wenn wir alle Windungen in dieselbe Ebene legen, die magnetische Wirkung im Centrum $\frac{L}{a^2} = \frac{4\pi^2 N^2}{L}$. Nennen wir S die Oeffnung der cylindrischen Spule und σ die Dichte der magnetischen Belegungen, welche man an den beiden Enden annehmen muss, um eine dem Strome entsprechende äussere Wirkung zu erhalten, so ist für die auf das untere Ende ausgeübte Wirkung der angenäherte Ausdruck $p = \frac{L}{a^2}\sigma S$. — Wenn man mit L' und N' die Länge und die Anzahl der Windungen auf der cylindrischen Spule und mit a' den mittleren Radius bezeichnet, so hat man

$$\sigma = \frac{N'}{H'} \qquad S = \pi a'^2 = \frac{4\pi^2 a'^2}{4\pi} = \frac{L'^2}{4\pi N'^2};$$

dann ist

$$p = \pi \frac{N^2}{L} \frac{L'^2}{N'H'}. \tag{1}$$

Weil die Wirkung proportional ist dem Quadrate der Stromstärke, so wird für einen Strom von der Intensität J die wirkliche Kraft, anziehend oder abstossend, sein

$$P = p J^2.$$

Andrerseits ist das Gewicht Q des während einer Secunde gelösten oder niedergeschlagenen Silbers proportional der Intensität und man kann setzen $Q = q J$, wo q das elektrolytische Aequivalent des Silbers bedeutet. Man hat dann

$$q = \sqrt{p}\frac{Q}{\sqrt{P}} = NL'\sqrt{\frac{\pi}{N'LH'}}\,\frac{Q}{\sqrt{P}}. \tag{2}$$

1) Die flachen Spulen sind auf Holzrahmen befestigt und haben 14 durch Papierstreifen getrennte Drahtlagen und es enthält eine jede im Mittel 30 Windungen; die Gesammthöhe der Drahtlagen parallel der Achse ist $19{,}5^{mm}$, die Dicke $10{,}8^{mm}$, der kleinste Radius 150^{mm} und die Holzdicke $5{,}5^{mm}$.

Die Drähte der beweglichen Spule sind auf einem Carton aufgewickelt, welcher während des Wickelns durch eine Kupferröhre verstärkt wurde; der Carton ist durch Holzringe begrenzt. Die Länge des Cylinders ist ungefähr $0{,}50^{m}$, der äussere Radius 54^{mm} und der Draht bildet vier Lagen.

Um P zu bestimmen, bringt man zuerst die Wage vor dem Stromschlusse ins Gleichgewicht, dann stellt man, sobald der Strom die Spulen durchfliesst, durch passende Gewichte das Gleichgewicht wieder her. Dasselbe wird aber bald gestört, weil der Strom sich nach und nach schwächt und weil die allerdings sehr geringe Erwärmung der Spulen eine Störung im Gleichgewichte verursacht[1]).

Man kann diese Fehlerquellen leicht eliminiren. Es sei zum Beispiele für den Fall einer Abstossung der Spulen das Gleichgewicht einmal hergestellt, dann hebe man einige Milligramme von der Wageschale weg und warte, bis die Wage durch Schwächung des Stromes wieder auf Null kommt. Man notirt genau die aufeinander folgenden Epochen, in welchen für verschiedene Gewichte Gleichgewicht besteht und nun findet man durch eine graphische Curve den mittleren Werth der Kraft für die ganze Dauer des Versuches. Man bestimmt von neuem, in der Mitte und am Ende des Versuches, das Gleichgewicht ohne Strom, um die Wirkung der Erwärmung zu eliminiren. Der Gesammtverlust beträgt ungefähr $^1/_{20}$ für eine halbe Stunde, was einer Intensitätsverminderung von etwa $^1/_{40}$ entspricht.

Das Gewicht des Silbers variirte von 700^{mg} bis 800^{mg} in Versuchen, welche von 25 bis 45 Minuten währten und die elektromagnetische Wirkung war eingeschlossen zwischen 1500^{mg} und 4000^{mg}.

Ich habe zum Beispiele folgende Werthe erhalten.

	$\frac{\sqrt{P}}{Q}$
I	132,90
II	132,82
III	132,79
IV	132,80
V	132,90
Mittel	132,85

Die Einfluss nehmenden Dimensionen des Apparates waren

$$L = 822{,}08^{m} \qquad N = 845$$
$$L' = 1116{,}76 \qquad N' = 3263$$
$$H' = 0{,}486$$

Man findet so mittels Gleichung 2

für Silber . . . $q = 11{,}027$
für Wasser . . . $q = 0{,}9195$.

Um auf CGS Einheiten zu kommen, muss man die elektrodynamische Wirkung P in absoluten Einheiten ausdrücken. Da das Milli-

---

1) Die ersten Versuche gaben einen continuirlichen, sehr bedeutenden Gewichtsverlust, welchen ich der Feuchtigkeit zuschrieb, die sich entweder aus dem Carton, aus den Papierzwischenlagen oder aus dem isolirenden Drahte entwickelte. Nachdem man die Spule gänzlich in ein Paraffinbad getaucht hatte, verschwand dieser Gewichtsverlust beinahe vollständig.

gramm 0,9809 Krafteinheiten gibt, so genügt es, die vorstehenden Werthe durch $\sqrt{0{,}9809}$ zu dividiren, was für das Wasser ergibt

$$q = 0{,}9284.$$

Es erübrigt jetzt nur mehr, eine gewisse Anzahl von Correctionen auszuführen, welche sich auf verschiedene Ursachen beziehen: 1) die Windungen der flachen Spule sind nicht alle in derselben Ebene; 2) das Ende der cylindrischen Spule bildet keine unendlich kleine Fläche; 3) die Wirkung auf die oberen Lagen der beweglichen Spule darf nicht vernachlässigt werden. Ich werde kurz den Gang der Rechnung anzeigen.

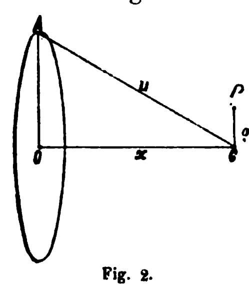


Fig. 2.

Betrachten wir einen Kreis OA (Fig. 2) mit dem Radius a und einen in der Entfernung $PC = \varrho$ von der Achse gelegenen Punkt P; seien x und u die Entfernungen des Punktes C vom Kreismittelpunkte O und von der Peripherie.

Wenn wir annehmen, dass die Kreisfläche mit einer positiven magnetischen Belegung von der Dichte Eins bedeckt sei, dann kann das Potential V in einem Punkte P nach steigenden geraden Potenzen der Entfernung ϱ entwickelt werden. Man findet so [1])

$$V = 2\pi\left(u - x - \frac{\varrho^2}{2^2}\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{\varrho^4}{(2\,.\,4)^2}\frac{d^4u}{dx^4} - \frac{\varrho^6}{(2\,.\,4\,.\,6)^2}\frac{d^6u}{dx^6} + \cdots\right). \qquad (3$$

Das Potential U einer gleichförmigen magnetischen Scheibe von gleicher Oberfläche, deren magnetische Kraft gleich der Einheit ist, oder das Potential eines Stromes von der Intensität Eins, welcher die Contour umfasst, findet sich aus dem Vorhergehenden durch die Relation

$$U = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2\pi\left(\frac{du}{dx} - 1 - \frac{\varrho^2}{2^2}\frac{d^3u}{dx^3} + \cdots\right).$$

Die Componente X der magnetischen Wirkung des Stromes parallel der Achse ist dann

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}.$$

Wenn wir einen Kreisring betrachten mit einem Centrum im Punkte C, einer Breite $d\varrho$ und einer Dichte σ, so ist die Wirkung, welche dieser erleidet

$$X\sigma 2\pi\varrho\, d\varrho = 2\pi\sigma X\varrho\, d\varrho;$$

die Wirkung, welche auf eine Kreisfläche vom Radius ϱ ausgeübt wird, ist dann

$$f = 2\pi\sigma\int_0^\varrho X\varrho\, d\varrho.$$

Bezeichnen wir mit S die Fläche $\pi\varrho^2$ des Kreises, so findet man

$$f = 2\pi S\sigma\left(\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{1}{2^2}\frac{\varrho^2}{2}\frac{d^4u}{dx^4} + \frac{\varrho^4}{(2\,.\,4)^2}\frac{d^6u}{dx^6} - \cdots\right). \qquad (4$$

1) Mascart et Joubert, Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme t. I p. 400.

Setzen wir $\alpha = \frac{a}{u}$, $\beta = \frac{x}{u}$ und drücken wir die in Klammer stehenden Derivirten durch Functionen von α und β aus, so erhält man für die ersten Glieder der Reihe

$$f = 2\pi S\sigma \frac{a^2}{u^3}\left[1 - \frac{1}{2^2}\,\frac{3}{2}\left(\frac{\varrho}{u}\right)^2 (4\beta^2 - \alpha^2) + \frac{3\,.\,5}{(2\,.\,4)^2}\left(\frac{\varrho}{u}\right)^4 (\alpha^4 - 12\alpha^2\beta^2 + 8\beta^4)\right]. \qquad (5$$

Der Werth in der Klammer ist nicht derselbe für die verschiedenen Windungen der festen Spulen, es ist aber infolge der Dimensionen des Apparates dessen mittlerer Werth 1,0488. Die Wirkung F aller Windungen auf die Oberfläche S ist also

$$F = \Sigma f = 2\pi S\sigma\ (1{,}0488) \sum \frac{a^2}{u^3}.$$

Bezeichne a_0 den mittleren Radius der flachen Spulen, so hat man

$$\sum \frac{a^2}{u^3} = \frac{N}{a_0}(0{,}99816) = 2\pi \frac{N^2}{L}(0{,}99816),$$

das gibt

$$F = 4\pi^2 \frac{N^2}{L} S\sigma (1{,}0469).$$

Nun ist noch nöthig, die Summe dieser Ausdrücke in Bezug auf die verschiedenen Lagen zu bilden, welche die cylindrische Spule bilden; man erkennt aber leicht, dass man ohne merklichen Irrthum dafür die Lage eines einzigen Drahtes setzen kann; es wird dann

$$F = \pi \frac{N^2}{L} \frac{L'^2}{N' H'} (1{,}0469) = p \times 1{,}0469,$$

das heisst, es genügt, den oben berechneten angenäherten Werth mit dem Factor 1,0469 zu multipliciren.

Für das obere Ende des beweglichen Cylinders ist der Ausdruck in der Klammer der Formel 5 gleich 0,02766.

Die entsprechende Wirkung ist also

$$F' = p \times 0{,}02766,$$

und die Resultirende

$$p' = F - F' = p \times 1{,}0193,$$

$$\sqrt{p'} = \sqrt{p} \times 1{,}0096.$$

Die Gesammtheit der Correctionen fügt also dem angenäherten Werthe etwas weniger als $^1/_{100}$ hinzu. Man findet so für Wasser

$$q = 0{,}9284 \times 1{,}0096 = 0{,}9373.$$

Da die letzte Ziffer zweifelhaft ist, so finden wir genau die von Weber gegebene Zahl. Man wird bemerken, dass die einzige schwer zu ermittelnde Grösse die Länge der beweglichen Spule ist: ein Fehler von $^1/_4$ Millimeter brächte schon einen Fehler von $^1/_{4000}$ hervor, das sind 2 oder 3 Einheiten der letzten Ziffer. Dies ist der Grad der Annäherung, welchen mir der Versuch zu gestatten scheint.

Mit anderen Worten: ein Strom von einer Intensität gleich der Einheit *CGS* zersetzt in einer Secunde einen Bruchtheil $\frac{0,9373}{9}$ oder 0,10415 des in Milligramm ausgedrückten Aequivalentes irgend eines Körpers. Die Intensität eines Stromes, welcher in einer Secunde die Elektrolyse des in Milligramm ausgedrückten Aequivalentes eines Körpers hervorzubringen im Stande ist, wird gleich sein 9,601 oder ungefähr 96 Ampéres. —

Nimmt man, entsprechend dem *CGS* System, das Gramm als Gewichtseinheit, so ist das elektrochemische Aequivalent des Wassers $9,373 \times 10^{-4}$.

Ueber Schallschatten im Wasser[1]).

Von

John Le Conte.

1. Mehr oder weniger vollkommene Schallschatten, verursacht durch Hügel, Gebäude, Dämme und andere Hindernisse für die Fortpflanzung von Luftschwingungen, müssen jedermanns Erfahrung bekannt sein. Nichts destoweniger sind die Grenzen derartiger Schatten so unvollkommen, dass sie mit Ausnahme allgemeiner Gesichtspunkte wohl kaum mit denjenigen von Licht verglichen werden können. Überdies lassen in manchen Fällen die Hindernisse, welche in den Weg der Schallwellen gebracht werden, indem sie elastisch sind, die Tonschwingungen der Luft durch ihre ganze Länge mehr oder weniger vollkommen hindurch, so dass man unter diesen Bedingungen einen ähnlichen Fall hat, wie wenn man Lichtschatten mittels durchscheinender oder durchsichtiger Körper erzeugt.

2. Aber auch dann, wenn die Schallschwingungen in der Luft nicht merklich durch das zwischenstehende Hindernis hindurchgehen, sind die Grenzen der Schallschatten nothwendiger Weise sehr wenig scharf bestimmt; denn die Grösse der Beugung, welche von den secundären Wellen herrührt, an den Grenzen des Hindernisses entsteht und innerhalb des geometrischen Schattens sich fortpflanzt, ist gewöhnlich so beträchtlich, dass die Verminderung der Intensität des Tones, obschon ganz unverkennbar, keineswegs so deutlich ist, als man erwarten möchte.

3. Der Gegensatz in dieser Richtung zwischen Ton und Licht ist von Lord Rayleigh gut ausgedrückt: »Wenn Schallwellen auf ein Hindernis treffen, so wird ein Theil der Bewegung als Echo zurückgeworfen und unter dem Schutze des Hindernisses bildet sich eine Art von Schallschatten. Um jedoch Schatten von nur annähernd optischer Vollkommenheit zu erhalten, müssen die Dimensionen des zwischenstehenden Hindernisses beträchtliche sein. Der hier anwendbare Vergleichsmaassstab ist die Wellenlänge der Schwingung; dies fordert

---

1) Uebersetzt aus Americ. J. of Science (3) t. XXIII p. 27, 1882.

als erste Bedingung im Falle eines Tones Strahlen hervorzubringen, ebenso wie es in der Optik Forderung ist, ein solches Erzeugen von Strahlen zu vermeiden[1]).« Es entspringt mit anderen Worten der Unterschied zwischen Ton und Licht aus der wohlbekannten Thatsache, dass ein gewöhnliches Hindernis eine ungeheuere Grösse hat in Bezug auf die Wellenlänge des Lichtes, was aber nicht der Fall ist in Bezug auf die Länge einer Tonwelle. Es folgt daraus nach der mathematischen Theorie der Schwingungen, dass sich die Tonwellen um das Hindernis herumbiegen und innerhalb des geometrischen Schattens eine mehr oder weniger intensive Wirkung hervorbringen, während die Lichtschatten dagegen bestimmte Grenzen haben und viel schärfer sind. Denn für das Licht zeigen die Rechnungen, dass an einem Punkte, der sich gänzlich innerhalb der geometrischen Projection des Schirmes in Bezug auf die Lichtquelle befindet, die Störungen verschwinden, während an irgend einem Punkte ausserhalb der geometrischen Projection die Störungen denselben Effect haben, wie wenn die ursprüngliche Welle am Schirme unbeeinflusst vorbei gegangen wäre. Dies ist aber bei gewöhnlichen Schallwellen infolge ihrer beträchtlichen Länge nur zum Theile wahr; es ist strenge richtig nur dann, wenn wie in der Optik der Durchmesser des Hindernisses im Vergleiche mit den Wellenlängen gross ist.

4. Es gibt hier überdies noch andere Ursachen, welche von dem Unterschiede zwischen den Gefühlen des Sehens und Hörens abhängen und zweifellos die Wahrnehmung eines Schallschatten noch weniger scharf machen, als jene eines Lichtschattens. In Betreff dieses Punktes bemerkt Lord Rayleigh richtig: »In vielen Fällen erscheinen Schallschatten weniger vollkommen, als die Theorie uns erwarten liesse. Diese Unregelmässigkeit ist, wie ich glaube, in erster Linie einem Trugschlusse zuzuschreiben, welcher durch den Umstand bedingt ist, dass das Ohr einen ungeheuren Umfang von Intensitäten zu vernehmen im Stande ist. Der Pfiff einer Locomotive ist in einer Entfernung von 10 Yards sehr laut. Eine Meile weit weg muss die Intensität 30000mal schwächer sein; aber der Ton erscheint immer noch ziemlich laut und wird wahrscheinlich unter günstigen Bedingungen auch hörbar sein, wenn er im Verhältnis von einer Million zu eins geschwächt worden wäre. Aus diesem Grunde ist es nicht leicht, vollkommene Schallschatten zu erhalten«[2]). Es ist mit anderen Worten der Umfang des Hörens ein so ausgedehnter, dass die gebeugten Wellen, welche ihren Ursprung am Rande des Hindernisses haben und in den geometrischen Schatten hinein sich fortpflanzen, zwar verhältnismässig schwach sind, aber doch einen entschiedenen Gefühlseindruck auf den Hörapparat des Ohres hervorbringen.

5. Die mathematische Theorie der Schwingungen zeigt, dass für kurze Wellen die akustischen Schatten schärfer sind als für lange.

1) „Theory of Sound" vol. II p. 106 art. 283. London 1878.

2) Phil. Mag. (5) vol. III p. 458, 1877.

Diese Vorhersage wurde durch Versuche des Lord Rayleigh[1]) bewahrheitet; er fand, dass die von scharfen Tönen geworfenen Schallschatten bestimmter sind als die von tiefen Tönen erzeugten.

6. Eine andere Vorhersage der Theorie ist sowohl für das Licht als auch für den Schall experimentell bestätigt worden. Es wurde, wie allgemein bekannt, der grosse Geometer Poisson durch Anwendung der Fresnel'schen Integrale auf jenen Fall, wo die Beugung des Lichtes mittels eines kleinen opaken, kreisrunden Scheibchens hergestellt wird, zu dem erstaunenswerthen Resultate geführt, dass die Beleuchtung des Mittelpunktes des Schattens genau die nämliche wäre, wie wenn man die Scheibe gänzlich entfernte. Diese Folgerung wurde durch den berühmten Arago mittels eines opaken Scheibchens von 2 mm Durchmesser bewahrheitet; er beobachtete wirklich einen grossen Fleck im Mittelpunkte des Schattens der Scheibe, auf welchen Lichtwellen direct auffielen. In einem solchen Falle ergeben die Bedingungen für die secundären Wellen, die an dem Scheibchen entstehen, an bestimmten Punkten der Achse des geometrischen Schattens eine vollkommene Uebereinstimmung der Schwingungen.

7. Die Schwierigkeiten, welche man bei der experimentellen Bestätigung des akustischen Analogons dieser schönen Erscheinung zu überwinden hat, sind infolge des ungemeinen Missverhältnisses der Wellenlängen ganz andere. Beim Licht muss das Scheibchen klein sein und die Lichtquelle muss einen sehr kleinen Gesichtswinkel haben. Beim Schalle muss die Scheibe verhältnismässig gross und die Töne scharf sein. Lord Rayleigh ist es kürzlich gelungen, mit Hilfe einer Scheibe von etwa 15″ im Durchmesser und mit einer Vogelpfeife als Tonquelle, welche 20″ von der Ebene der Scheibe entfernt war, obige Voraussage der Theorie auch für den Schall zu bewahrheiten. 24″ vor der vordern Seite der Scheibe war die Vermehrung der Intensität des Tones in der Achse des Schallschattens sowohl für das Ohr als auch für eine sensitive Flamme unverkennbar[2]).

Schallschatten im Wasser.

8. Es ist bezeichnend für das Phänomen des akustischen Schattens, dass derselbe in Wasser vollkommener und schärfer begrenzt erscheint, als wie in der Luft. So beobachtete Daniell Colladon zufällig im November 1826 während des Verlaufes seiner classischen Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in dem Wasser des Genfer Sees, dass immer, wenn das Ende des ins Wasser getauchten Hörrohres nach der Richtung der directen Verbindung mit der Glocke hin durch einen vom Ufer ausgehenden Schutzwall, dessen Gipfel über die Oberfläche des Sees emporragte, beschirmt war, eine sehr beträchtliche Verminderung in der Intensität des Tones im Vergleiche mit jener Intensität

---

1) Phil. Mag. (5) vol. III p. 458. 459, 1877.

2) Phil. Mag. (5) vol. IX p. 281, 1880.

stattfand, welche man in der zwar gleichen Entfernung, aber in directer Communication mit der Schallquelle, also ausserhalb des »akustischen Schattens« beobachtete, er zeigte so für Schallstrahlen eine relative Nichtdivergenz durch Hindernisse im Wasser im Vergleich mit solchen in Luft[1]).

9. Eine andere von Colladon während dieser berühmten Versuche beobachtete Thatsache ist im Zusammenhang mit obigen nicht minder bezeichnend. Er fand, dass der Ton der unter dem Wasser angeschlagenen Glocke, wenn man ihn in einiger Entfernung hörte, keinerlei Aehnlichkeit mit dem Tone derselben in Luft zeigte. Anstatt eines lang andauernden Tones hörte man einen kurzen scharfen Schall, wie wenn zwei Messerklingen aneinander schlügen. Nur innerhalb 200^{m} war der musikalische Ton der Glocke nach dem Anschlage vernehmbar. In der Luft findet bekanntlich das Gegentheil statt; den Stoss des ersten Impulses des Hammers hört man nur in der unmittelbaren Nachbarschaft der Glocke, während in einiger Entfernung nur mehr der continuirliche musikalische Ton allein das Gehör afficirt[2]). Sir John Herschel hat in seiner »Treatise on Sound«[3]) diesen merkwürdigen Unterschied zu erklären versprochen; aber, soweit ich sehen konnte, hat er dies nicht gethan. Colladon[4]) erklärt dieses Phänomen durch die Natur der Schallschwingungen im Wasser, indem er zeigte, dass die Dauer des Schalles viel kürzer sein wird, wenn der Schall durch Wasser weitergeleitet, als wenn er durch Luft fortgepflanzt wird.

Versuche von L. J. Le Conte, 1874.

10. Die vorhergehenden Bemerkungen zeigen, dass verhältnismässig wenig genaue Beobachtungen über die Störungen gemacht wurden, welche auf die Fortpflanzung von Schallwellen durch Zwischensetzen von Hindernissen in verschiedenen Medien ausgeübt werden. Die folgenden experimentellen Ergebnisse über akustische Schatten im Wasser dürfen also für Physiker von Interesse sein. Die Versuche wurden im Jahre 1874 auf meine Veranlassung von meinem Sohne während jener technischen Operationen ausgeführt, welche die Entfernung des »Rincon Rock«, eines Sandsteinriffes im Hafen von San Francisco (in der Nähe der südöstlichen Wasserseite der Stadt) nach der Methode der »surface blasting« mittels »Giantpulver« oder Dynamit bezweckten. Die Tiefe des Wassers am Riffe war zur Zeit der Ebbe etwa 15′ und die äusserste Variation infolge der Fluth etwa 6′. Die verwendeten »cans« oder »cartridges« des Giantpulvers enthielten je gegen 15 Pfund der explosiven Mischung mit etwa 75% Nitroglycerin.

1) Ann. d. chim. (2) t. XXXVI p. 256, 1827.
2) Ebenda p. 254.
3) Encyc. Metrop. art. 101.
4) Ann. d. chim. (2) t. XXXVI p. 255.

11. Wirkungen des explosiven Stosses. Man beobachtete, dass die Plötzlichkeit des durch diese Explosion dem Wasser ertheilten Stosses sehr merkwürdige und erstaunenswerthe Wirkungen hervorbrachte. In einer Entfernung von 300′ von den detonirenden Patronen wurden zwei verschiedene Stösse gespürt. Der erste Stoss kam durch Vermittlung des Wassers und wurde als kurze Erschütterung oder Schlag fühlbar, bevor noch irgend eine Erhebung der Wassersäule über dem Punkte der Explosion merklich war. Etwas später kam der zweite durch die Luft und dieser wurde gehört. Er wurde der Luft von dem Wasser ersichtlich zu einer Zeit mitgetheilt, wo der durch diese Flüssigkeit vermittelte elastische Schlag (der erste Stoss) in beinahe verticaler Richtung innerhalb eines senkrecht über dem Explosionsherd befindlichen begrenzten Umkreises an der Oberfläche anlangte. Es kam also sicherlich der Schall in der Luft aus jener Gegend. Diese Fläche, welche gegenüber der Luft als Schallquelle diente, war identisch mit jener, von welcher kleine Hügelchen (später unter 14 besprochen) aufgeworfen wurden. Die während der Explosion entstehenden Gase gelangten erst lange nach diesem Stoss an die Oberfläche, nachdem sie über der Stellung der Patronen eine Wassersäule bis zu einer Höhe von 25 oder 30′ empor gerissen.

Der Charakter des ersten Stosses verdient eine besondere Bemerkung. Sitzt jemand in einem kleinen Boote, welches 300′ oder mehr vom Orte der Explosion entfernt auf dem Wasser schwimmt, mit den Füssen sich gegen dessen Boden stemmend, so fühlt diese Person den Stoss als einen plötzlichen gegen die Fusssohlen gerichteten Ruck. Ja, er treibt sogar das Werg aus den Ritzen im Boden des Schiffes heraus. Steht der Beobachter auf dem Gipfel eines verticalen Holzpfeilers, so fühlt er diesen Stoss als eine plötzliche Erschütterung, die vom Wasser aufwärts längs des Holzcylinders emporsteigt. Die durch eine solche Explosion bewirkte Erschütterung ist so gross, dass dieselbe die Fische im Wasser innerhalb eines Umkreises von 200 bis 300′ vom Explosionscentrum tödtet oder betäubt. In einem hülflosen Zustande treiben sie auf die Oberfläche herauf und werden von Knaben in Sicherheit gebracht.

Versuche über Schallschatten.

12. Versuch mit festen Glas- (Sodawasser-) Flaschen. Bei diesen Versuchen stand der Beobachter auf dem Gipfel eines verticalen cylindrischen Pfeilers (Stamm einer Oregonfichte) von 1′ Durchmesser, gegen 40′ horizontal vom Explosionspunkte entfernt. Die an einer tüchtigen Latte befestigte Flasche wurde zuerst etwa 10 bis 12″ hinter dem Pfeiler (Fig. 1 *A*), d. i. also innerhalb des geometrischen Schattens unter das Wasser getaucht. Der Explosionsstoss that der Flasche nichts. Dann wurde dieselbe vorne vor dem Pfeiler (Fig. 1 *B*), also ausserhalb des geometrischen Schattens unters Wasser getaucht. In dieser Stellung wurde die Flasche durch die Erschütterung infolge der Explosion in Atome zerstiebt. Vom Platze des Experimentators

auf der Spitze des Pfeilers aus angesehen, gibt Fig. 1, A' und B' die beiden Stellungen der Flasche im vorhergehenden Experimente.

Die Versuche wurden variirt, indem man die Flaschen in verschiedenen Stellungen um den Pfosten herum, innerhalb und ausserhalb der geometrischen Projection vom Explosionscentrum aus, unter das Wasser tauchte; stets waren dieselben innerhalb des geometrischen Schattens vor Zerstörung bewahrt, ausserhalb desselben aber wurden sie zermalmt. Dies Resultat blieb gleich, ob man die Flaschen mit Wasser oder Luft füllte.

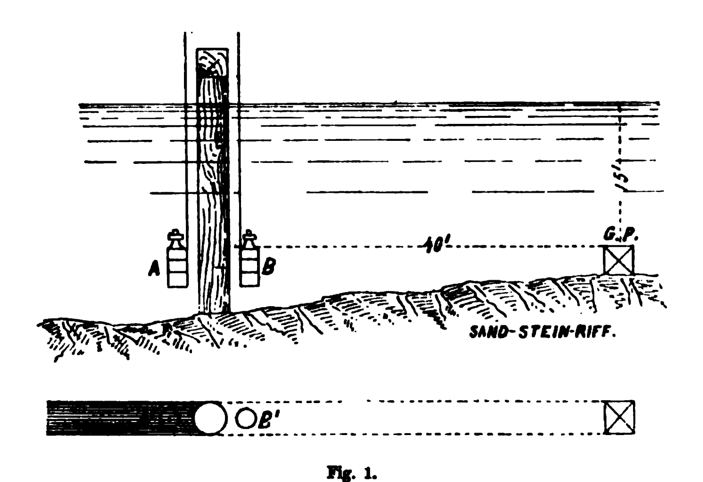


Fig. 1.

Das Brechen eines Glasgefässes infolge eines plötzlichen durch Wasser vermittelten Stosses ist eine altbekannte Thatsache, und wird mittels eines oft und längst gezeigten Experimentes illustrirt dadurch, dass man einen »Prinz Rupert Tropfen« zersprengt, dessen Leib in ein gewöhnliches mit Wasser gefülltes Apothekergläschen untergetaucht ist.

13. Versuche mit dicken Glasröhren. Die angewandten cylindrischen Glasröhren waren gegen 6′ lang und 1,5″ im Durchmesser, das Glas war gegen 0,5″ dick. Sie wurden mittels Ueberkleben von Patronenpapier geschützt, um so für den Fall eines Bruches den Verlust von Fragmenten zu vermeiden (Fig. 2 *M*).

Die an einem Holzrahmen (Fig. 2 *N*) befestigten Röhren wurden so unter die Wasseroberfläche getaucht, dass dieselben hinter dem Pfosten (der Beobachter stand wie zuvor auf der Spitze), senkrecht auf die Ebene des Schattens, in horizontaler Lage und die Röhrenmitte innerhalb des geometrischen Schattens waren, während die beiden Enden nach jeder Seite etwa 2,5′ über die Grenzen des Schattens hinausreichten (Fig. 3 *C* und *C′*). In jedem Falle zermalmte der Explosionsstoss die freien Theile der Röhre und liess die Theile innerhalb des Schattens unversehrt. Die Stelle zwischen den gebrochenen und freien Theilen des Glases war scharf bestimmt.

Indem man sich auf die Spitze eines zweiten Pfostens stellte, in der Richtung der Schattenaxe des ersten Pfostens und gegen 12′ davon entfernt, wurden die Versuche dahin variirt, dass man nun in dieser Entfernung (12′) von dem Hindernisse, welches die in der Flüssigkeit fortgepflanzte Schallwelle aufhielt, den Holzrahmen und Röhre —

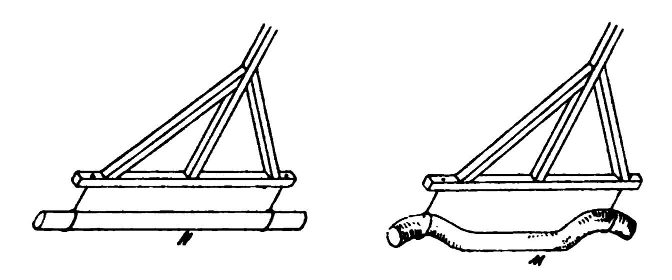


Fig. 2.

rechtwinklig gegen die Ebene des verlängerten Schattens — in das Wasser eintauchte (Fig. 3 *D* und *D′*). Der Explosionsstoss brachte merklich dieselben Resultate hervor, wie wenn die Röhre in der Nähe des hemmenden Hindernisses gewesen wäre. Der geschützte Theil der

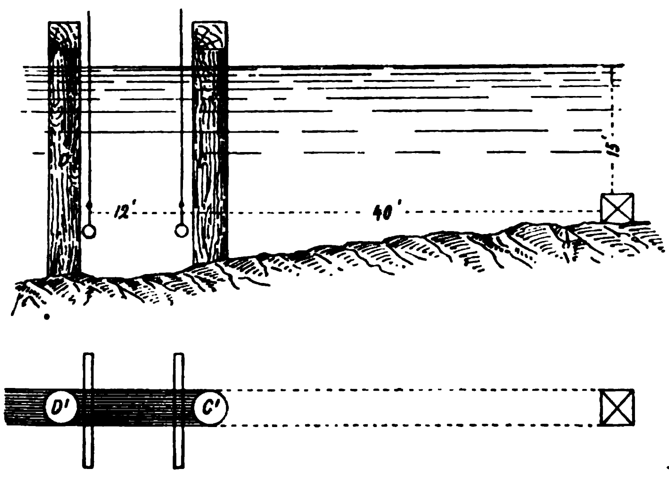


Fig. 3.

horizontalen Glasröhre war merklich eben so lang wie der Durchmesser des Pfostens, welcher den Schatten erzeugte. Es erstreckt sich daher der Schatten des cylindrischen Pfostens zwischen merklich parallelen und verticalen Ebenen bis gegen 12′ nach rückwärts, und seine Grenzen sind bei dieser Distanz noch scharf bestimmt.

Es ist ersichtlich, dass, im Falle das Explosionscentrum ziemlich klein wäre, die horizontale Breite des Pfostenschattens in 12′ Entfernung

hinter demselben im Verhältnis von 40 zu 40 + 12, d. h. von 40 zu 52 vermehrt würde; es sind diese Zahlen in Fuss ausgedrückte Entfernungen vom Centrum. Wenn also die Breite des Schattens beim Pfosten 12″ ist, so müsste dieselbe 12′ dahinter 15,6″ sein. Wenn jedoch die Explosionsstoffe (wie das in Bezug auf die Giantpulverpatronen der Fall war) einen etwas grösseren Raum einnehmen, dann braucht die Breite des geometrischen Schattens, welche durch den Pfosten erzeugt wird, mit einer Vergrösserung der Entfernung nicht merklich anzuwachsen; ja es wird sich, sobald der Durchmesser des explodirenden Körpers 12″ überschreitet, die Breite des Schattens bei einer Vergrösserung der Entfernung von dem beschattenden Pfosten verkleinern, genau so wie in jenem Falle, wo der Schatten durch einen opaken Körper, der kleiner als die Lichtquelle ist, erzeugt wird.

14. Eine andere beobachtete Erscheinung. Während der Ausführung dieser Experimente erregte eine weitere interessante Erscheinung die Aufmerksamkeit. Es waren dies jene wunderlichen Wirkungen auf die Oberfläche des Wassers (wenn dieses vollkommen ruhig und glasig) innerhalb eines gewissen Umkreises um einen Punkt unmittelbar über den explodirenden Patronen. Gleichzeitig mit dem ersten durch das Wasser vermittelten Stosse (11) — und bevor die aufsteigenden Explosionsgase störten — warf die Oberfläche der Flüssigkeit zahlreiche Wasserhügelchen (Strahlen) empor, welche über dem Mittelpunkte der Fläche bis zu einer Höhe von etwa 3″ aufstiegen und mit grösserer Distanz vom Centrum immer niedriger wurden. Der gebotene Anblick zeigte sich jenem nicht unähnlich, wo ein schwerer Regenschauer auf

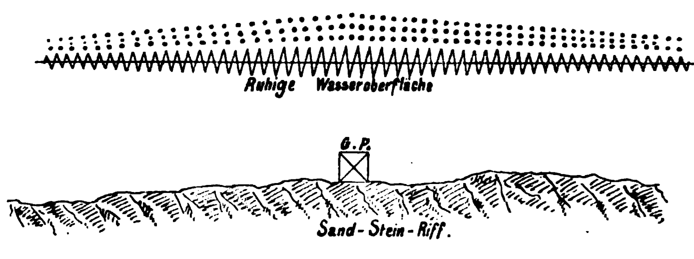


Fig. 4.

das stille Wasser eines Sees auffällt. Einem Beobachter in einem Boote, das in der Nähe auf dem Wasser schwamm, welcher dann natürlich von einem Punkte knapp über dem Wasserspiegel das Phänomen ansah, erschienen die Hügelchen ganz eigenthümlich nach einer *V* ähnlichen Figur angeordnet.

Erklärung der beobachteten Erscheinungen.

15. Grössere Bestimmtheit der Schallschatten im Wasser. Die grössere Bestimmtheit der akustischen Schatten im Wasser im Vergleiche zu denen in Luft scheint durch die Versuche von Colladon ziemlich bewiesen zu sein, und diese Thatsache dürfte in den Experi-

menten, welche wir im Vorgehenden erörtert haben, eine überaus hinreichende Bestätigung erfahren haben. Es ist dies eine interessante und bezeichnende Erscheinung in Bezug auf die Theorie des Schalles. Beim ersten Anblicke könnte man annehmen, dass dieser Unterschied eine Folge der grösseren Geschwindigkeit der Schallwellen im Wasser ist. So dürfte die Idee von Sir John Herschel gewesen sein, als er Colladon's Resultate mittels der grösseren Elasticität des Wassers erklärte[1]).

Wie aber bereits erwähnt (3), hängt, der mathematischen Theorie der Schwingungen entsprechend, die Intensität der Wirkungen, das Resultat der secundären Welle, die an den Rändern des Hindernisses vorbei in den geometrischen Schatten hinein fortgepflanzt werden, nicht direct ab von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sondern ist vielmehr eine Function der Wellenlänge: der Beugungswinkel ist geringer für kurze als für lange Wellen. Daraus folgt, dass die Schärfe der Schallschatten, wie auch derjenigen des Lichtes, von der Kürze der Wellenlänge abhängen. Wir haben bereits gesehen (5), wie der Versuch diese Vorhersage der Theorie für Schallwellen in Luft bestätigt, indem er zeigt, dass scharfe Töne genauere Schatten werfen, als tiefe Töne. Kann man dieses Princip auf Schallschatten im Wasser anwenden?

Einige Physiker haben die Erscheinung der grossen Schärfe von Schallschatten im Wasser, wie sie die Experimente von Colladon (8) gezeigt haben, durch die Annahme zu erklären versucht, dass die Länge der durchs Wasser fortgepflanzten Schallwellen eine kürzere sei, als der durch Luft fortgeleiteten[2]). Es ist aber für diese fundamentale Annahme keinerlei Berechtigung ausser dem Umstande gegeben, dass dieselbe wegen der vollkommneren Schatten im Wasser durch die Theorie der Schwingungen verlangt würde. Es würde ersichtlich viel philosophischer sein, die grössere Kürze der Tonwellen im Wasser als Thatsache wirklich zu zeigen und so die Schlüsse der Theorie zu bewahrheiten. Dies wollen wir auszuführen versuchen.

16. Messung der Wellenlängen. Mit Rücksicht auf continuirliche oder musikalische Töne haben wir Mittel, um die Wellenlänge sehr schnell zu bestimmen; sie ist gleich $\frac{\text{Schallgeschwindigkeit}}{\text{Anzahl der Schwingungen}}$. Es ist also ersichtlich, dass, die Anzahl der Schwingungen oder den musikalischen Ton des tönenden Körpers als gleichbleibend vorausgesetzt, die Wellenlänge im Wasser, statt kürzer, viermal so gross sein wird als wie in Luft. Wenn Colladon's Versuche innerhalb eines Radius (200^m) gemacht worden wären, wo noch der musikalische Ton der klingenden Glocke gehört wurde, dann würde also der Theorie zufolge der Schallschatten viel weniger scharf gewesen sein als in Luft. Unglücklicher Weise gibt uns Colladon keinen Aufschluss darüber, in

1) „Treatise on Sound", Encyc. Metrop., art. 102.

2) Siehe W. H. C. Bartlett's „Elements of Nat Phil.", „Acoustics and Optics", 4th ed., N. Y. 1866, p. 75 art. 66.

welcher Entfernung von der vibrirenden Glocke seine auf Schallschatten bezüglichen Beobachtungen gemacht wurden, so dass die Anwendung dieser kritischen Probe der Schattentheorie unmöglich ist. Man nimmt an, dass die Beobachtungen in der Nachbarschaft von Thonon, $13{,}487^m$ von der Schallquelle entfernt, gemacht wurden (während die tönende Glocke in Rolle aufgestellt war); so war die Anordnung bei den Versuchen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser des Genfer Sees. Nun verliert aber, wie wir gesehen haben, der Ton in allen Distanzen von mehr 200^m seinen musikalischen Charakter (9), er wird kurz und scharf, wie zwei gegeneinander geschlagene Messerklingen. Wenn wir daher annehmen, dass die Beobachtungen über Schallschatten weit jenseits der Grenze ausgeführt wurden, wohin noch musikalische Töne gelangten, so wird es uns unmöglich, die Wellenlängen mittels der Schwingungsanzahl zu bestimmen. Im Wasser scheinen tiefe Töne schneller unterdrückt oder gedämpft zu werden als wie spitze Töne, so dass in einiger Distanz vom Schallcentrum nur mehr der kurze und scharfe Schall, der durch den Stoss des aufschlagenden Hammers erzeugt wird, zu entfernteren Punkten durchs Wasser weitergeleitet wird. Die Wellenlängen eines Schalles von derartigem Charakter müssen selbstverständlich mittels anderer Betrachtungen als solcher, die sich auf die musikalische Höhe beziehen, bestimmt werden.

In Beziehung auf die durch einen plötzlichen Schlag oder Explosion erzeugten Einzelwellen [1]) dürfte eine genaue Schätzung der Wellenlänge viel schwieriger sein als für den Fall eines musikalischen Tones. Nichts

---

1) Es mag fraglich erscheinen, ob man die aus einer momentanen Explosion oder Detonation entstandenen Wellen denn eigentlich als streng einzeln (solitary) ansehen kann. Es ist in solchen Fällen möglich, dass Gruppen von Wellen entstehen, ähnlich denen, die Lord Rayleigh in dem Appendix seines Werkes „Theory of Sound“ erörtert (vol. II p. 297—302).

Es wurde ferner Regnault durch seine bewundernswerthen und überaus feinen Methoden der Untersuchungen über die Schallerscheinungen in den Stand gesetzt, diese Frage, insoferne sich dieselbe auf Luftschwingungen bezieht, einer ziemlich genügenden experimentellen Prüfung zu unterziehen (Mem. d. l'Acad. d. Sciences vol. XXXVII p. 45—49 und 278—282, Paris 1868). Er fand, dass die Explosion einer mit Pulver geladenen Pistole keine Einzelwelle hervorbringt, da ein erkennbarer musikalischer Ton von sehr kurzer Dauer entsteht (p. 45); ebenso verhielt es sich mit dem Schalle, welchen die Detonation eines Gemisches von Sauerstoff und Wasserstoff hervorbrachte (p. 48). Die Explosion einer kleinen Menge Knallquecksilber jedoch war so plötzlich, dass die in Luft erzeugte Welle viel kürzer und der „coup“ viel mehr „sec“ war, als jener, welcher durch eine mit gewöhnlichem Pulver geladene Pistole verursacht wurde (p. 47. 48 u. 278—281). Er fügt hinzu: „Il est encore difficile de décider si l'on a produit ainsi une onde unique, mais il est certain que si plusieurs ondes prennent naissance, elles doivent se suivre de très près“ (p. 48).

Die Beobachtungen des General H. L. Abbot (U. S. Engineers) hingegen bei den riesigen Sprengungen zu Hallets Point, Hell Gate, im Hafen von New York, scheinen es zum mindesten wahrscheinlich zu machen, dass die durch die Erde

desto weniger ist ersichtlich, dass die Wellenlänge direct proportional sein muss der Zeit, welche der bewegende Impuls braucht, multiciplirt mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elastischen Antriebes. Ist in algebraischen Ausdrücken $L =$ Wellenlänge, $t =$ Zeit des erzeugenden Antriebes und $v =$ Schallgeschwindigkeit im elastischen Medium, so variirt L mit $t \times v$; also $L = t \times v$. Es wird daher für ein bestimmtes Medium, worin v constant bleibt, L eine Function von t sein, d. i. der Dauer des erzeugenden Antriebs, so dass, wenn der Factor t unendlich klein ist, auch der Werth von L dementsprechend klein sein wird. Ist daher die Zeit des Stosses oder explosiven Impulses überaus klein, so wird auch die Wellenlänge verhältnismässig kurz sein.

17. Anwendung auf Schallschatten. Wenn wir bei den Versuchen von Colladon annehmen, dass über eine gewisse Grenze hinaus der kurze Schlag des Hammers allein zu dem fernen Beobachter fortgepflanzt wird, so ist es klar, dass einzig die so erzeugten kurzen Schallwellen den entfernten, hemmenden Wall oder Schirm im Wasser erreichen werden und es würde dann infolge dessen die im Vergleiche mit Luft schärfere Bestimmtheit der akustischen Schatten im Wasser ein nothwendiges Ergebnis der grösseren Kürze der Schallwellen im Wasser sein. Unter obiger Annahme scheint die Theorie der Schwingungen eine befriedigende Erklärung der von Colladon beobachteten Erscheinungen zu geben. Trotzdem wäre es ein sowohl äusserst interessanter und belehrender als auch vollkommen strenger Beweis der Theorie gewesen, hätte dieser ausgezeichnete Physiker Beobachtungen gemacht über die relative Schärfe der Schallschatten im Wasser innerhalb des musikalischen Umkreises der eingetauchten Glocke im Vergleiche zu jenen, welche an entfernten Punkten beobachtet wurden, wo nur mehr der scharfe Schlag des Hammers im Wasser hörbar war.

In gleicher Weise ist die Anwendung obigen Principes (Kürze der Entstehung der elastischen Wellen) auf die Erklärung der Erscheinungen ersichtlich, welche mein Sohn während seiner »Dynamit«-Experimente machte. Und es sprechen auch wirklich alle Erscheinungen in Betreff der Explosion oder Detonation der Nitroglycerinmischung dafür, dass der erzeugte Anstoss von unendlich kurzer Dauer ist; seine Plötzlichkeit ist geradezu unfassbar. So wird eine Dynamitpatrone, wenn man dieselbe nach oben hin mit Ausnahme der Atmosphäre vollkommen unbehindert und frei auf einen Holzklotz legt, beim Explodiren den Holz-

---

fortgepflanzten Wellen die verschiedenen Beobachter in Gruppen, also als Wellenzüge erreichten (Sillim. J. (3) t. XV p. 178).

Sir G. B. Airy behauptet, „dass eine Berechtigung in dem Gedanken liege, eine einzelne Welle in Luft oder im Lichtmedium könne keine Empfindung von Schall oder Farbe hervorbringen" (Undulatory Theory of Optics p. 15 art. 18, 1866). Keinerlei Grund spricht für diese etwas aussergewöhnliche Bemerkung. In Bezug auf das Licht ist es selbstredend unmöglich die Giltigkeit dieser Idee des ehemaligen Astronomer Royal zu prüfen; und auch die Resultate der akustischen Versuche scheinen keine Bestätigung zu liefern.

stamm unter sich in Atome zerstäuben: — Die Detonation ist so plötzlich, dass die darüber liegende Luft sowohl als auch die erzeugten Gase keine Zeit haben bei Seite zu weichen und so gleich einem wirklichen Verschlusse wirken.

Die Wirksamkeit der »surface blasting« bei Anwendung einer solchen explosiven Mischung hängt von dieser ungemeinen Plötzlichkeit der Explosion ab, so dass die Wirkung wie von dem plötzlichen Stoss einer ungeheuren, unnachgiebigen Masse herstammend erscheint. Die in einem elastischen Medium wie Wasser durch eine derartige Explosion erzeugte Welle muss, wie leicht ersichtlich, sehr kräftig und sehr kurz sein. Wenn man daher in dem Fortpflanzungsraume derselben ein Hindernis anbringt, so wird der akustische Schatten in seinen Grenzen ebenso scharf bezeichnet und bestimmt sein, wie beim Lichte. Man muss also die verschiedene Thatsache, dass der schützende Einfluss des Pfostens auf die ins Wasser getauchten Glasgefässe genau durch die Grenzen des geometrischen Schattens umschrieben war, logischer Weise auf die ungemeine Kürze der elastischen Wellen zurückführen, eine Folge der unfassbar kurzen Dauer der Wirkung der erzeugenden Detonation. Dieser Gesichtspunkt scheint eine genügende Erklärung der bemerkenswerthen Ergebnisse zu liefern, die durch die Versuche im Hafen von San Francisco gefunden wurden.

18. Pulverexplosionen. Wenn das Vorhergehende eine wahre Erklärung von der Schärfe der in obigen Experimenten erzeugten Schallschatten ist, dann werden Wellen, welche durch eine weniger momentane Explosion von gewöhnlichem Pulver entstehen, weniger scharfe Schatten hervorbringen als die von den Dynamitdetonationen herstammenden. Wir besitzen, soviel ich weiss, keine speciellen Versuche zur Bestätigung dieses Punktes, aber es erscheint ganz unerlässlich, dass man, wann immer die Prüfung durch das Experiment versucht wird, ein derartiges Resultat findet. Denn es ist wohlbekannt, dass die unterseeischen Explosionen von gewöhnlichem Pulver jene bemerkenswerthen Erschütterungen, welche charakteristisch für die Detonationen der Nitroglycerinmischungen sind, nicht verursachen.

19. Dynamit-Explosionen in Luft. Es müssen ferner, wenn meine Erklärung richtig ist, die durch Nitroglycerindetonation in Luft verursachten Schallschatten schärfer sein als jene infolge von weniger momentan erzeugten Geräuschen. Wenn, mit anderen Worten, die Schärfe der Schallschatten von der Dauer des Impulses abhängt, welcher die Schallwellen erzeugt, dann muss die Bestimmtheit der Schatten, welche durch die in Luft sich fortpflanzenden Wellen geworfen werden, mit der Plötzlichkeit der Wirkung der Ursache variiren.

Insoferne nun die Variationen in der Dauer der Genesis von hörbaren Geräuschen in der Atmosphäre sehr gross sein müssen, so mag es auf den ersten Anblick unglaublich erscheinen, wie die entsprechenden Unterschiede in der Vollkommenheit der Schallschatten, welche durch Hindernisse in dem Wege der verschiedenen Schallarten verursacht

werden, den vielen zufälligen Beobachtungen haben entgehen können. Man rufe sich aber ins Gedächtnis, dass — aus bereits erwähnten Gründen (1, 2, 3 und 4) — Luftschallschatten vom Ohre nicht leicht wahrgenommen werden. Ueberdies wird in Fällen, wo sich der Schall in Luft fortpflanzt, die Schärfe solcher Schatten durch die zahlreichen reflectirten Wellen, welche von den umliegenden Gegenständen herkommen, bedeutend geschwächt. Man muss auch bedenken, dass erst in jüngster Zeit (5) der Einfluss der Schärfe des Schalles auf die Bestimmtheit des resultirenden Schattens durch den Versuch genügend bewahrheitet wurde. In gleicher Weise wage ich vorher zu sagen, dass sorgfältige Experimente den Schluss bewahrheiten werden, wonach Schatten infolge des durch die überaus kurze Detonation von Dynamit erregten Schalles viel schärfer bestimmt sind, als jene, deren Ursprung von einem weniger plötzlich erzeugten Schalle herrühren.

Zur Bestätigung des vorhergehenden Gesichtspunktes mag folgende Beobachtung citirt werden: Am 16. April 1880 fand in den »Giant Powder Works«, welche unter einem Felsengestade am Ostufer der Bai von San Francisco, in directer Linie (durch Triangulation gemessen) 16,201′ (4938 m) Nordwestrichtung von meinem Zimmer im Universitätsgebäude entfernt, gelegen sind, eine Explosion von etwa 2000 bis 3000 Pfund einer Nitroglycerinmischung statt. Gegen 25 erwachsene Männer, die Mehrzahl darunter Chinesen, wurden buchstäblich in Atome zerrissen; nicht Einer entkam, um die Ursache des Unglückes zu erzählen. Die Erschütterung am Universitätsgebäude — mehr als 3 Meilen entfernt — war hinreichend, um etwa ein Dutzend Scheiben von starkem Fensterglase an der dem Explosionscentrum nächsten Seite zu brechen. Fast jede Person in der Gegend der Universität fühlte zwei verschiedene Stösse, einen durch die Luft und einen durch den Boden vermittelten. Das von meinem Bruder (Prof. Joseph Le Conte) bewohnte Landhaus lag innerhalb des geometrischen Schattens eines der Gebäude, etwa 890′ nach der hintern Seite von demselben abstehend. Es wurde weder von ihm noch von irgend einem Mitgliede des Haushaltes ein Luftstoss verspürt, und nur die durch die Erde vermittelte Erschütterung fühlte man als einen vom Fussboden ausgehenden Stoss. Mit anderen Worten: Der akustische Schatten, welcher von dem zwischenstehenden Gebäude geworfen wurde, hielt die durch die Luft kommenden Schallwellen vollkommen auf. Es ist kaum nöthig hinzuzufügen, dass für gewöhnliche Töne das nicht der Fall gewesen wäre.

20. Erscheinung der Hügelchen (Strahlen, jet). Die von meinem Sohne (14) beobachtete merkwürdige Erscheinung, dass zahlreiche kleine Hügelchen von der Oberfläche des Wassers emporgeworfen werden, sowie der durch die Flüssigkeit vermittelte Stoss die Oberfläche überhalb den explodirenden Patronen erreicht, ist wahrscheinlich dem Umstande zuzuschreiben, dass die Oberflächenspannung, wenn die kurze und intensive Welle in normaler oder nahezu normaler Richtung gegen die Wasserfläche aufsteigt, an einigen Punkten leichter

nachgibt als an anderen. Der merklich homogene Charakter einer solchen dehnbaren elastischen Schicht wird natürlich dazu führen, die Bruchstellen d. i. die Wasserhügelchen in eine mehr oder weniger vollkommene Ordnung zu bringen, so dass sie mehr oder weniger geometrische Symmetrie zeigen. Daher die merkwürdige fächerförmige Anordnung der vom Wasserspiegel aus beobachteten Hügelchen. Nach diesem Gesichtspunkte scheint die in Frage stehende Erscheinung ihr Gegenstück oder Analogon in den mehr oder weniger symmetrischen Formen zu finden, welche durch den Durchschnitt jener Bruchlinien erzeugt werden, die aus dem Zuge infolge einer Contraction homogener Massen während eines Erkaltungs- oder Trocknungsprocesses resultiren So scheint die säulenförmige Structur gewisser Feuersteine eine Folge des Contractionsdruckes während der Abkühlung nach vollendeter Solidification zu sein, während die analoge Structur, bewirkt durch das Trocknen homogener Massen von Erde, Schlamm oder Stärke die Folge eines ähnlichen Zuges zu sein scheint, welcher durch das Einschrumpfen beim Verlieren der Feuchtigkeit erregt wird. In ähnlicher Weise wurde die Oberflächenspannung des Wassers, sowie dieselbe den plötzlichen Molecularantrieb infolge des Aufstieges des elastischen Stosses erlitt, längst Linien zerrissen, die mehr oder weniger symmetrisch auf der Oberfläche des Wassers angeordnet waren; die Flüssigkeit unterhalb wird durch diese Linien oder Punkte eines geringsten Widerstandes emporgeschleudert.

Ueber die Theorie des Galilei'schen Fernrohrs.

Von

C. Bohn.

In Carl's Repertorium Bd. 18 S. 686 sagt Herr Pscheidl, die in den Lehrbüchern enthaltene Theorie des Galilei'schen Fernrohrs sei theils unrichtig und theils bedeutend ungenau, was ihn veranlasse die richtige Theorie mitzutheilen. Dem gegenüber habe ich zu bemerken, dass alles Richtige der Pscheidl'schen Abhandlung (und einiges mehr) in § 647 meiner „Ergebnisse physikalischer Forschung" (Leipzig 1877) zu finden ist, die Sätze jener Abhandlung aber, welche den entsprechenden meines § 647 widersprechen, falsch sind. So die Behauptung, die Länge und die Vergrösserung des Galilei'schen Fernrohrs würden um so bedeutender, je geringer die deutliche Sehweite des Beobachters sei (S. 692 u. 693). Die äusserst bekannte Thatsache, dass Kurzsichtige ihr Opernglas kürzer stellen, Weitsichtige aber das Ocular mehr ausziehen müssen, hätte auf einen vorgefallenen Irrthum aufmerksam machen sollen. Herr Pscheidl hat die Entfernung des Oculars vom Orte des reellen Bildes falsch berechnet; sie ist das Product aus Sehweite und Zerstreuungsweite des Augenglases, dividirt durch die Differenz dieser Grössen, nicht dividirt durch deren Summe.

Die Vermuthung, die Theorie des Gesichtsfeldes, welche Herr Lubimoff aufgestellt, habe keine Beachtung gefunden, ist unrichtig. Sofort sind zwei Widerlegungen derselben erschienen. Eine, mit ziemlich ausführlicher Ableitung der Formeln von mir (Carl's Rep. Bd. 9 [1873] S. 97), deren Resultate, erweitert für den Fall seitlicher Stellung des Auges, in den § 647 meiner schon erwähnten „Ergebnisse" übergegangen, und eine, mit vielen literarhistorischen Notizen von Herrn Bredichin (Carl's Rep. Bd. 9 S. 108) Eine weitere Abhand-

lung desselben Verfassers in Bull. de Moscou 1873 (2) p. 461. Die beiden Arbeiten sind nicht nur einig in Zurückweisung der Theorie des Herrn Lubimoff, sondern widersprechen einander in nichts. Nur ist zu beachten, dass Herr Bredichin immer unendliche Entfernung des Gegenstandes und unendliche Weitsichtigkeit des Beobachters annimmt, während ich für beliebige Gegenstands- und Sehweite die Ausdrücke entwickle. Ferner dass ersterer die Formeln aufstellt, wie sie passen, wenn das Auge über die ganze Fläche des Oculars bewegt wird und nur nebenbei des Stillstehens des Auges erwähnt, während meine Formeln für ruhig gehaltenes Auge gelten und ich des Erfolgs der Bewegung des Auges über die Ocularfläche hin nur kürzer gedenke.

Auch an Messungen der Grösse des Gesichtsfelds, die Herr Pscheidl vermisst, fehlt es nicht, Herr Bredichin und ich haben solche angestellt und in den genannten Abhandlungen veröffentlicht. Unsere Untersuchungen in dieser Richtung unterscheiden sich wesentlich von jenen des Herrn Pscheidl dadurch, dass wir beide hervorheben, das Gesichtsfeld könne in verschiedener Art begrenzt werden, z. B. durch jene Puncte, von denen ein die ganze Pupille erfüllendes Strahlenbündel zur Verwerthung kommt. Ich habe namentlich zwei Begrenzungen besprochen, die eine, welche nur jene Puncte noch zählt, von denen der durch den optischen Mittelpunct des Objectivs gegangene Strahl noch wahrgenommen wird, und die andere, welche alle Puncte mitzählt, von denen, bei ruhendem Auge, auch nur ein einziger Strahl noch ins Auge gelangt. Dabei habe ich bemerkt, diese äussersten Grenzen könnten nur wahrgenommen werden bei besonderer Aufmerksamkeit oder wenn die Grenzpunkte besonders hell seien. Herr Bredichin hat unter der letztgenannten Bedingung beobachtet, indem er hellbrennende Kerzenflammen entsprechend verschob. Meine Messungen mussten liefern und lieferten Werthe, die zwischen der enger begrenzten und der grösstmöglichen Ausdehnung lagen und in verschiedenen Beobachtungen der letzteren Grenze ungleich nahe kamen. Auf all das nimmt Herr Pscheidl keine Rücksicht; es ist ferner auffallend, dass er für die Berechnung den Pupillendurchmesser (den ich auf Messung gestützt zu 5^{mm} annahm) nur zu 2^{mm} veranschlagt, während dieser Werth der kleinsten Grenze ziemlich nahe kommt. Die Anatomen geben nämlich an, der Durchmesser der Pupille ändere (bei gesunden Augen) von 1,5 bis $8{,}5^{mm}$.

Meine Versuche lassen erkennen, dass die Grösse des Gesichtsfelds und die Länge des Fernrohrs von der jeweiligen Anpassungsweite des Auges bedingt sind; an anderm Orte wird demnächst eine Arbeit von mir erscheinen über den Einstellungsspielraum des astronomischen Fernrohrs (mit verschiedener Oculareinrichtung), wie er aus

der innerhalb gewisser Grenzen willkürlichen Anpassungsweite des beobachtenden Auges folgt.

Während in meinen Untersuchungen über das Gesichtsfeld das Auge dem Oculare dicht anliegend angenommen wird, hat Herr Pscheidl auch den Fall betrachtet, dass das Auge um die Entfernung ε vom Ocular absteht. Nur entwickelt er für diesen Fall nicht die genauen Formeln, sondern umgeht die aus der durch das zerstreuende Ocular des Galilei'schen Fernrohrs hervorgebrachte stärkere Divergenz der Strahlen hervorgehende Weitläufigkeit durch die unzutreffende Annahme, die Strahlen erlitten im Ocular keine merkliche Ablenkung. Unter dieser Annahme gelangt er zu einem Ausdrucke für das Gesichtsfeld, welcher sich von der von mir für $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}$ gegebenen (S. 487 meiner „Ergebnisse") nur dadurch unterscheidet, dass $l+\varepsilon$ statt der Länge l des Fernrohrs auftritt.

Aschaffenburg den 10. December 1882.

Bestimmung des Elasticitätsmoduls durch Schwingungen.

Von

August Kurz.

Die analoge Aufgabe für den Torsionsmodul hat Kohlrausch in seinem Leitfaden der praktischen Physik aufgenommen. Ich habe jüngst die obige als „Vorlesungsversuch“ mit der Jolly'schen Federwage durchgeführt und will darüber im Zusammenhalte des elastischen Pendels mit dem gewöhnlichen und dem Torsionspendel kurz referiren:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \text{(I}$$

dient zur Bezeichnung für das mathematische Pendel;

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{g \cdot D}} \qquad \text{(II}$$

für das sog. physikalische Pendel. Diese Formel entsteht, wie ich namentlich auch dem Folgenden zu liebe bemerke, aus I, indem man die Länge 1 denkt und die Beschleunigung in der Entfernung 1 von der Drehaxe $\frac{g \cdot D}{K}$; das statische Moment ist zwar bei irgend einem Ausschlagswinkel α gleich $g \cdot D \sin \alpha$, oder, wenn dieser Winkel klein genug, gleich $g \cdot D \cdot \alpha$; aber α bleibt in voriger Gleichung weg, analog wie auch in I.

$$t = \pi \sqrt{\frac{M \cdot l}{g \cdot E}} \qquad \text{(III}$$

für das elastische Pendel. Hierin ist M das angehängte Gewicht (= Masse) mit Einrechnung des halben Gewichtes der Spirale selber (nach einem bekannten und elementar erweisbaren Satze der Mechanik), l die Länge der Spirale, E der aus der Schwingungsdauer t zu be-

stimmende Elasticitätsmodul. Bei demselben ist, wegen der Spiralform des Drahtes, vom Querschnitte (des letzteren) ganz abzusehen. Die Formel III entsteht überhaupt analog wie II: Länge 1, Beschleunigung $\frac{gE}{Ml}$ (Kraft durch Masse); die Kraft ist zwar bei irgend einer Längenzunahme x gleich $g \cdot E \cdot \frac{x}{l}$, aber x bleibt in voriger Gleichung weg, wie das α in II.

Noch sei zu II und III bemerkt, dass ich D und E daselbst „conventionell“ genommen habe; will man beide „absolut“ nehmen, so darf man nur bei beiden den Factor g in sie hereinbeziehen und deshalb letzteren in II und III eigens zu schreiben unterlassen. Gute Dienste leistet da der Dimensionencalcul, welcher rechts wie links in II und III eine blosse Zeit (in der ersten Potenz) ergeben muss.

Endlich erwähne ich noch, der Vollständigkeit wegen,

$$t = \pi \sqrt{\frac{K \cdot l}{g \cdot \frac{1}{2} \pi \varrho^4 \cdot T}} \qquad \text{(IV}$$

für das Torsionspendel, welches man gleich auf II zurückführen kann, indem man das Torsionsmoment D einführt gemäss der Gleichung für den Verdrehungswinkel α (der in IV wieder wegbleibt)

$$\alpha = \frac{1}{T} l \cdot \frac{D}{\frac{1}{2} \pi \varrho^4},$$

wo T der Torsionsmodul, l die Länge des Drahtes, ϱ der Radius seines Querschnittes ($\pi \varrho^2$, also $\frac{1}{2} \pi \varrho^4$ das Trägheitsmoment des Querschnittes) ist. Im Dimensionencalcul ist hier T gleich Gewicht (= Masse) durch Fläche, so dass wieder auf der rechten Seite nur die erste Potenz einer Zeit bleibt.

Nun zur numerischen Behandlung von III, worin E als die gesuchte Grösse gilt: Es war $t = 0{,}88$ Sec., $M = 19{,}5^g$, indem 9^g auf der (leichten) Wagschale lagen und die Spirale sammt den beiden Wagschalen 21^g wog (genauer hätte man das Wagschalengewicht den 9^g zurechnen und vom blossen Spiralengewicht die Hälfte nehmen sollen); $l = 63^{cm}$ uud $g = 981$. Daraus berechnet sich $E = 16{,}0^g$.

Der hauptsächliche Werth des Letzteren besteht in der experimentellen Prüfung der Schwingungsformel III; denn E erhält man viel einfacher durch einen blossen Ausdehnungsversuch. Es ist nämlich

$$E\lambda = P \cdot l,$$

und wenn man 1^g auflegt

$$E(\lambda + \lambda_1) = (P + 1)\, l,$$

also durch Abziehung

$$E\lambda_1 = l,$$

woraus

$$E = \frac{l}{\lambda_1} = \frac{63}{3,9} = 16,2$$

sich ergeben hat.

Die Uebereinstimmung dieses mit dem vorigen Resultate ist genügend; auch war das vorige Resultat wegen des dort in der Klammer angedeuteten Näherungsverfahrens als etwas zu klein im Voraus zu vermuthen.

Somit lässt sich also auch die Schwingungsdauer des elastischen Pendels mittels Gleichung III theoretisch bestimmen.

Bestimmung des Verhältnisses der Wärmecapacitäten der überhitzten Dämpfe von Wasser und Phosphor[1]).

Von

Dr. Wilhelm de Lucchi.

1.

In der dynamischen Gastheorie wird der Druck p auf die Einheit der Oberfläche eines Gasvolumens V, dessen Molekülanzahl n, und deren Geschwindigkeit und Masse beziehungsweise v und m sind, ausgedrückt durch

$$p = \frac{2}{3} n . \frac{mv^2}{2} . \frac{1}{V}$$

oder

$$\frac{3}{2} p V = n \frac{mv^2}{2},$$

was bezogen auf die Gewichtseinheit wird:

$$\frac{3}{2} p V = n \frac{mv^2}{2g}. \tag{1}$$

Die rechte Seite von 1 stellt, wie ersichtlich, die lebendige Kraft dar, welche sich aus der fortschreitenden Bewegung aller Gastheilchen ergibt; bezeichnet man diese lebendige Kraft mit K, so hat man

$$K = n \frac{mv^2}{2g} (a).$$

Nach den Gesetzen von Mariotte und Gay-Lussac ist: $\frac{pV}{T} = R$, wo T die absolute Temperatur und R eine Constante bedeutet, welche ausgedrückt ist durch: $\frac{p_0 V_0}{T_0}$, wo wieder p_0 der normale Druck, V_0 das specifische Volumen des Gases und $T_0 = 273^0$ C. ist; diese Gleichung gibt mit 1

$$K = \frac{3}{2} R T. \tag{2}$$

In Fortsetzung dieser Untersuchungen fand Clausius[2]), dass überdies eine Beziehung bestehe zwischen K, der Energie des Gases infolge

---

1) Uebersetzt aus Nuovo Cim. (3) t. XI p. 11, 1882.

2) Abhandlungen über die mech. Wärmetheorie Bd. 2.

der fortschreitenden Bewegung der Gasmoleküle allein, und H, der totalen Energie des Gases, d. h. der Energie infolge aller Bewegungen, eingeschlossen die drehenden und schwingenden Bewegungen der Atome, welche die Moleküle bilden. Diese Beziehung wird ausgedrückt durch:

$$\frac{H}{K} = \frac{2}{3} \frac{1}{k-1}, \tag{3}$$

worin k das Verhältnis der Wärmecapacitäten bei constantem Drucke und constantem Volumen bedeutet. Gleichung 3 gilt aber nur für vollkommene Gase und für den Fall, dass die specifische Wärme von der Temperatur unabhängig ist: sind diese zwei Bedingungen nicht erfüllt, so ändert sich 3 in:

$$\frac{\frac{dH}{dT}}{\frac{dK}{dT}} = \frac{2}{3} \frac{1}{k-1}, \tag{4}$$

wo T die absolute Temperatur ist.

Ist das Gasmolekül ein materieller Punkt, so ist $H = K$ und folglich $k = 1{,}666\ldots$ Besteht aber das Gasmolekül aus zwei materiellen Punkten (Atomen), welche durch die Anziehungskräfte vereinigt sind, so gibt, nach Boltzmann[1]), die mittlere lebendige Kraft, welche aus der fortschreitenden Bewegung der Moleküle entspringt, H', die totale kinetische Energie des Gases, d. h. $H' = nK$. Nennt man daher φ das mittlere Potential eines Molekül multiplicirt mit der Anzahl Moleküle, welche sich im Gasvolumen befinden, das man betrachtet, so erhält man:

$$dH = dH' + d\varphi = n\,dK + d\varphi. \tag{5}$$

Dividirt man diese Gleichung durch dT und dann durch $\frac{dK}{dT}$, so kommt man zum Ausdrucke:

$$\frac{\frac{dH}{dT}}{\frac{dK}{dT}} = n + \frac{\frac{d\varphi}{dT}}{\frac{dK}{dT}}.$$

Es ist aber $\frac{dK}{dT} = \frac{3}{2} R$; setzt man noch $\frac{d\varphi}{dT} \cdot \frac{1}{R} = E$, so erhält man:

$$\frac{\frac{dH}{dT}}{\frac{dK}{dT}} = n + \frac{2}{3} E. \tag{6}$$

Aus 4 und 6 hat man:

$$k = \frac{2 + 3n + 2E}{3n + 2E} = 1 + \frac{2}{3n + 2E}, \tag{7}$$

eine Formel, welche wir Maxwell[2]) verdanken.

1) Wien. Ber. Bd. 63, 1871.

2) J. Chem. Soc. t. XIII, p. 504.

Eigentlich wäre die von Maxwell gegebene Formel:

$$k = 1 + \frac{2}{n + E},$$

wo n nicht die Anzahl Atome, sondern die Anzahl unabhängiger Variabeln bedeutet, sodass n gleich $3a$ wird, wenn a die Anzahl der Atome ist; daher ist die Formel von Maxwell:

$$k = 1 + \frac{2}{3a + E}, \tag{8}$$

wo für $a = 1$, $E = o$ wird; während für die mehratomigen Gase E von den Kräften abhängt, welche die Atome in den Molekülen vereinigen.

Boltzmann[1]) hat, von etwas verschiedenen Erwägungen ausgehend, eine andere Formel zur Bestimmung von k gegeben; sie heisst:

$$k = 1 + \frac{2}{n}, \tag{9}$$

worin n gleich 3 ist für ein einatomiges Gas, gleich 5 für ein zweiatomiges und gleich 5 oder 6 für ein dreiatomiges, je nach der Natur der Atome, welche das Molekül bilden.

Substituirt man in 8 und 9 für a die Werthe 1, 2, 3, 4 ..., für n die Werthe 3, 5, 6, so erhält man folgende Resultate:

	Maxwell		Boltzmann	
einatomiges Gas	$k = 1{,}66 \ldots$	$\frac{K}{H} = 1$	$k = 1{,}66 \ldots$	$\frac{K}{H} = 1$
zweiatomiges „	$k \leqq 1{,}33 \ldots$	$\leqq 1/2$	$k = 1{,}40 \ldots$	$= 3/5$
dreiatomiges „	$k \leqq 1{,}22 \ldots$	$\leqq 1/3$	$k = 1{,}40 \ldots$	$= 3/5$
vieratomiges „	$k \leqq 1{,}16 \ldots$	$\leqq 1/4$	$k = 1{,}33 \ldots$	$= 1/2$

Ausser diesen kam Herr Otto Pilling[2]), ausgehend von der Hypothese, dass die aus der gegenseitigen Einwirkung zweier Atome entspringende Energie der 5. Potenz, und die Kräfte der 6. Potenz der Entfernung der Atome proportional sei, gleichzeitig oder fast gleichzeitig mit Boltzmann zu einer Relation, mittels welcher man theoretisch, je nach den Atomen, die Maxima und Minima der Werthe von k bestimmen kann.

Nach Pilling hat man, wenn n die Anzahl der Atome bedeutet:

	Maximum von	Minimum von
für $n = 1$	$k = 1{,}667$,	$k = 1{,}667$
„ $n = 2$	„ $k = 1{,}417$,	„ $k = 1{,}333$
„ $n = 3$	„ $k = 1{,}303$,	„ $k = 1{,}222$
„ $n = 4$	„ $k = 1{,}238$,	„ $k = 1{,}167$
„ $n = 5$	„ $k = 1{,}196$,	„ $k = 1{,}133$
„ $n = 6$	„ $k = 1{,}167$,	„ $k = 1{,}111$

Den Werth von $k = \frac{C_p}{C_v}$, wo C_p die specifische Wärme bei constantem Drucke und C_v dieselbe bei constantem Volumen bedeutet, kann man

1) Wien. Ber. Bd. 74, 1876.

2) Meyer, Theorie der Gase (Breslau 1877) S. 97.

aus thermodynamischen Formeln ableiten. In der That fand Clausius[1]) die Beziehung:

$$C_p = C_v + \frac{R}{E},$$

wo R die gleiche Bedeutung hat wie in 2 und E das mechanische Aequivalent der Wärme darstellt. Indem man auflöst, erhält man:

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{1}{1 - \frac{R}{EC_p}}. \tag{10}$$

Kennt man daher C_p, so lässt sich k berechnen. Ausser der Ungewissheit der experimentellen Werthe für E fehlt für viele Körper der Werth von C_p, und überdies gilt Gl. 10 mit aller Strenge nur für dem vollkommenen Gaszustande sehr nahekommende Gase, eine Bedingung, welche sehr schwer erreicht wird. Aus alledem erhellt daher die Wichtigkeit der Bestimmung von k; einestheils weil, ist k bekannt, mit Hilfe von Gl. 3 das Verhältnis $\frac{H}{K}$ bestimmt werden kann, anderntheils aber, weil diese Werthe die bisherigen Hypothesen über die Constitution der Gase zu stützen oder zu modificiren geeignet sind.

Die experimentelle Bestimmung von k für ein einatomiges Gas wurde 1875 von Warburg und Kundt[2]) gemacht; sie leiteten das Verhältnis der beiden specifischen Wärmen des Quecksilberdampfes aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles nach der Methode von Kundt ab, aus welcher man direct die Länge der Schallwelle erhält. Indem sie so die Wellenlänge eines und desselben Tones in der Luft und im Quecksilberdampf massen, fanden sie, wenn k' für Quecksilber gilt und k für Luft:

$$\frac{k'}{k} = 1{,}186 \text{ oder } k' = 1{,}186\,k,$$

und nimmt man für k den Werth 1,405, wie ihn Röntgen gibt, so ist:

$$k' = 1{,}186 \times 1{,}405 = 1{,}67, \quad K = H,$$

vollkommen der Theorie entsprechend.

Die einfachen zweiatomigen Gase O, H u. s. w., wie die zusammengesetzten CO, NO, ClH, geben im Mittel für k Werthe zwischen 1,35 und 1,40; sie würden also mit den von Boltzmann angegebenen Werthen übereinstimmen, während sie nach Maxwell gleich oder kleiner als 1,33 sein müssten. Das Verhältnis der kinetischen Energie der fortschreitenden Bewegung der Moleküle zur totalen Energie wäre 0,60 circa, wiederum zusammenfallend mit den $^3/_5$ von Boltzmann.

Wie aus einer neuesten Arbeit von Strecker[3]) sich ergibt, finden sich auch unter den zweiatomigen Gasen einige, wie Cl, Br und J, welche

1) Clausius, Mech. Wärmetheorie 2. Aufl. Bd. 1 Form. 18.

2) Pogg. Ann. Bd. 157 S. 353. — Ber. d. ch. Ges. 1875 Bd. 8 S. 945.

3) Ueber die specifische Wärme des Cl, Br, J. Wied. Ann. Bd. 13, 1881.

von den anderen abweichen, so dass man behaupten kann, dass die Atome, welche die Moleküle dieser drei Gase bilden, sich physikalisch anders vorhalten, als die in O, H u. s. w., weshalb Strecker zum Schlusse gelangt, dass weder die Hypothese von Maxwell, noch die von Boltzmann allgemeine Gültigkeit habe. Die Werthe von k für Cl 1,323, für Br 1,290, für J 1,30 liegen auch unterhalb der von Pilling angegebenen Grenze, sie stimmen aber mit den Werthen von Maxwell. Die dreiatomigen Gase liegen innerhalb der von Pilling angegebenen Grenzen, sie entsprechen aber in keiner Weise den von Maxwell und Boltzmann abgeleiteten Werthen. Mit der Vermehrung der Anzahl der Atome werden die Abweichungen immer grösser, so dass man im Mittel hat: für CH_4 $k = 1,315$, und für C_2H_4 $k = 1,24$[1]).

Wenn für die einfachen Gase, wie H, O u. s. w., der Werth von k kleiner ist als 1,67, d. h. ca. 1,4, so bedeutet dies, dass in diesen Gasen, welche zweiatomig sind[2]), eine gewisse Wärmemenge absorbirt wird, wenn sie sich bei constantem Volumen erwärmen, und zwar absorbirt nicht durch äussere Arbeit, nicht bei Ausdehnung des Gases, sondèrn, um eine innere Arbeit zu leisten, innerhalb des Moleküls, das aus zwei Atomen besteht. Im Quecksilberdampf tritt diese Arbeit nicht auf, da jedes Molekül aus einem Atome besteht; darin liegt die Ursache der vollkommenen Uebereinstimmung der theoretisch abgeleiteten und der experimentell bestimmten Werthe von k. Nach dem Vorhergehenden schien mir die experimentelle Bestimmung von k für Phosphor ein gewisses Interesse zu haben, theils weil er seiner Natur nach ein nicht zusammengesetzter Körper ist, theils wegen der Constitution seines Moleküls, das, wie bekannt, vieratomig ist. Ausserdem habe ich die Bestimmungen für Kohlensäureanhydrid (CO_2) wiederholt, und die für überhitzte Wasserdämpfe ausgeführt, für welche, soviel mir bekannt, die directe Bestimmung des Werthes von k noch nicht gemacht wurden.

Für Kohlensäureanhydrid sind schon von mehreren Experimentatoren und nach verschiedenen Methoden Bestimmungen gemacht worden; ich glaubte dennoch meine Untersuchungen mit diesem Körper beginnen zu sollen, theils wegen seiner dreiatomigen Constitution, theils weil mir der gefundene Werth ein Prüfstein der grösseren oder geringeren Genauigkeit sein konnte, welche mir meine Methode gewährte. — Der von mir gefundene Werth für k von CO_2 ist, als Mittel aus 17 Bestimmungen, die zu verschiedenen Zeiten und bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt wurden, 1,292, sehr nahe, wie man sieht, dem Werthe von Cazin (1,291) und von Röntgen (1,3052)[3]).

Für die überhitzten Wasserdämpfe bei den Temperaturen von 103° und 104° C. erhielt ich als Mittel von zwölf verschiedenen Bestimmungen den Werth 1,277, wenig verschieden von dem für Kohlensäureanhydrid.

---

1) **Meyer**, kin. Theorie der Gase a. a. O. S. 91.

2) Ad. **Würtz**, Teoria atomica p. 209.

3) **Wüllner**, Exp.-Phys. Bd. 3, 1875, S. 462.

Endlich erhielt ich für die überhitzten Dämpfe von Phosphor bei einer Temperatur von 300° C. circa, als Mittel von acht verschiedenen Bestimmungen, den Werth 1,18.

2. Beschreibung der experimentellen Methode.

Das experimentelle Verfahren, das ich wegen seiner Präcision und Exactheit hätte sollen und gerne hätte wollen einhalten, wäre die akustische Methode von Kundt gewesen. Diese Methode hätte mir, soweit es sich um das Kohlensäureanhydrid und auch um die Wasserdämpfe handelt, ohne besondere Schwierigkeiten gute Resultate geliefert; so wie ich mich aber an dieselben Untersuchungen über die Phosphordämpfe gemacht, hätte es bei weitem grösserer Mittel bedurft, als die sehr geringen, über die ich verfüge, da der Siedepunkt des Phosphors bekanntlich bei 290° C. liegt. Nach einigen fruchtlosen Versuchen musste ich, obwohl ungerne, auf dieses Verfahren verzichten, und wendete mich zu der von Clement und Desormes befolgten Methode; natürlich modificirte ich dieselbe nach den Bedingungen der neuen Untersuchungen.

Es ist aus der Theorie bekannt, dass, wenn k das Verhältnis der beiden Wärmecapacitäten ein und desselben Gases bei constantem Drucke und constanter Temperatur bedeutet, dasselbe ausgedrückt ist durch die Beziehung:

$$k = 1 + \frac{\Theta'}{\Theta},$$

wo Θ' die Temperaturzunahme bedeutet, wenn das Gas verhindert ist, sich auszudehnen, und Θ bei gleichem Gasgewicht und gleicher Wärmemenge, wenn sich das Gas frei ausdehnen kann. Es erhellt daraus, dass man, um k zu finden, die Werthe von Θ' und Θ bestimmen müsse, zwei so sehr kleine Grössen, zu deren Bestimmung die gewöhnlichen thermometrischen Mittel nicht hinreichen würden. Die Herren Clement und Desormes haben der Bestimmung von Θ und Θ' sehr geistreich die Messung zweier Drucke β und β' substituirt, so dass k gleich wird $\frac{\beta}{\beta - \beta'}$. Der Apparat dieser Physiker besteht aus einem grossen Glasballon, welcher mittels einer Röhre, welche an ihrem Ende mit einem Hahne versehen ist, mit einem Aspirationsapparate in Verbindung gesetzt werden kann; mittels eines zweiten Hahnes, welcher am Halse des Ballons sich befindet, kann er mit der äussern Luft communiciren. Von der Röhre, welche die Verbindung mit dem Aspirator herstellt, geht eine andere engere senkrecht abwärts in ein Gefäss, welches mit Quecksilber oder einer andern Flüssigkeit gefüllt ist. Der verschieden hohe Stand in dieser Manometerröhre gibt das Maass der Druckveränderungen im Ballon. Der Verlauf des Versuches zur Bestimmung von k nach dieser Methode besteht aus drei Theilen; zuerst wird im Ballon eine bestimmte Verdünnung hervorgebracht, welche man an der Manometerröhre misst, und welche wir β nennen werden; dann wird der Hahn, welcher mit

der äussern Luft communicirt, auf einen Augenblick geöffnet und so vorübergehend der äussere Druck hergestellt; das auf diese Weise comprimirte Gas wird sich schliesslich wieder ausdehnen und man hat in der Manometerröhre eine Zunahme β'. Löst man die Bedingung dieser Versuche analytisch auf, so erhält man $k = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$.

Der bei den vorliegenden Bestimmungen von mir verwendete Apparat ist obigem analog. Er besteht aus einem Kolben mit weitem Halse von einem Inhalte von 4 Litern; der Hals ist mit einem Korke verschlossen, welcher ganz mit in Leinöl gelöstem, und daher ganz wasserfreiem Minium und Bleiweiss verschmiert, oder aber mit Gips und Cement eingekittet ist, je nach den Versuchen; in jedem Falle konnte man die Gewissheit eines hermetischen Verschlusses haben. Der Kork war doppelt durchbohrt. Durch die eine Bohrung ging eine Glasröhre mit Hahn, welchen wir *a* nennen wollen, die, unmittelbar über den Kork weggeführt, in ein Gefäss mit doppelter Tubulatur mündete. Durch die zweite Bohrung ging eine zweite Röhre, welche sich aussen capselförmig erweiterte; über die abgeschliffenen Ränder der Capsel war eine Membrane gespannt, welche je nach dem im Hauptgefässe befindlichen Stoffe verschieden präparirt war. Diese Membrane, welche nach vielen, vielen Proben gewählt wurde, diente zu den manometrischen Bestimmungen. Ueber derselben wurde ein gewöhnlicher Haarhygrometerrahmen befestigt. Das Ende des Fadens, welcher sich im einen Sinne um die eine Nute der Rolle windet, welche den Zeiger trägt, trug ein Gewichtchen, welches nach der Empfindlichkeit der Membrane geeignet gewählt war; der andere Faden, welcher im andern Sinne aufgewickelt ist, und daher dem ersten engegenwirkt, wurde an ein Häkchen von Metalldraht gebunden, welch letzteres wieder mittels eines Metallplättchens an seinem andern Ende an die Membrane festgemacht war. Ausser dem obengenannten Gefässe mit doppelter Tubulatur waren, je nach Bedürfnis, noch zwei andere vorhanden. Der grosse Kolben wurde in ein geeignetes doppelwandiges Calorimeter gebracht; je nach den Versuchen war dieses Gefäss mit Wasser, oder mit einer concentrirten Lösung von Natrium- und Magnesiumsulfat, oder aber mit Leinöl gefüllt. Von unten besorgte ein Bunsen-Brenner mit drei Oeffnungen und dann in zweidrittel der Höhe eine Krone von 14 Flammen, die gewünschte Erwärmung. Die bei den verschiedenen Bestimmungen erhaltenen Resultate zeigten zur Evidenz die Proportionalität der Verstellungen des Zeigers mit den Druckänderungen.

3. Bestimmung von *k* für Kohlensäureanhydrid.

Ein Gefäss wurde zu zwei Dritttheilen mit Calciumcarbonat und Wasser gefüllt; durch eine geeignete Röhre brachte man Salzsäure hinein, so dass auf die bekannte Weise Kohlensäureanhydrid sich entwickelte. Letzteres kam durch eine Röhre in ein zweites Gefäss, in welchem sich

Schwefelsäure befand; so gewaschen trat es in ein drittes Gefäss und aus diesem in den grossen Kolben. Das dritte Gefäss hatte ausser den beiden Bohrungen, welche es mit dem grossen Kolben und dem zweiten Gefässe verband, noch eine dritte Bohrung, durch welche eine mit einem Hahne, welchen wir *b* nennen wollen, versehene Röhre geführt war. Die elastische Membrane hat vorerst eine Oeffnung im Mittelpunkte, damit das Kohlensäureanhydrid, welches in den Kolben unter einem gewissen Drucke eindringt, die Luft vollständig verdränge und an Stelle der letzteren treten könne. Zum gleichen Zwecke wurde Sorge getragen, dass die CO_2-Entwicklung lebhaft sei und durch genügend lange Zeit andauere. War man sicher, dass der grosse Kolben ganz mit Kohlensäureanhydrid gefüllt sei, so wurde die Oeffnung der Membrane durch das Metallplättchen, welches mit geschmolzenem Kautschuk bestrichen war, geschlossen und der Manometerzeiger eingestellt, indem man zugleich *b* öffnete, damit das Gas im Kolben immer unter demselben äusseren Drucke stehe. Das Calorimeter war mit Wasser gefüllt; zwei gute Thermometer gaben die Temperatur desselben an, während mittels eines Rührers bewirkt wurde, dass sie überall gleich sei. Nachdem die CO_2-Entwicklung vollständig aufgehört hatte, wurde die Röhre des dritten Gefässes mit einem Aspirator verbunden, dabei aber *b* immer offen gehalten; es wurde eine gewisse Quantität aspirirt und gleichzeitig *a* geschlossen. Die Abweichung des Zeigers von der ursprünglichen Stellung gab dann β. Dann wurde der Aspirator beseitigt und äusserst rasch *a* umgedreht. Der Zeiger kehrte auf einen Augenblick in seine ursprüngliche Stellung zurück und entfernte sich dann wieder von derselben. Die Anzahl Theilstriche (von welcher man mit Vermeidung der Parallaxe Zehntel mit Sicherheit abschätzen konnte) zwischen der ursprünglichen Stellung des Zeigers und der neuen Lage gab β' und man hatte so k aus: $\frac{\beta}{\beta-\beta'}$.

In diesen Versuchen bestand die Membrane aus einem einfachen Gummilappen, welcher mittels eines Fadens stramm an den Rändern festgebunden war, worauf die dem Glase anliegende Parthie mit angefeuchtetem Gips bedeckt wurde, der nach seiner Austrocknung einen vollständigen Verschluss bewirkte. Der äussere Theil des Manometers, wie auch der Theil der Röhre, welcher den Hahn *a* trägt, wurden möglichst nahe der Calorimeterflüssigkeit gehalten, damit die Temperaturdifferenz vernachlässigt werden konnte.

Ich glaube, gleich sagen zu sollen, dass in diesen wie in den übrigen Untersuchungen eine der am besten gelungenen Bedingungen die Bestimmung der Druckveränderungen war, da sowohl diese einfache Membrane, als auch die in anderer noch mitzutheilender Weise präparirten, sich immer sehr empfindlich erwiesen.

Die Versuche, welche das Kohlensäureanhydrid betreffen, wurden ausgeführt bei den Temperaturen 20°, 21,5°, 22°, 23° und 24,6° C.; sie können in drei Reihen eingetheilt werden, von denen die erste 5, die zweite 8, die dritte 4 Versuche umfängt.

Tabelle I.

Nummer	Anfangsstellung des Zeigers	Erste Lesung	β	Zweite Lesung	β'	$k = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$
			Erste Reihe:			
1	39,0	71,5	32,5	46,5	7,5	1,30
2	39,0	71,5	32,5	46,5	7,5	1,30
3	26,2	43,0	16,8	30,0	3,8	1,29
4	27,2	43,8	16,6	31,4	4,2	1,33
5	26,4	42,0	15,6	29,7	3,3	1,26
					Mittel	1,296
			Zweite Reihe:			
1	14,0	32,5	18,5	18,0	4,0	1,28
2	13,5	32,0	18,5	17,0	3,5	1,25
3	14,0	30,5	16,5	17,7	3,7	1,28
4	13,8	30,5	16,7	17,5	3,7	1,28
5	13,5	34,4	20,9	19,0	5,5	1,35
6	13,0	38,3	25,3	19,6	5,7	1,28
7	13,1	31,9	18,8	18,0	4,9	1,35
8	13,0	30,1	17,1	16,6	3,6	1,26
					Mittel	1,2912
			Dritte Reihe:			
1	57,4	62,5	5,1	58,5	1,1	1,27
2	57,0	64,3	7,3	58,65	1,65	1,29
3	56,5	67,0	10,5	58,9	2,4	1,30
4	56,0	61,2	5,2	57,2	1,2	1,30
					Mittel	1,290

Folglich wird der mittlere Werth von $k = 1{,}292$.

4. Bestimmung von k für die überhitzten Wasserdämpfe.

In diesen Versuchen konnte man die drei Gefässe entbehren; es wurde nur der grosse Kolben mit der Manometervorrichtung und die Röhre mit dem Hahne a verwendet. Der Kolben, in welchen von vorneherein eine bestimmte Menge destillirtes Wasser gegeben wurde, ward in das Calorimeter gebracht, so dass er ganz in eine concentrirte Lösung von Natrium- und Magnesiumsulfat eintauchte. Die Membrane bestand auch diesmal aus einem Gummilappen, nur wurde dieselbe vorher oben und unten mit einer Schichte von in Oel gelöstem Minium und Bleiweiss überzogen, ohne jedoch der Elasticität Eintrag zu thun. Sie wurde in einer der früheren ähnlichen Weise gebunden und befestigt. Ein Thermometer gab genau die Temperatur des Bades an. Dieses Mal war aber der ganze obere Theil des Calorimeters mit Glastafeln gedeckt und nur das Thermometer und die Kapsel ragten heraus. Dadurch erreichte man einen doppelten Vortheil: erstens wurde durch die Condensation der Dämpfe an den Glasscheiben der Veränderung der Concentration vorgebeugt, und dadurch auch den Temperaturdifferenzen des Siedepunktes; zweitens bewirkten die Dämpfe, welche längs der Kapsel

austreten mussten, dass letztere die Temperatur des Gefässes annahm, wovon man sich durch die geringe Condensation an den Wänden der Kapsel, über welche die Membrane gespannt war, überzeugen konnte. Es wurde damit begonnen, erst die unteren Flammen anzuzünden und erst später kamen die seitlichen dazu; die Wasserdämpfe entwichen, wie sie sich nach und nach entwickelten, durch die im Mittelpunkt der Membrane angebrachte Oeffnung. So wie das Sieden erzielt war, wurde die Temperatur so regulirt, dass sie sich gleichmässig erhalten musste, und das durch wenigstens 3 Stunden, um sicher zu sein, dass die Wasserdämpfe alle Luft aus dem Kolben verdrängt hatten. Es schien am besten die Bestimmungen dann zu beginnen, wann, bei Schliessung von *a*, der Zeiger keine oder nur äusserst geringe Schwankungen zeigte. War das eingetreten, so wurde durch *a* aspirirt und gleich wieder geschlossen. Hierauf wurde der Aspirator entfernt und der Hahn sehr rasch einmal gedreht; dadurch wurden die weiteren zwei Phasen des Versuches hervorgerufen. Die Temperaturen hielten sich immer constant und regelmässig; in einigen Versuchen war sie 103° in anderen 104° C. Die Resultate fassen sich in zwei Reihen, jede von 6 Versuchen, zusammen.

Tabelle II.

Nummer	Anfangsstellung des Zeigers	Erste Lesung	β	Zweite Lesung	β'	$k = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$
			Erste Reihe:			
1	34,0	70,0	36,0	42,0	8,0	1,28
2	28,0	70,0	42,0	39,0	11,0	1,35
3	28,0	60,0	32,0	34,5	6,5	1,25
4	27,5	60,5	33,0	35,0	7,5	1,25
5	30,0	60,0	30,0	36,0	6,0	1,25
6	29,8	52,5	22,7	35,0	5,2	1,29
						Mittel 1,2783
			Zweite Reihe:			
1	28,0	72,0	44,0	37,0	9,0	1,25
2	28,0	72,0	44,0	37,0	9,0	1,25
3	39,0	71,5	32,5	46,5	7,5	1,30
4	40,0	72,0	32,0	48,0	8,0	1,33
5	39,0	64,0	25,0	44,0	5,0	1,25
6	40,0	76,5	36,5	48,0	8,0	1,28
						Mittel 1,2766

Nimmt man das Mittel der zwei Werthe 1,2783 und 1,2766, so findet man schliesslich $k = 1{,}277$.

Dieser Werth fällt mit dem von Masson aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Wasserdampf gefundenen vollständig zusammen, und stimmt ebenfalls mit dem nach der chemischen Constitution berechneten, während er, nach den Daten von Regnault berechnet, gleich sein müsste 1,309.

5. Bestimmung von k für die überhitzten Dämpfe von Phosphor.

Bei dieser Bestimmung begegnete ich, wie leicht vorauszusehen, den grössten und bedeutendsten Schwierigkeiten, sowohl wegen der gefährlichen Natur des Phosphors, als auch wegen der hohen Temperatur, welche erreicht werden musste. Dennoch scheint mir, dass ich nach vielen vielen Proben zu einem genügend befriedigenden Resultate gelangt bin, besonders wenn man die befolgte Versuchsmethode berücksichtigt, welche gewiss nicht jener Genauigkeit fähig ist, wie die akustische. — Der grosse Kolben, in welchen vorher ein Stück festen Phosphors gegeben worden war, wurde wie gewöhnlich ins grosse Calorimeter gebracht, das diesmal mit Leinöl gefüllt wurde. Die Membrane bestand aus zwei Gummilappen, welche beiderseits mit einer dünnen Schichte in Oel gelösten Miniums und Bleiweisses überzogen und auf die gewöhnliche Weise angebracht und befestigt waren. Der Pfropf, welcher den Kolben verschloss, wurde ca. 3^{cm} tief unter den Rand des Halses eingetrieben und der Zwischenraum zwischen Rand und Pfropf mit Gyps und Sand in Art eines Cementes ausgefüllt, so dass selbst die Manometerkapsel, mit Ausnahme der Oberseite der Membrane von aussen ganz davon eingehüllt war. Nur auf diese Weise konnte der Pfropf einen vollkommenen Verschluss gewähren, so dass, wenn bei hoher Temperatur aspirirt und dann a geschlossen wurde, die einmal gewonnene Stellung des Zeigers nicht im geringsten sich änderte, obwohl bei diesen Versuchen das Gewichtchen schwerer gewählt worden war, um den Bewegungen der Membrane grosse Empfindlichkeit zu verschaffen. Der Phosphor wurde, wie gesagt, schon in den Kolben gegeben, bevor er verschlossen worden; hierauf wurde, um zu verhindern, dass er sich bei der Erwärmung in Berührung mit der Luft entzünde, im ersten Gefässe Kohlensäureanhydrid entwickelt und durch das zweite und dritte und die bezüglichen Verbindungsröhren in den grossen Kolben geleitet, wodurch die Luft durch die kleine Oeffnung der Membrane, welche wie in den früheren Versuchen angebracht war, allmählich verdrängt wurde. Nach einer genügend langen und lebhaften Entwickelung von Kohlensäureanhydrid, wurden sowohl darunter als an den Seiten die Flammen angezündet und die Temperatur bis zum Sieden des Oels getrieben, was bei ca. $300°$ C. eintrat. Es braucht nicht erst gesagt zu werden, dass b immer geschlossen blieb. Der Phosphor begann bei etwa $290°$ zu sieden, und sowohl früher als in grösserem Maassstabe beim Sieden entwichen seine Dämpfe Flämmchen bildend durch die kleine Oeffnung der Membrane. Nach einer gewissen Zeit, d. h., sobald man sicher sein konnte, dass die Phosphordämpfe alles Kohlensäureanhydrid vertrieben hatten, wurde mit dem gewöhnlichen Scheibchen die Oeffnung der Membrane verschlossen, die Manometervorrichtung in Stand gesetzt und gleichzeitig b geöffnet. Auch in diesem Falle war das ganze Calorimeter mit Glastafeln gedeckt, durch welche nur das Thermometer und die Manometerkapsel durchgeführt waren, so dass die Producte der Verdampfung des Oeles die

ganze Kapsel einhüllten. Deshalb mussten die Phosphordämpfe in der Kapsel die gleiche Temperatur haben wie im Kolben; gewiss ist, dass die Condensation derselben unmerkbar war, wie sie es auch im kleinen Zwischenraum zwischen dem Pfropfe und dem Hahne *a* waren. Dagegen fand oberhalb *a* die Destillation ergiebiger statt.

Auch diesmal wurde der zum Beginn der Versuche geeignete Moment darnach beurtheilt, ob, nach Schluss von *a*, der Zeiger unverändert blieb.

War das erreicht, so wurde, bei wie früher verschlossenem *b*, durch die Röhre, welche das dritte Gefäss mit dem Kolben verbunden hatte, mit Hilfe einer Saugvorrichtung eine Aspiration ausgeführt; der Zeiger verstellte sich und gleichzeitig wurde *a* geschlossen. Dann wurde der Saugapparat entfernt und durch rasche Drehung des Hahnes *a* die letzten zwei Phasen des Versuches hervorgebracht. Es lag natürlich viel daran, dass bei der Oeffnung von *a* zwar ein Gas vom äussern Atmosphärendrucke, aber ein solches eintrat, das auf die Phosphordämpfe keine chemische Reaction ausübte. Deshalb wurde die Röhre, welche das Kohlensäureanhydrid in das dritte Gefäss leitete, bis an den Boden dieses Gefässes geführt, welch letzteres tief genug war und nur dieses Gas enthalten konnte.

Die Flammen waren so regulirt, dass die Temperatur constant blieb, was auch wegen des Umstandes leicht gelang, dass bei einer Temperatur von nahe 300° die Temperaturzunahme mit solcher Langsamkeit erfolgt, dass man für die kurze Dauer der Versuche sicher sein konnte, dass keine merklichen Schwankungen eintreten. — In Wirklichkeit waren einige Bestimmungen mit grosser Mühe und viel Zeitverlust verbunden; dennoch gaben nur die letzten, besonders infolge des vollkommenen Haltens der Verschlüsse, befriedigende Resultate, so dass man, in Anbetracht der Methode, genügend genaue Mittelwerthe ableiten konnte. In der folgenden Tabelle sind die Daten und die aus den letzten Bestimmungen erhaltenen Resultate in der Ordnung wiedergegeben, wie sie gemacht wurden:

Tabelle III.

Nummer	Anfangsstellung des Zeigers	Erste Lesung	β	Zweite Lesung	β'	$k = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$
1	56,0	82,5	17,5	67,5	2,5	1,17
2	66,5	85,5	19,0	68,9	2,4	1,15
3	64,0	84,0	20,0	66,8	2,8	1,16
4	67,0	86,0	19,0	69,9	2,9	1,18
5	65,4	76,4	11,0	67,4	2,0	1,22
6	65,0	79,0	14,0	66,8	1,8	1,15
7	63,8	81,0	17,2	66,4	2,6	1,18
8	64,0	79,5	15,5	60,5	2,5	1,19

Schlussfolgerungen.

1. Der Werth von k für das Kohlensäureanhydrid 1,292 liegt innerhalb der von Pilling angegebenen Grenzen; er entspricht jedoch nicht dem aus den Formeln von Maxwell und Boltzmann abgeleiteten Zahlen. Das gleiche gilt von dem Werthe für überhitzten Wasserdampf 1,28. Für beide Körper ist aber der Werth von k doch kleiner als die im allgemeinen für zweiatomige Gase geltenden Werthe. Das Verhältnis $\frac{K}{H}$ ist annähernd gleich 0,42.

2. Der Werth von k für Phosphor entzieht sich der Formel von Maxwell, er liegt aber innerhalb der von Pilling angegebenen Grenzen; für diesen Körper ist $\frac{K}{H} = 0{,}27$.

3. Aus diesen Angaben und den schon zusammengestellten anderen scheint es, als ob die Abnahme des Werthes von k mit der Zunahme der das Molekül bildenden Atome sich nur für die nicht zusammengesetzten Körper constant bewahrheitete.

Ueber die Absorption strahlender Wärme in Wasserdampf und Kohlensäure[1]).

Von

Dr. Ernst Lecher.

In meiner letzten Arbeit über diesen Gegenstand[2]) schrieb ich folgende Worte: „Seitdem ich in Gemeinschaft mit meinem Freunde Pernter gezeigt[3]), wie es unmöglich sei, die eventuell statthabende Absorption durch Wasserdampf experimentell zu beweisen, sehe ich keine Ursache mehr, die constatirte atmosphärische Absorption gerade in dieser Weise zu erklären. Die in der citirten Arbeit gegebenen Schlüsse und Beobachtungen zeigen nicht, dass der Wasserdampf das Absorbens nicht sei, sie zeigen nur, dass der Beweis Tyndall's dafür unrichtig ist. Nun glaube ich aber einen Schritt weiter gehen zu dürfen; ich glaube nämlich eine Art Gegenbeweis liefern und zeigen zu können, dass jener Bestandtheil unserer Atmosphäre, welcher in allererster Linie die Sonnenstrahlung absorbirt, die Kohlensäure ist."

Was nun zunächst die Absorption der Sonnenstrahlung durch Kohlensäure unserer Atmosphäre betrifft, so hat Röntgen einige Zeit nach Veröffentlichung meiner Arbeit dieselbe Idee ausgesprochen[4]); ferner hat mittels einer von Röntgen angegebenen Methode dessen Schüler Heine den Kohlensäuregehalt der Luft bestimmt[5]), was ich seinerzeit in einer etwas anderen Weise ebenfalls versucht.

Im Gegensatze hierzu scheinen aber die Ansichten, welche ich über die Absorption durch Wasserdampf aufgestellt habe, den allgemein herrschenden Ideen zu sehr zu widersprechen, als dass man dieselben in eingehender Weise berücksichtigt hätte.

Tyndall hat zwar eine directe Antwort in Aussicht gestellt[6]), doch ist eine solche bis jetzt meines Wissens noch nicht veröffentlicht

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 86, 1882.

2) Wiener Akademie Bd. 82, 2. Abth., Nov.-Heft 1880. Wied. Ann. Bd. 12.

3) Wiener Akademie Bd. 82, 2. Abth., Juli-Heft 1880. Wied. Ann. Bd. 12.

4) Ber. d. Oberh. Ges. f. Natur- u. Heilk. Bd. 20.

5) Ueber die Absorption der Wärme durch Gase (Giesen 1882), Wied. Beib. Bd 6. Wied. Ann. Bd. 16.

6) Proc. of the Lond. R. Soc. 31. Arch. d. Sciences. Genève (3) 15.

worden[1]). Wenn ich mir im nachfolgenden erlauben werde, einige Versuche über diesen Gegenstand mitzutheilen, so geschieht dies mit Rücksicht darauf, dass man immer und immer wieder auf die Absorptionskraft des Wasserdampfes als auf etwas ganz Selbstverständliches hinweist und weil man möglicherweise die soeben citirte Abhandlung Tyndall's über intermittirende Bestrahlung in ihren physikalischen Folgerungen als eine Widerlegung meiner letzten Arbeit auffassen könnte.

Ein näheres Eingehen in diese Art der Untersuchungsmethode hat bestimmt gezeigt, wie bei diesen Versuchen die Vaporhäsion, welche sich direct nachweisen lässt, nicht vermieden werden kann und wie bei intermittirender Bestrahlung die Erscheinungen viel zu verwickelt werden, als dass man irgend welche bestimmte Schlüsse daraus ziehen könnte.

Angewandte Apparate.

Wenn man einen Wärmestrahl auf ein Gas auffallen lässt, welches denselben absorbirt, so dehnt es sich aus. Wenn auch der Grund der Ausdehnung ein sehr complicirter ist, so wird doch im allgemeinen das stärker absorbirende Gas auch die stärkere Ausdehnung zeigen. Nachdem nun aber die Vaporhäsion bei Dämpfen eine so überaus wichtige Rolle spielt, so scheint es mir, als ob bei Dämpfen eine Ausdehnung in erster Linie hervorgerufen würde dadurch, dass der einfallende Strahl ein an irgend einer Wand vaporhäsirtes Flüssigkeitströpfchen verdampft. Dann muss natürlich eine Volumsveränderung eintreten, auch ohne dass der Dampf als solcher ein Absorptionsvermögen besitzt.

Der Apparat, dessen ich mich bediente, war nun so eingerichtet, dass das Strahlenbüschel möglichst wenig mit der Wand in Berührung kam.

Der eigentliche Versuchsraum A besteht aus einem sehr dickwandigen Metallcylinder A, dessen Länge 60^{mm} und dessen Radius 22^{mm} betrug. Vorne ist derselbe mit einer blank polirten Steinsalzplatte bb verschlossen; hinten geht durch eine Stopfbüchse ein dünner Stahlstab, an dessen vorderem Ende ein kleiner Hohlspiegel ff aus Silber (Krümmungsradius $= 110^{mm}$) befestigt ist. Dieser Spiegel kann also in verschiedene Entfernungen von bb gebracht werden, welche Entfernungen man an einer kleinen Scala aa von aussen ablesen kann. Von besonderer Bedeutung ist der Ring nn, an welchen das Steinsalz gekittet ist. Derselbe verhindert (als eine Art von Diaphragma), dass Strahlen an die polirten Seitenwände des Gefässes gelangen können.

1) Während der Drucklegung dieser Zeilen erschien im Juni-Heft des Phil. Mag. die Einleitung zu einer dem Anscheine nach umfangreichen Erwiderung.

Die durch Bestrahlung verursachte Ausdehnung wird gemessen an einer manometrischen Kapsel K, welche unmittelbar über A sich befindet. Dieses K, in der Figur perspectivisch gezeichnet, ist eine

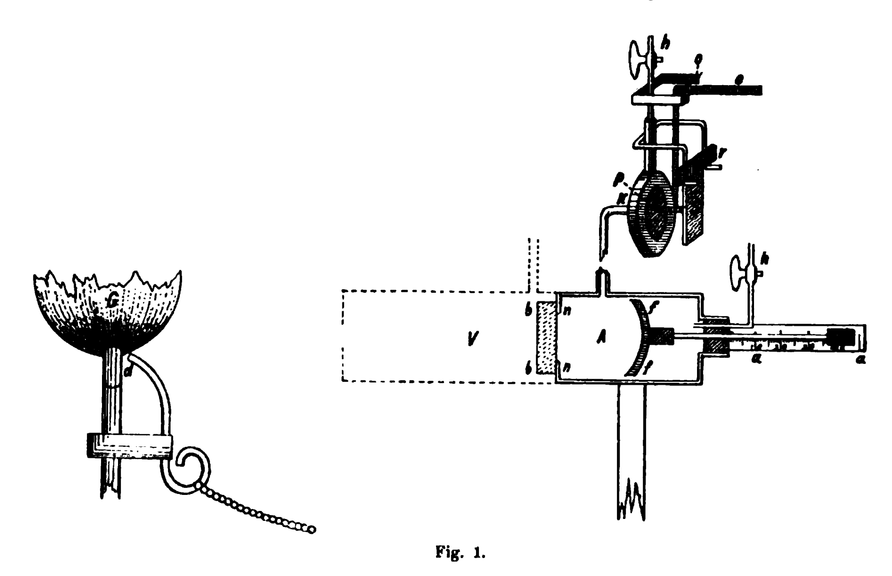


Fig. 1.

Metalltrommel, nach einer Seite, gegen rechts hin, mit einer Kautschukmembran überzogen. Dieselbe drückt mittels eines anliegenden Metallplättchens p und des daran befestigten Hebels c (Unterstützungspunkt in o) gegen das kleine Spiegelchen S, welches um die Stahlschneiden in r drehbar ist und dessen Neigungen mittels Fernrohr und Scala (in 5^m Entfernung) abgelesen werden. Durch die Hähne h wird der Apparat mit Gasen oder Dämpfen gefüllt[1]).

Die Röhre V hat den Zweck, zwischen die strahlende Gasflamme G und das eigentliche Versuchsgefäss eine vollkommen diathermane Substanz einzuschalten, indem durch dieselbe während einer ganzen Versuchsreihe fortwährend reine, trockene, von CO_2 befreite Luft langsam gegen die Flamme hingetrieben wurde[2]).

Die Gasflamme (Schwalbenschwanzbrenner) wird mittels eines elektrischen Funkens angezündet, welcher im passenden Momente von einem gespitzten Drahte d gegen die Brennermündung hinspringt. Um bei stets gleichem Gasdrucke zu arbeiten, wurde dieser unmittelbar vor

---

1) Diese Art der Druckbestimmung ist überaus empfindlich und bei vielen anderen experimentellen Untersuchungen mit Vortheil zu verwenden.

2) Wenn diese Vorröhre fehlte, dann würde z. B. der wechselnde CO_2Gehalt der Atmosphäre die Zusammensetzung des an bb anlangenden Strahlenbüschels wesentlich ändern. Dieser Fehler scheint mir bei den sonst sehr sorgfältigen Versuchen Heine's nicht vermieden.

jedem einzelnen Versuche nach der Flammenhöhe einer Controlflamme (Rundbrenner mit Glascylinder) regulirt.

In demselben Momente, als die Flamme *G* sich entzündet, wird die Zeit mittels eines elektrischen Registrirapparates notirt; ferner wird dann die Secundenanzahl markirt, so oft im Fernrohre ein Theilstrich der Scala durch das Fadenkreuz geht.

Der ganze Apparat ist vor jeder Bestrahlung geschützt und steht an einem Wandtische so weit vom Beobachter, dass dieser durch seine Verrichtungen: Umsetzen des Gasschlauches an die Leitung nach *G*, Abheben des Elektrophors u. s. w., keinerlei Erschütterungen hervorbringen kann.

Resultate.

Es war ursprünglich meine Absicht, zu zeigen, dass bei Füllung des Absorptionsrohres mit Wasserdampf die beobachtete Ausdehnung von der Stellung des Hohlspiegels ganz unabhängig sei. Rührt nämlich die beobachtete Ausdehnung nur davon her, dass vaporhäsirte Wassertröpfchen durch den einfallenden Strahl verdampft werden, dann muss, wenn dieser einfallende Strahl ganz parallel ist und nur mit der Steinsalzfläche und dem Hohlspiegel in Berührung kommt, die verdampfte Menge von der Stellung des Hohlspiegels unabhängig sein. Es gelang mir aber nicht, dieses Experiment vollkommen exact zu machen, denn es erwies sich als unmöglich, das eintretende Strahlenbündel so parallel zu erhalten, dass es nur mit dem Steinsalz und Hohlspiegel, nicht aber mit den Seitenwänden der Absorptionsröhre in Berührung käme.

Reine, trockene, CO_2 freie Luft.

Millimeter der Ablesescala	Secunden		
	$x = 56^{mm}$	$x = 25^{mm}$	$x = 0{,}5^{mm}$
0	0,0	0,0	0,0
1	2,1	9,0	24,0
2	8,1	19,0	32,8
3	10,2	23,8	39,0
4	13,2	30,4	46,0
5	15,2	34,1	55,0
6	17,7	39,0	
7	21,9	43,4	
8	24,7	47,0	
9	27,8	50,7	
10	31,5	53,7	
11	35,0		
12	38,0		
13	40,7		
14	42,1		
15	45,0		

Die in der 2., 3. und 4. Colonne stehenden Zahlen geben in Secunden die vom Beginn der Strahlung an gerechnete Zeit, welche bis zu jenem Momente verflossen war, wo der in der 1. Colonne stehende Theilstrich der Scala im Fadenkreuze des Ablesefernrohres erschien. x ist die Entfernung des Hohlspiegelrandes von der Steinsalzplatte.

Die Zahlen sind Mittelwerthe aus mehreren Versuchsreihen.

In der weiter unten stehenden Tafel sind die entsprechenden Curven punktirt.

Feuchte, CO_2 freie Luft.

Millimeter der Ablesescala	Secunden		
	$x = 56^{mm}$	$x = 31^{mm}$	$x = 0{,}5^{mm}$
0	0,0	0,0	0,0
1	0,6	1,1	8,0
2	1,2	1,8	17,7
3	1,8	2,5	22,0
4	2,3	3,9	25,0
5	2,9	6,1	27,8
6	3,8	9,1	
7	5,0	13,0	
8	6,8	17,4	
9	8,9	19,8	
10	11,1	22,2	
11	13,4		
12	15,4		
13	18,7		
14	22,1		
15	26,2		

Die Bedeutung der Zahlen ist genau so wie in der vorhergehenden Tabelle.

In der weiter unten stehenden Figur sind die entsprechenden Curven durch eine gestrichelte Linie angezeigt.

Getrocknete Luft mit ihrem gewöhnlichen CO_2-Gehalte.

Millimeter der Ablesescala	Secunden		
	$x = 56^{mm}$	$x = 31^{mm}$	$x = 0{,}5^{mm}$
0	0,0	0,0	0,0
1	0,9	2,9	13,8
2	1,7	4,3	21,8
3	2,0	9,0	27,8
4	2,6	13,5	34,0
5	3,3	16,9	35,8
6	4,5	19,1	38,9
7	5,8	22,1	
8	7,5	26,0	
9	10,4	29,0	
10	12,9	33,0	
11	17,8		
12	20,7		
13	26,7		
14	30,7		
15	34,0		

In Figur 2 sind die entsprechenden Curven durch ausgezogene Linien angedeutet. Es bedeutet dann *I* die hinterste Stellung des Hohlspiegels, *II* die mittlere und *III* jene, wo der Hohlspiegel am Steinsalze beinahe anliegt.

Als Abscissen sind die Zeiten aufgetragen, als Ordinaten die Volumsänderungen.

Man ersieht zunächst, dass bei reiner, getrockneter und von CO_2 befreiter Luft die Ausdehnung der Zeit proportional ist und dass dieselbe kleiner wird, wenn der Hohlspiegel weiter vorne steht. Die Erwärmung und Ausdehnung rührt nämlich zum grössten Theile von der diffus am Hohlspiegel zerstreuten Strahlung und von jenen Strahlen her, welche trotz aller Vorsichtsmaassregeln direct die Seitenwand treffen. Diese absorbirt die Wärme und gibt davon durch Leitung an die Luft ab, welche sich ausdehnt. Damit stimmt der Umstand überein, dass ein Schwärzen der Seitenwände den Ausschlag überaus steigerte.

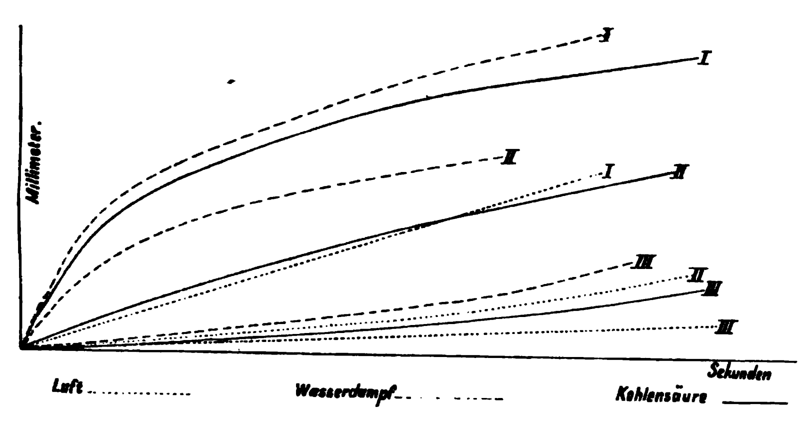


Fig. 2.

Ich halte es daher für experimentell kaum durchführbar, ein Strahlenbündel in *A* so eintreten zu lassen, dass es wieder durch das Steinsalz austritt, ohne an die Seitenwand zu kommen und ohne nach mehrmaliger Hin- und Herreflexion dieselbe zu erwärmen. Durch Leitung theilt sich dann die Wärme dem anliegenden Gase mit, welches der Zeit direct und der diffus bestrahlten Röhrenlänge aber entgegengesetzt proportional sich ausdehnt.

Wenn Wasserdampf oder Kohlensäure in der Röhre ist, so zeigt sich beim Bestrahlen eine plötzliche Zunahme des Volumens. Diese Knickung ist nach Röntgen ein Zeichen, dass das betreffende Gas die auffallenden Strahlen absorbirt. Wir sehen aber, dass die Wirkung der Strahlung gegenüber Wasserdampf oder Kohlensäure eine

ganz andere wird, sobald der Hohlspiegel in der Mitte (*II*) oder ganz vorne (*III*) steht.

Es werden nämlich beim Wasserdampf sehr feine vaporhäsirte Schichten sowohl an der Gefässwand als auch am Hohlspiegel sitzen und bei irgend einer Stellung des Hohlspiegels näher an der Steinsalzplatte geht zwar die Wirkung eines Theiles des an der Röhrenwand sitzenden Wassers verloren, die Wirkung der am Hohlspiegel verdampfenden Tröpfchen bleibt aber selbst noch in der vordersten Lage bemerklich. Ist jedoch Kohlensäure im Gefässe, dann wird beim Vorschieben des Hohlspiegels zugleich mit der Verminderung der absorbirenden Gasschicht auch die absorbirte Wärmemenge, d. h. die beobachtete Ausdehnung geringer.

Diese soeben besprochenen Erscheinungen hängen meiner Meinung nach mit den durch intermittirende Bestrahlung verursachten Tönen nur wenig zusammen. Ich glaube nämlich, dass die Erklärung von Röntgen und Tyndall, wonach das stärker absorbirende Gas stärker tönt, einer Specialisirung bedarf, welche von tiefgehender Bedeutung ist, sowie es sich um Dämpfe oder vielleicht auch um sehr leicht condensirbare Gase handelt.

Eine tönende Gasmasse vollführt die Zusammenziehungen und Ausdehnungen vollkommen adiabatisch, indem während der betreffenden kleinen Zeiten keine merkliche Wärmemenge durch die benachbarten Theilchen desselben Gases, welche nach dem Kirchhoff'schen Gesetze die ausgestrahlte Wärmemenge absorbiren muss, hindurchgestrahlt werden kann.

Dass dem so ist, zeigt die Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles und die Uebereinstimmung aller diesbezüglichen Daten.

Es müssen daher nicht nur die von Tyndall und Röntgen, sondern auch die von Bell und Mercadier gezeigten photophonischen Experimente von ein und demselben Gesichtspunkte aus aufgefasst werden. Ein Tönen durch intermittirende Bestrahlung kann nur an der Grenze zweier verschiedenfarbiger Medien entstehen. Es wird also ein nicht absorbirendes Gas in einer hochpolirten Röhre nicht tönen, wohl aber ein absorbirendes. Ebenso muss aber eine Grenzfläche zwischen absorbirendem festen Körper und nicht absorbirendem Gase tönen. So brachte ich z. B. reine Baumwolle in vollkommen getrockneter, von CO_2 befreiter Luft durch intermittirende Bestrahlung zu heftigem Tönen.

Auch ohne auf die Controverse zwischen Bell und Preece, ob der feste Körper oder das Gas der eigentlich tönende Körper sei,

einzugehen[1]), so viel ist sicher, dass an der Grenzfläche der beiden Medien die eigentliche Ursache zu suchen ist. Ebenso sicher ist aber die an der Grenzfläche erfolgende Vaporhäsion von Dämpfen; die Experimente von Magnus und die Rechnungen, welche ich mit den überaus genauen Beobachtungen Tyndall's angestellt, erheben diese Thatsache wohl über jeden Zweifel.

Ja, ich möchte sogar, wenn auch nur muthmassend, noch einen Schritt weiter gehen. Mercadier hat gezeigt[2]), dass alles, was die Rauhheit der Oberfläche vermehrt, auch das Tönen günstig beeinflusst. Dadurch wird aber auch die Condensation der condensirbaren Gase an der Oberfläche eine grössere und speciell condensirbare Gase, wie Kohlensäure, Leuchtgas, Ammoniak, Chlor u. s. w., können leicht zum Tönen gebracht werden.

Wenn also sicher ist, dass an der Grenzfläche zwischen Gas und festem Körper der Ton entsteht, wenn es ferner wahrscheinlich ist, dass selbst bei den Gasen eine Art von Vaporhäsion, wenn ich mich so ausdrücken darf, die Stärke des Tones günstig beeinflusst, dann ist diese Methode ganz und gar nicht geeignet auf die Frage angewandt zu werden, ob die strahlende Wärme von einem Dampfe absorbirt wird, dessen Vaporhäsion auch an polirten Wänden in unzweifelhafter Weise nachgewiesen wurde.

Es ist also auf diesem Gebiete eine Entscheidung, ob Wasserdampf strahlende Wärme absorbirt, nicht zu treffen und ich sehe daher mit der gespanntesten Erwartung der von Tyndall versprochenen[3]) Entgegnung der von mir vor mehr als zwei Jahren vorgebrachten Kritiken seiner ebenso interessanten als umfangreichen Arbeiten entgegen[4]).

---

1) Es ist diese Frage, wie ich glaube, nicht von Bedeutung. In den meisten Fällen wird sowohl das Gas (oder eine Flüssigkeit) als auch der feste Körper in Schwingungen versetzt, und zwar wird das beim leichter beweglichen Gase leichter geschehen, so dass vermuthlich die Schwingungen der festen Wand nur eine Folge der Schwingungen der benachbarten Gase sind. Um das zu prüfen, hätte Graham Bell seine letzten Versuche (Ann. d. chem. t. 25) im luftleeren Raume, natürlich mit anderen Apparaten, machen müssen. Ich habe versucht, eine berusste Platte eines Empfangstelephons durch intermittirende Bestrahlung in Schwingungen zu versetzen, wobei es dann leicht ist, die umgebende Luft zu entfernen und in einem zweiten Telephon die eventuell statthabenden Schwingungen zu hören. Die Resultate waren zwar negativ; doch liess die experimentelle Anordnung der Versuche manches zu wünschen übrig, so dass ich die Experimente mit besseren Apparaten wiederholen werde.

2) C. R. Bd. 92.

3) Diese Erwiderung ist, wie bereits einmal erwähnt wurde, soeben, Phil. Mag. (5) Bd. 83, im Erscheinen begriffen.

4) Es ist diese Arbeit in den beiden vorangehenden Heften dieses Repertoriums abgedruckt. (Anm. d. Red.)

XIX. Band. 5. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

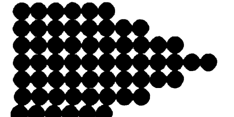
NEUNZEHNTER BAND.

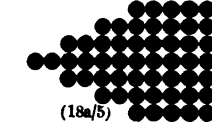
Inhalt des 5. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bezugsquellen-Liste

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4.	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, M., Halle a. S.	Physikalische Vorlesungsapparate, speciell elektrische und akustische.



Ueber die Bestimmung der magnetischen Inclination mit Hülfe von Magnetnadeln, deren Schwingungsebene gegen den Horizont geneigt sind.

Von

Dr. Ludwig Gruber,

Docent für Astronomie an der Universität Budapest.

I.

Die Ursache, dass die magnetische Inclination im Vergleiche zur Declination auffallend wenig untersucht ist, liegt hauptsächlich in der Umständlichkeit einer Inclinationsbestimmung und an den Gebrechen der meisten Inclinatorien. Für stabile Observatorien ist durch den Erdinductor von Weber diesen Uebelständen zum grossen Theile zwar abgeholfen, für Reisen jedoch lassen auch die besten Dower-schen Inclinatorien wegen der umständlichen und langwierigen Manipulation bei der Beobachtung selbst noch Manches zu wünschen übrig. Zu dem kommt noch, dass die nicht selten bedeutenden constanten Unterschiede der verschiedenen Nadeln den Werth einer Vervielfältigung der Beobachtungen fast illusorisch machen, denn da dem Principe der gewöhnlichen Nadelinclinatorien gemäss die Umstände der Beobachtung nicht variirbar sind, die constanten Fehlerquellen gewiss immer im selben Sinne und im selben Maasse sich geltend machen werden. Es mag also kaum als ein unnöthiger Versuch betrachtet werden, der magnetischen Inclination auf eine andere als die gewöhnliche Art beizukommen um so möglicherweise ein einfacheres, auch auf Reisen leicht handliches Inclinatorium zu gewinnen.

Dieser Gedanke leitete mich, als ich die im Titel dieser Abhandlung angedeuteten Versuche anstellte: und nachdem ich nun mit den-

selben bis zu einem gewissen Punkte zum Abschluss gelangt bin, sei es mir gestattet, den befolgten Gedankengang sowie die in Anwendung gebrachte Theorie hier kurz mitzutheilen.

Denken wir uns an einem Orte mit der magnetischen Inclination i eine Magnetnadel um eine von der Verticalen unter dem Winkel φ abweichende Achse drehbar, so wird offenbar die frei eingenommene Stellung der Nadel ausser von i und φ auch noch eine Function des Winkels zwischen dem magnetischen Meridian und der Verticalebene der Drehungsaxe — d. i. des magnetischen Azimutes der Axe — sein. Vorläufig wollen wir nur den Fall vor Augen halten, wenn das Azimut der Axe 0^0 oder 180^0 beträgt: in diesem Falle wird die Nadel auch im magnetischen Meridian zu liegen kommen. Und zwar wird für die Neigung der Axe gegen Nord das Nordende der Nadel nach Nord weisen, für die Neigung der Nadel gegen Süd jedoch nach Nord oder Süd zeigen, je nachdem $\varphi + i <$ oder $> 90^0$. Bezeichnen wir nun die erste Stellung der Axe mit Lage I, die letztere Stellung derselben mit Lage III, so wirkt bei Lage I in der Schwingungsebene der Nadel ein Theil der erdmagnetischen Kraft, der in $\cos(i - \varphi)$ multiplicirt erscheint, hingegen bei Lage III jener Theil, der den Factor $\cos(i + \varphi)$ hat. Lenkt man jetzt in beiden Stellungen die Nadel mit derselben Kraft vom magnetischen Meridian ab, und sind die entsprechenden Ablenkungswinkel α_1 und α_3, so ist leicht einzusehen, dass

$$\frac{\cos(i-\varphi)}{\cos(i+\varphi)} = \pm \frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_1} \begin{cases} \text{das obere Zeichen für } i+\varphi < 90^0 \\ \text{„ untere „ „ } i+\varphi > 90^0, \end{cases} \tag{1}$$

welche Form allerdings nur für die ideal gedachte Nadel gilt. Später werde ich die allgemeine Bedingung des Gleichgewichtes der Nadel aufstellen, und habe die Gleichung 1 nur aus dem Grunde hier anticipirt, um daraus die Brauchbarkeit der Methode beurtheilen, sowie die zweckmässigst zu wählenden Dimensionen und Form des zu construirenden Apparates ableiten zu können. Zunächst findet sich aus Gleichung 1 sofort:

$$\operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha_3 \mp \alpha_1}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha_3 \pm \alpha_1}{2}}. \tag{2}$$

Daraus als Einfluss des Fehlers in φ auf die Inclination

$$di = -\frac{\sin 2i}{\sin 2\varphi} \cdot d\varphi.$$

Folgende Tabelle enthält den Coefficienten: $\frac{\sin 2i}{\sin 2\varphi}$.

φ	$i = 50°$	60°	70°	80°
10°	2,9	2,5	1,9	1,0
15	2,0	1,7	1,3	0,7
20	1,5	1,3	1,0	0,5
25	1,3	1,1	0,8	0,4
30	1,1	1,0	0,7	0,4
35	1,0	0,9	0,7	0,4

Für den Einfluss eines Fehlers in der Bestimmung der Ablenkungswinkel auf i hat man zuförderst:

$$di = \mp \sin 2i \frac{\sin\alpha_3 \cos\alpha_1}{\sin(\alpha_3 + \alpha_1)\sin(\alpha_3 - \alpha_1)} d\alpha_1$$

und

$$di = \sin 2i \frac{\sin\alpha_1 \cos\alpha_3}{\sin(\alpha_3 + \alpha_1)\sin(\alpha_3 - \alpha_1)} d\alpha_3.$$

Berücksichtigt man das Differentiale der Gleichung 1 nach $d\alpha_1$ und $d\alpha_3$, so ersieht man, dass die letzten zwei Werthe von di numerisch in einander übergehen, und dass man also für die Gesammtwirkung der Fehler in den Ablenkungswinkel setzen kann:

$$di = \sqrt{2} \cdot \sin 2i \frac{\sin\alpha_3 \cos\alpha_1}{\sin(\alpha_3 + \alpha_1)\sin(\alpha_3 - \alpha_1)} d\alpha_1. \qquad (3$$

Um für $d\alpha_1$ einen Ausdruck zu gewinnen, müssen wir die constante ablenkende Kraft, welche in Anwendung gebracht werden soll, näher ins Auge fassen. Dieselbe kann zweckmässig durch einen Magnetstab hervorgebracht werden, welcher in einer zur Schwingungsebene der Nadel parallelen Ebene centrisch zur Axe und mit der Richtung der Nadel den Winkel ψ einschliessend gelegen ist. Nennt man das Verhältnis der Richtkraft des Magnetes zu der des gesammten Erdmagnetismus ε, so kann näherungsweise das constant wirkende Drehungsmoment durch $\varepsilon \sin\psi$ ausgedrückt werden; hingegen ist die in der Richtung der Nadel wirkende Componente: $\varepsilon \cos\psi$. Bedenkt man ferner, dass die Ablenkungswinkel durch Ablenkungen nach zwei Seiten hin bestimmt werden können, so darf man, unter ζ den Einstellungsfehler bei Einwirkung der gesammten Erdkraft verstanden, setzen:

$$d\alpha_1' = \frac{\zeta}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos(i - \varphi)\cos\alpha_1 + \varepsilon\cos\psi}. \qquad (4$$

Andrerseits ist aber im Gleichgewichtszustande:

$$\cos(i - \varphi) \sin \alpha_1 = \varepsilon \sin \psi \tag{5}$$

und daraus:

$$d\alpha_1'' = \frac{\varepsilon \cos \psi}{\cos(i - \varphi) \cos \alpha_1} d\psi. \tag{6}$$

Aus den beiden Werthen von $d\alpha_1$ ersieht man, dass $\varepsilon \cos \psi$ weder zu gross, noch auch zu klein gewählt werden darf, damit nicht der Einfluss von ζ oder $d\psi$ besonders präponderire. Für die richtige Wahl von $\varepsilon \cos \psi$ müsste allerdings vorerst die Erfahrung entscheiden; allein ich glaube in der Festhaltung des Winkels ψ kaum mehr erreichen zu können, als dass $d\psi = d\alpha_1''$ oder höchstens $= \frac{1}{2} d\alpha_1''$ angenommen werden darf. Aus Gleichung 6 folgt

für die erstere Annahme: $\varepsilon \cos \psi = \cos(i - \varphi) \cos \alpha_1$,
„ „ letztere „ $\varepsilon \cos \psi = 2 \cos(i - \varphi) \cos \alpha_1$,

und in Verbindung mit Gl. 5 für den Winkel ψ

$$\psi = \alpha_1 \text{ oder } \operatorname{tg} \psi = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Hält man an der letzteren Annahme fest, so gewinnt man aus Gleichung 4

$$d\alpha_1' = \frac{\zeta}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos(i - \varphi) \cos \alpha_1}$$

und kann, den Fehlern ζ und $d\psi$ gleichen Einfluss gewährend, im ganzen näherungsweise setzen:

$$d\alpha_1 = \frac{\zeta}{3} \cdot \frac{1}{\cos(i - \varphi) \cos \alpha_1}.$$

Mit diesem Werthe erhält man aus Gl. 3

$$di = \frac{\sin 2i}{\sqrt{4 \cdot 5} \cos(i - \varphi)} \cdot \frac{\sin \alpha_3}{\sin(\alpha_3 + \alpha_1) \sin(\alpha_3 - \alpha_1)} \cdot \zeta. \tag{7}$$

Dieser Differentialquotient soll nun zu einem Minimum gemacht werden in Bezug auf α_1, α_3 und φ, jedoch unter Berücksichtigung der Bedingungsgleichung 1. Behandelt man denselben nach den Regeln der Analysis, so gelangt man zu folgenden Bedingungsgleichungen:

$$\sin(\alpha_3 + \alpha_1) \sin(\alpha_3 - \alpha_1) = 2 [\sin^2 \alpha_3 - \sin^2 \alpha_1]$$

$$\sin(\alpha_3 + \alpha_1) \sin(\alpha_3 - \alpha_1) [\sin 2i + \sin 2\varphi] = 4 \sin 2i \sin^2 \alpha_3$$

$$\cos \varphi \cos i [\sin \alpha_3 \mp \sin \alpha_1] = \sin \varphi \sin i [\sin \alpha_3 \pm \sin \alpha_1].$$

Aus diesen Gleichungen ist zu ersehen, dass nur für die Bedingung $\sin^2\alpha_3 = \sin^2\alpha_1$, deren mögliche Wurzel $\alpha_3 = \alpha_1$ ist, ein Grenzwerth erreicht werden kann; hierbei ist jedoch nach der zweiten Gleichung $\sin 2i = 0$, d. h. $i = 0^0$ oder 90^0. Der Werth von φ bleibt im ganzen unbestimmt.

Um für Inclinationen zwischen 0^0 und 90^0 den Coefficienten der Gleichung 7 möglichst klein wählen zu können, darf man selbstverständlich auf die erste der obigen drei Bedingungsgleichungen keine Rücksicht nehmen, sondern wird sich für jedes gegebene i aus der zweiten und dritten Gleichung φ eliminirend eine Relation zwischen α_3 und α_1 herleiten. Jeder Annahme von α_1 entspricht dann ferner aus der dritten Gleichung ein φ; und man kann also für die Reihe der angenommenen α_1 die Gleichung 7 direct rechnen und folglich die zweckmässigste Combination feststellen.

Diese zweckmässigsten Combinationen sind jedoch der Art, dass sie in der Praxis unausführbar bleiben; darum wird es sich empfehlen, für eine ganze Reihe von Combinationen die entsprechenden Coefficienten von ζ zu rechnen, wodurch überhaupt ein übersichtlicheres Bild der Fehlereinflüsse gewonnen wird. Für eine gegebene Inclination kann man nach Gleichung 1, den verschiedenen Neigungswinkeln φ und Ablenkungen α_1 entsprechend, die Ablenkungen α_3 ableiten; auf diese Weise finden sich z. B. für $i = 62\,{}^1\!/_2{}^0$ (Inclination zu Budapest) folgende Werthe von α_3.

α_1	$\varphi = 5^0$	10^0	15^0	20^0		35^0	40^0
5^0	7,0	10,2	15,8	29,5		36,3	21,9
10	14,1	20,6	32,8	78,8			47,9
15	21,3	31,6	53,9				
20	28,7	43,8					
25	36,4	58,8					
30	44,6						
35	53,7						

Die unausgefüllten Rubriken zeigen Unmöglichkeiten an. Mit diesen Daten findet man nach Gleichung 7 leicht folgende Coefficienten von ζ.

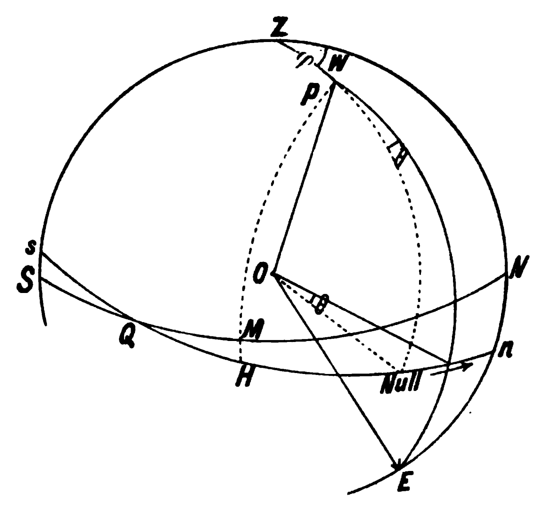
α_1	$\varphi = 5^0$	10^0	15^0	20^0		35^0	40^0
5^0	grösser	grösser	2,34	1,10		0,75	1,19
10	„	2,38	1,18	0,55			0,60
15	„	1,60	0,79				
20	„	1,21					
25	2,46	0,98					
30	2,08						
35	1,81						

Aus dieser Zusammenstellung ist zu ersehen, dass am zweckmässigsten φ so gewählt wird, dass $i + \varphi$ nicht allzuviel von 90^0 verschieden sei und dabei α_1 den noch möglichen grössten Werth erreiche: am besten dürfte es sein in zwei Stellungen zu beobachten, für Budapest etwa bei $\varphi = 17\,{}^1/_2{}^0$ und $37\,{}^1/_2{}^0$. Gegen starke Neigungswinkel lassen sich vielleicht praktische Bedenken geltend machen, und darum wird man bei kleineren Inclinationen wohl nur $i + \varphi < 90^0$ nehmen dürfen.

Anmerkung. Hätte man statt $\varepsilon \cos\psi = 2\cos(i - \varphi)\cos\alpha_1$ zu setzen, diese Grösse ganz vernachlässigt — wodurch $\psi = 90^0$ und die Beobachtung wesentlich einfacher wird, und der Apparat eine weniger sorgfältige Ausführung nothwendig macht —, so müssten die Zahlen der letzten tabellarischen Zusammenstellung noch mit $\sqrt{4,5} = 2,12$ multiplicirt werden.

II.

Bevor ich Einiges über die Beobachtung selbst mittheile, will ich die theoretische Begründung der Methode voranschicken. Denken wir



uns im Mittelpunkte einer Kreistheilung eine Magnetnadel um eine Axe drehbar, welche mit der Verticalen den Winkel φ einschliesst;

ferner sei diese Axe sammt der darauf senkrechten Kreistheilung um die Verticale drehbar. In nebenstehender Figur stellt ZNE den nördlichen Theil des magnetischen Meridianes vor, O ist der Beobachtungsort, Z das Zenith und OE die Richtung der erdmagnetischen Kraft. Bei einer gewissen Stellung des Apparates trifft die Drehungsaxe der Nadel OP die Kugel in P, und es ist $ZP = \varphi$. Die Verlängerung des Bogens ZP repräsentirt die Verticalebene der Axe und trifft die Kreistheilung bei jeder azimuthalen Stellung des Apparates im selben Punkte, welcher als Nullpunkt angenommen werde und von welchem aus die Theilung in einer dem Uhrzeiger entgegengesetzten Richtung bis 360° durchziffrirt gedacht werden möge. In der Figur stellt $SQMN$ den Horizont, $sQHn$ die Kreisebene dar.

Dreht man die Verticalebene der Nadelaxe um das Azimuth w aus dem Meridian, so wird die Nadel weder in Null noch im Meridian stehen, sondern um den Winkel θ von Null abweichen, wobei sie (als vollkommen balancirt vorausgesetzt) im grössten Kreise von P und E verbleibt. Der Winkel θ bestimmt sich aus dem $\triangle ZPE$ nach:

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{\operatorname{tg} i \sin \varphi + \cos \varphi \cos w}{\sin w}$$

und stellt die Ruhelage der Nadel unter der alleinigen Einwirkung der erdmagnetischen Kraft vor. Bezeichne ich mit E die Gesammtwirkung des Erdmagnetismus auf die Nadel, mit ξ den Winkel, welchen ihre Richtung mit der Schwingungsebene bildet und welcher bestimmt ist durch:

$$\sin \xi = \sin i \cos \varphi - \cos i \sin \varphi \cos w,$$

so hat man als Wirkung in der Schwingungsebene:

$$E \cos \xi.$$

Steht nun die Nadel aus irgend einem Grunde auf A (es wird immer das Nordende derselben abgelesen), so beträgt das erdmagnetische Moment:

$$E \cos \xi \sin (A - \theta),$$

welches die Ablesung zu verkleinern strebt.

Dabei findet man für specielle Annahme über w z. B.

$$\begin{aligned} w &= 0^\circ; & \xi &= i - \varphi; & \theta &= 0^\circ \\ &= 180^\circ & &= i + \varphi & &= 180^\circ \text{ oder } 0^\circ, \text{ je nachdem } i + \varphi \lesseqgtr 90^\circ. \end{aligned}$$

Ist die Nadel nicht gut balancirt, sondern steht das Nordende derselben im unmagnetischen Zustande unter der Einwirkung der Schwere auf Ω, so wird das Moment der Schwerkraft bei der Ablesung A

durch $\mu \sin(A - \Omega)$ ausgedrückt sein, welches die Ablesung abermals zu verkleinern sucht und wobei μ das Maximum des Momentes bedeutet.

Lassen wir ausserdem noch auf die Nadel einen Magnetstab auf die in der Einleitung erwähnte Weise, etwa mit dem constanten Momente C, so einwirken, dass dadurch die Ablesung ebenfalls eine Verminderung erfahre[1]), so ist dem Gesagten zufolge die Gleichgewichtsbedingung der Nadel

$$\mu \sin(A - \Omega) + E \cos\xi \sin(A - \theta) + C = 0. \tag{8}$$

Bezeichnen wir speciell für die eine Stellung des Ablenkungsmagneten, welche als positiv betrachtet wurde, die Ablesung mit A', für die verkehrte, also negative Stellung desselben die Ablesung mit A'', so lassen sich folgende zwei Gleichungen aufschreiben:

$$\mu \sin(A' - \Omega) + E \cos\xi \sin(A' - \Omega) + C = 0$$
$$\mu \sin(A'' - \Omega) + E \cos\xi \sin(A'' - \Omega) - C = 0;$$

die Differenz gibt, wenn $\frac{A'' - A'}{2} = \alpha$; $\frac{A'' + A'}{2} = A^0$ gesetzt wird:

$$\mu \sin\alpha \cos(A^0 - \Omega) + E \cos\xi \sin\alpha \cos(A^0 - \theta) - C = 0.$$

Unter α ist immer ein positiver Winkel $< 90^\circ$ zu verstehen; geht das Nordende der Nadel durch Null, so ist A'' um 360° zu vergrössern.

Um möglichst übersichtliche Formeln zu erhalten, wollen wir, vier Lagen des Instrumentes für Azimuth $= 0^\circ$, w, 180° und $-w$ unterscheidend, die entsprechenden Beobachtungsdaten mit den Indices 1, 2, 3 und 4 versehen. Demnach geht die letzte Gleichung unter Berücksichtigung der speciellen Werthe von ξ und θ über, für die Lage I in:

$$\left.\begin{array}{l} \mu \sin\alpha_1 \cos(A_1^0 - \Omega) + E\cos(i - \varphi) \sin\alpha_1 \cos A_1^0 - C = 0, \\ \text{für die Lage III in:} \\ \mu \sin\alpha_3 \cos(A_3^0 - \Omega) \mp E\cos(i + \varphi) \sin\alpha_3 \cos A_3^0 \pm C = 0^{2)}. \end{array}\right\} \tag{9}$$

Zur Bestimmung von i aus den Gleichungen 9 ist die Kenntnis einiger Grössen vorausgesetzt, welche wir aus einer Reihe von Beobachtungen herleiten wollen, bei welchen wir nur den Erdmagnetismus

---

1) Diese Stellung des Ablenkungsmagneten wollen wir die positive Lage desselben nennen, in der verkehrten Lage, wobei die Ablesung durch den Magnetstab vergrössert wird, ist C negativ zu nehmen.

2) Hinsichtlich des Doppelzeichens gilt die schon früher gemachte Bemerkung. Das Doppelzeichen vor C musste gesetzt werden, weil in Lage III für $i + \varphi < 90^\circ$ (die Nadel wieder gegen Norden gerichtet) der Ablenkungsmagnet verkehrt gelegt werden muss, um im selben Sinne zu wirken als für $i + \varphi > 90^\circ$.

und die Erdschwere auf die Nadel einwirken lassen. Wir wollen die Stellung der Nadel bei Azimuth 0^0, w, 180^0 und $-w$ beobachten: die Werthe von ξ und θ in Lage I und III sind bekannt, für Lage II und IV ist zu bemerken, dass dieselben einander gleich, nur entgegengesetzt bezeichnet sind. Hat man als die vier Einstellungen der Nadel in den vier Lagen des Instrumentes $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_2$, $\mathfrak{A}_3$ und $\mathfrak{A}_4$, so gehen aus Gleichung 8 folgende vier Relationen hervor:

$$\left.\begin{aligned} \mu \sin(\mathfrak{A}_1 - \Omega) + E\cos(i-\varphi)\sin\mathfrak{A}_1 &= 0 \\ \mu \sin(\mathfrak{A}_2 - \Omega) + E\cos\xi\sin(\mathfrak{A}_2 - \Theta) &= 0 \\ \mu \sin(\mathfrak{A}_3 - \Omega) \mp E\cos(i+\varphi)\sin\mathfrak{A}_3 &= 0 \\ \mu \sin(\mathfrak{A}_4 - \Omega) + E\cos\xi\sin(\mathfrak{A}_4 + \Theta) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

in welchen $\Theta < 90^0$ aus $\operatorname{cotg}\Theta = \dfrac{\operatorname{tg} i \sin\varphi + \cos\varphi\cos w}{\sin w}$ zu rechnen ist.

Die zweite und vierte Gleichung der letzten Gruppe in einander dividirt gibt:

$$\frac{\sin(\mathfrak{A}_2 - \Omega)}{\sin(\mathfrak{A}_4 - \Omega)} = \frac{\sin(\mathfrak{A}_2 - \Theta)}{\sin(\mathfrak{A}_4 + \Theta)}$$

und nach einigen Transformationen:

$$\operatorname{cotg}\Omega = \operatorname{cotg}\Theta\,\frac{\sin(\mathfrak{A}_4 - \mathfrak{A}_2)}{\sin(\mathfrak{A}_4 + \mathfrak{A}_2)} + 2\,\frac{\cos\mathfrak{A}_2\cos\mathfrak{A}_4}{\sin(\mathfrak{A}_4 + \mathfrak{A}_2)}. \tag{11}$$

Die Nadel wird im allgemeinen so gut balancirt werden können, dass eine ganz exacte Kenntnis von Ω nicht nothwendig ist, und dass also in Gleichung 11 ein genäherter Werth von Θ (der eine Function von i ist) ausreicht. Im übrigen wird sich Ω am sichersten ermitteln lassen, wenn $\mathfrak{A}_4 + \mathfrak{A}_2$ möglichst verschieden von 0 oder 360 ist, was dadurch erreicht werden kann, dass man w so wählt, dass entweder $\mathfrak{A}_4$ oder $\mathfrak{A}_2$ nahe 0 oder 180^0 wird, je nachdem $i + \varphi \gtrless 90^0$. Was den Quadranten von Ω anlangt, ist es leicht einzusehen, dass Ω für $0 < \mathfrak{A}_3 < 180^0$ im ersten oder zweiten, für $180^0 < \mathfrak{A}_3 < 360^0$ im dritten oder vierten Quadranten liegen muss: allein bleibt die Wahl des Quadranten von Ω in der weiteren Rechnung ganz gleichgültig, und es dürfte sich empfehlen, Ω als blosse Hilfsgrösse auffassend stets zwischen -90^0 und $+90^0$ zu nehmen.

Nach diesem folgt aus der ersten und dritten Gleichung der Gruppe 10

$$\mu = -E\cos(i-\varphi)\frac{\sin\mathfrak{A}_1}{\sin(\mathfrak{A}_1 - \Omega)} = \pm E\cos(i+\varphi)\frac{\sin\mathfrak{A}_3}{\sin(\mathfrak{A}_3 - \Omega)},$$

welche Werthe in die Gleichungen 9 substituirt geben:

$$E \cos(i-\varphi) \sin \alpha_1 \left[\cos A_1^0 - \sin \mathfrak{A}_1 \frac{\cos(A_1^0 - \Omega)}{\sin(\mathfrak{A}_1 - \Omega)}\right] = C$$

$$E \cos(i+\varphi) \sin \alpha_3 \left[\cos A_3^0 - \sin \mathfrak{A}_3 \frac{\cos(A_3^0 - \Omega)}{\sin(\mathfrak{A}_3 - \Omega)}\right] = -C$$

oder

$$\frac{\cos(i-\varphi)}{\cos(i+\varphi)} = -\frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_1} \left[\frac{\cos A_3^0 - \sin \mathfrak{A}_3 \frac{\cos(A_3^0 - \Omega)}{\sin(\mathfrak{A}_3 - \Omega)}}{\cos A_1^0 - \sin \mathfrak{A}_1 \frac{\cos(A_1^0 - \Omega)}{\sin(\mathfrak{A}_1 - \Omega)}}\right]. \tag{12}$$

Falls die Nadel nahezu balancirt ist, wird der letzte Klammerausdruck[1]) nicht viel von der Einheit verschieden sein, und zwar für $(i+\varphi) < 90^0$ negativ, für $(i+\varphi) > 90^0$ positiv. Setzt man für den absoluten Werth des Klammerausdruckes $(1+k)$, so hat man

$$\frac{\cos(i-\varphi)}{\cos(i+\varphi)} = \pm \frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_1}(1+k).$$

Mit der Einführung von k und einer Entwicklung der letzten Gleichung bis zu den zweiten Potenzen von k erhält man:

$$\operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \mp \alpha_1)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \pm \alpha_1)} \pm \frac{k}{2} \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_3}{\sin^2 \frac{1}{2}(\alpha_3 \pm \alpha_1) \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_3 \mp \alpha_1)} \mp$$
$$\mp \frac{k^2}{4} \frac{\sin \alpha_1 \sin^2 \alpha_3}{\sin^3 \frac{1}{2}(\alpha_3 \pm \alpha_1) \cos^3 \frac{1}{2}(\alpha_3 \mp \alpha_1)}. \tag{13}$$

In den meisten Fällen wird es genügen, die ersten Potenzen von k mitzunehmen: auch lässt sich der Einfluss der zweiten Potenz noch bedeutend verringern, wenn man eine Bestimmung mit $i+\varphi < 90^0$ und eine mit $i+\varphi > 90^0$ anstellt. Mit Beschränkung auf die erste Potenz von k ergibt sich die zur Rechnung bequeme Form:

$$\log \operatorname{tg} i = \log \operatorname{cotg} \varphi + \log \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \mp \alpha_1)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \pm \alpha_1)} \pm 2 \operatorname{Mod} k \cdot \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_3}{\sin(\alpha_3 + \alpha_1) \sin(\alpha_3 - \alpha_1)}. \tag{14}$$

$\log \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \mp \alpha_1)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_3 \pm \alpha_1)}$ sowohl wie auch der Coefficient von k lässt sich leicht in eine Tafel bringen, und somit erscheint in den Formeln 11, 12 und 14 das Problem vollständig gelöst, hinsichtlich k bleibt nichts anderes übrig, als den Klammerausdruck der Gleichung 12 direct zu berechnen.

---

1) Für Ω, 0^0 oder 180^0 wird der Klammer-Ausdruck unbestimmt. In diesem Falle lässt sich der Einfluss der Schwerkraft nicht bestimmen, und man wird wohl thun, Ω vom Hause aus nahezu 90^0 oder 270^0 zu machen, d. i. die Nadel so zu balanciren, dass sie unter der Schwerkraft beiläufig horizontal stehe.

III.

Um die Anwendbarkeit der dargelegten Methode, noch bevor mir ein exacter Apparat zu Gebote steht, doch näherungsweise prüfen zu können, habe ich mir einen solchen provisorisch aus Holz und Pappe construirt und hierbei allein auf die Herstellung einer möglichst präcisen Bewegung der Nadel Sorgfalt verwendet. Bei dem angewandten Modell erhebt sich im Mittelpunkte einer um die Verticale drehbaren Alhidade eine senkrecht stehende Säule, an deren oberem Ende ein im Viereck 25^{cm} grosser und 6^{cm} tiefer Schwingungskasten in der Weise befestigt ist, dass derselbe um eine horizontale Axe gedreht, und somit der am Boden desselben befindlichen ebenen Kreistheilung ein beliebiger Neigungswinkel gegen den Horizont bis zu 37^0 gegeben werden kann. Die nur bis auf ganze Grade ausgeführte Kreistheilung von 23^{cm} Durchmesser ist vom tiefsten Punkte aus, dem Gange eines Uhrzeigers entgegen, von 0^0 bis 360^0 durchziffrirt: ein mässiger Indexfehler ist dabei ohne Belang.

Der Magnetnadel glaubte ich die der geringsten Reibung unterworfene Beweglichkeit dadurch zu geben, dass ich die 25^{mm} lange Axe desselben unten zu einer conischen Spitze zugeschliffen auf einem fein angebohrten Rubinstein spielen, oben jedoch mit einer $1/4^{mm}$ dicken Axenendung in einen entsprechenden Lochstein 1^{mm} weit eingreifen liess. Die Beweglichkeit einer aus starker Uhrfeder hergestellten, 23^{cm} langen und 7^g schweren Magnetnadel war bei der erwähnten Einrichtung insoferne befriedigend, als unter der Einwirkung des horizontalen Erdmagnetismus Oscillationen innerhalb eines halben Grades noch zu beobachten waren.

Die Bedingung, dass die Drehungsaxe der Magnetnadel auf die Kreistheilung senkrecht stehe, konnte ich selbstverständlich nicht strenge erfüllen, und konnte also den Neigungswinkel der letzteren gegen den Horizont (den Winkel φ) auch nur näherungsweise messen.

Als fernerer Mangel des Apparates sei noch erwähnt, dass der centrisch aufgelegte und um den Mittelpunkt des Schwingungskastens drehbare Ablenkungsmagnet bei allen Versuchen auf die Richtung der Nadel senkrecht (und zwar mit freiem Auge) gestellt wurde, nachdem mir eine versuchsweise Anwendung von Diоptern einen genügend kleinen Winkel ψ nicht sicher genug festzuhalten erlaubte.

Die Einstellungen der Nadel wurden im allgemeinen nicht durch directe Ablesungen ermittelt, sondern aus der Beobachtung von je 7 bis 9 Elongationsgrenzen bei Schwingungsbögen unter 15 Graden. Ausser der bereits erwähnten 7^g schweren Nadel wurde noch eine zweite benutzt von nur 3^g Schwere und halber Ausdehnung, welche jedoch mittels dünner Glasfäden ebenfalls bis zu 23^{cm} verlängert ist.

Die Resultate, welche aus Beobachtungen unter verschiedenen Neigungswinkeln (φ) abgeleitet wurden, sind unter einander nicht vergleichbar gewesen, da ich keine Einrichtung getroffen habe, diese letzteren genau zu messen; und so konnten nur die mit demselben φ angestellten Versuche mit einander verglichen werden. Diese stimmten innerhalb der bei den Beobachtungsumständen und den Mängeln des Versuchsmodells zu erwartenden Fehlergrenzen ganz gut, trotzdem die grössere Nadel so schlecht balancirt war, dass die letzte Correction der Gleichung 14 bei $\varphi = 36^0$ bis nahezu 0,1 betrug. Ueberhaupt haben mich die Versuche überzeugt, dass sich mit Hülfe eines exact ausgeführten Apparates auf diesem Wege gewiss Resultate gewinnen lassen werden, welche denen der besten Inclinatorien an die Seite gestellt werden können, trotzdem eine Bestimmung kaum 10 Minuten Zeit in Anspruch nimmt. Als wesentlicher Vortheil des geschilderten Verfahrens macht sich noch der Umstand geltend, dass durch Variation von φ für eine Reihe von Beobachtungen stets andere Umstände geschaffen werden können, welche im Mittel der Resultate einen individuellen Charakter des Apparates unterdrücken werden.

Zur möglichst genauen Bestimmung von Ω suchte ich w oder $360^0 - w$ so zu wählen, dass dabei die Nadel auf 180^0 oder 0^0 einspielte, je nachdem $i + \varphi \lesseqgtr 90^0$ genommen wurde.

Gegenwärtig bin ich daran, einen genaueren Apparat zu construiren mit einer Einrichtung zur präcisen Messung von φ, ferner mit Spiegelablesung und Reflexionsprisma zur Bestimmung der Ablenkungswinkel, und behalte mir vor, seiner Zeit über die Resultate der Beobachtungen an dieser Stelle zu berichten.

Budapest im December 1882.

Hydrodynamische Erscheinungen, welche den elektrischen und magnetischen analog sind[1]).

Von

Prof. **C. A. Bjerknes**
in Christiania.

Die Untersuchungen, von welchen hier die Rede ist, gehen in ihrem ersten Ursprunge zu dem Jahre 1856 zurück. In dem Wintersemester 1855—1856 hielt in Göttingen Dirichlet Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen, und unter anderm behandelte er dort sein neues Fundamentalproblem über die Kugel, die in Ruhe verbleibt in der Mitte einer bewegten, unendlichen und unzusammendrückbaren Flüssigkeit. Es war unter dem Eindrucke der naturphilosophischen Ideen von Euler, so wie sie in seinen bekannten »lettres à une princesse d'Allemagne« ausgesprochen wurden, dass bei diesem Studienaufenthalt den Vorträgen des grossen deutschen Mathematikers gefolgt wurde. Und indem ich eine Eigenthümlichkeit in dem Ausdrucke des Druckes für einen äusseren Punkt früh bemerkt hatte, eine Eigenthümlichkeit, welche mir von besonderer Wichtigkeit schien, entstand nach und nach die Idee zu versuchen, ob man nicht auf hydrodynamischem Wege neue Hilfsmittel würde finden können, um eine mehr rationell mechanische Erklärung gewisser Naturerscheinungen zu gewinnen.

Während dieser Zeit wurde das Problem der Ellipsoide von Herrn Schering gelöst. Dirichlet hatte dieses Problem für seine Eleven gestellt, und es wurde unabhängig von ihm und von Clebsch gelöst; von dem letztern doch ein wenig früher, aber in einer von der Schering-schen verschiedenen Richtung. Die von Schering gegebene Auflösung wurde nicht veröffentlicht; sie wurde mir aber mitgetheilt und veranlasste von meiner Seite eine sehr naheliegende Generalisation für einen n-fachen Raum. Diese Verallgemeinerung wurde damals ebenso wenig

---

1) Aus „Lotos“ 1882 Bd. 3 vom Herrn Verfasser mit einigen Zusätzen mitgetheilt.

veröffentlicht; sie war aber der erste Schritt in der Richtung der neuen Studien, obwohl sie noch zu denselben eigentlich eine Nebenstellung einnehmen möchte.

Andere Beschäftigungen und Studien ebensowohl, als die Schwierigkeit den rechten Weg zu finden, hinderten die Fortsetzung durch sieben Jahre. Im Jahre 1863 wurde der erste eigentliche Fortschritt von grösserer Bedeutung gemacht, ein Fortschritt, der doch allein in der Auffindung eines einfachen Gedankens bestand, nicht in der Lösung von analytischen Schwierigkeiten. Es schien mir von Wichtigkeit zu sein, das Dirichlet'sche Problem in einer Richtung zu verallgemeinern, wonach nicht nur der Körper sich bewegen sollte, sondern auch seine Form und besonders sein Volumen verändern. Mit andern Worten, man dürfte nicht so ausschliesslich an absolut starre Körper denken, man müsste ebensowohl an innere Vorgänge denken und an die Folgen, die aus diesen Gründen entstehen möchten. Auf diese Weise allein würde man hoffen können zu apparenten Krafterscheinungen zu kommen, welche denjenigen der Natur ähnlich wären. Durch die Auflösung des Problems von der in der Flüssigkeit bewegten Kugel mit veränderlichem Volumen (eine Auflösung, welche ich in diesem Jahre gab) zeigte es sich auch (aus diesem Ausdrucke des Druckes in einem äusseren Punkte), dass man sehr wahrscheinlich, wenn man dasselbe Problem für eine Mehrheit von Körpern verallgemeinern könnte, hydrodynamische Krafterscheinungen hervorbringen würde, welche selbst denjenigen ähnlich wären, die dem Newton'schen Gesetze gehorchen.

Gehindert durch äussere Umstände in der weiteren Verfolgung dieser Ideen, die man damals wegen der herrschenden Gedankenrichtung nicht ohne Vorsicht hätte äussern können, und die ich somit in dem, was der Oeffentlichkeit vorgelegt wurde, unberührt liess, — wurden nun zuerst im Jahre 1868 und in den folgenden Jahren 1870 und 1871 die hydrodynamischen Untersuchungen wieder aufgenommen, und ich ging von dem Probleme des einzigen kugelförmigen Körpers zu demjenigen einer Mehrzahl, von beliebig vielen, über. Aus den Resultaten des Jahres 1868, obschon sie in gewissen Beziehungen eine Täuschung gaben, traten doch andrerseits auf eine überraschende Weise Analogien zwischen den scheinbaren, hydrodynamisch gewonnenen Krafterscheinungen und denjenigen der Natur hervor, und gewissermaassen die Principien der rationellen Dynamik kamen in der Aeusserung dieser apparenten Kräfte wieder zum Vorschein. Diese Untersuchungsresultate wurden doch beinahe gar nicht bemerkt. Im Jahre 1871 begann ich ferner die Beweise derselben Sätze zu veröffentlichen; dieses wurde doch bald abgebrochen, indem ich mich darauf beschränkte zu zeigen, wie man für eine beliebige Anzahl von veränderlichen Kugeln das für fernere Untersuchungen grundlegende Geschwindigkeitspotential würde finden können.

Es fehlte doch etwas, um den Resultaten ihre volle Fruchtbarkeit zu geben, so dass man Experimentaluntersuchungen von einiger Be-

deutung würde anfangen können. Es war dies der einfache Gedanke, dass man nicht allein gleichzeitige vibratorische Bewegungen zu Grunde legen sollte, sondern auch, dass dieselben vorzüglich isochron sein müssten. Sonst würde man kein Bild der Kraftwirkungen der Natur erreichen.

Im Jahre 1875 wurde dieser neue Fortschritt gemacht, ein Fortschritt, der wieder nur in der Gedankenrichtung lag und keine neue analytische Schwierigkeit darbot. Der eigenthümliche Gegensatz, der sich aber zeigte, indem man eine Vergleichung mit den elektrischen und magnetischen Krafterscheinungen anstellen wollte, warf doch anfänglich einen Zweifel auf in Beziehung auf die Richtigkeit eines solchen Resultates. Und ich wurde somit zu experimentellen Untersuchungen geführt, oder correcter, ich nahm wieder solche auf; seit 1868 oder noch früher hatte ich sie schon in Verbindung mit den hydrodynamischen Untersuchungen getrieben.

Diese Experimentaluntersuchungen waren doch von der primitivsten Art, indem weder Mittel noch Locale oder mechanische Hilfe für diesen Zweck mir zu Gebote standen, und es wurde mir allein von meinem damals sehr jungen Sohne geholfen. Auf diese Weise kamen die ersten, obwohl nicht beweisenden, so doch bestätigenden Experimentalresultate zu Stande, Experimentalresultate, die ich die Versuche mit »den fallenden und auf der Oberfläche des Wassers oscillirenden Kugeln« genannt habe. Auch Versuche mit pulsirenden Ballonen etc. wurden damals gemacht; sie gaben aber kein befriedigendes Resultat.

Um eine Verification von mehr directer Art durch Versuche zu erhalten, suchte ich dann — besonders da ich von einem wissenschaftlichen Freunde eine eifrige Aufforderung erhalten hatte, dieselben fortzusetzen — Beistand bei Collegen oder Freunden, die über Werkstätten oder Laboratorien disponirten.

Auf diese Weise wurden im Herbst 1875 einige Versuche von grösserem Umfang gemacht, Versuche, wodurch wohl das Hauptziel, die Anziehungen und Abstossungen der pulsirenden Körper auf eine mehr überzeugende Weise zu demonstriren, nicht gelang, wodurch aber gewisse Inductionserscheinungen, die aus den pulsirenden Bewegungen entstanden, verdeutlicht wurden. Spätere Versuche, wobei man explosive Pulsationsschläge in kleinen Ballonen hervorzubringen suchte, wurden im Winter und Frühjahr auf dem chemischen Laboratorium mit dem Beistand von Herrn Professor Waage angestellt; auch diese gaben nicht die gewünschten Hauptresultate, es wurde aber auch bei dieser Gelegenheit etwas gefunden, was später von Nutzen werden sollte, indem einige von den sog. temporären Erscheinungen, deren Theorie ich doch noch unvollständig besass, hierbei dargestellt wurden.

Erst nachdem ich in Verbindung mit Herrn Schötz, Professor der Physik an der Universität, getreten war, und somit die Mittel des physikalischen Cabinets zum Theil zur Verfügung standen, konnten die Versuche mit mehr Hoffnung eines günstigen Resultates fortgesetzt

werden. Doch war die Zeit dieses meines Collegen, der früher mir keinen wirksamen Beistand hatte gewähren können, noch stets sehr abgemessen, und andrerseits war es auch gar nicht leicht, die Bedingungen der hydrodynamischen Probleme genügend zu realisiren. Ein gemeinschaftlicher, sehr tüchtiger Assistent, Herr Svendsen, war uns nachher bei diesen Versuchen zur Disposition gestellt. Auf diese Weise gelang es dann schliesslich am Ende des Jahres 1878 alle Haupterscheinungen in den Analogien zu den permanent-magnetischen Kraftwirkungen in Uebereinstimmung mit meinen Sätzen experimentell zu verificiren. Und bei der Construction der dafür nöthigen Apparate haben die Herren Schötz und Svendsen den wesentlichsten Antheil gehabt.

Die damals nach der Angabe von Prof. Schötz ausgeführten definitiven Apparate wurden im Sommer 1879 in Paris auf dem Collège de France und in der Société de Physique vorgezeigt. Ich gab dann die Erklärung der hydrodynamischen Erscheinungen, während mein Sohn die Experimente ausführte. Die Versuche mit ganz neuen und wenig geprüften Instrumenten waren doch oft mit sehr bedeutenden Installationsschwierigkeiten verbunden, und nachdem sodann die Experimentalaufgabe gelöst war, zeigte es sich sehr wünschenswerth, derselben eine bessere Lösung zu geben.

Nach meiner Zurückkunft nach Christiania im Herbste 1879 wurde das hydrodynamische Problem, welches ich mir gestellt hatte, insofern einer mehr eingehenden Detailbehandlung unterzogen, als ich durch die glückliche Durchführung einer Transformation der früher gefundenen Ausdrücke den Beweis führen konnte, dass auch die Erscheinungen des temporären Magnetismus würden hydrodynamisch nachgeahmt werden können. Einige Bestätigungen der neuen Theoreme in gewissen übrigens sehr leicht verificirbaren Punkten wurden nun auch gleich experimentell gegeben. Ebenso wurden Apparate, um die früheren Analogien zu den permanent-magnetischen Erscheinungen zu zeigen, auch neu construirt, Apparate, welche bedeutend einfacher waren und durch welche in dem folgenden Sommer, bei der Versammlung der skandinavischen Naturforscher in Stockholm, die neuen Erscheinungen wieder für eine Reihe von Physikern konnten veranschaulicht werden. Bei der Vorzeigung der neuen Apparate zeigten sich doch wieder Schwierigkeiten bei der Installation, so dass die experimentelle Aufgabe, obwohl die Constructionen sehr wesentlich vereinfacht waren, weiter in diesen constructiven Richtungen verfolgt werden musste, wenn man sich dem Ziel nähern sollte, auch quantitative Bestimmungen ausführen zu können.

Seit dem Sommer 1880 traten diese Experimentaluntersuchungen in eine neue Phase ein. Es wurde mir ein kleines Laboratorium eingeräumt und ein Mechaniker wurde mir zur Seite gestellt. An Stelle meiner früheren Mitarbeiter, der Herren Prof. Schötz und Svendsen, welcher letztere also unser gemeinschaftlicher Assistent war, hatte ich den Beistand meines Sohnes, Wilhelm Bjerknes, der von jetzt an

die constructiven Arbeiten leitete und die experimentellen Detailuntersuchungen ausführte. Noch eine neue Construction der Hauptapparate wurde nun ausgeführt, und dies zwar nach einem Principe, wonach alles sich zu einem einzigen Hauptapparat, in verschiedenen Modificationen, oder wenn man will zu zwei solchen, reduciren liess. Die Erscheinungen, welche den temporär magnetischen ähnlich waren, wurden auch in den feineren und hier sehr schwierigen Details verfolgt. Die hydrodynamische Magnetisirung der Flüssigkeit durch die eingeschlossenen vibrirenden Körper wurde mit vieler Sorgfalt von Seiten meines neuen Helfers durch autographisch gezeichnete Spectren gezeigt und sie wurden dann mit den entsprechenden magnetischen verglichen. Einige Spectren wurden auch hergestellt, wodurch Aehnlichkeiten zwischen hydrodynamischen Erscheinungen und den elektrischen Stromerscheinungen zum Vorschein kamen u. s. w. Dieses und die dazu construirten Apparate sind nunmehr allgemein bekannt; sie wurden auf der Ausstellung zu Paris im Jahre 1881 vorgezeigt, und es sind dieselben, von welchen ich in dem folgenden eine Beschreibung geben will, wobei doch das Hauptziel ist, die Erscheinungen selbst darzustellen [1]).

Hierzu konnte noch etwas Neues hinzugefügt werden, welches sich auf die Fortsetzung der Nachahmungen der elektrischen Stromerscheinungen bezog. Die Untersuchungen sind inzwischen nicht in allen Richtungen so fortgeschritten, wie es zu wünschen wäre, um eine Mittheilung über dieselben zu machen. Ich ziehe deswegen vor, alles, was sich auf die Nachahmungen des Elektrodynamischen bezieht, hier zu übergehen, um dies lieber gesammelt darzustellen, wenn nach ferneren Untersuchungen darüber eine günstige Gelegenheit sich darbieten möchte [2]).

I. Einleitende Sätze und Bemerkungen.

1. Ich werde also in dem folgenden eine Reihe von mechanischen Erscheinungen beschreiben, die mit den elektrischen und besonders den magnetischen eine durchgehende Aehnlichkeit darbieten, nur dass alles,

---

1) Einzelne Apparate wie auch die ganze Sammlung verfertigt Herr Mechanikus J. L. Andersen in Christiania.

2) Mein Sohn Wilhelm Bjerknes hat kürzlich in der norwegischen Zeitschrift „Naturen" im Anschluss an meine beiden Artikel (April und Juni 1880) eine populäre Darstellung der ganzen Reihe der den elektrischen und magnetischen Erscheinungen ähnlichen Phänomene gegeben. In seinem Artikel „Nyore hydrodynamiske Undersögelser" (September, October und November 1882) werden auch die neueren Unternehmungen erwähnt, wonach z. B. die gegenseitigen Einwirkungen elektrischer Ströme nachgeahmt werden können, doch so, dass man wie sonst alles entgegengesetzt analog erhält. Die Inductionserscheinungen zeigen wieder die directe Analogie. Die eben erwähnten Nachahmungen elektrodynamischer Erscheinungen

was mit den ponderomotorischen Erscheinungen vergleichbar ist, sich auf jenem Gebiete entgegengesetzt zeigt: wo man Anziehung erwartet, bekommt man Abstossung und umgekehrt; wo man eine Drehung nach links vermuthen sollte, wird eine Drehung nach rechts erhalten u. s. w. Diese mechanischen Erscheinungen haben ihren Grund in Schwingungen, die von Körpern ausgeübt werden, welche in einer unzusammendrückbaren Flüssigkeit eingetaucht sind; dieselbe soll ferner auch eine vollkommene oder ideale Flüssigkeit sein. Für das Gelingen der Versuche, die die analytischen Resultate bestätigen sollten, wird es doch hinlänglich sein, sich des Wassers zu bedienen. Eine andere analytische Bedingung, dass man eigentlich eine unendliche Flüssigkeit haben sollte, und dass zugleich der nöthige Druck vorhanden sein müsste, damit keine Trennungen stattfänden, wird in den Versuchen dadurch ersetzt werden können, dass die schwingenden Körper nicht in zu grosser Nähe der Wände und der Oberfläche sich befinden mögen.

Wenn ich die Körper als in Schwingungen versetzt betrachtet habe, so muss es doch genauer definirt werden, von welcher Art diese Schwingungen seien; denn eben hier tritt bald ein fundamentaler Unterschied vor. Dieses Wort Schwingung oder Vibration fasse ich dann als einen generellen Begriff, während z. B. Pulsation und Oscillation besondere Arten von Schwingungen bedeuten sollen. Pulsation bezieht sich auf eine Aenderung des Volumens, Oscillation dagegen auf eine Aenderung der Lage.

a) Dieses vorausgesetzt, und indem wir unter diesen Vergleichungen nicht an die Einwirkung zwischen imponderablen magnetischen Massen, sondern zwischen den Magneten unter einander denken, können wir nun sagen:

Eine in der Flüssigkeit eingesenkte pulsirende Kugel verhält sich entgegengesetzt wie ein magnetischer Pol.

Eine in der Flüssigkeit eingesenkte oscillirende Kugel verhält sich entgegengesetzt wie ein Magnet. Die Oscillationen sind hierbei als geradlinige gedacht.

Man stelle sich ferner vor, dass die pulsirende Kugel, wenn sie sich ausdehnt, ein Nordpol, wenn sie sich zusammenzieht, ein Südpol ist; und dass die oscillirende Kugel ihren Nordpol nach der Seite hin kehre, wohin augenblicklich die Oscillationsbewegung gerichtet ist, ihren Südpol mithin entgegengesetzt.

Der Gegensatz, von dem gesprochen wurde, der aber nicht erklärt worden ist, besteht darin, dass in allen diesen magnetähnlichen Erscheinungen gleichnamige Pole einander anziehen, ungleichnamige einander abstossen. Sonst folgen ihre Wirkungen den

---

schliessen sich denjenigen an, die in ihren ersten Anfängen auf der elektrischen Ausstellung zu Paris (1881) vorgezeigt wurden. Die neueren Versuche wurden in der Sitzung der „Physical Society" zu London am 24. Juni 1881 zum ersten Mal öffentlich demonstrirt.

bekannten Naturgesetzen, wonach sie umgekehrt wie die Quadrate der wachsenden Abstände abnehmen.

b) Während aber die Kräfte, womit nach diesen Gesetzen die Körper fortbewegt werden, sich umgekehrt magnetisch, oder kürzer gesagt antimagnetisch verhalten, kommen doch auch andere in Thätigkeit; und während sie neue oscillatorische Bewegungen bedingen, mithin die Bildung von neuen Hydromagneten veranlassen, wird diese ihre inductorische Thätigkeit sich genau magnetisch verhalten. Gewissermaassen wird man also sagen können, dass die imponderablen, magnetähnlichen Flüssigkeiten, welche man der Vergleichung wegen einführen könnte, ganz wie die magnetischen influencirt werden, dass aber die sie enthaltenden Körpertheile sich gegen einander entgegengesetzt verhalten.

2. Betrachten wir nun bloss die Körperbewegungen, und schliessen wir selbst diejenigen aus, die sich mehr unmittelbar von den hervorgebrachten Flüssigkeitsströmen auf die Körper übertragen, mit anderen Worten, diejenigen neuen Schwingungen, welche sich zur selben Zeit bilden, ganz wie ein magnetischer Pol oder ein permanenter Magnet durch eine Influenz einen neuen temporären Magnet bestimmt. Lassen wir also die Inductionserscheinungen und die damit zusammenhängenden Körperbewegungen bei Seite.

Wir haben gesagt, dass man dann eine völlige, aber umgekehrte Analogie besitzt zwischen den aus den Schwingungen entstehenden hydrodynamischen Krafterscheinungen und denjenigen des Magnetismus. Es ist doch etwas hinzuzufügen, wodurch die Allgemeinheit der hydrodynamischen Bedingungen beschränkt werden kann, denn sonst würde man zugleich Erscheinungen bekommen, die ausserhalb der magnetischen lägen. — Eine pulsirende Kugel ist nämlich abwechselnd Nord- und Südpol, eine oscillirende Kugel ist abwechselnd auf die eine oder die entgegengesetzte Weise orientirt. Und die Intensität dieses hydrodynamischen Magnetismus, welche zu jeder Zeit der Geschwindigkeit proportional ist, ändert sich in der Schwingungszeit unablässig.

Dieses aber wird keine Störungen hervorrufen, wenn man für zwei oder mehrere schwingende Kugeln den Fall des Synchronismus annimmt; zur gleichen Zeit sollen nur die im Laufe derselben Schwingungsperiode erzeugten Mittelresultate betrachtet werden. Besonders wollen wir hierunter diejenigen Schwingungen behandeln, die wir zum Unterschied von den allgemeinen synchronen auch als isochrone bezeichnen wollen. Synchronismus soll sich dann ausschliesslich auf die gleiche Schwingungsdauer beziehen; Isochronismus tritt ein, wenn die Gleichzeitigkeit noch für den Einfall der Schwingungen besteht; als Einfallszeiten bezeichnen wir dann alle die Zeitmomente, wo die Schwingungsgeschwindigkeiten Null sind, wo also eine Schwingung endet und eine neue beginnt.

Im Falle dieses Isochronismus werden nun die sich stetig ändernden Pole gleichzeitig in die entgegengesetzten übergehen, was in dem Resultate

dasselbe wäre, als ob jeder von ihnen stets einen Pol desselben Namens vorstellen möchte. Und da man die Mittelresultate nimmt, wird man sie auch als Pole mit einer constanten Stärke ansehen können. Man wähle also eine beliebige Einfallszeit heraus und denke sich, dass man immer einen Pol derselben Art wie damals habe.

II. Vibratoren und Balanceapparate.

3. Um die Anziehungen, die Abstossungen sowohl als die Verschiebungen senkrecht zu den Verbindungslinien, und die Drehungen, welche alle in den permanent-magnetischen Erscheinungen sich zeigen und hier ein eigenthümliches, negatives Gegenbild finden, um dieses (was aus den theoretischen Sätzen fliesst) auch experimentell zu verificiren, hat man besonders zwei Reihen von Apparaten nöthig: die Vibratoren und die Balanceapparate. Ich spreche nicht von dem eigentlichen Motor, dem Pumpenapparat (Fig. 1), womit man die

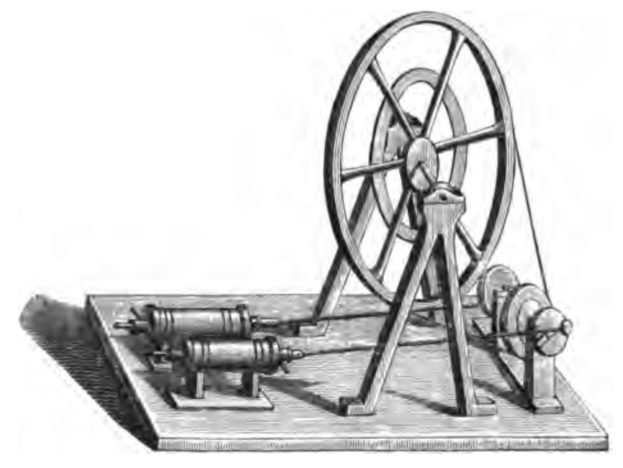


Fig. 1.

vibratorischen Bewegungen hervorbringt, und durch welchen man in Stand gesetzt wird die Phasen und die Amplituden zu reguliren. Die Einrichtung eines solchen Apparates, wie wichtig es auch für das Gelingen der Versuche ist, dass er wohl construirt sei, bleibt doch immer eine Sache von verhältnismässig untergeordneter Bedeutung.

Was die Balanceapparate charakterisirt, das ist die grosse Leichtigkeit, womit die in Schwingungen versetzten Balancekörper in gewissen Richtungen verschiebbar sind, es sei nun, dass diese Körper pulsirende oder oscillirende Vibrationen ausführen. Diese Apparate kommen übrigens, selbst unabhängig von diesem Grundunterschiede, in mehreren Modificationen vor.

Die Vibratoren werden mit der Hand geführt, oder man kann sie auf andere Weise beliebig steuern. Sie sind auch von verschiedenen

Arten und wir nennen sie Pulsatoren oder Oscillatoren, je nachdem der Vibratorkörper die Bestimmung hat entweder oscillatorische oder pulsatorische Bewegungen auszuführen.

Wir fangen mit der Beschreibung dieser letztern Apparate an.

4. Der Pulsator (Fig. 2) besteht aus einer zu beiden Seiten mit Kautschukmembranen bedeckten Trommel, zu welcher die Pulsatorröhre führt. Mittels eines Schlauches wird diese in Verbindung mit einer doppelt wirkenden Pumpe gesetzt.

Man wird nun durch die hervorgebrachten Verdichtungen und Verdünnungen der Luftmassen die Trommel in Pulsationen versetzen können, wodurch ihr Volumen abwechselnd vergrössert und verkleinert wird. Und wegen der Biegsamkeit des Schlauches kann man ferner dem Pulsator eine ganz beliebige Stellung geben.

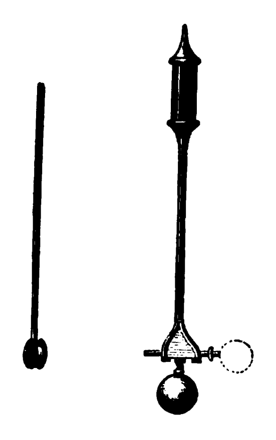


Fig. 2. Fig. 3.

Wir bemerken, dass, der Bequemlichkeit wegen, die nach der Theorie vorausgesetzte Kugelform hier nicht benutzt worden ist. Was schon analytisch als wahrscheinlich angesehen werden müsste, hat sich auch experimentell bestätigt, dass das Wesentliche nicht die Körperform, sondern die periodischen Aenderungen seines Volumens. war.

5. Ein Oscillator (Fig. 3) ist ein Apparat, der zum Zweck hat, einer daran angebrachten Kugel, die man sonst auch nach einer beliebigen Stelle führen kann, eine oscillirende Bewegung mitzutheilen. Die Oscillatorröhre erweitert sich nach oben in einen kleinen Pumpencylinder, der mittels eines Schlauches in Verbindung mit der Generatorpumpe steht. Unten erweitert sie sich zu einer Kapsel, in welcher die verlängerte Pistonstange der Recipientenpumpe in Verbindung mit einer Kurbel steht, wodurch die oscillatorische Bewegung der Stange in eine dagegen senkrecht stehende überführt wird. Gibt man somit, wie gewöhnlich, dem Oscillator eine verticale Stellung, so wird die mit einem kleinen Arm versehene Oscillatorkugel, welche hier eingeführt wird, horizontal gerichtete Oscillationen annehmen.

Die Einfügung kann auf zwei verschiedene Weisen bewerkstelligt werden und der Oscillator tritt sodann in zwei Modificationen auf. Die Kugel kann zuerst unten angebracht werden; eine halbe Drehung um die verticale Axe entspricht dann einer Drehung des Magnets ohne andere Aenderung in der Lage. Der Kugel kann auch in Beziehung auf die Kapsel eine Seitenstellung gegeben werden; dieses ist von Nutzen, wenn sie z. B. über oder unter einem zweiten Körper ihre Oscillationen auszuführen hat.

Man kann sich aber auch einen Oscillator auf eine einfachere Weise verschaffen, indem man die Oscillatorkugel mit einem etwas längeren

Arm oder Stiel versieht und sie dadurch zu der Membrane eines Pulsators führt.

6. Nach einem ganz andern Princip lässt sich indessen auch ein Vibrator dieser Art herstellen und es hat dies zugleich ein theoretisches Interesse: man kann einfach einen doppelten Pulsator bilden (Fig. 4). Statt der einen Röhre hat man alsdann zwei, und statt der einzigen Trommel ebenso zwei, nur dass man wieder bloss zwei Membranen hat. Oder anders gesagt, die vorige Trommel ist jetzt durch eine Scheidewand in zwei Kammern getrennt. Wenn man diesen Doppelpulsator benutzen will, setzt man die zwei Pulsatorröhren in Verbindung, jede mit einem andern Ende desselben Pumpencylinders der grossen Generatorpumpe. Wenn dann die Luft durch die eine Röhre einströmt, wird sie durch die anderen ausströmen und umgekehrt. Die zwei Trommelkammern gerathen somit in entgegengesetzte Pulsationen, wenn also die eine, wie wir kurz sagen, Nordpol ist, wird die andere ein Südpol sein, so dass man folglich, hydrodynamisch verstanden, einen Magnet besitzt. Wie früher fixirt man als Anfangszeit eine beliebig gewählte Einfallzeit und denkt sich von nun an Alles, wie es damals war. Die Erweiterung der Kammer des Nordpols und die Zusammenziehung derjenigen des Südpols führt nun zum selben Resultat als die Oscillationsbewegung von Süd gegen Nord.

Fig. 4.

Man kann auch hier das Folgende bemerken, was die Uebereinstimmung in den Wirkungen des Oscillators und des Doppelpulsators (mit den entgegengesetzten Pulsationen in den zwei Kammern) erklärt. Es seien zwei ursprünglich gleich grosse Kugeln gegeben (Fig. 5), A und B. Wenn nun A sich zusammenzieht, so dass sie einen Südpol bezeichnet, und B sich vergrössert, so dass sie ein Nordpol ist, so hat dies eine nicht unwesentliche Aehnlichkeit mit einer Oscillation, und zwar in der Richtung von der contrahirten zu der dilatirten Kugel, d. h. von Süd nach Nord. Denn die zwei Flüssigkeitsräume, die von den veränderten Kugeln eingenommen sind, haben nun ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt nicht mehr in der Mitte; er ist in der Richtung verschoben, die von der Richtungslinie von s nach n bezeichnet wird.

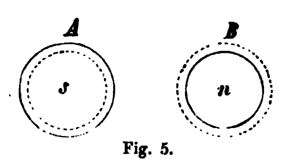


Fig. 5.

7. Die Vibrationsapparate, mit ihren sehr empfindlichen Balancen und leicht verschiebbaren vibrirenden Körpern, sind auch von zweierlei Art. Man hat einen Pulsationsapparat und einen Oscillationsapparat, von welchen der erste dazu geeignet ist, die Actionen gegen die Pole zu zeigen, der andere die Actionen gegen die Magnete. Beide haben ein gemeinschaftliches Stativ und je nachdem man daran die Pulsationsbalance oder die Oscillationsbalance anbringt,

wird man den einen oder andern von den besondern Apparaten erhalten. Figur 6 zeigt den vollständigen Oscillationsapparat, mithin auch das für die beiden Balanceapparate gemeinschaftliche Stativ.

8. Oben an dem Stative bemerkt man den Mantel, der von der Seite geöffnet oder geschlossen werden kann. Hierdurch erleichtert man sich die Einsetzung der Balancen. Er nimmt die circulirenden Luftmassen auf und gibt sie wieder ab. Durch einen Schlauch steht er nämlich in Verbindung mit der Generatorpumpe. Durch die eingesetzte Balance, die in den beiden Fällen oben in einen Recipientcylinder endigt (welcher von dem Mantel des Stativs sehr genau umschlossen wird) werden dieselben Luftmassen für die Hervorbringung der Schwingungen benutzt. Doch geht davon ein Theil verloren, indem der auffangende Cylinder nicht ganz genau sich hineinfügt. Es geschieht dieses, um eine vollständige Drehung der Balance zu ermöglichen, ohne andere Friction als die, welche von der Bewegung um zwei kleine verticale Spitzen, oben und unten, bedingt wird. Selbstverständlich muss der Verlust der kleinst mögliche sein.

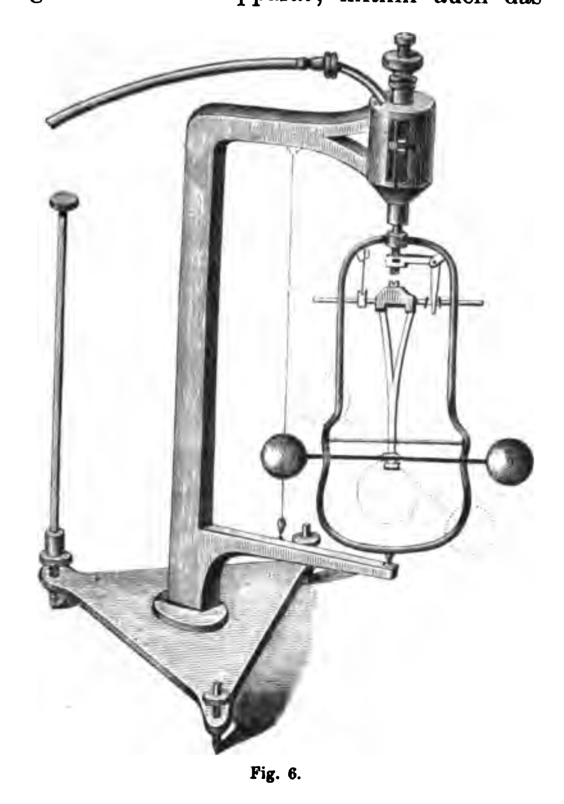


Fig. 6.

9. Um den Pulsationsapparat (Fig. 7) zu erhalten, setzt man also die Pulsationsbalance hinein. Diese ist als ein Kreuz geformt. Der verticale Stamm ist zugleich die Umdrehungsaxe, und er bildet eine Röhre, die sich oben zu einem grösseren Cylinder erweitert. In diesem ist auch die obere, vertical stehende Spitze oder der Zapfen angebracht; dieselbe greift in eine Achathöhlung ein und mit Hilfe einer Schraube lässt sich der nöthige, sehr kleine Druck reguliren. Von dem empfangenden Cylinder geht der Luftstrom durch die Axenröhre und ferner durch den

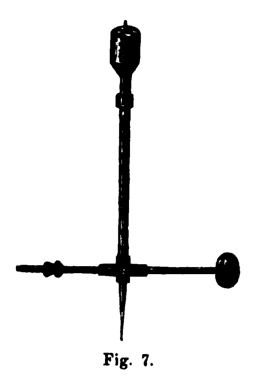


Fig. 7.

hohlen, in einer Trommel endigenden horizontalen Balancier ein. In einem folgenden Augenblicke geht der Strom zurück. Die leicht verschiebbare Trommel, welche sonst wie diejenige des Pulsators gebildet ist, wird sodann in Pulsationen gesetzt. Der Balancier ist nach entgegengesetzter Seite mit einem Gegengewicht versehen. Die Axenröhre setzt sich auf entgegengesetzter Seite des Kreuzpunktes in einem Vollcylinder fort, und er endigt schliesslich in einer unteren Spitze, welche in die Achathöhlung des horizontalen Querarms des Stativs passt.

10. Um den Oscillationsapparat (Fig. 8) zu erhalten, wird in dem Stativ eine Oscillationsbalance eingesetzt. Diese ist im Grossen als ein Rahmen geformt. Sie endigt also auch nach oben in einen hohlen, vertical stehenden Recipientcylinder, der in den Mantel eingepasst wird. Oben und unten hat man wieder in derselben Lothlinie liegende Spitzen, um welche die Drehung vorgeht. Der Cylinder bildet aber jetzt einen Pumpenkörper; er ist mit einem Piston versehen, der durch die ein- und ausströmenden Luftmassen in verticale Oscillationen gesetzt werden kann. Diese oscillatorische Schwingungsbewegung wird mittels einer Hebelverbindung in eine horizontale überführt.

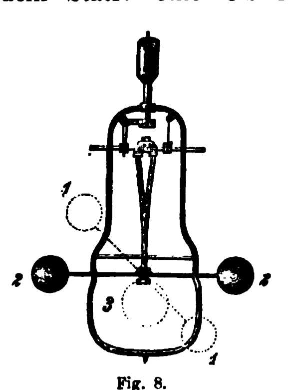


Fig. 8.

Man kann nun die gewonnene neue Oscillationsbewegung so benutzen, dass die zwei Kugeln oder Balancekörper an den Enden eines Balanciers in horizontale Oscillationen versetzt werden. Diesen selbst mitschwingenden Balancier kann man dann in eine Stellung bringen, die senkrecht gegen die Schwingungsrichtung, also auch gegen die Ebene des Rahmens steht. Die Balancekörper, von welchen übrigens der eine nur als Contragewicht anzusehen ist, lassen sich hiernach allein längs der Oscillations- oder, wie wir sagen wollen, Orientationslinie fortbewegen; diese Verschiebung geht aber mit der grössten Leichtigkeit vor sich. — Man kann aber auch den Balancier in die Ebene des Rahmens bringen, so dass die Schwingungen in derselben Ebene liegen. Die oscillirenden Balancekörper werden sich dann bloss senkrecht zu ihrer Orientationslinie verschieben. Diese beiden Arrangements werden wir als excentrische bezeichnen. Und man hat also excentrische Arrangements für longitudinale sowohl als für transversale Verschiebungen.

Man hat aber auch ein axiales Arragement und statt der früheren zwei Balancekörper hat man nun bloss einen einzigen, welcher dann, bei den Oscillationen, den in der Drehungsaxe selbst liegenden Oscillationsmittelpunkt passirt. Mit dem Rahmen oder der ganzen Balance wird sich jetzt die schwingende Kugel um ihre verticale Axe drehen.

III. Versuche, wodurch die permanent-magnetischen Krafterscheinungen auf inverse Weise nachgeahmt werden.

11. Wir werden nun die Wechselwirkungen zwischen isochron-schwingenden Körpern und dann zwischen den pulsirenden betrachten. Wir beginnen dann mit den einfacheren Versuchen, welche uns (entgegengesetzt) die Wirkungen zwischen Pol und Pol wiedergeben.

Wenn unter diesen Bedingungen die Pulsationen concordirend sind, d. h. wenn man dieselben Phasen hat, wird man dann Anziehung bekommen (Fig. 9a). Denn man hat neben einander Nord-Nord, dann Süd-Süd, dann Nord-Nord u. s. w. Sind dagegen diese Pulsationen

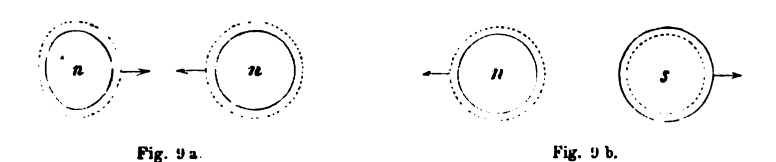


Fig. 9a. Fig. 9b.

discordirend, mit andern Worten, hat man entgegengesetzte Phasen und mithin nach einander Nord-Süd, dann Süd-Nord, dann Nord-Süd u. s. w., so wird man eine Abstossung erhalten (Fig. 9b).

Um dieses experimentell zu untersuchen, nimmt man den Pulsationsapparat, den man in Wasser, in das Gefäss Fig. 10, versenkt,



Fig. 10.

und in Verbindung hiermit einen Pulsator. Die erwarteten Erscheinungen treten dann alsbald hervor.

12. Indem man inzwischen besonders die Abstossungserscheinung studirt, wird man unter gewissen Umständen eine bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit beobachten; und diese zeigt sich auch im wirklichen Magnetismus. Schwächt man nämlich die Pulsationen der Pulsator-

trommel oder auch diejenige des Balancekörpers ab, so zeigt sich zwar die Abstossung wie früher (obschon mit einer geringeren Stärke); bringt man aber die zwei Körper in hinlänglich grosse Nähe zu einander, so geht diese Abstossung in eine Anziehung über. Im Magnetismus erklärt man die entsprechende Erscheinung so, dass der starke Pol im andern Körper einen temporären Magnetismus erregt; und dieser wird nun von solcher Stärke sein können, dass die ursprüngliche Abstossung zwischen den Polen überwunden wird.

Eine ähnliche Erklärung wird man auch dem besprochenen hydrodynamischen Experimente geben können. Es ist hier nicht der Ort, dies weiter aus einander zu setzen. Dies soll später bei Besprechung der temporären Erscheinungen geschehen.

13. Statt einen Pulsator zu benutzen, wollen wir nun in der Nähe der pulsirenden Balancetrommel eine Oscillatorkugel anbringen. Es sind also die Wirkungen, die von einem Magnet gegen einen Pol (alles wie früher in hydrodynamischem Sinne genommen), die wir sodann studiren werden. Aus dem obigen folgt, dass, wenn die Oscillatorkugel bei ihren Schwingungen sich der pulsirenden Balancetrommel in dem Augenblicke ihrer Dilatation nähert, man eine Anziehung bekommt

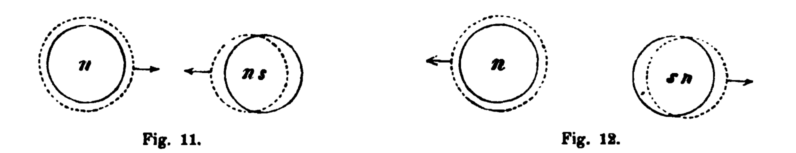


Fig. 11. Fig. 12.

(Fig. 11); denn Nord und Nord wird nun einander am nächsten stehen. Dreht man aber den Oscillator um seine verticale Axe halb herum, so dass die Oscillatorkugel sich in der Dilatationszeit vom Balancekörper entfernt, so bekommt man Abstossung (Fig. 12).

14. Wir haben somit die Actionen gegen einen Pol behandelt. Wir gehen demnächst zu den Actionen gegen einen Magnet über und der Pulsationsapparat wird dann mit einem Oscillationsapparat vertauscht. Drei Hauptfälle bieten sich jetzt zur Untersuchung dar. Der einen Magnet darstellenden oscillirenden Kugel des Balanceapparates — welcher man eine Pulsatortrommel oder eine Oscillatorkugel nähert — kann, wie kurz vorher gesagt, eine Stellung gegeben werden, wodurch die hervorzurufende mögliche Bewegung nach der Oscillations- oder Orientationslinie oder auch senkrecht gegen dieselbe sich vollzieht. Endlich kann auch ein drittes Arrangement stattfinden, welches zum Zwecke hat, die Drehungserscheinungen zu untersuchen.

15. Erstes Arrangement. Erstens sollen also solche Krafterscheinungen untersucht werden, die Bewegungen längs der Oscillations- oder Orientationslinie zur Folge haben. Um dieses zu thun, nimmt man den Oscillationsapparat in einem seiner excentrischen Arrangement und man stellt besonders den Ba-

lancier senkrecht gegen die Ebene des Rahmens (Fig. 8, Arrangement 1, 1). Die Haupterscheinungen sind dann die folgenden:

16. Man bringt die Kugel des Oscillators vor der oscillirenden Balancekugel und in der Richtung der Orientationslinie derselben an. Wenn man dann die Einrichtung trifft, dass die Kugeln in derselben Verbindungslinie und auf dieselbe Weise oscilliren, so wird man offenbar Abstossung bekommen (Fig. 13); denn Süd und Nord werden einander alsdann am nächsten stehen. Dreht man aber die Oscillatorkugel um

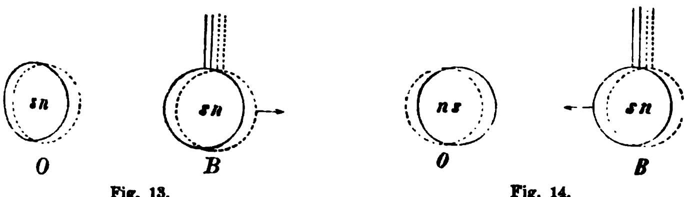


Fig. 13. Fig. 14.
Oscillatorkugel *O*, Balancekugel *B*.

(Fig. 14), so wird man entgegengesetzte Oscillationen bekommen und eine Attraction wird die Folge sein.

Um die Erscheinungen (Fig. 14) leichter zu charakterisiren, werden wir, ehe wir weiter gehen, einige Benennungen einführen.

Wir sagen, dass eine Oscillation in Beziehung auf einen andern kugelförmigen Körper longitudinal ist, wenn die Oscillationslinie durch den Mittelpunkt dieses anderen Körpers geht

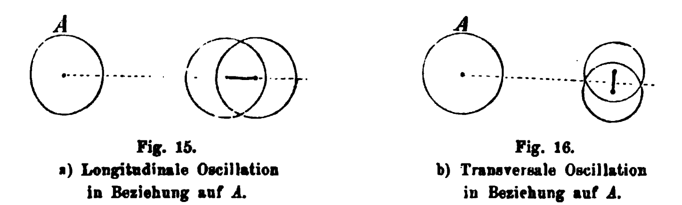


Fig. 15.
a) Longitudinale Oscillation in Beziehung auf *A*.

Fig. 16.
b) Transversale Oscillation in Beziehung auf *A*.

(Fig. 15). Eine Oscillation soll dagegen in Beziehung auf denselben transversal sein, wenn die Oscillationslinie gegen die Centrale oder genauer gegen die mittlere Centrale senkrecht steht (Fig. 16). Indem

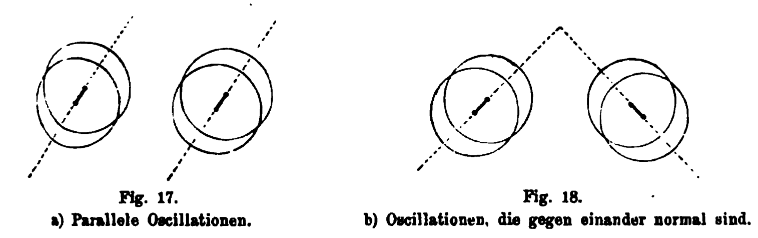


Fig. 17.
a) Parallele Oscillationen.

Fig. 18.
b) Oscillationen, die gegen einander normal sind.

man andrerseits Oscillationen unter einander vergleicht, kann man von parallelen Oscillationen reden (und dies sowohl im directen

als im indirecten Sinne, je nachdem sie dieselbe oder entgegengesetzte Richtung besitzen) und ebenso können auch Oscillationen zu einander normal sein (Fig. 18).

Dies vorausgesetzt, bezieht sich also das besprochene Experiment auf den Fall von longitudinalen und parallelen Oscillationen. Wenn die Parallelität direct ist, so hat man Abstossung, wenn sie invers ist, Anziehung.

17. Wir geben nun der Oscillatorkugel eine neue Stellung, so dass man anfänglich transversale und parallele Oscillationen hat. Die Oscillationen sollen ferner direct parallel sein; mit anderen Worten, die beiden oscillirenden Kugeln sollen sich unter diesen Transversaloscillationen auf dieselbe Weise bewegen (Fig. 19). Wenn dies so ist, so kann

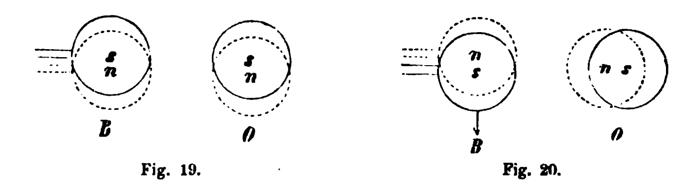


Fig. 19. Fig. 20.

selbstverständlich keine neue Bewegung hervorgebracht werden; denn dem gegebenen Gesetze nach kann die Balancekugel nur längs der Centrale bewegt werden, was eben durch die Verbindung mit dem Balancier verhindert wird.

Wenn wir aber von dieser nur als vorläufig gewählten Stellung ausgehend nun die Oscillatorkugel um einen rechten Winkel drehen, so ändert sich gleich das Verhältnis. Die Schwingungen der Oscillatorkugel werden dadurch longitudinal, während diejenigen der Kugel des Balancekörpers fortwährend transversal verbleiben.

Sofern nun (Fig. 20) die Oscillatorkugel sich dem Balancekörper nähert, zur selben Zeit als der letztere, von der Oscillatorkugel gesehen, nach rechts geht, so wird auch gegenüber dem Nordpol der sich nähernden Oscillatorkugel, der Nordpol des Balancekörpers eine Stellung nach rechts haben. Und die Folge ist sodann eine kurze Verschiebung des letzten nach links. Dreht man aber die Oscillatorkugel halb herum, so wird man eine Verschiebung in der entgegengesetzten Richtung bekommen, nach rechts (Fig. 21).

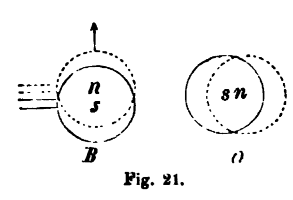


Fig. 21.

18. Wir werden nun etwas Aehnliches mit dem andern Oscillator machen, dessen oscillirende Kugel an einem horizontalen Arm befestigt ist. Sie hat also longitudinale Oscillationen, während diejenigen des Balancekörpers transversal sind. Jetzt dreht man aber den Oscillator mit seiner Kugel um eine horizontale Axe, so dass die Oscillationen vertical werden. Man bekommt sodann transversale Oscillationen für die beiden Kugeln, und zur selben Zeit sind die Oscillationen unter

einander normal. Die Krafterscheinungen, von welchen hier die Rede ist, hören dann selbstverständlich ganz auf.

19. Aehnliche Erscheinungen, obschon in einer geringeren Anzahl, wird man auch bekommen, wenn man den Oscillator mit einem Pulsator vertauscht. Es sind dann die Wirkungen der Pole gegen die Magnete, die man untersucht.

20. Zweites Arrangement. Wir gehen nun zu den Haupterscheinungen über, wo die Kraftwirkungen senkrecht gegen die Orientationslinie stehen. Der Balancier wird also gedreht, so dass er in die Ebene des Rahmens fällt (Fig. 8, Arrangement 2, 2). Wie wir wissen, kann die Balancekugel sich alsdann allein senkrecht gegen die Oscillationslinie bewegen.

21. Wir geben nun der Oscillatorkugel eine solche Stellung, dass die beiden Oscillationen transversal und parallel werden. Wenn alsdann die Parallelität eine gleichgerichtete ist, wird man offenbar An-

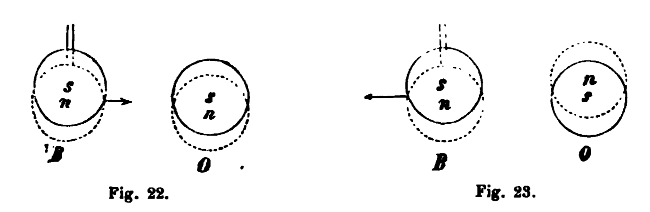


Fig. 22. Fig. 23.

ziehung bekommen (Fig. 22); dreht man die Oscillatorkugel halb herum, so dass die Bewegungen entgegengesetzt werden, kommt eine Abstossung zu Stande (Fig. 23).

22. Von dieser Stellung kann man auch, indem man den Oscillator mit dem horizontalen Arm benutzt, zu einer solchen übergehen, wo die Oscillationen unter einander transversal und normal sind: Man lässt hiernach den Oscillatorkörper verticale Oscillationen ausführen, wodurch man also eine Aufhebung der Krafterscheinungen bekommen soll.

Ganz genau zeigt sich doch dies nicht so; mit dem Verschwinden der principalen Kraft macht sich nämlich eine temporäre Krafterscheinung geltend. Durch kleine Abänderungen aber, zu beiden Seiten in der Verticalität lässt es sich zeigen, wie allmählich die Anziehung in eine Abstossung oder umgekehrt übergeht.

23. Wir kehren nun noch einmal zu dem gewöhnlichen Oscillator zurück und geben ihm eine Stellung, so dass die Oscillationen seiner Kugel transversal und diejenigen der Balancekugel longitudinal werden. Gesetzt nun, dass die Oscillatorkugel von der Balancekugel in der Zeit ihrer Annäherung gesehen, sich nach rechts bewege (Fig. 24). Die letzte wird dann eine kurze Verschiebung nach rechts bekommen. Es liegt nämlich jetzt der Nordpol der Oscillatorkugel nach rechts, während diejenige der verschiebbaren Balancekugel ihr eben zugekehrt ist. Selbstverständlich wird man eine entgegengesetzte Ver-

schiebung bekommen, wenn man die Oscillatorkugel halb umdreht (Fig. 25).

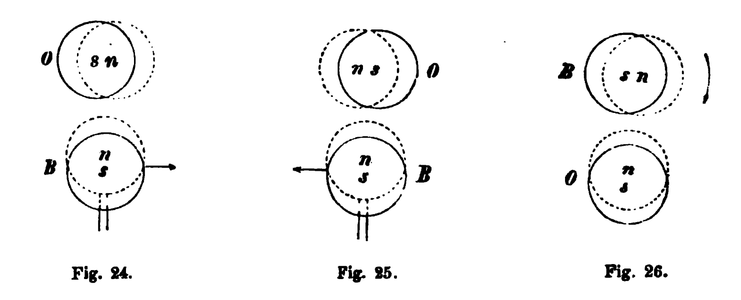


Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26.

24. Auch in allen den Fällen wird man ähnliche Erscheinungen erhalten und in geringerer Anzahl, wenn der Oscillator mit einem Pulsator vertauscht wird. Man hat sich immer zu erinnern, dass eine pulsirende Kugel, wenn sie sich vergrössert, einen Nordpol bezeichnen soll.

25. Drittes Arrangement. In dem obigen haben wir die Kraftactionen erwähnt, die wir als die linearen bezeichnen wollen; wir gehen dann zu den circulären oder rotativen über, die in Verbindung mit entstehenden Drehungsmomenten stehen. Man wird nämlich auch rotatorische Deviationen bekommen können.

Ursprünglich scheint dieses etwas Paradoxes zu sein. Eine ideale, mithin reibungslose Flüssigkeit kann nämlich keine tangentiale Kraftwirkung auf die Oberfläche eines Körpers hervorbringen. Man bemerkt indessen, dass die Kugel oscillirt. Die Oscillationsebene wird sich sodann drehen können, ohne dass der Körper selbst sich noch dreht. Wegen der Verbindungen der oscillirenden Kugel mit dem in dem Stative eingesetzten drehbaren Rahmen wird aber diese Drehung der Oscillationsebene eine entsprechende Drehung des Rahmens und somit auch der Kugel zur Folge haben.

Um diese neuen Erscheinungen darzustellen, nimmt man die Oscillationsbalance in ihrer zweiten Hauptmodification, die axiale (Fig. 8, Arrangement 3).

26. Wir bringen die Oscillatorkugel wieder in die Nähe der oscillirenden Balancekugel und zwar so, dass die erste longitudinale, die zweite transversale Oscillationen erhält. Gesetzt nun, dass die longitudinal schwingende Oscillatorkugel sich der anderen in einem Augenblicke nähert, wo die Balancekugel, von der ersten gesehen, von links nach rechts geht (Fig. 26). Offenbar wird dann die Drehung der letzten mit der Sonne gehen, denn der zugekehrte Nordpol der Oscillatorkugel wird auf den rechts liegenden Nordpol der Balancekugel mit einem Drehungsmomente einwirken. Das Umgekehrte findet statt, wenn man der Oscillatorkugel eine halbe Umdrehung gibt (Fig. 27).

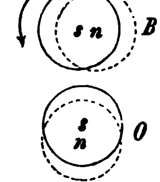


Fig. 27.

27. Gehen wir weiter von der ersten Stellung aus und vertauschen wir den bis jetzt benutzten gewöhnlichen Oscillator mit einem der zweiten Art, wo also die Kugel an einem horizontalen Arm befestigt ist. Senken wir sodann diesen Oscillator etwas tiefer und verschieben wir ihn ferner nach der Orientationslinie. Man wird dadurch erreichen können, dass die zwei Kugeln beide transversale Oscillationen bekommen, und dass dieselben zu gleicher Zeit unter einander normal werden. Nach dieser Senkung und Verschiebung wird man nun eine Drehung in entgegengesetztem Sinne erhalten, eine Drehung gegen die Sonne (Fig. 28). In allen Fällen setzt sich übrigens die Drehung nur so lange fort, bis die Balancekugel Oscillationen vollzieht, die der grösstmöglichen Anziehung entsprechen.

28. Auch jetzt kann man selbstverständlich in einigen von den erwähnten Fällen den Pulsator benutzen, und man gewinnt wieder Bestätigungen der allgemeinen Theorie.



Fig. 28.

Von Interesse kann es sein, dass man der Pulsatortrommel die sich drehende Balancekugel folgen lässt, so dass immer dieselbe relative Lage und gegenseitigen Schwingungsrichtungen eingenommen werden. Auf diese Weise wird man eine fortwährende Drehung zu Stande bringen, so viel mal rund herum, als man es wünschen möchte.

29. Wir haben somit die, wie wir sie nennen, permanenten Erscheinungen in ihren Hauptzügen beschrieben, und alle Hauptfälle sind darunter mitbegriffen. Wir werden nun versuchen, wenigstens von einer der Erscheinungen eine populäre Erklärung zu geben. Und wir wählen dazu die am meisten fundamentale, nach welcher gleichpulsirende Körper einander anziehen, entgegengesetzt pulsirende einander abstossen werden.

Wir bemerken zuerst, dass, wenn eine Kugel A pulsirt, das Wasser und ebenso darin befindliche andere Körper, z. B. eine nicht pulsirende B-Kugel, in Oscillationen versetzt werden. Diese Oscillationen sind, in Beziehung auf A, von radialer Art. Die also noch als neutral betrachtete B-Kugel entfernt sich, wenn A sich vergrössert; sie nähert sich wieder, wenn das Volumen derselben A-Kugel sich verkleinert.

Eine andere Thatsache ist die, dass wenn eine Kugel sich im Wasser fortbewegt, und wenn hierbei ihr Volumen vergrössert wird, so wird ihre Geschwindigkeit zu gleicher Zeit vermindert. Wenn aber ihr Volumen vermindert wird, so nimmt die Geschwindigkeit zu. Der Grund dafür ist folgender: Eine in der Flüssigkeit eingesenkte und fortbewegte Kugel verhält sich, als ob sie eine grössere Masse mit sich führen müsste. Diese Zusatzmasse ist eben gleich der halben Masse von der Flüssigkeit, die aus ihrer Stelle gedrängt wird. Wird nun die Kugel vergrössert, so wird auch die Zusatzmasse eine grössere sein und die Bewegung in demselben Verhältnisse abgeschwächt. Auf ähnliche Weise wird unter der Contraction die Zusatzmasse verkleinert werden und der Körper selbst nimmt eine grössere Geschwindigkeit an.

Dieses vorausgesetzt, ist es leicht zu sehen, was nun eintreten wird, wenn die B-Kugel bei diesen Oscillationen, die ihr mitgetheilt werden, zugleich pulsirt.

Die B-Kugel soll zuerst auf dieselbe Weise wie A pulsiren. Fangen wir mit der Phase an, die einer Dilatation von A entspricht. B entfernt sich dann, aber diese Entfernung geht nun langsamer vor sich, weil in derselben Zeit auch das Volumen von B vergrössert wird. Die A-Kugel zieht sich demnächst zusammen, so dass B sich wieder nähern wird. Diese Geschwindigkeit der Annäherung aber wird nun vergrössert werden, weil hierbei auch die B-Kugel sich zusammenzieht. Bei der Entfernung wird also die Geschwindigkeit abgeschwächt, bei der folgenden Annäherung verstärkt. Als Schlussresultat ergibt sich also, dass nach einer vollständigen Periode die beiden Kugeln einander näher gekommen sind.

Sind die Pulsationen entgegengesetzt, so wird die Entfernung von einer Vergrösserung der Geschwindigkeit begleitet, die Annäherung von einer Verminderung derselben. Und die Folge wird jetzt sein, dass nach einer ganzen Periode die beiden Kugeln sich von einander entfernt haben werden.

Wir bemerken zugleich, dass die Anziehungen und die Abstossungen, die als Endresultat oder als Mittelresultat sich herstellen, immer mit einer Vibrationserscheinung verbunden sind. Und diese inducirten Oscillationen sind eigentlich in den Erscheinungen das am meisten Hervortretende, obwohl sie für die Augen weniger bemerkbar sind. Sie bedingen, wie wir später erkennen werden, eine temporäre Magnetisirung des Körpers, dieses Wort selbstverständlich immer in dem hydrodynamischen Sinne genommen.

IV. Der hydrodynamische temporäre Magnetismus; magnetähnliche Influenzerscheinungen, inversmagnetische Wechselwirkungen zwischen den Körpern.

30. In dem obigen haben wir die permanenten Erscheinungen beschrieben. In allen Theilen sind diejenigen des permanenten Magnetismus gleich, nur dass sich alles entgegengesetzt zeigt, aber auch die temporären Erscheinungen, die paramagnetischen und die diamagnetischen, lassen sich hydrodynamisch nachahmen. Und man bekommt dieselbe entgegengesetzte Analogie für die gegenseitigen Massenwirkungen, eine directe Analogie aber für diejenigen, die wir als Influenzwirkungen bezeichnen wollen, und welche jene neuen gegenseitigen Anziehungen und Abstossungen bedingen. Krafterscheinungen nicht allein von zweitem, drittem und viertem Grade, sondern auch diejenigen von fünftem, sechstem und siebentem werden, in dem obigen Sinne, mit denjenigen der magnetischen bis in den feinsten Einzelheiten sich völlig analog zeigen.

31. Senken wir in die Flüssigkeit einen vibrirenden Körper ein, sei es dass er als solcher in Pulsationen oder in Oscillationen begriffen ist.

Die ganze Flüssigkeit wird dann in oscillatorische Bewegungen gesetzt, und zwar in jedem Punkte nach den magnetischen Linien, die bzw. einem Pole oder einem Magnete entsprechen.

Es ist leicht zu erkennen, dass diese Oscillationen im Falle einer pulsirenden Kugel radial sein müssen, wie auch der Fall sein wird, wenn man einen magnetischen Pol hat. Ebenso wird man erkennen, dass die kleinen, temporären Magnete, welche gewissermaassen die influencirten Flüssigkeitstheile bilden, ganz so von Süd gegen Nord orientirt werden, wie bei dem wahren Magnetismus. Wenn sodann die Kugel sich erweitert und mithin einen Nordpol repräsentirt, so entfernen sich die Flüssigkeitspartikel, d. h. der kleine Magnet kehrt einen Südpol gegen den influencirenden Körper. Und ebenso entgegengesetzt, wenn dieselbe Kugel sich zusammenzieht.

Wenn die Kugel oscillirt, so hat man ein weniger einfaches Verhältnis. In der Verlängerung der Pollinie sind die Oscillationen der Flüssigkeit mit denjenigen des oscillirenden Körpers gleich gerichtet. In den äquatorialen Gegenden sind die gebildeten Oscillationen zwar auch mit diesem ursprünglichen parallel, sie sind aber dort entgegengesetzt gerichtet. Dies ist auch der Fall in dem magnetischen Felde, das einen entsprechenden Magnet umgibt: die Orientationen der dort gebildeten temporären Magnete sind in der Pollinie gleich und in den Aequatorialgegenden entgegengesetzt gerichtet. Aber auch auf jeder anderen Stelle der Flüssigkeit, wo die inducirten Oscillationen nicht mehr solche parallele Richtungen bekommen, ist die Uebereinstimmung vollständig. Und noch mehr, sie dehnt sich nicht allein zu der Orientationsrichtung, sondern auch zu dem Verhältnisse der Aenderung der Intensität mit der Lage des Punktes vollständig aus.

Man kann also sagen, dass sich auch in hydrodynamischem Sinne ein magnetisches Feld bildet; jedes Partikel wird ein kleiner temporärer Magnet werden.

Wegen des Gegensatzes in den Polwirkungen, in Verbindung mit der Uebereinstimmung in den Orientationen darf man sich also vorstellen, dass die Flüssigkeit überall von dem vibrirenden Körper abgestossen werden sollte, doch so, wie auch entsprechend beim Magnetismus, dass nicht in jedem Punkte die Kraftrichtung genau durch den Mittelpunkt des oscillirenden Körpers (in seiner Mittelstellung) gehen würde. Man bemerkt indess, dass die von dem Körper aus abgestossene Flüssigkeit von den Wänden oder von einem äusseren Druck zurückgehalten wird. Die Partikeln können sich sodann nicht unter ihren Oscillationen entfernen; man wird im Mittel eine Spannung anstatt der Entfernungen erhalten. Es ist also, als ob jedes Partikel von einer äusseren Fernkraft abgestossen würde, dass aber zu gleicher Zeit ein auf die Oberfläche rund herum wirkender Druck, dessen Resultat nun als eine Druckkraft hervortritt, die fortbewegende Wirkung dieser Abstossung aufheben möchte.

32. Jetzt werden wir aber in die Flüssigkeit einen neutralen, d. h. einen nicht vibrirenden Körper einsenken.

Wäre nun dieser von derselben Dichtigkeit wie die Flüssigkeit, so würde man im allgemeinen keine neue Erscheinung beobachten. Er schwingt hin und her wie die Flüssigkeit selbst an derselben Stelle. Ganz streng genommen, ist es doch nicht so; wir werden aber davon erst an einer späteren Stelle sprechen.

33. Denken wir uns dann zweitens, dass der neue Körper leichter als die Flüssigkeit sei. Er wird demnach in stärkere Oscillationen als die Flüssigkeitspartikeln selbst versetzt werden, und in demselben Verhältnisse wird er, wie wir sagen wollen, eine grössere Menge von Hydromagnetismus (oder kürzer ausgedrückt von Magnetismus) bekommen. Wo man auch den Körper anbringt, so wird diese grössere magnetische Intensität überall proportional sein mit derjenigen eines wirklichen magnetischen Feldes, das unter entsprechenden Bedingungen gebildet worden ist. Die Intensität wird also nach demselben Gesetze für die Abstände und die Richtungen bestimmt, als ob man statt des vibrirenden Körpers, je nachdem er eine pulsirende oder oscillirende Kugel wäre, bzw. einen magnetischen Pol oder Magnet (in gewöhnlichem Sinne des Wortes) gehabt hätte. Die Orientationen sind auch dieselben als im wirklichen Magnetismus. Da aber die Polwirkungen einem inversen Gesetz gehorchen, so wird nun eine Abstossung die Folge werden. Und dies geschieht mit der Wirkung, dass unter diesen mitgetheilten rhythmischen Bewegungen eine wirkliche Entfernung eintritt. Es ist, als ob die äussere abstossende Kraft, die im Inneren zur Thätigkeit kommt, durch die Verstärkung der Oscillationen vergrössert würde, und als ob die gegenwirkende Druckkraft von der umgebenden Flüssigkeit keine Veränderung erlitten hätte. In der That verhält es sich aber so, dass die Druckkraft ganz allein zu einer motorischen Abstossungskraft führt, als ob diese letztere eine Fernkraft wäre.

Es ist übrigens nicht die Geschwindigkeit selbst in den inducirten oscillatorischen Bewegungen, welche diese motorische Abstossungskraft bestimmt, es ist vielmehr die relative Oscillationsgeschwindigkeit in Beziehung auf diejenigen Bewegungen, die auf derselben Stelle hätten stattfinden sollen, wenn der inducirte Körper nicht vorhanden wäre, auf welche es ankommt. Und die relative Geschwindigkeit ist jetzt, im Falle des leichten Körpers, von demselben Zeichen als die Geschwindigkeit selbst.

Man hat somit ein Verhältnis, welches in der Lehre des Magnetismus dem paramagnetischen entspricht. Man hat, hydrodynamisch gesprochen, Ueberschuss von Magnetismus und zugleich eine Orientationsrichtung, die nicht allein absolut, sondern auch relativ genommen, dieselbe als in dem wahren Magnetismus ist. Die Folge ist aber die umgekehrte, dass man eine Abstossung bekommt.

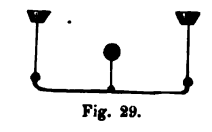
34. Wir können nun das Entgegengesetzte ganz kurz erörtern. Der neutrale Körper ist jetzt schwerer als die Flüssigkeit, mithin auch

minder beweglich als diese. Weil dann seine Oscillationen schwächer sind, werden dieselben offenbar, relativ zu denjenigen der Flüssigkeit an derselben Stelle, wenn der influencirte Körper nicht vorhanden wäre, entgegengesetzt werden. Man hat also jetzt eine diamagnetische Orientation und wegen der umgekehrten Polwirkungen bekommt man Anziehung. Hier wie vorher ist aber auch die Intensität der in der Flüssigkeit gebildeten Oscillationen und derjenigen, welche auf den Körper übertragen werden, denselben Gesetzen unterworfen, wie in dem wirklichen Magnetismus. Und da allein die Polwirkungen sich entgegengesetzt zeigen, wird man wieder ganz zu dem Resultate wie in der Lehre des Magnetismus kommen, abgesehen davon, dass die eigentlichen Wechselwirkungen zwischen den Körpern, welche wir von den inductorischen unterscheiden, sich hier wie früher invers zeigen.

Die Richtigkeit dieser Betrachtungen lässt sich durch die Analyse bekräftigen, wie sie auch mit den Versuchen in Uebereinstimmung stehen.

V. Versuche, die sich auf die hydrodynamischen temporären Erscheinungen beziehen; Magnetisirung und magnetisches Feld.

35. Um dieses experimentell zu bethätigen, kann man einen Körper, der leichter als Wasser ist, darin so versenken, dass er in den horizontalen Richtungen mit der grössten Leichtigkeit verschiebbar ist (Fig. 29). Eine Metallstange kann durch zwei Schwimmer in einer horizontalen Lage, und zwar in einem bestimmten Niveau erhalten werden. In der Mitte der Strange wird ein Faden befestigt, der in einer kleinen Kugel von Kork oder Hollundermark endigt. Diese wird dann auch gezwungen sein, in einem und demselben Niveau unter der Wasserfläche zu verbleiben.


Fig. 29.

Man nähert nun der Kugel die Trommel eines Pulsators: die Kugel wird dann abgestossen werden.

Dasselbe geschieht auch, wenn man an Stelle des Pulsators einen Oscillator nimmt. Und jetzt bemerkt man selbst, dass es gleichgiltig wäre, ob man dem oscillirenden Körper desselben eine halbe Umdrehung gäbe. Früher bekam man alsdann immer das entgegengesetzte Resultat. Statt dieser oscillirenden Kugel eine solche Stellung zu geben, dass die Oscillationen dem leichten Körper gegenüber longitudinal sind, kann man mit demselben Resultate auch eine andere wählen, welche transversalen Oscillationen entspricht. Man kann selbst die Oscillationen in irgend einer schiefen Richtung bewerkstelligen, immer wird man eine Abstossung erhalten, doch mit der Aenderung, dass die Kraftrichtung jetzt nicht völlig genau mit der Centrallinie (in ihrer Mittelstellung) zusammenfallen wird. Man bekommt hierin ganz kleine Abweichungen, die aber ohne sehr feine Apparate nicht leicht zu beobachten sind; sie sind übrigens dieselben wie die, welche im wirklichen Magnetismus unter den entsprechenden Umständen vorkommen würden.

36. Es ist doch hier etwas zu bemerken, was scheinbar gegen die Theorie spricht, was sie aber zuletzt nur vollständiger bestätigt. Wenn man die transversalen Schwingungen so ausführen würde, dass sie eine verticale Richtung bekämen, so würde die Abstossung in eine Anziehung übergehen. Der Grund ist leicht zu erkennen. Die eingesenkte Kugel wird jetzt selbst in verticale Schwingungen gebracht; sie wird aber durch den Faden zurückgehalten. Sie verhält sich deswegen als ein schwererer Körper, denn was wesentlich ist, ist eigentlich nicht die grössere oder kleinere Leichtigkeit für sich betrachtet, sondern vielmehr die damit in der That am häufigsten verbundene grössere oder kleinere Beweglichkeit desselben Körpers.

Wenn man statt eines kleinen leichten Körpers einen grossen hätte nehmen wollen, so würde man auch, wenn man den Vibrator hinlänglich genähert hätte, eine Anziehungserscheinung beobachtet haben. Und erst in einem etwas grösseren Abstande würde man die frühere Abstossung wieder bekommen. Der Grund dieser letzten Abweichung von den aufgestellten Sätzen liegt darin, dass es in grosser Nähe nicht mehr befriedigend ist, auf die Wirkungen der ersten Inductionen Rücksicht zu nehmen. Es wird dann eine kritische Stelle geben, innerhalb welcher man nicht mehr Abstossung hat, sondern Anziehung.

37. Wir untersuchen jetzt einen schwereren Körper. Eine Kugel, z. B. von Siegellack oder Metall, kann in einem bestimmten Niveau, ebenso mit Hilfe eines Schwimmers erhalten werden (Fig. 30). Wenn man nun an diesen eingesenkten Körper einen Vibrator nähert, so wird er angezogen werden, ganz auf ähnliche Weise, wie man früher eine Abstossung erhielt. Diese Anziehungserscheinung zeigt sich hier auch nicht unbedeutend stärker als die vorige Abstossung.

Fig. 30.

Wir erinnern uns noch, dass wir diesen Fall mit der Anziehung des schweren Körpers als den diamagnetischen betrachtet haben, den vorigen mit dem leichten Körper und der Abstossung als den paramagnetischen.

38. An der Stelle von kugelförmigen Körpern können wir auch cylinderförmige influenciren lassen, um die daraus entstehenden Wechselwirkungen zu untersuchen. Obschon hierdurch die Voraussetzungen überschritten werden, welche unseren analytischen Sätzen zu Grunde liegen, kommen doch die erwarteten Analogien zum Vorschein. Wie die Kugel influencirt wird ganz auf dieselbe Weise wie im eigentlichen Magnetismus, so denken wir uns dasselbe auch hier. Wir stellen uns vor, dass alle Elemente des Cylinders wie von der Flüssigkeit ebenso unabhängig von einander in Oscillationen gesetzt werden könnten, so dass man an der Seite der magnetischen Flüssigkeit auch einen magnetischen Körper bekäme, in welchem die Elementarmagnete nicht alle parallel wären. Man könnte sich dann den Cylinder mit magnetischen Schichten bedeckt denken.

Wäre dies so, so würde man wieder in Uebereinstimmung mit den inversen Polwirkungen entgegengesetzte Drehungen erwarten. Durch

die Näherung eines Magnetpoles an ein cylinderförmiges Stück von weichem Eisen wird dieses eine axiale Stellung annehmen; das sich diamagnetisch verhaltende Wismuth wird aber in eine äquatoriale Lage versetzt. In diesem hydrodynamischen Falle müsste ein leichter Cylinder von Kork oder Hollundermark sich äquatorial, ein schwerer von Siegellack oder Metall sich axial stellen. Denn der paramagnetische Fall (mit magnetischem Ueberschuss und magnetischer Orientation) entspricht dem leichten Körper und gibt ein umgekehrtes Resultat; der diamagnetische Fall entspricht dem schweren Körper und wird ebenso inverse Wirkungen veranlassen. Dass dieses so ist, ist auch leicht experimentell zu prüfen. An dem Arme eines in Wasser versenkten Stativs kann man mittels eines Fadens mit Leichtigkeit einen schweren Cylinder so anbringen, dass er um einen Mittelpunkt bloss horizontale Schwingungen ausführen kann. Aehnliches erreicht man für den leichten Cylinder, indem man ihn an einem anderen Faden befestigt, der jetzt von einem unteren Arm aufsteigt.

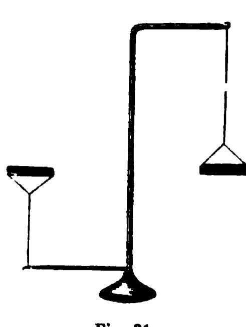


Fig. 31.

39. Wir gehen nun zu einer Erscheinung über, durch welche die Uebereinstimmung selbst in äusserst feinen Details hervortreten wird, und wobei die Analogien, wenn möglich, sich noch deutlicher zeigen. Es ist eine magnetische Interferenzerscheinung und die entsprechende hydrodynamische, von welcher die Rede ist. Wir beginnen jetzt mit einer Beschreibung derselben wirklich magnetischen Erscheinungen, die eben nachgeahmt werden sollen, und dies zwar sowohl im paramagnetischen als im diamagnetischen Falle.

40. Zwei einander nicht berührende Magnete werden über einander gestellt, so dass ihre Axen in derselben Verticallinie liegen. Ungleichnamige Pole sollen zuerst einander zugekehrt sein. Wenn man nun in dem Zwischenraume zwischen den Polen ein kleines Stück von weichem Eisen bringt, und wenn man dafür sorgt, dass dieses Eisenstück nur in den horizontalen Richtungen bewegt werden kann, so wird es nach dem in der Axe liegenden Mittelpunkte angezogen. Kehrt man aber den einen von diesen Magneten um, so dass jetzt gleichnamige Pole einander gegenüberstehen, so wird das Eisenstück von dem Mittelpunkte weggestossen und es sucht nun in dieser Stellung auf einer gewissen Peripherie um denselben Punkt zu verbleiben. Innerhalb dieser hat man also Abstossung, erst ausserhalb macht sich die ursprünglich erwartete Anziehung geltend.

Der Grund dieser letzten sehr eigenthümlichen Erscheinung ist leicht zu erkennen. Das, wie wir annehmen, ein wenig ausserhalb der Axenlinie verschobene Eisenstück wird unter der Einwirkung der gleichnamigen Pole ein temporärer Magnet, dessen Axe horizontal ist. Nehmen wir an, dass die beiden Pole Nordpole sind. In dem gebildeten Magnete

liegt dann ein Südpol demselben am nächsten, der Nordpol ist der entfernteste. Es wird nun zwar der zugekehrte Südpol des Eisenstückes am stärksten von den beiden Magnetpolen angezogen. Der Winkel aber, welcher die von einem der gegebenen Magnetpole nach dem gebildeten Nordpole hin gezogene Richtungslinie mit der Horizontalebene macht, ist spitzer als derjenige, welchen die nach dem zugekehrten Südpole gezogene Richtungslinie mit derselben Ebene bildet. Es wird sich daraus ergeben, dass innerhalb eines gewissen Gebietes die horizontale Componente der schwächeren Abstossungskraft grösser sein wird als die Horizontalcomponente der stärkeren Anziehungskraft. Ausserhalb des erwähnten Gebietes wird dieses Verhältnis mit den Winkeln nicht mehr einen so hervortretenden Einfluss haben.

41. Dasselbe werden wir nun auch hydrodynamisch nachahmen können. Wir nehmen einen doppelten, knieförmigen Pulsator, welchen wir übrigens, weil er hauptsächlich dazu dienen soll, eine solche Interferenzerscheinung zu veranschaulichen, einen Interferenzpulsator nennen werden (Fig. 32). Man kann diesen Pulsator in zwei Hauptstellungen bringen, entweder so, dass seine zwei pulsirenden Trommeln in derselben Verticalen oder in derselben Horizontalen liegen.

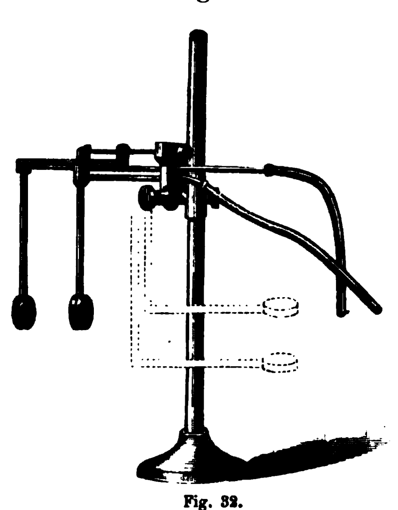


Fig. 32.

Wir wählen nun die erste Hauptstellung; die Trommeln befinden sich also beide in derselben Verticalen. Zwischen den beiden Trommeln bringt man jetzt einen kleinen schweren Körper an; mit der grössten Leichtigkeit soll derselbe in der horizontalen Richtung verschoben werden können, nur aber in dieser. Dies geschieht auch sehr einfach, indem man den Körper in der Mitte einer dünnen Metallstange befestigt und diese Stange wird in einer horizontalen Lage und zwar stets im selben Niveau gehalten, indem sie durch zwei Fäden getragen wird, welche in zwei entsprechenden Schwimmern enden (Fig. 33).

Fig. 33.

Lässt man nun die Trommeln entgegengesetzt pulsiren, so dass sie ungleichnamige Pole bezeichnen sollen, so wird der schwere Körper zum Mittelpunkte angezogen werden. Lässt man aber die beiden Pulsationen von derselben Art sein, so dass man gleichnamige Pole erhält, so wird der Körper abgestossen und er sucht sich dann auf einer gewissen Peripherie zu halten. Innerhalb hat man also wieder Abstossung, ausserhalb derselben Anziehung. Alles ist sodann dem ähnlich, was man in dem vorerwähnten magnetischen Falle beobachtet hat.

Der schwere Körper entspricht hydrodynamisch dem diamagnetischen Falle und dieser ist, was die Wirkungen betrifft, dem paramagnetischen des wahren Magnetismus ähnlich.

42. Man kann nun auch hydrodynamisch den entgegengesetzten paramagnetischen Fall studiren, welcher also in den Wirkungen dem diamagnetischen des wahren Magnetismus zu vergleichen wäre. Man nimmt dann den Interferenzpulsator in seiner anderen Hauptstellung. Die Mittelpunkte der beiden Trommeln liegen somit in derselben Horizontalen, und es wird demnächst ein kleiner kugelförmiger, leichter Körper zwischen den Trommeln angebracht. Wir haben schon oben erwähnt, auf welche Weise man dieses realisiren kann, so dass man stets eine leichte Verschiebbarkeit, aber bloss in den horizontalen Richtungen erhält (Fig. 34).

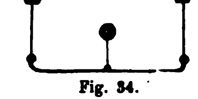


Fig. 34.

Fangen wir nun mit denselben Phasen an, die wir zuletzt den Trommeln gegeben hatten. Lassen wir sie also gleich pulsiren, so dass sie gleichnamige Pole vorstellen mögen. Alsdann wird man bemerken, dass innerhalb eines kleinen Intervalls der Körper gegen den Mittelpunkt angezogen wird. Ausserhalb dieses Intervalles wird er nun abgestossen. Lässt man aber die Trommeln entgegengesetzt pulsiren, so dass sie ungleichnamige Pole bedeuten, so wird der Körper, wenn man ihn nur noch so wenig von dem Mittelpunkte entfernt, stets abgestossen.

43. Wir gehen zu noch einer neuen Erscheinung über. Wir werden zeigen, dass man in einem gewissen Sinne selbst einen permanenten Magnet bilden kann.

Zu dem Ende befestigen wir eine leichte hohle Metallkugel an einem dünnen elastischen Metallstabe (Fig. 35) und wir lassen dann gegen diese einen Vibratorkörper wirken. Die Kugel wird nun durch die Vibrationen der pulsirenden Trommel oder der oscillirenden Oscillatorkugel in Oscillationen gesetzt. Aber im allgemeinen bekommt man doch nur einen temporären Magnet, denn sobald die gegebenen Vibrationen aufhören, hören auch die inducirten auf. Gelingt es aber für die gegebenen permanenten Vibrationen eine Schwingungsperiode zu erhalten, welche den Elasticitätsschwingungen des belasteten elastischen Stabes entspricht, so wird man starke Schwingungen hervorrufen können. Und weil man jetzt fremde Elasticitätskräfte ins Spiel gesetzt hat, wird man Schwingungen bekommen, die nicht mehr mit denjenigen des Vibratorkörpers aufhören. Mit anderen Worten, man hat in gewissem Sinne einen permanenten Magnet gebildet. Doch ist die Dauer dieser hervorgerufenen Schwingungen im allgemeinen kurz.

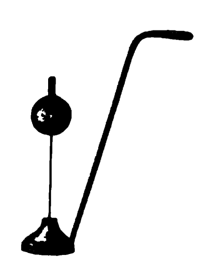


Fig. 35.

Es ist hier eine kleine Störung der vollen Analogie zu bemerken. Man wird nämlich eine gewisse Aenderung in der Phase erhalten, was nicht ein Gegenbild im wahren Magnetismus hat. Dieses könnte mög-

licherweise ein Zeichen davon sein, dass auch auf andere Weise ein Analogon zu der Bildung eines permanenten Magnetes zu suchen wäre.

44. Den Umstand, dass man auf solche Weise eine bedeutende Verstärkung der mitgetheilten Vibrationen erreichen kann, wird man nun mit Vortheil benutzen können, um die in der Flüssigkeit selbst entstandenen Oscillationen abzuzeichnen. Man wird sodann von dem magnetähnlichen Felde, das man dadurch bekommt, ein Bild erhalten.

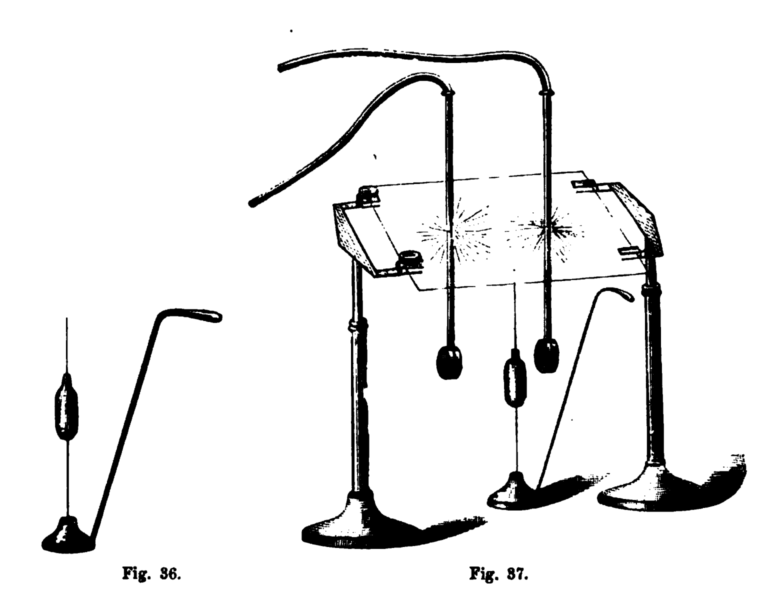


Fig. 36. Fig. 37.

Zu dem Ende befestigt man an der eben genannten Kugel ein vertical stehendes Pendel, das mit seiner feinen Spitze über die Flüssigkeit ragt. Noch bequemer als die Kugel kann man einen cylindrisch geformten Körper wählen (Fig. 36). Man hat dadurch den Vortheil, dass man in grösserer Nähe an den versenkten schwingenden Körpern seinen Zeichnungsapparat anbringen kann.

Zu den vorigen hat man noch zwei Stative und eine darauf gelegte Glasplatte, auf welche die Zeichnungen aufgenommen werden, hinzuzufügen (Fig. 37). Die Stative sind mit Federn versehen, so dass man die Platte durch einen kleinen Druck in unmittelbare Berührung mit der Pendelspitze bringen kann. Die Platte kann auf verschiedene Weise mit Löchern versehen werden, um die Vibratoren in der Flüssigkeit ganz beliebig anbringen zu können.

Man kann sich nun verschiedenartig hierbei einrichten, um hydrodynamisch genommene Systeme von Polen und Magneten zu bilden, deren combinirte Spectra man untersuchen will. Der eigentliche Schreibapparat wird von Stelle zu Stelle verschoben, um also nach und nach das ganze Spectrum abzuzeichnen. Es ist übrigens zu bemerken,

dass, obwohl eine Aenderung in den Phasen eintritt, dieses doch auf die gebildeten Oscillationslinien keinen Einfluss hat. Die Spectren sind also denjenigen ähnlich, die man in den entsprechenden Fällen für Systeme von wirklichen Magneten und Polen bekommen würde.

45. Auf diese Weise sind nun in der That auch mehrere von den einfacheren Fällen experimentell untersucht worden. Das radienförmige Spectrum eines Poles ist mit Hilfe eines Pulsators mit seiner pulsirenden Trommel nachgeahmt worden. Ebenso hat man das Spectrum eines kurzen Magnets nachgebildet, indem man einen Oscillator mit seiner oscillirenden Kugel benutzt hat. Man hat weiter das Spectrum nachgemacht, welches zwei entgegengesetzten Polen entspricht; zwei entgegengesetzt pulsirende Körper treten also an die Stelle dieser Pole. Auf ähnliche Weise hat man auch das Spectrum von zwei gleichnamigen Magnetpolen mittels zwei gleichpulsirenden Körpern nachgebildet. Ein letztes Spectrum entspricht drei magnetischen Polen, zwei gleichnamigen und einem ungleichnamigen oder anstatt dessen zwei gleichpulsirenden Körpern und einem dritten, der entgegengesetzt pulsirt.

Ueber die Messung localer Variationen der erdmagnetischen Horizontalintensität[1]).

Von

F. Kohlrausch.

Während zeitliche Aenderungen der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, wenigstens über kürzere Zeiträume, mit fast beliebiger Schärfe gemessen werden können, fehlt es bis jetzt an einem entsprechenden Messungsmittel für die örtlichen Veränderungen. Für den Physiker macht sich dieser Mangel besonders bei der horizontalen Intensität fühlbar.

Schwingungsbeobachtungen. Man kann freilich das alte Mittel anwenden, an den zu vergleichenden Punkten dieselbe Magnetnadel schwingen zu lassen. Aber diese Messung dehnt sich, wenn sie genau sein soll, über eine längere Zeit aus, welcher Umstand hier nicht nur um seiner selbst willen lästig ist, sondern ja auch deswegen schädlich wirkt, weil die zeitlichen Variationen sich mit den örtlichen mischen und daher entweder zu Ungenauigkeiten oder zu Verwicklungen führen. An zwei hinreichend weit von einander abstehenden Punkten wird ohne Zweifel die gleichzeitige Beobachtung zweier schwingender Nadeln, welche man nachher auswechselt, am zweckmässigsten sein. Stören die Nadeln sich gegenseitig, so mag eine Controlnadel an einem dritten Orte beobachtet werden, oder man beobachtet während der Schwingungen ein Intensitätsvariometer in gleichen kurzen Intervallen und leitet hieraus die Schwankungen der Intensität für die Beobachtungszeiten ab.

Ausführbar ist die Aufgabe so ohne Zweifel, allein nur mit ziemlich grossem Aufwande. Soll der zulässige Fehler $^1/_{2000}$ des Ganzen betragen, so muss das Schwingungsdauerverhältnis auf $^1/_{4000}$ genau bekannt sein. Bis man dies mit Sicherheit aussagen kann, dürfte einschliesslich des

---

1) Aus den Sitzungsberichten der Münchener Akademie 1883 Heft 1 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

Umhängens und Beruhigens mindestens eine Stunde verstreichen. Auch die Feststellung der Temperaturverhältnisse verlangt bei den grösseren Nadeln, welche für die Schwingungen gebraucht werden, beträchtliche Sorgfalt.

Ablenkungsbeobachtungen. Wie man mit einfacheren Mitteln in kürzerer Zeit, aber freilich auch mit geringeren Ansprüchen an die Genauigkeit zwei Orte auf ihre Horizontalintensität vergleicht, ist bekannt. Man braucht ja nur die Ablenkungswinkel zu messen, welche eine Bussole an den beiden Orten durch einen oder mehrere in bestimmter Lage zu ihr aufgestellte Magnete erfährt. Ich habe bei der Beschreibung des »compensirten Magnetometers« [1]) darauf hingewiesen, dass dieses Instrument innerhalb des Betrages der Intensitätsschwankungen (also bis zu einem Fehler von höchstens $^1/_2$ %) zu solchen Vergleichungen geeignet ist [2]). Durch die Anwendung einer grösseren Bussole kann diese Genauigkeit gesteigert werden, allein die letztere auf $^1/_{1000}$ zu bringen, dürfte mit einer Nadel auf einer Spitze kaum ausführbar sein.

Es ist jedoch in der That möglich, durch Ablenkungen eine noch beträchtlich grössere Genauigkeit zu erzielen. Jedenfalls muss man die Nadel dann aufhängen und eine feine Winkelmessung anwenden. Nun lässt sich aber die Gauss-Poggendorff'sche Winkelmessung in ihrer gewöhnlichen Form nur auf kleinere Winkel anwenden und würde alsdann nicht viel nützen, da hier die relativen Unterschiede der Winkel in Betracht kommen. Um grössere Ablenkungen der Nadel mit Spiegel und Scale vergleichen zu können, würde man z. B. mit der Drehungsaxe der Nadel zwei gegen einander geneigte Spiegel verbinden.

Localvariometer für feine Messungen.

Am einfachsten und mit allen Vortheilen feiner Winkelmessung kommt man folgendermaassen zum Ziele. Man gibt der Nadel zwei um 180° verschiedene Spiegel, was am leichtesten durch einen beiderseitig polirten magnetisirten Stahlspiegel erreicht wird, und legt die ablenkenden Magnete so um, dass die Nadel sich dabei um nahe 180° dreht. Die kleinen Abweichungen von 180°, welche dann je nach der Stärke des Erdmagnetismus verschieden gross sein werden, lassen sich mit Fernrohr und Scale messen.

Um dies zu erreichen, habe ich mich des kürzlich beschriebenen »Intensitätsvariometers mit vier Ablenkungsstäben« [3]) bedient, welches nur einer unbedeutenden Ergänzung zu dem vorliegenden Zwecke bedarf. Da das Instrument alsdann als gewöhnliches Magnetometer, als Instrument für die zeitlichen und für die örtlichen Variationen der Horizontal-

---

1) Pogg. Annalen Bd. 142 S. 547, 1871.

2) Einwände, welche H. Hellmann gegen diese Behauptung erhoben hat, sind von H. Strouhal, wie ich glaube, in bindender Weise zurückgewiesen worden. Carl's Repert. Bd. 17 S. 345.

3) Wiedemann Annalen Bd. 15 S. 545, 1882.

intensität gebracht werden kann, so verdient es den Namen Universalmagnetometer [1]).

Als Localvariometer gebraucht man das Instrument in folgender Weise. Man stellt dasselbe an dem einen Vergleichsorte mit nordsüdlich gerichteter Dämpferaxe auf, orientirt mit den Fussschrauben und mit der Fadensuspensionsschraube die Nadel in die Mitte des Dämpfers und sucht diejenige Stellung des drehbaren Rahmens, welcher die Ablenkungsstäbe trägt, in der die Nadel senkrecht zum magnetischen Meridiane steht, z. B. mit dem Nordpol nach Osten. Den Meridian liefert hierbei hinreichend genau eine gewöhnliche nicht zu kurze Magnetnadel, deren Richtung die Verbindungslinie vom Aufstellungsorte nach dem Fernrohr gibt. Ueber ein anderes sehr einfaches Verfahren der Meridianbestimmung mit dem Instrumente selbst vergleiche weiter unten. Eine Genauigkeit von $^1/_2$ Grad genügt für alle Zwecke.

Diese Stellung des Rahmens wird durch einen an dem festen Kreis befindlichen und einen an den Rahmen selbst anzuschraubenden Anschlag fixirt. Man dreht nun den Rahmen von diesem Anschlage auf die andere Seite, bis die zweite spiegelnde Fläche der Nadel nahe die gleiche Einstellung des Scalenbildes ergibt, d. h. bis der Nordpol der Nadel sich nach Westen gerichtet hat. Diese zweite Stellung des Rahmens wird durch einen zweiten Anschlag fixirt. Zwischen den beiden Anschlägen kann nun der Rahmen mit seinen Ablenkungsstäben hin und her gedreht werden und liefert, so lange die Horizontalintensität dieselbe ist, an einer gleich weit entfernten Ablesescala immer denselben kleinen Unterschied der Nadeleinstellungen.

Zugleich kann auf der Kreistheilung des Variometers der constante Drehungswinkel 2φ des Rahmens bis auf etwa $0{,}1^\circ$ abgelesen werden.

Es ist von Vortheil, dass das von den vier Magneten gelieferte magnetische Feld in der Nachbarschaft ihres Mittelpunktes sehr constant ist, so dass Verschiebungen der Nadel um einige Zehntel Millimeter gestattet sind. Um grössere Abweichungen bei der Aufstellung des Variometers an verschiedenen Orten zu verhüten, dient eine mit dem Instrument verbundene Dosenlibelle.

Das ganze Verfahren ist nun das folgende. An dem einen Vergleichungsorte stellt man das Instrument in der vorhin angegebenen Weise auf, während der Rahmen an dem einen Anschlage liegt. An einem Fernrohr mit Scale wird die Nadeleinstellung abgelesen. Dann dreht man bis zu dem anderen Anschlage und liest wiederum die Einstellung ab. Der Unterschied beider Einstellungen betrage n Scalen-

1) Schraubt man den einen Arm des Rahmens ab, stellt den letzteren selbst symmetrisch zum Dämpfer und orientirt die Dämpferaxe ostwestlich, so kann man auch das magnetische Moment sehr kleiner Stäbe mittels der Theilungen auf den beiden jetzt ostwestlich gerichteten Armen durch Ablenkungen bestimmen, was mit einem Maassstabe aus freier Hand nicht leicht ist, da kleine Entfernungen von der Nadel nicht sicher bestimmt werden können.

theile und zwar so gezählt, dass man diejenige Einstellung als Minuendus nimmt, bei welcher einer Vermehrung der Intensität eine Zunahme der Scaleneinstellung entspricht. Bei der gewöhnlichen Anordnung ist dies diejenige Stellung, bei welcher der Nordpol der Nadel nach Westen zeigt.

Ganz dieselbe Operation wird nun an dem zweiten Vergleichsorte ausgeführt und es werde hierbei ein ebenso gezählter Unterschied von n' Scalentheilen zwischen beiden Einstellungen gefunden.

Ist 2φ der Drehungswinkel des Rahmens, A der Scalenabstand bei beiden Beobachtungen, so berechnet sich das Intensitätsverhältnis an beiden Orten

$$\frac{H'}{H} = 1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A}(n' - n)$$

oder

$$\frac{H' - H}{H} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A}(n' - n). \qquad (I$$

Sollten die Scalenabstände nicht gleich sein, sondern am einen Orte A, am anderen A' betragen haben, so wäre

$$\frac{H' - H}{H} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{4}\left(\frac{n'}{A'} - \frac{n}{A}\right).$$

Theorie des Localvariometers.

Es ist nothwendig, die Ansprüche an die Genauigkeit der Orientirung kennen zu lernen, deswegen nehmen wir auf einen Fehler in der Aufstellung Rücksicht.

Es sei I die Intensität des magnetischen Feldes, welches die vier Ablenkungsstäbe allein in ihrem Mittelpunkte erzeugen würden. Die Richtung von I bilde mit der Südrichtung des magnetischen Meridians den Winkel $\varphi + \delta$, wo also δ den Orientirungsfehler vorstellt. H sei die erdmagnetische Componente. Durch das Zusammenwirken von I und H erhalte die Nadel eine Stellung, welche wir durch den (kleinen) Winkel ς definiren, welchen die Nordrichtung der Nadel mit der Ostwestrichtung bildet. ς sei nach Norden positiv gezählt. Dann ist offenbar

$$\frac{H}{I} = \frac{\cos(\varphi + \delta - \varsigma)}{\cos\varsigma}.$$

Indem wir nach δ und ς in Reihen entwickeln und höhere Glieder als die quadratischen vernachlässigen, erhalten wir hierfür

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left[1 + (\varsigma - \delta)\operatorname{tg}\varphi + \delta\varsigma - \frac{\delta^2}{2}\right]. \qquad (1$$

Nun werde der Rahmen um 2φ gedreht, so dass die Richtung von I jetzt mit dem Meridian auf der entgegengesetzten Seite den Winkel $\varphi - \delta$ bildet. Die Nadel stelle sich auf den wie oben definirten Winkel ς_1

ein, wobei sie also eine Drehung um $\pi + \varsigma + \varsigma_1$ ausführt. Dann ist wie oben

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left[1 + (\varsigma_1 + \delta)\,\mathrm{tg}\,\varphi - \delta\varsigma_1 - \frac{\delta^2}{2}\right]. \tag{2}$$

Die Addition von Gl. 1 und 2 liefert

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left[1 + \frac{\varsigma + \varsigma_1}{2}\,\mathrm{tg}\,\varphi + \frac{\varsigma - \varsigma_1}{2}\,\delta - \frac{\delta^2}{2}\right]. \tag{3}$$

Wegen der Gleichheit der Ausdrücke 1 und 2 hat man offenbar auch

$$(\varsigma - \varsigma_1)\,\mathrm{tg}\,\varphi + \delta(\varsigma + \varsigma_1) = 2\delta\,\mathrm{tg}\,\varphi$$

und, da δ, ς und ς_1 klein sind, auch nahe

$$\varsigma - \varsigma_1 = 2\delta.$$

Setzt man diesen Werth in Gl. 3 ein, so kann man schreiben

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left[1 + \frac{\varsigma + \varsigma_1}{2}\,\mathrm{tg}\,\varphi + \frac{\delta^2}{2}\right].$$

So lange also $\frac{1}{2}\delta^2$ zu vernachlässigen ist ($\delta = 0{,}01$ oder 0,6 Grad gibt $\frac{1}{2}\delta^2 = {}^1/_{20000}$), so hat man

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left(1 + \frac{\varsigma + \varsigma_1}{2}\,\mathrm{tg}\,\varphi\right) = \cos\varphi\left(1 + \frac{n}{4A}\,\mathrm{tg}\,\varphi\right). \tag{4}$$

A bedeutet den Scalenabstand und $\frac{1}{2}(\varsigma + \varsigma_1)$ ist so klein vorausgesetzt, dass man die beobachteten Einstellungsdifferenzen dem Winkel proportional annehmen kann.

Eine ebensolche Beobachtungsreihe liefere an der anderen Station den Einstellungsunterschied n', also

$$\frac{H'}{I} = \cos\varphi\left(1 + \frac{n'}{4A}\,\mathrm{tg}\,\varphi\right). \tag{5}$$

Die Division von Gl. 3 und 4 gibt unter Vernachlässigung höherer Potenzen den obigen Ausdruck

$$\frac{H'}{H} = 1 + \frac{\mathrm{tg}\,\varphi}{4A}(n' - n).$$

Der Factor von $n' - n$ ist der Werth eines Scalentheils in Bruchtheilen des Erdmagnetismus. Der Scalenwerth steht also mit $\mathrm{tg}\,\varphi$ im Verhältnis und lässt sich beliebig reguliren, da φ um so kleiner wird, je grösser man den Abstand der Magnete gewählt hat (vgl. Wied. Annalen Bd. 15 S. 546). $\varphi = 20°$ und $A = 2500^{\mathrm{mm}}$ liefern den Werth des Scalentheils $= 0{,}000036$, also eine Empfindlichkeit, welche alle Bedürfnisse übersteigt. Der zehnte Theil davon ist für die meisten Fälle noch vollkommen ausreichend.

Nimmt man den Scalenabstand gleich $^1/_4{}^m$, so kann man die Scale fest mit dem Variometer verbinden und hat also ein Instrument, welches sehr bequem transportabel ist.

Man kann noch die Frage stellen, welchen Fehler eine Unsicherheit im Anschlage des Rahmens bewirkt. Die Frage beantwortet sich sehr einfach. Denn wenn man von Correctionen absieht, so lautet die Formel 1

$$H = I(\cos\varphi + \varsigma \sin\varphi).$$

Aendert sich φ um $d\varphi$ und ς hierdurch um $d\varsigma$, so muss sein

$$\cos\varphi + \varsigma\sin\varphi = \cos(\varphi + d\varphi) + (\varsigma + d\varsigma)\sin(\varphi + d\varphi)$$

oder

$$o = (-\sin\varphi + \varsigma\cos\varphi)\, d\varphi + \sin\varphi \,.\, d\varsigma.$$

Da ς selbst klein ist, folgt hieraus nahe

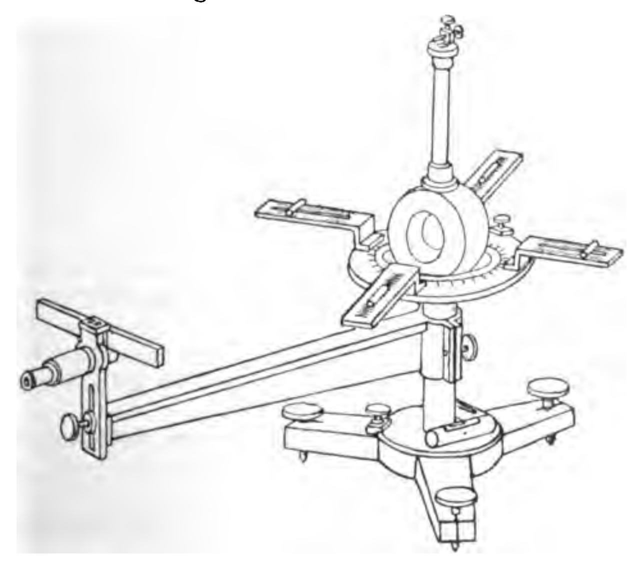
$$d\varsigma = d\varphi. \tag{6}$$

Ein bei dem Anlegen des Rahmens begangener Fehler bewirkt also einen ebenso grossen Fehler in der Einstellung der Nadel. Je empfindlicher das Instrument gestellt ist, desto kleiner wird der Fehler des Resultates.

Nach meinen Erfahrungen kommen diese Fehler gar nicht in Betracht.

Praktische Ausführung.

Die Messungen lassen sich ohne weiteres mit dem in Wied. Annalen Bd. 15 S. 545 Taf. VIII Fig. 5 u. 6 beschriebenen Variometer ausführen,



wenn dasselbe die erwähnten Anschläge und eine auf einem der Füsse angebrachte (etwa mit Klebwachs befestigte) Dosenlibelle besitzt. Zur Bequemlichkeit habe ich dem Instrument noch folgende Abänderungen

gegeben, wodurch dasselbe seinen sonstigen Zwecken durchaus erhalten bleibt.

Behufs der Orientirung zum Meridian ist die Säule in dem Fusse drehbar und wird mittels einer Scheibe geklemmt. Diese Scheibe trägt zwei zu einander senkrechte kleine Wasserwagen. Ferner sitzt an der Säule ein (abnehmbarer) dreh- und klemmbarer Arm als Träger eines kleinen Fernrohres nebst Millimeterscale, welche letztere sich in 250^{mm} Abstand vor der spiegelnden Magnetnadel befindet, so dass $4A = 1000$ ist. Fernrohr und Scale können verstellt oder auch ganz entfernt werden, falls man mit einer weiter abstehenden Scale beobachten will.

Die Libellen sind corrigirbar und werden so justirt, dass sie einspielen, wenn die Nadel mitten im Dämpfer schwebt. Der Aufhängefaden erhält eine solche Länge, dass die Nadel oben und unten gleich weit vom Dämpfer absteht.

Auch in der neuen Form ist das Variometer von H. Eug. Hartmann in Würzburg ausgeführt worden.

Orientirung zum Meridian. Die richtige Stellung lässt sich in überraschend einfacher Weise ohne eine anderweitige Bussole finden. Man benutzt nämlich die grosse Empfindlichkeit, welche die Einstellung der Nadel unter dem Zusammenwirken des Erdmagnetismus und der etwas grösseren Directionskraft der Magnete zeigt, wenn man die letzteren dem Erdmagnetismus gerade entgegenwirken lässt[1]).

Also, nachdem man das Instrument ungefähr richtig, d. h. die Dämpferaxe nordsüdlich aufgestellt hat, und die Libellen zum Einspielen gebracht hat, stellt man nun den Rahmen derartig, dass die Nadelrichtung mit der Visirlinie über oder durch die der Nadel zugewendeten Magnete zusammenfällt. In dieser Stellung wird die Nadel eine grosse Schwingungsdauer haben und wird auf eine kleine Verstellung des Rahmens durch eine viel grössere eigene Bewegung reagiren. Es wird für die Folge bequem sein, wenn diese Rahmenstellung genau dem Nullpunkte der Kreistheilung entspricht, was man durch Drehung des Instrumentes erreicht.

---

1) Es sei δ der Winkel, welchen die Directionskraft I der Magnete mit der magnetischen Südrichtung macht. Dann ist der Winkel γ, unter welchem die Nadel gegen den Meridian zur Ruhe kommt, gegeben durch $I : H = \sin\gamma : \sin(\gamma - \delta)$ oder bei der Kleinheit von δ und γ auch $I : H = \gamma : (\gamma - \delta)$. Hieraus folgt $\gamma : \delta = I : (I - H)$. Wenn also I nur wenig grösser ist als H, so wird ein Fehler δ durch ein weit grösseres γ angezeigt.

Richtung der Kraft I ist die Verbindungslinie der beiden aus erster Hauptlage wirkenden Magnete des Rahmens. Da die Magnete hohl sind, so kann man bequem visiren. Auch wenn die Richtung von I wegen einer nicht ganz richtigen Stellung der Magnete mit der Richtung der Visirlinie nicht ganz genau zusammenfiele, so würde nur ein geringer Fehler entstehen. Zur Controle braucht man übrigens nur den Rahmen um 180^0 zu drehen, so dass H und I jetzt beide nach Norden wirken, um zu sehen, ob die Nadel sich nun wieder in die Visirlinie einstellt.

Diese Bemerkungen und die im Text gegebene Orientirungsmethode beziehen sich natürlich auch auf den Gebrauch des Instrumentes als Zeitvariometer.

Nun weiss man, dass in dieser Stellung die Kraftrichtung des Rahmens mit dem Meridian zusammenfällt. Der Winkel φ ist nun nach beiden Seiten gleich gross zu nehmen und zwar so gross, dass das Fernrohr für beide Stellungen des Rahmens nahe denselben Scalentheil anzeigt. Das Ausprobiren dieser Rahmenstellungen lässt sich sehr schnell ausführen, wenn man berücksichtigt, dass in der Nachbarschaft des richtigen φ Nadel- und Rahmendrehung gleich gross sind (vgl. S. 317 Formel 6).

Nachdem die Anschläge fixirt sind, beobachtet man den Einstellungsunterschied n für beide Anschlagstellungen.

Ebenso bestimmt man den Unterschied n' für die andere Station und rechnet dann nach der Formel I S. 315.

Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, dass die einmalige Fixirung der Anschläge auch für die Folge so lange genügt, als nicht die Ablenkungsmagnete oder der Erdmagnetismus sich wesentlich ändern.

Ueber einige Vorsichtsmaassregeln siehe den folgenden Abschnitt.

Temperatureinfluss.

Die Directionskraft I der Magnete ändert sich mit der Temperatur, wegen der Abnahme des Stabmagnetismus mit der Wärme und zum kleineren Theil auch wegen der Ausdehnung des Rahmens. Beide Einflüsse getrennt zu bestimmen würde umständlich und zwecklos sein. Wir fassen dieselben zusammen, indem wir annehmen, dass, wenn I der Temperatur t entspricht, für t' gelte

$$I' = I\,[1 + \mu\,(t - t')].$$

Vorausgesetzt zuerst, dass μ bekannt sei, so wird, wenn t die Beobachtungstemperatur für die eine, t' für die andere Station war (S. 316 Gleichung 5),

$$\frac{H}{I} = \cos\varphi\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A}\,n\right)$$

$$\frac{H'}{I\,[1 + \mu\,(t - t')]} = \cos\varphi\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A}\,n'\right),$$

woraus

$$\frac{H' - H}{H} = (n' - n)\,\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A} + \mu\,(t - t'). \qquad \text{(II}$$

Ohne Zweifel liegt die Hauptschwierigkeit bei den Vergleichungen in den Temperaturschwankungen [1]), welche deswegen sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Es ist z. B. durchaus anzurathen, dass die mit dem Instrument beschäftigte Hand mit einem Handschuh bekleidet sei. Hand und Körper sollen nicht länger als durchaus nothwendig in der Nähe des Instrumentes bleiben. Nach den ersten, längere Zeit bean-

1) Vgl. Wild, Mélanges de St. Petersb. 1873 S. 791.

spruchenden Orientirungen muss mit der entscheidenden Beobachtung hinreichend lange gewartet werden.

Vergleicht man innerhalb eines Raumes von derselben Temperatur, so ist ein rasches Verfahren das beste Mittel gegen diese Fehler. Also ist es gut, die beiden Plätze, an denen man beobachten will, so vorzubereiten, dass man nach dem Hinsetzen des Variometers nur die Libellen einzustellen hat. Man klebt also bei einer vorläufigen Orientirung an beiden Orten Untersätze für die Fussschrauben mit etwas Wachs in solchen Stellungen fest, dass die richtige Stellung zum Meridian ohne Drehung des Instrumentes durch die Fussplatten gegeben ist. Nun kann man das Instrument rasch zwischen den beiden Orten auswechseln, nöthigenfalls mehrmals, und jedesmal die Einstellungsunterschiede n durch einige Drehungen des Rahmens beobachten. Die einzelne Aufstellung sammt Beobachtungssatz wird in 5 bis 7 Minuten geschehen sein.

Haben die Vergleichspunkte verschiedene Temperatur, so stellt man neben die Magnete ein Thermometer und wartet nach der Aufstellung des Instrumentes, bis dasselbe die Temperatur der Umgebung hinreichend angenommen hat, wozu im allgemeinen 10 bis 15 Minuten nothwendig sein werden. 1° Temperaturfehler macht bei meinem Instrumente das Resultat um etwa 0,1 % fehlerhaft.

Bestimmung des Temperaturcoefficienten μ. Zu diesem Zwecke braucht man die Messung von n nur an demselben Orte bei zwei verschiedenen Temperaturen t_1 und t_2 auszuführen, also etwa im Winter im geheizten und ungeheizten Zimmer. Allerdings wird diese Bestimmung einige Stunden in Anspruch nehmen, weswegen auf die zeitlichen Variationen der erdmagnetischen Intensität Rücksicht zu nehmen ist.

Verfügt man nun nicht über ein zweites Variometer, so lässt ein solches sich leicht improvisiren. Man nimmt nämlich ein beliebiges kleines Magnetometer (etwa die Nadel eines Spiegelgalvanometers) und lenkt die Nadel durch einen fest genäherten Magnet (etwa den Astasirungsmagnet des Galvanometers) um 90° ab. Dann zeigt die Nadel ja die Intensitätsvariationen an. Der Werth des Scalentheils in Bruchtheilen der Intensität kann durch eine Vergleichung des Ganges beider Instrumente oder auch aus der Fernwirkung eines bekannten Magnets [1]) hinreichend genau ermittelt werden. Selbstverständlich wird das Hilfsinstrument in einem Raume von constanter Temperatur aufgestellt.

Es mögen nun gleichzeitig stattfinden die Intensität H_1 und die Temperatur t_1 sowie der Einstellungsunterschied n_1 des Localvariometers; für eine andere Beobathtung mögen H_2, t_2, n_2 gelten. Dann ist der Temperaturcoefficient

$$\mu = \frac{1}{t_1 - t_2}\left[(n_1 - n_2)\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A} + \frac{H_2 - H_1}{H_1}\right]. \qquad \text{(III}$$

$(H_2 - H_1) | H_1$ liefert das Hilfsvariometer.

1) Vgl. Kohlrausch, Wiedemann Annalen Bd. 15 S. 538, 1882, oder K., Leitfaden der prakt. Phys. 4. Aufl. S. 171.

Beobachtungsbelege.

Im eisenfreien Observatorium des physikalischen Instituts zu Würzburg wurde die Intensität im Mittelpunkt mit derjenigen eines bestimmten Punktes nahe an der Backsteinwand verglichen. Die Beobachtungsplätze waren in der vorhin angegebenen Weise vorbereitet. Zwischen zwei Beobachtungen verstrichen durchschnittlich 6 Minuten. Die kleinen Aenderungen des Thermometers und eines Bifilarvariometers sind in den angegebenen n schon berücksichtigt, was jedoch bei dem gleichmässigen Gang die Resultate kaum beeinflusst.

Es war $\varphi = 35{,}3^{\circ}$ $A = 2000^{mm}$, also $\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A} = 0{,}000089$. Man fand

			Mittel	
Oct. 7	n	$= 46{,}7\ 51{,}0^{mm}$	48,8	$\frac{H'}{H} = 1{,}00030$
	n'	$= 52{,}2^{mm}$	52,2	
Oct. 8	n	$= 32{,}1\ 33{,}6\ 33{,}3^{mm}$	33,0	1,00028
	n'	$= 35{,}3\ 37{,}0^{mm}$	36,1	
Oct. 9	n	$= 29{,}3\ 30{,}9^{mm}$	30,1	1,00017
	n'	$= 32{,}0^{mm}$	32,0	

Die Uebereinstimmung geht auf etwa $^1/_{8000}$ und bewährte sich auch bei anderen Vergleichungen in ähnlicher Weise. Selbst wenn die Abweichungen zwei oder dreimal grösser wären, würde man das Ergebnis als ein sehr befriedigendes bezeichnen müssen, wenn man die bisherigen Schwierigkeiten solcher Vergleichungen in Betracht zieht.

Der Temperaturcoefficient wurde im kalten und geheizten Zimmer bestimmt, wobei H. Strecker die gleichzeitige Beobachtung eines Bifilarvariometers ausführte. Zwischen beiden Beobachtungssätzen lag ein Zeitraum von etwa zwei Stunden. Der halbe Drehungswinkel φ betrug $20{,}0^{\circ}$, der Scalenabstand A 2600^{mm}, woraus $\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4A} = 0{,}0000350$, welche Empfindlichkeit freilich überflüssig gross war. Man fand

$$t_1 = 20{,}5^{\circ} \quad n_1 = -86{,}1 \qquad \frac{H_2 - H_1}{H_1} = +\,0{,}00162.$$
$$t_2 = 12{,}2^{\circ} \quad n_2 = -275{,}3$$

Hieraus berechnet sich

$$\mu = \frac{0{,}00662 + 0{,}00162}{8{,}3} = 0{,}00099.$$

Ein Paar von Beobachtungen mit steigender Temperatur hatte $\mu = 0{,}00094$ ergeben.

Mit Rücksicht darauf, dass der Temperaturunterschied nur 8° betrug, ist auch dieses Resultat als ein sehr gutes zu bezeichnen.

Würzburg, December 1882.

Physiologisch-optische Notizen[1]).

2. Mittheilung.

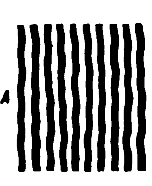
Von

Prof. **Ernst v. Fleischl.**

IV.

Bei Besprechung der Erscheinungsweise von Stabgittern, die sich in relativ grosser Entfernung vom Auge befinden, gibt Helmholtz[2]) folgende Beschreibung und Abbildung.

„Bei diesen Versuchen bemerkte ich eine auffallende Formveränderung der geraden, hellen und dunkeln Linien. Die Breite jedes hellen und jedes dunkeln Streifen des von mir gebrauchten Gitters betrug $\frac{13}{24} = 0{,}4167^{mm}$. In dem Abstande von 1,1 bis $1{,}2^{m}$ fing die Erscheinung an sichtbar zu werden. Das Gitter bekam etwa das Ansehen wie in Fig. 102 *A* (siehe die nebenstehende Fig. 1 *A*), die weissen Streifen erschienen zum Theil wellenförmig gekrümmt, zum Theil perlschnurförmig mit abwechselnd dickeren und dünneren Stellen. Es seien in Fig. 102 (1) *B* die kleinen Sechsecke Querschnitte der Zapfen des gelben Flecks, *a*, *b* und *c* drei optische Bilder von den gesehenen Streifen, diese sind oberhalb *dd* in ihrer wirklichen Form dargestellt, unterhalb *dd* aber



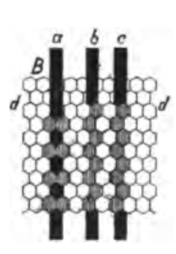


Fig. 1.

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 86 Abth. 3, 1882. Die erste Mittheilung findet sich ebendaselbst Bd. 83 Abth. 3.

2) H. Helmholz, Handbuch der physiologischen Optik S. 217.

sind alle Sechsecke, deren grössere Hälfte schwarz war, ganz schwarz gemacht, deren grössere Hälfte weiss war, ganz weiss, weil in der Empfindung immer nur die mittlere Helligkeit jedes Elements wahrgenommen werden kann. Man sieht, dass dadurch in der unteren Hälfte von Fig. 102 (1) *B* ähnliche Muster entstehen wie in *A*.“

Gegen diese Erklärungsweise des sehr auffallenden Phänomens möchte ich mir nun einige Einwendungen erlauben.

Warum erscheint nicht jede gut fixirte und scharf gesehene geradlinige Grenze zwischen zwei Farben oder zwei Helligkeiten gewellt? Und wie ist es zu verstehen, dass man Details am Rande eines gewellt erscheinenden Gitterstabes noch erkennt, welche feiner sind als die Wellenfigur selbst? Ich werde im weiteren Verlaufe dieser Darstellung die Bedingungen mittheilen, unter denen man die Stäbe und Zwischenräume eines Gitters, welches aus feinsten Laubsägeblättern zusammengesetzt ist, deutlich wellenförmig sieht, und dabei doch noch die Zähnelung mit einem solchen Grade von Deutlichkeit, dass man wenigstens mit Leichtigkeit angeben kann, nach welcher Seite die Zähne sehen — obwohl die letzteren ein in jeder Beziehung feineres Muster bilden als die Wellen.

Nun, in Wirklichkeit ist die Bedingung, dass das Netzhautbild des Gitters von derselben Feinheit sei wie die Zapfenmosaik, gar keine Bedingung für das gewellt Erscheinen des Gitters; und in Wirklichkeit erscheint allerdings jede geradlinige Grenze zwischen zwei Farben oder Helligkeiten gewellt, sobald sie unter die wahren Bedingungen des Versuches gebracht wird.

Ehe ich zur Aufzählung meiner übrigen Einwendungen gegen die von Helmholtz gegebene Erklärung übergehe, will ich jene Bedingung namhaft machen, welche ich für die wahre Bedingung des Versuches halte.

Jedes Gitter, jeder Stab, jeder geradlinige Rand erscheint gewellt, sobald sein Netzhautbild — von welcher Grösse es immer sei — mit einer mässigen Geschwindigkeit über die Netzhaut hingleitet.

Man zeichne irgend ein Stabgitter auf einen Streifen Papier, etwa indem man mit der Reissfeder eine Schaar paralleler Linien zieht und wickle das Papier so um den Cylinder eines Kymographiums, dass die Streifen vertical stehen. Ich habe mich gelegentlich jener im Handel vorkommenden Schreibunterlagen bedient, welche mit dicken äquidistanten Linien bedeckt sind und vielfach verwendet werden, um Zeilenlänge und -Abstand regelmässig zu machen. Besonders mit einer solchen rastrirten Unterlage, bei welcher die Dicke der schwarzen Linien ca. 1,6 ^{mm}, die Breite der weissen Streifen aber ca. 5,5 ^{mm} betrug,

habe ich einen grossen Theil der im folgenden zu beschreibenden Versuche angestellt.

Ist der mit verticalen Linien bedeckte Streifen um die Trommel des Kymographiums befestigt, so setzt man sich in bequemer Sehweite vor die gut beleuchtete Seite derselben und lässt sie durch das Laufwerk des Apparates drehen. Die schwarzen Streifen erscheinen nach wie vor geradlinig. Bringt man aber nun vor der Trommel auf einem eigenen Stativ ein kleines ruhendes Fixationszeichen an und fixirt es gut, während sich die Streifen hinter ihm vorüberbewegen, so erscheinen letztere im ganzen Felde des directen Sehens wellenförmig verkrümmt. Dieses Phänomen tritt, wie gesagt, immer ein, es ist aber deutlicher und wird von Ungeübten leichter bemerkt, wenn für das Muster und die Umdrehungsgeschwindigkeit gewisse Verhältnisse nicht zu weit überschritten werden. Bei einer Breite der Streifen von etwa $0{,}7^{mm}$, der Intervalle von etwa $1{,}5^{mm}$ und einer Geschwindigkeit von beiläufig $15-20^{mm}$ in der Secunde, ist das Phänomen, aus einer Entfernung von $30-40^{cm}$ betrachtet, so in die Augen fallend, dass es nicht leicht von jemand wird unbemerkt bleiben, es müsste denn eine des Fixirens vollkommen unfähige Person sein; solcher Menschen gibt es allerdings mehr als man glaubt.

Man überzeugt sich bei dieser Anordnung des Versuches leicht davon, dass man die Wellen nur in jenen Momenten sieht, in denen die Fixation gut ist; sobald man mit dem Auge den sich bewegenden Linien folgt, erscheinen diese wieder einfach geradlinig. Bei einiger Uebung im Beobachten dieses Phänomens wird man desselben häufig gewahr, sobald nur einigermaassen die Bedingung des Versuches vorhanden ist. So habe ich z. B. die armdicken Stäbe des colossalen Gitters vor St. Peter in Rom, in der Loggia in zwei Schritt Entfernung vor ihnen stehend, deutlich wellenartig gekrümmt gesehen, als ich die Spitze meines Spazierstockes quer in Augenhöhe an ihnen vorüberführte und dieselbe mit den Augen fixirte.

Dass die von Helmholtz an entfernten feinen Gittern beobachtete Erscheinung mit der von mir an bewegten Gittern von beliebiger Grösse und Entfernung beobachteten identisch ist, scheint allerdings noch eines Beweises bedürftig. Ich finde denselben aber in folgenden Umständen.

Die Erscheinungsweise des Phänomens ist in beiden Fällen ganz die gleiche — es ist mir nicht gelungen, irgend einen Unterschied in dem Charakter der Wellen aufzufinden.

Das Auftreten der Erscheinung bei der Helmholtz'schen Anordnung lässt sich sofort unterdrücken, sobald es gelingt, die Bedingung, welche sich nach meiner Anordnung als für das Zustande-

kommen der Erscheinung maassgebend herausgestellt hat, zu eliminiren. Sieht man also die Stäbe eines Gitters nur mehr unter Gesichtswinkeln von ca. 1′, so verschwindet das Wellenphänomen in den Zeiten absoluter Fixation des Blickes oder in den Zeiten, während welcher die Blickbewegung den Stäben merklich parallel ist.

Die Meinung, dass man die Wellen nur dann sieht, wenn die Netzhautbilder so fein sind wie die Zapfenmosaik, hat sich offenbar auf folgende Weise gebildet.

So lange man ein Gitter mühelos deutlich sieht, hat man gar keine Veranlassung, das Auge regelmässig quer zu den Stäben zu bewegen, das Auge findet an den deutlich gesehenen Linien hinlängliche Anhaltspunkte zum Fixiren und macht höchstens einigermaassen regelmässige Bewegungen in der Richtung der Linien. Erst wenn bei zunehmender Entfernung die Linien anfangen undeutlich zu werden, hören sie auf, gute Fixationsobjecte für das beobachtende Auge abzugeben und dieses schwankt nun an einem keine Anhaltspunkte darbietenden Objecte nach allen Richtungen umher, wobei jedesmal, wenn sich die Richtung der Augenbewegung mit der der Stäbe unter einem etwas grösseren Winkel schneidet, die Wellenfigur erscheint.

Ebenso wie die Forderung der Kleinheit der Netzhautbilder, muss ich auch die am selben Orte ausgesprochene Forderung einer genauen (nöthigenfalls durch Brillen zu unterstützenden) Accommodation des Auges für die Entfernung des Gitters für unwesentlich halten. Arbeitet man unter den von Helmholtz angegebenen Bedingungen, dann ist natürlich scharfe Einstellung des Auges unerlässlich, da ja unter diesen Verhältnissen bei ungenauer Einstellung überhaupt keine Linien, also auch keine gewellten, gesehen werden; macht man aber den Versuch mit sich bewegendem Gitter und fixirendem Auge, dann kann das Fixationszeichen sehr viel näher am Auge liegen als das Gitter, ohne dass die Erscheinung an Deutlichkeit abnimmt; ja ein gewisser Grad von Ungenauigkeit der Accomodation ist ihrem Zustandekommen sogar günstig. So sehe ich die Wellen z. B. sehr schön, wenn die Entfernung des sich bewegenden Gitters von einem meiner (emmetropischen) Augen 400^{mm}, die Entfernung des Fixationszeichens vom Auge hingegen 280—320^{mm} beträgt.

Wie eine sehr einfache Ueberlegung ergibt, ist auch die Thatsache, dass das Vorhandensein so beträchtlicher Zerstreuungsbilder, wie sie unter den zuletzt besprochenen Verhältnissen auftreten, die Erscheinung keineswegs behindert, jenem Erklärungsversuche nicht günstig, welcher sich auf die Zapfenmosaik beruft.

Absolut unvereinbar mit dieser Erklärung sind aber die Resultate der Messung (oder eigentlich Schätzung) der Dimensionen des Wellenphänomens.

Unter Zugrundelegung der Helmholtz'schen Annahme würde sich ergeben, dass die Länge der Wellen der doppelten Breite, und die Höhe derselben (vom höchsten bis zum tiefsten Punkte) der halben Breite eines Zapfens gleich sein muss, es würde sich danach für die Länge einer Welle ein Gesichtswinkel von ungefähr 2', für ihre Höhe ein Gesichtswinkel von ungefähr 30" ergeben.

Wie gross ist nun der Gesichtswinkel, unter welchem die Wellen wirklich erscheinen?

Um diese Frage zu beantworten, habe ich zwischen dem Auge und der Kymographiumtrommel, ziemlich nahe an letzterer, einen schwarzen Schirm angebracht, in welchem sich ein Fenster von ca. 5^{cm} Breite und 2^{cm} Höhe befand.

Das Fixationszeichen war in der Mitte des Fensters angebracht und man sah durch letzteres auf die sich langsam vorbeibewegenden Gitterstäbe hin.

Es wurde nun durch möglichst sorgfältige Schätzung zu bestimmen gesucht, wie viel ganze Wellen auf der durch das Fenster gesehenen Länge eines Stabes sich befanden — eine Aufgabe, welche weder leicht noch angenehm und gewiss nicht sehr genau zu lösen war.

Sowie man sich anstrengt, die Wellen auf dem Stabe zu zählen, entwickelt sich natürlich die Tendenz, diesem mit dem Blicke zu folgen, und sobald man dieser Tendenz nachgibt, verschwinden augenblicklich die Wellen.

Nichtsdestoweniger war die Uebereinstimmung unter meinen Resultaten eine für den nächsten Zweck ausreichende und der Werth meiner Schätzungen wurde für mich noch wesentlich durch den Umstand erhöht, dass einige Schätzungen, welche Herr Hofrath v. Brücke und Herr Prof. Sigm. Exner für mich vorzunehmen die Güte hatten, sehr gut mit den meinigen übereinstimmten.

Um ein Beispiel zu geben, will ich anführen, dass ich an einem 630^{mm} von meinem Auge entfernten Gitter auf jedem der 18^{mm} langen Stäbe sechs ganze Wellen zählte. Hieraus ergibt sich ein Gesichtswinkel von etwa $1/4^{0}$ für die Welle, und die Thatsache, dass eine Welle auf der Netzhaut ungefähr 15 Zapfen bedeckt. Dies aber scheint mir jede Möglichkeit, die Wellen aus der Zapfenmosaik zu erklären, auszuschliessen.

Zahlen, welche zu ganz ähnlichen Resultaten führten, erhielt ich nun bei allen in dieser Richtung angestellten Beobachtungen, wobei die Entfernung des Auges vom Gitter, die Länge des sichtbaren Theiles der Stäbe, ihre Breite, die Winkelgeschwindigkeit ihrer Bewegung, und insoferne auch die Methode der Beobachtung variirt wurde, als auch in einigen Fällen ruhende Gitter aus einiger Entfernung betrachtet

wurden und die Anzahl der Wellen abgeschätzt wurde, welche (infolge der Augenbewegungen) auf jedem Stabe sichtbar wurden.

Die auf diese verschiedenen Arten erhaltenen Zahlen variiren um das oben angegebene Mittel in scheinbar unregelmässiger Weise und um Beträge, welche aus der Unsicherheit solcher Abschätzungen vollkommen erklärt werden. Die geringsten Wellenlängen, welche bei absichtlich nach dieser Richtung übertriebener Schätzung und unter den ungünstigsten Umständen erhalten wurden, übertrafen immer noch um ein Vielfaches jene Länge, welche ein Postulat der Erklärung des Phänomens aus der Zapfenmosaik ist.

Ich will hier bloss noch anmerken, dass bei Beobachtungen aus grösserer Entfernung die geschätzten Werthe der Wellenlängen im allgemeinen geringer ausfielen, als bei geringerer Distanz, ohne dass ich für diesen Umstand irgend einen Grund anzuführen vermöchte.

Die Höhe der Wellen versuchte ich entweder so zu schätzen, dass ich sie an dem entwickelten Phänomen mit der Breite der gewellten Streifen verglich, oder so, dass ich eine möglichst vollkommene Zeichnung von dem Phänomen anfertigte, selbe wiederholt corrigirend mit letzterem verglich und dann an der Zeichnung (unter gehöriger Reduction auf die Entfernung) die gesuchte Grösse maass. Auf diese Weise erhielt ich abermals unter einander mit hinreichender Genauigkeit übereinstimmende Werthe, deren kleinster, 2,5 Zapfenbreiten für die Höhe der Welle, ebenfalls mit der Helmholtz'schen Erklärung, welche eine Höhe der Wellen von einer halben Zapfenbreite bedingen würde, in keinen Einklang zu bringen ist.

Ich habe nun verschiedene Versuche gemacht, das Phänomen auf eine befriedigende Weise zu erklären, doch ist mir dieses bis jetzt nicht gelungen.

Von den Formelementen der Netzhaut würden, als die breitesten, die Zellen des Pigmentepithels[1]) in Betracht kommen, doch reichen selbst die Durchmesser dieser Gebilde zur Erklärung des Gesichtswinkels, unter welchem die Wellen erscheinen, nicht ganz aus. Doch könnte man sich, wenn nur sonst ein ausreichender Grund vorläge, den Pigmentzellen eine derartige Function beim Sehen zuzuschreiben, in Erwägung der grossen Unsicherheit in der Ermittlung dieses Gesichtswinkels immerhin selbst dazu entschliessen, anzunehmen, man habe denselben durchgehends noch einmal so gross geschätzt, als er in Wirklichkeit ist, eine Annahme, die nothwendig wäre, um die Er-

---

1) Vgl. Franz Boll, Thesen und Hypothesen zur Licht- und Farbenempfindung. Arch. f. (Anat. u.) Physiologie 1881.

scheinung unter der Voraussetzung zu erklären, dass die Zellen des Pigmentepithels „Sehelemente“ (Boll) sind.

Auch ist es, um das Pigmentepithel zur Erklärung des Phänomens heranzuziehen, nicht gerade nothwendig, dasselbe für lichtpercipirend zu halten, in der Art, wie wir die Zapfen für lichtpercipirend halten. Es würde z. B. vollkommen ausreichen, anzunehmen, dass sich in jeder Pigmentzelle, sobald dieselbe an einem kleinen Theile ihrer Oberfläche von Licht getroffen wird, ein chemischer Process abzuspielen beginnt, der sich mit sehr grosser Geschwindigkeit über die ganze Zelle verbreitet und der auf irgend eine Weise die vor dieser Pigmentzelle gelegenen Zapfen beeinflusst[1]).

Allerdings würde eine derartige Einrichtung eigentlich einen Apparat zur Herabsetzung der Sehschärfe darstellen, aber es ist ja nicht ausgeschlossen, dass die Rückwirkung vom Epithel auf die Zapfen für gewöhnlich eine so schwache ist, dass sie nur unter besonders günstigen Verhältnissen bemerkbar wird — wie hier bei Bewegung des Bildes auf der Netzhaut, wobei ein steter, periodischer Wechsel zwischen Erregung und Ruhe für jede Zelle stattfindet.

Ohne auf die Verfolgung dieses Gedankens weiter einzugehen, und indem ich einige andere entschieden unglückliche Erklärungsversuche ganz übergehe, will ich nur noch einer Idee Erwähnung thun, von der ich mir durch längere Zeit schmeichelte, sie würde zu einem Verständnis der Erscheinung führen. Ich theile diese Idee hauptsächlich aus dem Grunde mit, weil die Einwände, welche ich selbst gegen sie geltend machte und welche mich zuletzt bestimmt haben, sie ganz fallen zu lassen, anderen nicht so maassgebend erschienen sind wie mir.

Man denke sich nahe vor einem Schirm, auf welchem ein optisches Bild aufgefangen wird, parallel mit ihm ein Netz mit rundlichen Maschen aufgestellt. Die Fäden des Netzes bestehen aus dicken durchsichtigen Cylindern, deren Brechungsindex sich nur wenig von dem des umgebenden Mediums unterscheidet. Das Bild eines Stabgitters, welches auf den Schirm fällt, wird durch das vorgestellte Netz verzerrt werden und zwar werden die Stäbe durch die schief zu ihrer Richtung gestellten Cylinder mehrfach gebogen und geknickt erscheinen.

Ein solches Netz ist nun vor der lichtpercipirenden Schichte der Netzhaut in Form ihres Blutgefässsystemes aufgespannt und man kann allerdings an eine solche Beeinflussung des Bildes seitens der Gefässe durch Brechung, Beugung oder Reflexion denken.

1) Vgl. die Darstellung W. Kühne's von der Thätigkeit des Pigmentepithels beim Sehen in dessen „chemische Vorgänge in der Netzhaut“. Hermann's Handb. d. Physiologie Bd. 3 Theil 1.

Die Grösse der Maschen des Capillarnetzes in meinen Augen würde ganz gut mit dem Gesichtswinkel des Wellenphänomens stimmen, aber es dürften die Stäbe, wenn diese Erklärung das Richtige getroffen haben sollte, in unmittelbarer Umgebung des Fixationspunktes nicht gewellt, sondern sie müssten gerade erscheinen, da bekanntlich die Stelle des deutlichsten Sehens auf der Netzhaut gefässlos ist. Vielleicht ist aber diese Stelle so klein, dass dieses kurze gerade Stückchen der Beobachtung entgeht, besonders bei den schwierigen Umständen, unter denen diese vorgenommen wird. Ich habe also die Grösse der gefässlosen Stelle in der Netzhaut meines rechten Auges bestimmt und zwar auf folgende Weise.

Ich blickte in das helle, leere Gesichtsfeld eines Mikroskopes unter beständiger Bewegung meines Kopfes. Das auf diese Weise hervorgerufene äusserst scharfe Bild[1]) der Blutgefässe in der Netzhaut wurde mittels eines auf das Ocular aufgesetzten Zeichenprismas auf eine in gemessener Entfernung aufgestellte Papierfläche projicirt und die gefässlose Stelle mit verschieden grossen, auf das Papier gezeichneten Kreisen verglichen, dadurch, dass man sie der Reihe nach mit den Kreisen zur Deckung zu bringen suchte. Aus der Grösse des passenden Kreises und seiner Entfernung wurde dann der Gesichtswinkel, unter dem die gefässlose Stelle gesehen wird — und folglich auch sieht —, bestimmt und zwar bei mir etwa gleich 85′. Auf der gefässlosen Stelle haben folglich 4—6 ganze Wellen des Phänomens Platz und ich glaube ganz bestimmt sagen zu dürfen, dass es mir nicht entgangen wäre, wenn das Phänomen in solcher Ausdehnung gerade an der Stelle des deutlichsten Sehens gefehlt hätte. Demnach habe ich auch diese Erklärung wieder fallen gelassen.

V.

Das Urtheil über die Geschwindigkeit einer gesehenen Bewegung setzt sich zusammen aus drei Urtheilen, nämlich:

1. aus dem Urtheile über die Richtung der Bewegung;

2. aus dem Urtheile über die Entfernung des sich bewegenden Körpers vom Auge;

3. aus dem Urtheile über die Winkelgeschwindigkeit der Bewegung um das Auge.

Wenn wir das dritte dieser Urtheile als direct aus der Wahrnehmung abstrahirt und demnach im einzelnen Falle als gegeben betrachten, so kann man sagen, dass wir eine Geschwindigkeit für

1) Vgl. Helmholtz, physiologische Optik S. 161. — Fleischl, Sitzungsberichte d. Wiener Akad. Bd. 83 Abth. 3.

um so grösser halten, für je kleiner wir den Unterschied zwischen der Richtung der Bewegung und der Richtung der Visirlinie halten, und für je grösser wir die Entfernung des sich bewegenden Körpers vom Auge halten.

Woher wir die Elemente zu den Urtheilen über Richtung und Entfernung des sich bewegenden Körpers nehmen, mag hier unerörtert bleiben, und es wird demnach die Voraussetzung gemacht, dass wir wissen, in welcher Entfernung vom Auge die Bewegung stattfindet, und dass wir ferner wissen, dass die Bewegung sich in einer Bahn vollziehe, welche normal zur Visirlinie ist.

Dann hängt also das Urtheil über die Geschwindigkeit der Bewegung bloss vom Urtheile über die Winkelgeschwindigkeit ab — es fällt vielmehr das Urtheil über die Geschwindigkeit mit dem über die Winkelgeschwindigkeit zusammen.

Das Urtheil über die Winkelgeschwindigkeit kann nun bekanntlich gewonnen werden:

1. Bei unbewegtem Auge, wobei das Bild des bewegten Körpers über die Netzhaut des Auges hingleitet — und zwar mit einer Winkelgeschwindigkeit, welche gleich der des Objectes ist, wenn man als Centrum für beide Geschwindigkeiten einen etwa 14,5^{mm} vor der Netzhautgrube des Auges gelegenen Punkt wählt.

2. Bei bewegtem Auge, so dass der Ort des Bildes auf der Netzhaut constant erhalten wird, wobei die Winkelgeschwindigkeit des Auges um seinen Drehpunkt an Richtung und Grösse gleich der des Objectes um denselben Punkt ist.

3. Bei beliebig anders bewegtem Auge, wobei Richtung und Grösse der Winkelgeschwindigkeit desselben um alle denkbaren Werthe gegen Richtung und Grösse der Winkelgeschwindigkeit des Objectes verschieden sein können.

Nun sollte man meinen, dass unser Urtheil über eine bestimmte Geschwindigkeit davon unabhängig sein muss, nach welcher dieser drei Methoden die betreffende Winkelgeschwindigkeit beurtheilt wird, so dass ich z. B. dieselbe Vorstellung von der Geschwindigkeit, mit welcher sich ein Gegenstand vor meinen Augen bewegt, erhalte, ob ich diesem Gegenstande mit den Augen folge, oder ob ich irgend einen ruhenden Punkt in meinem Gesichtsfelde fixire.

Es erscheint diese Voraussetzung geradezu als eine Bedingung für ein zusammenhängendes, keine Widersprüche in sich tragendes Verständnis der Aussenwelt — denn wenn ihr nicht genügt ist, sondern vielmehr die Vorstellung, die ich von der Geschwindigkeit einer bestimmten Bewegung bekomme, von der Art abhängt, nach der ich diese Bewegung mit meinen Augen betrachtet habe, dann wird natürlich

nur eine von den verschiedenen Vorstellungen, die ich von dieser Geschwindigkeit haben kann, die richtige sein.

Da nun in einem Gesichtsfelde, dessen einzelne Theile in relativer Bewegung gegen einander sind und von welchem ein Punkt nach der zweiten Art gesehen wird, also in der Weise, dass das Auge ihm nachfolgt, nothwendig alle Punkte, welche eine relative Bewegung gegen diesen fixirten Punkt haben, nicht nach der zweiten Art gesehen werden können, so würde hieraus und aus dem Satze, dass die Vorstellung von der Geschwindigkeit einer Bewegung abhängt von der Art sie zu sehen, folgen, dass das Urtheil über die relativen Geschwindigkeiten im Gesichtsfelde von den Augenbewegungen abhängt, und also bei jeder Art zu sehen, immer nur für gewisse Punkte von bestimmter Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung richtig, für alle anderen Punkte falsch ist, und dass die jedesmalige Auswahl der in richtiger Bewegung gesehenen Punkte von der zufälligen oder absichtlichen Bewegung der Augen abhängt.

Obwohl es an sich höchst unwahrscheinlich und nach der Denkungsweise eines strengen Empirismus kaum recht verständlich ist, so ist unser Sehvermögen dennoch in Wirklichkeit mit dieser grossen Complication und Unvollkommenheit behaftet, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Man überzieht die Mantelfläche eines um eine verticale Axe mit gleichmässiger Geschwindigkeit drehbaren Cylinders (einer Kymographiumtrommel) mit einem Papier, welches in vollkommen regelmässiger Weise mit parallelen und äquidistanten verticalen Linien bedeckt ist. Man setzt sich so, dass das beobachtende Auge etwa einen halben Meter vom Papier entfernt ist und corrigirt die Refraction des Auges nöthigenfalls durch ein Brillenglas. Zwischen Auge und Papier steht ein schwarzer Schirm, welcher die ganze Trommel bedeckt mit Ausnahme eines kleinen, mittleren Stückes derselben, welches man durch ein Fenster in dem Schirm sieht. Das Stück Papier, welches man sieht, muss gleichmässig beleuchtet und so klein sein, dass die Aequidistanz der Linien durch die Krümmung des Cylinders nicht merklich gestört erscheint. In der Mitte des Fensters oder an einem Punkte seines oberen oder unteren Randes bringt man ein kleines Fixationszeichen an[1]).

---

1) Das von mir verwendete Fenster war etwa 5^{cm} breit, 2^{cm} hoch, das gestreifte Papier war die oben S. 323 erwähnte Schreibunterlage. Als Fixationsmarke diente ein kleines, kaum $0{,}5^{mm}$ im Durchmesser haltendes rothes Papierscheibchen auf einer Nadelspitze und später ein ebensolches, in die Mitte eines grossen, ganz klaren und unter den gegebenen Verhältnissen unsichtbaren Deckglases geklebt, welches die Oeffnung des Fensters vollkommen bedeckte.

Nun versetzt man den Cylinder in gleichmässige Rotation, so dass ein Punkt des Papieres 10—25^{mm} in der Secunde zurücklegt, und betrachtet die vorbeiziehenden Linien durch das Fenster, ohne sich irgendwie zu beeinflussen. Man erhält auf diese Weise eine Vorstellung oder einen Eindruck von der Geschwindigkeit dieser Bewegung. Dann heftet man plötzlich den Blick unverwandt auf das Fixationszeichen und wird mit einigem Erstaunen gewahr werden, um wie viel rascher sich jetzt die Bewegung der Linien zu vollziehen scheint. Einer meiner gelehrten Freunde, der im Schätzen von Grössen aller Art sehr geübt ist, meinte, die Geschwindigkeit verdopple sich etwa. Verlässt man die Fixation und sieht sich die Bewegung wieder naiv an, so erscheint sie sofort wieder langsamer. Diese „naive" Betrachtung der Bewegung besteht, wie man sich leicht durch Beobachtung eines fremden Auges überzeugen kann, darin, dass das Auge eine der sich vorbeibewegenden Linien fixirt und ihr mit dem Blicke folgt, bis sie hinter dem Rande des Fensters verschwindet; dann springt der Blick mit grosser Geschwindigkeit auf eine andere Linie zurück und folgt nun wieder dieser u. s. w. Dass nicht mangelhafte Accommodation des Auges für das Papier während des Fixirens Schuld an dieser Verschiedenheit ist, kann man zeigen, indem man den Schirm mit dem Fenster so nahe an die Trommel bringt, dass das Fixationszeichen nur um Bruchtheile eines Millimeters vor dem Papier liegt.

Ich werde sofort eine andere und insofern bessere Methode mittheilen, diesen Versuch anzustellen, als man der eben beschriebenen Anordnung den Vorwurf machen könnte, das Fixationszeichen selbst bedinge den Unterschied, indem es, wenn es fixirt wird, Veranlassung bietet, zahlreiche Occultationen zu beobachten, die auf irgend eine Weise den Eindruck, den die Bewegung macht, erhöhen könnten; ich lege aber doch auch auf diese Methode einigen Werth, weil sie wieder von einem anderen Einwande frei ist, den man der anderen machen könnte; bei der eben mitgetheilten Methode wird nämlich beide Male mit derselben Netzhautstelle — der Grube — beobachtet.

Die andere Methode besteht darin, dass man zwischen der Trommel und dem Fenster ein grosses Reversionsprisma anbringt und dafür das Fixationszeichen wegfallen lässt. Das Prisma wird so gestellt, dass seine Hypotenusenfläche eine Fortsetzung derjenigen Radialebene des Cylinders ist, welche gegen das beobachtende Auge zu gerichtet ist, und dass es die untere Hälfte des durch das Fenster sichtbaren Raumes einnimmt, während durch die obere Hälfte des Fensters die Papierfläche direct gesehen wird. Durch kleine Verschiebungen und Drehungen des Prismas bringt man es dann leicht in eine solche Lage, dass die durch das Prisma gesehenen Linien der ruhenden Papierfläche Fort-

setzungen der direct gesehenen zu sein scheinen. Für gleichmässige Beleuchtung des Gesichtsfeldes sorgt man, wie bei der früheren Anordnung, durch passend angebrachte Spiegel.

Setzt man nun den Cylinder in Bewegung, so gehen die Linien in der unteren Hälfte des Fensters mit derselben Geschwindigkeit wie die in der oberen Hälfte am Auge vorüber, aber in entgegengesetzter Richtung. Sieht man aber die Linien der unteren Hälfte an, d. h. folgt man ihnen unwillkürlich mit dem Blick, dann sieht man, dass sie sich viel langsamer bewegen als die Linien in der oberen Hälfte, und ebenso sieht man die unteren Linien viel rascher wandern, wenn man die oberen betrachtet.

Der Vorzug dieser Anordnung besteht darin, dass sie erstens von dem oben erwähnten Einwand frei ist, der sich auf das Fixationszeichen bezog, und dass man zweitens die beiden hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit mit einander zu vergleichenden Bewegungen gleichzeitig sieht, und nicht wie bei der früheren Anordnung nach einander.

Uebrigens werden bei der ersten Anordnung (mit dem Fixationszeichen), von den oben S. 189 aufgezählten drei Arten eine Bewegung zu sehen, die erste und zweite mit einander verglichen; bei der Anordnung mit dem Prisma hingegen werden von diesen drei Arten des Sehens die zweite und dritte mit einander verglichen.

Man könnte bei der Anordnung mit dem Prisma die grössere scheinbare Geschwindigkeit der indirect gesehenen Linien daher ableiten wollen, dass eben vielleicht im indirecten Sehen Geschwindigkeiten überschätzt werden; doch wird man dieses Vorhaben bald aufgeben, wenn man bedenkt, dass bei der ersten Anordnung ein analoger Versuch eine analoge Wirkung hatte, obwohl dort die Bewegung beide Male im directen Sehen betrachtet wurde; und wenn man ferner bedenkt, dass, soviel hierüber bekannt ist, die der Netzhautgrube benachbarten Stellen der Retina, was das Sehen von Bewegungen anlangt, vor der Grube selbst nicht etwa bevorzugt sind, sondern ihr hierin sogar beträchtlich nachstehen. Ich erinnere nur an den Versuch mit der Taschenuhr[1]).

Man lege eine mit einem kleinen Secundenzifferblatte versehene Uhr vor sich auf den Tisch und berücksichtige die Geschwindigkeit des Secundenzeigers, während man eine von diesem einigermaassen entfernte Stelle, z. B. den Zweier oder den Zwölfer der grossen Eintheilung fixirt. Dann richtet man plötzlich den Blick auf den Secunden-

1) J. N. Czermak, Ideen zu einer Lehre vom Zeitsinn, Ges. Abhandl. Bd. 1 Abth. 1 S. 421. — Sigm. Exner, Ueber das Sehen von Bewegungen u. s. w., Sitzungsberichte d. Wiener Akad. Bd. 72 Abth. 3, 1875, S. 6 des Sep.-Abdr.

zeiger selbst. Dieser scheint nunmehr sich viel rascher zu bewegen als vorher. Wie dieser Versuch zu erklären ist, weiss ich nicht. Daher, dass man im indirecten Sehen die Eintheilung des Secundenkreises nicht deutlich genug sieht, um das Weggleiten der Nadel über die einzelnen Striche zu bemerken, rührt die Erscheinung nicht; davon habe ich mich durch einen besonderen Versuch, bei welchem dieses Moment ganz ausgeschlossen war[1]), überzeugt. Jedenfalls aber kann man so viel daraus schliessen, dass Bewegungen im indirecten Sehen nicht schneller erscheinen, als im directen Sehen, und dass also hieraus kein Einwand gegen die sofort aus den oben vorgebrachten Versuchen zu ziehenden Schlüsse abgeleitet werden kann.

Ich halte mich nämlich für berechtigt, auf Grund jener Versuche den Satz auszusprechen, dass die Geschwindigkeit eines sich am Auge vorüberbewegenden Punktes für grösser gehalten wird, wenn das Auge ihm nicht nachfolgt, als wenn es ihm nachfolgt; dass also von den oben angeführten Arten des Sehens einer Bewegung die unter Nr. 2 vorgebrachte diejenige ist, bei welcher die Geschwindigkeit des Punktes am kleinsten erscheint.

Man kann, wenn man der Einfachheit wegen von den unter Nr. 3 vorgebrachten Bewegungen des Auges absieht, diesen Satz auch folgendermaassen ausdrücken: Ein und dieselbe Bewegung kann entweder wahrgenommen werden vermittelst der äusseren Augenmuskeln oder vermittelst der Netzhaut. Bei letzterer Art, die Bewegung wahrzunehmen, erscheint ihre Geschwindigkeit beträchtlich grösser als bei der anderen.

Auch so kann man sich ausdrücken, dass man sagt: Bei Beurtheilung der Geschwindigkeit einer von uns gesehenen Bewegung bringen wir den Einfluss der Bewegung unserer Augen zwar in Rechnung, aber, weit entfernt davon, diese Rechnung richtig auszuführen, unterschätzen wir vielmehr den Einfluss, den unsere Augenbewegung auf die Verschiebung des Bildes auf der Netzhaut hat.

Ruht das Auge, so wird die Bewegung des Gegenstandes mit dem Auge unmittelbar und ganz empfunden.

Bewegt sich das Auge, so wird die Bewegung des Gegenstandes ganz oder theilweise erschlossen — das Ergebnis dieser Schlüsse (die wahrgenommene Geschwindigkeit) ist allemal falsch, bleibt hinter der Wirklichkeit beträchtlich zurück.

Ein etwas complicirtes, aber recht instructives Beispiel für die im obigen vorgetragene Lehre ist das folgende:

1) Beobachtung auf einem nicht getheilten Zifferblatt.

Man befindet sich in einem Eisenbahnwaggon und blickt, während der Zug im Fahren ist, zu einem Fenster der rechten Seite hinaus auf frisch umgepflügte Felder. Die parallelen von der Pflugschar gezogenen Furchen stehen senkrecht auf die Richtung der Schienen und gehen bis ganz nahe an den Bahndamm heran.

Will man nun einen bestimmten Punkt einer Furche, an der man eben vorbeifährt, fixiren, so muss man natürlich das Auge drehen und zwar in demselben Sinne, in welchem sich die Zeiger einer von oben angesehenen Uhr drehen und mit einer Winkelgeschwindigkeit, welche — die Fahrgeschwindigkeit des Zuges als constant vorausgesetzt, nur von der Entfernung des fixirten Punktes vom Auge abhängt.

Ist also die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher man das Auge im angegebenen Sinne dreht, für einen Punkt im Verlaufe der Furche, an der man eben vorbeifährt, die angemessene, so dass der Ort des Bildes dieses Punktes auf der Netzhaut sich nicht ändert, dann ist diese Winkelgeschwindigkeit für alle anderen Punkte dieser Furche nicht angemessen, sondern für die entfernteren Punkte zu gross, für die näheren zu klein; die Bilder aller anderen Punkte der Furche werden also Wege zurücklegen auf der Netzhaut, und zwar um so grössere Wege, je weiter sie von dem fixirten Punkt entfernt sind. Der Effect ist nun der, dass die Furche sich um den fixirten Punkt zu drehen scheint, und zwar ist der Sinn der Drehung dem der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt. Hierbei wird also auch wieder nur der Theil der Bewegung wahrgenommen, welcher unmittelbar von der Netzhaut durch Veränderung des Bildes auf ihr empfunden wird. Denn das Bild der Furche dreht sich auf der Netzhaut um das Bild des vom Beobachter fixirten Punktes. Aber die Netzhaut und mit ihr das auf ihr befindliche Bild dreht sich gleichzeitig um den Drehungsmittelpunkt des Auges, und wenn dieser Umstand, dessen wir uns mittels der äusseren Augenmusculatur, durch die wir diese Drehung bewirken, bewusst sind, in gleicher Weise wie die Empfindung von der Drehung des Bildes auf der Netzhaut zur Construction unserer Vorstellung von der Bewegung des Objectes verwerthet würde, so müsste das Resultat der Wahrnehmung sein, dass sich die Furche parallel mit sich selbst von uns fortbewegt. Nun wird aber in Wirklichkeit conform dem oben ausgesprochenen Satze der erschlossene Antheil der Bewegung dem empfundenen gegenüber stark unterschätzt, und so kommt es, dass wir zwar merken, dass die Furche an uns vorübergeht, der Haupteindruck aber ist der, dass sich die Furche um den von uns fixirten Punkt dreht; diese Drehung würden wir nicht sehen, wenn wir jenen erschlossenen Antheil der Bewegung nicht unterschätzen würden.

VI.

Bei Anstellung der in der vorhergehenden Notiz mitgetheilten Versuche an der rotirenden Trommel konnte es nicht ausbleiben, dass vielfach sogenannte Bewegungsnachbilder zur Anschauung kamen.

Da aber bei Anwendung des Fixationszeichens im Fenster des Schirmes immer nur ein kleiner und scharf begrenzter Theil der Netzhaut von den sich bewegenden Bildern der Streifen bestrichen wurde, so trat auch nur auf diesem Stück der Netzhaut das Bewegungsnachbild auf, und dieser Umstand gab Veranlassung zu folgender Bemerkung.

Hatten sich die Streifen innerhalb des viereckigen Fensters von links nach rechts bewegt, so bewegten sich, wenn man das Nachbild auf einen beliebig von Gegenständen erfüllten Raum projicirte, die in das Nachbild fallenden Objecte von rechts nach links, und zwar anfangs mit ganz erheblicher Geschwindigkeit. Das Nachbild hatte aber, wie gesagt, ganz scharfe Grenzen und alles was jenseits dieser Grenzen lag, blieb vollkommen ruhig. Man sah, dass sich die Theile im Nachbild stetig dem linken Rande desselben näherten und sah sie doch gleichzeitig immer in constanter Entfernung von demselben. Man sah von einer verticalen Linie, deren mittlerer Antheil im Nachbild lag, diesen mittleren Antheil parallel mit sich nach links wandern, und sah doch die gerade Linie nicht in drei Stücke zerbrechen, sondern man sah sie entweder gerade bleiben, oder manchmal allerdings sich ein wenig nach links ausbiegen, aber durchaus nicht entsprechend dem durch die Geschwindigkeit im Nachbilde geforderten Maasse. Besonders gut sah man dies alles, wenn die Objecte, auf die das Nachbild fiel, nicht mit sehr grosser Deutlichkeit gesehen wurden, ein Umstand, auf welchen auch Dvořák[1]) aufmerksam gemacht hat.

Dieselben Beobachtungen macht man, wenn man einen Punkt am Rande eines Wasserfalles längere Zeit hindurch fixirt, und dann den Blick auf einen ruhenden Theil der Landschaft, etwa auf eine stellenweise bewachsene Felswand wirft. Hier scheint bekanntlich der im Nachbild liegende Streifen der Wand emporzusteigen, der angrenzende Theil bleibt in Ruhe, ohne dass man jedoch eine Zerreissung der Grenzen oder der aus dem Nachbild in den ruhenden Theil hinüberragenden Baumstämme oder anderen Gegenstände bemerkt.

Aus alledem geht hervor, dass die Grundsätze der Logik, vor allem der Satz vom Widerspruch, nur Geltung haben für Gedanken und Vorstellungen, aber nicht für unmittelbare Empfindungen.

---

1) V. Dvořák, Versuche über Nachbilder von Reizveränderungen, Sitzungsberichte d. Wiener Akad. Bd. 61 Abth. 2, 1870, S. 2 des Sep.-Abdr.

Drei Mittheilungen.

Von

A. Kurz.

I. Ueber das Galilei'sche Fernrohr.

Hierüber enthält der letztvorangehende Band dieser Zeitschrift S. 686—696 einen theoretischen und experimentellen Beitrag von Dr. W. Pscheidl, welcher eine Berichtigung erheischt in Bezug auf die Formel für die Länge des Fernrohrs (S. 691). Dieselbe ist nämlich, wenn man die bekannte Formel mit der dortigen Bezeichnung anwendet auf das

Objectiv: $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{P}$, und auf das

Ocular: $\frac{1}{\alpha - l} - \frac{1}{w} = -\frac{1}{p}$

und daraus $\alpha = \frac{aP}{a-P}$ sowie $\alpha - l = \frac{wp}{w-p}$ bestimmt,

zu finden als $l = \frac{aP}{a-P} - \frac{wp}{w-p}$, während Pscheidl $w+p$ im letzten Nenner schreibt statt $w-p$. Demnach lautet auch die Näherungsformel

$$l = P - p + \frac{P^2}{a} - \frac{p^2}{w} \text{ (und nicht plus im letzten Gliede)}$$

günstiger für die Annahme $l = P - p$, welche für den Fall, dass nahezu $P:p = \sqrt{a}:\sqrt{w}$ wäre, sogar sehr zutreffend ist.

Der gleiche Fehler macht sich auch in der Formel für die Vergrösserung consequenterweise noch geltend. Dieselbe ist

$$v = \frac{\alpha}{\alpha - l} = \frac{aP(w-p)}{wp(a-P)} \text{ (und nicht } w+p \text{ im Zähler).}$$

Als Annäherung setzt man häufig

$$v = \frac{P}{p}$$

und vernachlässigt hiermit $+ \frac{P^2}{ap} - \frac{P}{w}$, im Vergleiche mit welchen Gliedern das von Pscheidl noch hinzugenommene $- \frac{P^2}{aw}$ (bei ihm sind aber alle drei Glieder positiv) kaum mehr in Betracht kommt.

Bei der numerischen Rechnung ergeben die beiden Näherungsformeln für die Länge und die Vergrösserung keinen Vortheil. Ich ermittelte noch die Werthe von l und v nach obigen Formeln für die von Pscheidl S. 695 angegebenen Werthe

$$a = 14550^{\text{mm}}, \quad P = 229{,}35, \quad w = 250$$

und fand

p	l	$P-p$	v	$P:p$
72,6	133,0	156,75	2,3	3,1
37,76	188,5	191,59	5,2	6
21,82	209,1	207,53	9,7	10,5
12,71	219,6	216,64	17,4	18

Für $p = 72{,}6$ allein zeigen sich grosse Differenzen. Zwischen $p = 38$ und 22 wird, wie oben schon berührt wurde, $l = P - p$, während v stets unter $P:p$ geblieben ist.

---

2. Zum Stosse elastischer Körper.

Wenn man die Erwärmung und bleibende Formänderung ausschliesst, so kann neben der Erhaltung der Bewegungsgrösse auch diejenige der kinetischen Energie (vor und nach dem Stosse) behauptet werden.

$$mv + m_1 v_1 = mV + m_1 V_1$$

$$mv^2 + m_1 v_1^2 = mV^2 + m_1 V_1^2 \text{ (mit Weglassung des Factors } \tfrac{1}{2}\text{)}.$$

Will man diese zwei Gleichungen zur Berechnung von V und V_1 benutzen — ohne indes die Methode der Benutzung der Hilfsgrösse $\gamma = \frac{v + V}{2} = \frac{v_1 + V_1}{2}$ vom Stosse unelastischer oder vom Zwischen-

akte des Stosses elastischer Körper verdrängen zu wollen — so verlohnt sich, sogleich eine neue lineare Gleichung aus jenen zweien herzustellen und durch diese die quadratische derselben zu ersetzen. Man findet nämlich aus

$$m(v - V) = -m_1(v_1 - V_1)$$

und

$$m(v^2 - V^2) = -m_1(v_1^2 - V_1^2)$$

durch Division

$$v + V = v_1 + V_1.$$

Durch diese Division ist zugleich die eine, die hier nutzlose der beiden Lösungen der quadratischen Gleichung, nämlich dass $v = V$ und $v_1 = V_1$ wäre, beseitigt.

Das Uebrige ist selbstverständlich.

Experiment: Wenn man eine Elfenbeinkugel von 3^{cm} Durchmesser die Zimmerhöhe $4{,}3^{m}$ auf eine berusste Steinplatte herab frei durchfallen lässt, so bildet sich auf derselben ein berusster Kreis von 4^{mm} Durchmesser; sie springt aber nur $2{,}30^{m}$ hoch wieder empor. Also wäre, von einem Abspringen eines Elfenbeinpartikels oder dergleichen abgesehen, die Wärmemenge entwickelt $q \cdot g(4{,}3 - 2{,}3)$ oder $q \cdot 9{,}8 \cdot 2$ oder nahe 20 q. mkg. oder $\frac{20 \cdot 0{,}025}{425}$ oder $\frac{1}{850}$ Calorie, da die Elfenbeinkugel 25^{g} wiegt.

Lässt man die Elfenbeinkugel auf dem Tisch normal gegen ein Holzstück rollen, so bleibt sie an dieser Wand stehen; bei schrägem Stosse läuft sie nachher an dieser Wand fort. Sie stösst da als unelastischer Körper. Lässt man sie mit raschem Anpralle von der Steinwand reflectiren, wobei die Kugel eine merkliche Abplattung und Wiederausrundung erfährt, so zeigt die elastische Kugel das Gesetz der Gleichheit des Einfalls- und Reflexionswinkels. So ist die Holz- und Steinwand eine Illustration auch zu der Erklärung dieses letztgenannten Gesetzes mittels des Parallelogrammes der Geschwindigkeiten.

---

3. Ein oder zwei Vorlesungsversuche über Capillarität.

Ich habe bis vor kurzem nicht gedacht, welch kleiner Ueberdruck der Luft, wie solcher zum Bestehen einer Seifenblase nothwendig ist, im Innern der Seifenblase herrscht über den äusseren Luftdruck. Die Rechnung ergibt für die Differenz der Oberflächenspannungen an der äusseren und inneren Wasserfläche $\left(D + \frac{H}{\varrho}\right) - \left(D - \frac{H}{\varrho}\right) = \frac{2H}{\varrho}$,

worin H (im sog. conventionellen Systeme) $\frac{\text{Milligramm}}{\text{Millimeter}}$ bedeuten kann. (D bedeutet $\frac{\text{Milligramm}}{\text{Quadratmillimeter}}$ in der ebenen Wasserfläche.) Für ganz reines Wasser $\left(\text{Dichte oder Gewicht} = 1 \frac{\text{Milligramm}}{\text{Cubikmillimeter}}\right)$ ist $H = 16{,}5 \frac{\text{Milligramm}}{\text{Millimeter}}$ aus Versuchen mit Capillarröhren bekannt.

Diese Zahl gilt auch noch für das Wasser der Seifenblase, welche z. B. 100^{mm} Durchmesser aufweisen soll; also ist

$$\frac{2H}{\varrho} = \frac{33}{50} = 0{,}66 = \frac{2}{3} \frac{\text{Milligramm}}{\text{Quadratmillimeter}}$$

der Ueberdruck, welchen die innere Luft gegenüber der äusseren haben muss. In diesen Einheiten beträgt aber der Druck einer Atmosphäre rund fast geradezu 100 Millionen.

Will man obige Zahl 16,5 durch einen eigenen, weiterhin sichtbaren Versuch bestimmen, so könnte man die Höhe des Wasserstandes in einem Capillarrohre mittels des Scioptikons oder des Leuchtgas-Sauerstofflichtes projiciren und die Weite des Glasrohres durch ein ebenfalls projicirtes Längenmaass zum mindesten abschätzen lassen. Bequemer ist aber der Versuch mit zwei Spiegelglasplatten, die man unter einem kleinen Winkel zu einander neigt und in dieser Stellung unter Wasser taucht und wieder herauszieht. Man hält alsdann die bekannte gleichseitige Hyperbel in seiner Hand. Sind diese Platten 10^{cm} breit und ihre zur gemeinsamen Kante parallelen Ränder um 1^{cm} von einander entfernt, so verlangt die Theorie in 1^{cm} Abstand von der gemeinsamen Kante, wo man es also so zu sagen mit parallelen Platten (sehr geringer Breite) vom Abstand 1^{mm} zu thun hat, $16\frac{1}{2}^{\text{mm}}$ Wasserstandshöhe, da in einer Röhre von $d = 1^{\text{mm}}$ Durchmesser das Wasser 33^{mm} hoch stehen müsste und in den parallelen Platten vom Abstande d halb so hoch steht wie in der Röhre vom Durchmesser d.

Freilich setzt die genannte Theorie den Ausdruck $D \pm \frac{H}{2}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'}\right)$ voraus. Wenn man diesen nicht ableiten kann oder will, und doch die Formel nicht ganz vom Himmel fallen soll, kann man wenigstens für das Wasser, dessen Randwinkel in Glasröhren doch zu Null angenommen wird, den Ausdruck $D \pm \frac{H}{\varrho}$ empirisch aus dem Gesetz $d : h = h_1 : d_1$ ableiten ($d = 2\varrho$), alsdann die Röhre von quadratischen Lichtquerschnitte denken, statt des kreisrunden, und alsdann zwei

Gegenseiten des Quadrates, welche gewiss ebenso viel als die beiden anderen von der Wasserhöhe h tragen, entfernt denken. Man gelangt so zu der Steighöhe $\frac{h}{2}$ von den parallelen Platten des Abstandes d und kann von da aus sogar, wenn man den mathematischen Satz der beiden Hauptkrümmungskreise entlehnen will oder darf, zu der Formel $D \pm \frac{H}{2}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'}\right)$ herankommen.

Eingesendete Bücher.

Handbuch der nautischen Instrumente, herausgegeben vom hydrographischen Amt der Admiralität, Berlin 1882, bei Mittler und Sohn, 12 Mark. Das Buch gibt eine schöne Darstellung der für Navigation, Physik und Meteorologie des Meeres gebräuchlichen Instrumente und Methoden. Den 432 Seiten Text sind 27 Steindrucktafeln und 170 Holzschnitte beigegeben.

Die elektrische Kraftübertragung und ihre Anwendung in der Praxis, von E. Japing, Wien 1883, Hartleben's Verlag, 3 Mark. Darstellung der Naturkräfte und ihrer Uebertragung im allgemeinen, der elektrischen Kräfte im besonderen; Beschreibung der Methoden zur Gewinnung elektrischer Ströme und deren Umwandlung in Arbeit, der elektrischen Leitungen und der Methoden der Stromtheilung. Accumulatoren. Praktische Anwendung der elektrischen Kraftübertragung. 236 Seiten, 45 Holzschnitte.

Das elektrische Licht und die hierzu angewendeten Lampen, Kohlen und Beleuchtungskörper, von Dr. A. v. Urbanitzky, Wien 1883, Verlag von Hartleben, 3 Mark, 218 Seiten mit 89 Holzschnitten. Das Buch gibt eine Darlegung der Theorie des Glühlichtes, des Voltabogens, der Theilung des elektrischen Lichtes und eine ausführliche Beschreibung der gebräuchlichen Formen der Glühlicht- und Regulatorlampen sowie der elektrischen Kerzen.

Die elektrischen Beleuchtungsanlagen mit besonderer Berücksichtigung ihrer praktischen Ausführung von Dr. A. v. Urbanitzky, Wien 1883, Hartleben's Verlag, 240 Seiten mit 62 Abbildungen, 3 Mark. Beschreibung der elektrischen Motoren und Lichtmaschinen, der Regulirung und Messung der Stromstärke, sowie der Intensität des erzeugten Lichtes; Vergleichung der elektrischen mit der Gasbeleuchtung.

Die galvanischen Batterien, Accumulatoren und Thermosäulen, von W. Ph. Hauck, Wien 1883, Hartleben's Verlag, 320 Seiten mit 85 Abbildungen, 3 Mark. Enthält nebst einer Einleitung über die hauptsächlichsten Gesetze des galvanischen Stromes eine schöne Darstellung der Wirkungsweise des galvanischen Elements, ferner eine Beschreibung der gebräuchlichen Formen desselben, sowie der Accumulatoren und Thermosäulen.

Lehrbuch der Chemie und chemischen Technologie für Realgymnasien, Oberreal- und Gewerbeschulen, von Dr. O. Hausskn echt, Leipzig 1883, Verlag von L. Voss, 469 Seiten mit 86 Figuren. Das Buch umfasst in drei Theilen 1. Unorganische Chemie, 2. Organische Chemie, 3. Chemische Technologie; ein Anhang behandelt die Maassanalyse; eine Sammlung von 80 Aufgaben aus dem Gebiete der Chemie bildet den Schluss des Werkes.



REPERTORIUM DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Abonnements-Einladung

auf

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn jun.,

Ingenieur und Elektrotechniker in Nürnberg.

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, die Fortschritte, die auf elektrotechnischem Gebiete gemacht werden, mitzutheilen, allen einschlägigen Tagesfragen näher zu treten, dann aber auch die Vergangenheit, d. i. die vorgängigen Leistungen, auf welchen stets die gegenwärtigen Errungenschaften basiren, in Form von historischen Rückblicken etc. zur Kenntniss ihrer Leser zu bringen. Die Arbeiten des Auslandes werden theils durch besondere Artikel, theils in der „Rundschau", welche jeder Nummer beigegeben wird, behandelt. Ferner sollen elektrotechnische Probleme in Specialartikeln nach Thunlichkeit Berücksichtigung finden. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der englischen Patentrolle bringen.

Das Centralblatt für Elektrotechnik erscheint **alle 10 Tage.**

Das Abonnement erfolgt semesterweise zum Preise von 10 M.

Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen, Postanstalten, sowie die Unterzeichnete an, welche auch

Probenummern gratis und franco

auf Verlangen versendet.

Jahrgang 1883 Nr. 10 enthält:

Messung der Luftreibung mittels drehender Schwingungen.

Von

W. Braun und **A. Kurz.**

Zweite Mittheilung [1].

§ 1. Das Ziel der ersten Mittheilung war die Bestimmung der Constanten der sogenannten inneren Luftreibung mittels drehender Schwingungen einer Kugel, wobei die in Kirchhoff's Vorlesungen über math. Physik [2]) entwickelte Formel

$$\delta = \frac{2\pi R^4}{3K}\sqrt{2\pi k\mu T} \tag{1}$$

zu Grunde gelegt wurde. Hierin bedeutet δ das natürliche log. Decrement, T die Schwingungsdauer, beide pro einfache Schwingung gerechnet, K das Trägheitsmoment, μ die Luftdichte und k die zu bestimmende Constante.

Um die sonstigen Widerstände (Steifigkeit des bifilaren Aufhängedrahtes und Luftwiderstand der hierzu nothwendigen Rolle u. s. w.) vernachlässigen zu dürfen, hatten wir eine Hohlkugel (Globus aus Pappe) gewählt von grossem Radius, anfänglich von $15\frac{1}{2}$, später von $23{,}7^{\text{cm}}$. Die Dicke betrug ungefähr $\frac{1}{2}^{\text{cm}}$. Wir glaubten daher nicht weit zu fehlen, wenn wir die Reibung der eingeschlossenen Luft gleich derjenigen der äusseren setzten. Dies ist auch annähernd der Fall, wie wir unten (§ 4) noch zeigen werden. Statt aber nun den Factor 2, den die Berücksichtigung der eingeschlossenen Luft unter der besagten Voraussetzung nothwendig macht, schlechtweg auf die rechte Seite der Gleichung 1 zu setzen, setzten wir ihn unter die Quadrat-

1) Die erste Mittheilung s. Carl's Repertorium Bd. XVIII S. 569—579.

2) Vorlesungen Bd. 26 § 5.

wurzel, indem wir glaubten, dass das Hinzutreten der Reibung der eingeschlossenen Luft denselben Effect habe, wie die Verdoppelung von k. Und in dieser irrigen Meinung verblieben wir sicherlich wegen der zufälligen Uebereinstimmung, welche die so gefundenen Werthe von k, nämlich 0,000185 bei der kleineren und 0,000160 bei der grösseren Hohlkugel, mit den von andern Beobachtern und auf anderen Wegen gefundenen Werthen zeigten.

Wollten wir dagegen nun diesen Fehler in der eben angegebenen Weise richtig stellen, so würden wir für k 0,000092 bzw. 0,000080 erhalten, die Hälften der vorigen Zahlen.

§ 2. Dies deutet an, dass die im vorigen enthaltene Fiction, die ganze Masse sei auf der Oberfläche vertheilt, nicht aufrecht erhalten werden kann. Da wir aber von der Beschaffenheit der inneren Fläche jener Globen keine Kenntnis haben, so bleibt uns nichts übrig, als auf die früheren Messungsresultate zu verzichten. Deshalb verschafften wir uns einen anderen Globus von ähnlichem Kaliber wie der grössere der beiden früher benutzten, aber zerlegbar in zwei Hälften, so dass auch die Wandstärke desselben bestimmt werden konnte.

Dieser Globus war, wie die früheren, keine vollständige Kugel, sondern ein Rotationsellipsoid. Der äquatoriale Radius betrug 23,93, der polare 23,20 cm. Sein Gewicht ohne Montirung betrug 2795, mit Montirung 3477 g. Die Dicke war sehr verschieden, sie schwankte zwischen $4\frac{1}{2}$ und 7 mm, doch dürfte das Mittel, welches der Rechnung zu Grunde zu legen ist, eher bei 7 mm gelegen sein, wie die folgende Vergleichung des experimentell bestimmten Trägheitsmomentes mit den Grenzen ergibt, zwischen denen es rechnerisch eingeschlossen werden kann.

§ 3. Zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmomentes diente, wie früher, der Messingring von 1136 g Gewicht und von einem Trägheitsmoment = 96900 in Grammen und Centimetern, sowie die a. a. O. § 5 angegebene Formel, in welche für die Schwingungsdauer ohne Ring 10,66, für diejenige mit Ring 9,70 (Sec.) einzusetzen ist. So ergibt sich das Trägheitsmoment

$$K = 971000.$$

Zur rechnerischen Bestimmung des Trägheitsmoments benutzten wir die Formel

$$K = \frac{2}{5} M \cdot \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3},$$

worin die Masse M der Hohlkugel = 2795 zu setzen ist, da die Montirung, als in der Drehungsaxe gelegen, einen verschwindenden Beitrag zum Trägheitsmoment liefert.

Mittels dieser Formel wurde das Trägheitsmoment einer Hohlkugel vom äusseren Radius 23,93 (äquatorial) und einer solchen vom Radius 23,20 (polar) berechnet, beide Male aber unter Annahme einer durchschnittlichen Dicke von 6^{mm}. So ergaben sich die beiden Grenzen

1000000 und 980000,

zwischen denen das wahre Trägheitsmoment läge, wenn die Dicke von 6^{mm} richtig gewählt wäre. Da der wahre Werth aber sogar noch etwas unterhalb des rechnerischen Minimums liegt, so ist damit bewiesen, dass der durchschnittliche Werth für die Dicke der Hohlkugel nahe bei 7^{mm} anzunehmen ist, wie schon gesagt wurde.

§ 4. Es war nun zu untersuchen, ob die Formel 1 auf die innere Fläche ebenso anwendbar ist wie auf die äussere. Wir zogen daher die von Helmholtz[1]) durchgeführte Integration für den Fall der Reibung an der inneren Fläche einer Hohlkugel zu Rathe bzw. nur die von ihm entwickelte Formel für die Winkelgeschwindigkeit

$$\psi = A\frac{n e^{\alpha t}}{\varrho^2}(e^{n\varrho} + e^{-n\varrho}) - \frac{A e^{\alpha t}}{\varrho^3}(e^{n\varrho} - e^{-n\varrho}),$$

wo ϱ die Entfernung vom Kugelmittelpunkt, t die Zeit und A, n und α noch zu bestimmende Constanten bedeuten. Für $\varrho = r$ (innerer Radius der Hohlkugel) verschwindet aber $e^{-n\varrho}$ gegen $e^{n\varrho}$, und der Ausdruck für ψ geht in denjenigen über, der auch für die äussere Fläche gilt.

Somit haben wir die Gleichung 1 zu ersetzen durch

$$\delta = \frac{2\pi(R^4 + r^4)}{3K}\sqrt{2\pi k \mu T}. \tag{2}$$

§ 5. Das als Mittel aus zwei Beobachtungsreihen bestimmte δ ergab sich gleich 0,00453, die Luftdichte μ mussten wir bei einem Barometerstand von ca. 72^{cm} und bei 7° C. gleich 0,0012 nehmen und T war gleich 10,66 (s. § 3) zu setzen. Da aber R und r variiren, so berechneten wir k aus Gl. 2 doppelt, indem wir das eine Mal diejenige Combination von R und r einsetzten, welche das Maximum, und dann diejenige, welche das Minimum von k lieferte.

Bei der Combination $R = 23{,}20$, $r = 22{,}50$ ergab sich

$$k = 0{,}000184,$$

und bei der Combination $R = 23{,}93$, $r = 23{,}48$

$$k = 0{,}000137.$$

1) Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. 40 S. 636.

Weil nach den Ergebnissen des § 3 das Trägheitsmoment unseres Globus so ziemlich gleich dem einer Hohlkugel vom (polaren) Radius $23{,}2^{cm}$ und der Dicke von 6^{mm} ist, so wird auch für die Berechnung von k die erste Combination von R und r den Ausschlag geben und der wahre Werth von k viel näher dem Maximalwerth

$$0{,}000184$$

liegen als dem Minimalwerth, welch ersterer auch mit den von anderen Beobachtern gefundenen Werthen für k nahe übereinstimmt.

§ 6. Nur eine nothwendige Consequenz des von uns begangenen Fehlers war es, dass wir in der ersten Mittheilung ein vermeintliches Versehen des Hrn. Prof. O. E. Meyer angeben zu müssen glaubten. Wir sind durch seine Entgegnung[1]) natürlich vollständig überzeugt worden und sprechen für die uns hierdurch gegebene Veranlassung zur Verbesserung unserer Arbeit den vollsten Dank aus. § 2 unserer ersten Mittheilung kommt somit gänzlich in Wegfall.

---

1) Carl's Rep. Bd. XVIII S. 697—704.

Untersuchung des Hall'schen Phänomens in Flüssigkeiten[1].

Von

Prof. **Anton Roiti.**

§ 1. Es ist bekannt, wie es Hall[2]), nach vereinzelten Versuchen Anderer[3]), zuerst gelungen festzustellen, dass sich in einem constanten magnetischen Felde Wirkungen äussern können, die einer constanten elektromotorischen Kraft äquivalent sind. Ein auf Glas geklebtes Goldblättchen war zwischen die Polenden, und zwar senkrecht zur Axe, eines Faraday'schen Elektromagneten gebracht. Während der Länge nach von C nach D (Fig. 1) der Strom einiger Daniell-scher Elemente hindurchging, wurden zwei Punkte A, B von gleichem Potential aufgesucht, indem man die Sonden eines äusserst empfindlichen Galvanometers dort anbrachte, so dass letzteres auf dem Nullpunkte blieb; sobald aber der Elektromagnet erregt wurde, zeigte sich beständig eine Ablenkung nach der einen oder der andern Seite.

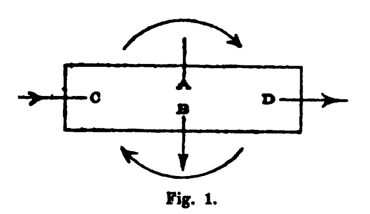


Fig. 1.

Um den Sinn der Ablenkung zu fixiren, setze man voraus, dass das Gesicht des Lesers, welcher die Fig. 1 betrachtet, der Pol des Magnetes sei, der sich nach Nord wenden würde, so dass die Ampère'schen Ströme, welche das magnetische Feld bestimmen, im Sinne der gebogenen Pfeile fliessen: dann zeigt das Galvanometer einen Strom an, der in B aus der Platte austritt, als ob B der positive, A der negative Pol einer Kette wäre.

Kehrt man die Polarität des Magnetes um, so ändert sich der Ausschlag des Galvanometers in den entgegengesetzten.

---

1) Vom Verfasser eingesendet aus R. Accad. dei Lincei, Rom 1882.

2) Philosophical Magazine V. Ser. vol. IX p. 307 und vol. X p. 301.

3) Wiedemann, Galvanismus Bd. 2 S. 289.

Man erinnere sich nun, dass nach dem Ampère'schen Gesetze der Leiter CD, wenn er beweglich wäre, sich in der Ebene der Zeichnung parallel mit sich selbst verschieben müsste, da er mit den Kraftlinien des magnetischen Feldes einen rechten Winkel einschliesst, und zwar würde er im Falle, der durch Fig. 1 dargestellt ist, nach oben sich bewegen. Man ersieht daraus, dass der Hall'sche Strom gerade an der Seite austritt, welche derjenigen entgegengesetzt ist, nach welcher das Goldblättchen vermöge des Ampère'schen Gesetzes sich bewegen müsste.

§ 2. Das Phänomen wurde nicht nur im Golde, sondern auch in andern Metallen, die ebenfalls in dünnen Schichten aufgetragen wurden, beobachtet: letztere unerlässliche Bedingung war die einzige Ursache, warum die Versuche anderer Physiker vor Hall nicht mit Erfolg gekrönt wurden.

Die verschiedenen Metalle zeigen das Phänomen nicht nur in verschiedenem Grade, je nach dem Strome, der sie durchläuft, und dem magnetischen Felde, in welchem sie sich befinden, sondern einige, voran das Eisen, sogar im entgegengesetzten Sinne. Hall ordnete sie in seiner Mittheilung an die British Association in York folgendermaassen:

Eisen	+ 78	Messing	— 1,3	Aluminium	— 50
Kobalt	+ 25	Platin	— 2,4	Magnesium	— 50
Zink	+ 15	Gold	— 6,8	Nickel	— 120
Blei	?	Silber	— 8,6		
Zinn	+ 0,2	Kupfer	— 10,0		

Man bemerkt, dass Nickel, welches in Betreff der magnetischen Eigenschaften gleich nach dem Eisen kommt, sich hier im Gegentheil an der Spitze jener Metalle befindet, welche, wie das Gold, das Hall'sche Phänomen im umgekehrten Sinne zeigen als das Eisen. Gegenüber dieser Thatsache fallen viele theoretische Betrachtungen [1]) und manche Versuche [2]), aus dem Hall'schen Phänomen die absolute Geschwindigkeit abzuleiten, mit welcher sich die Elektricität in einem Leiter bewegt.

Wie dem immer sei, mir scheint, dass es nicht an Gründen mangelt, welche vermuthen lassen, dass dieses Phänomen, welches Sir W. Thomson als die grösste Entdeckung seit Faraday in Bezug auf die elektrischen Eigenschaften der Metalle zu erklären nicht ansteht, in Zusammenhang stehe mit der grossen Entdeckung von Faraday über die elektromagnetische Drehung des Lichtes. Und die Hoffnung, diesen Zusammenhang klar zu stellen, hat mich zu diesen ins Minutiöse gehenden Untersuchungen vermocht, welche ich mich nun anschicke gedrängt zu erzählen.

§ 3. Vor allem wollte ich die Versuche von Hall unter analogen Bedingungen wiederholen, um sie mir geläufig zu machen.

---

1) E. Mascart et J. Joubert, Leçons sur l'électricité t. I p. 703.

2) Boltzmann, Anz. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien 15. Jan. 1880. Phil. Mag. April 1880 p. 307 (s. auch Hall, Phil. Mag. August 1880 p. 136). A. v. Ettingshausen, Akad. d. Wiss. in Wien März 1880 S. 442.

Der Elektromagnet, den ich anwendete, war ein Faraday'scher, wie ihn Rühmkorff lieferte. Derselbe war so weit vom Galvanometer aufgestellt, dass er durch seine directe Einwirkung nie eine Ablenkung eines kleinsten Scalentheiles verursachte.

Das Spiegelgalvanometer, mit Spulen von sehr grossem Widerstande, von Edelmann in München, war mittels eines compensirenden Magnetes von Du Bois-Reymond astatisch gemacht und befand sich 2,60^{m} vom Ablesefernrohr.

Die erste von mir untersuchte Metalllamelle war eine auf chemischem Wege auf das Glas niedergeschlagene Silberschichte in der Form eines Quadrates (51^{mm} Seite), und in der Mitte der Seiten waren Klemmschrauben von Messing befestigt.

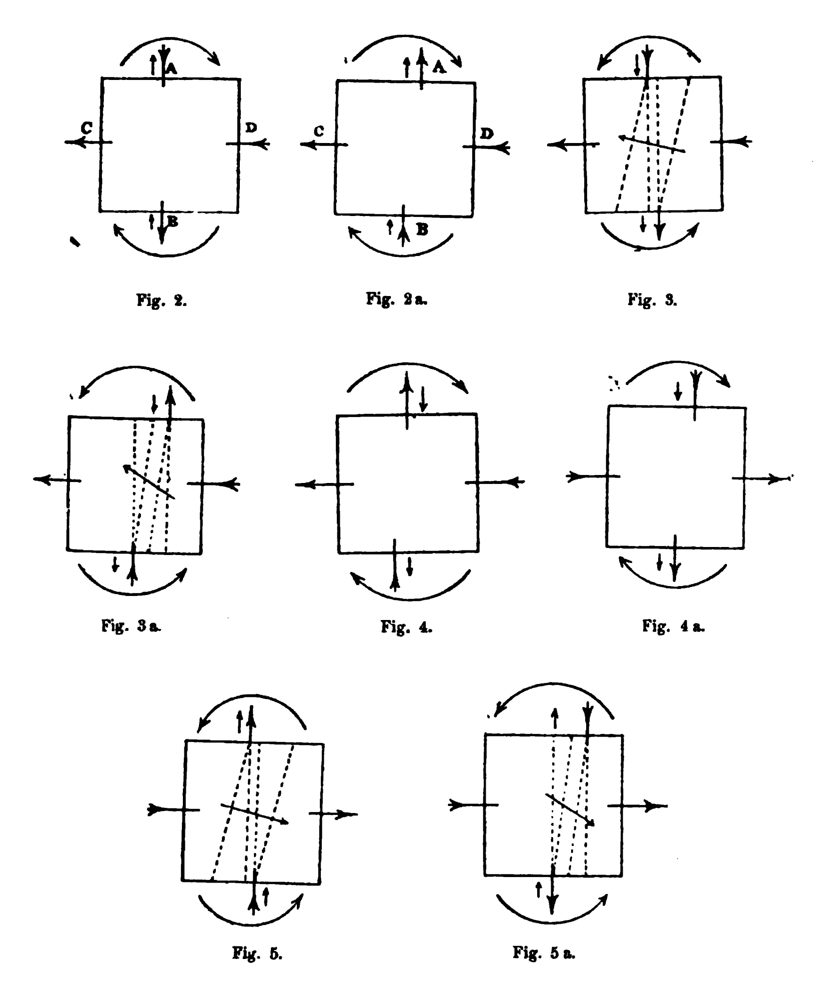


Fig. 2. Fig. 2a. Fig. 3.

Fig. 3a. Fig. 4. Fig. 4a.

Fig. 5. Fig. 5a.

Die beiden Klemmen *C*, *D* (Fig. 2) dienten als Elektroden, da sie mittels eines Commutators mit einer Daniell'schen Kette in Verbin-

dung standen. Die andern zwei A, B waren die Sonden; auch im Stromkreise des Galvanometers befand sich selbstverständlich ein Unterbrecher oder eigentlich ein Commutator.

Hätten sich A und B auf einer Linie gleichen Potentials befunden, so würde das Galvanometer beim Schliessen der Kette ruhig geblieben sein. Es gab aber einen Anschlag und zeigte einen Zweigstrom an. Zum Unterschied von Hall brachte ich die Sonden nicht auf zwei Punkte, wo keine Ablenkung eintritt, sondern ich berücksichtigte den Sinn des Zweigstromes und bediente mich des Compensatormagnetes, um das Spiegelbild auf den Nullpunkt der Scala zurückzuführen. Dann erregte ich den Elektromagneten mit 16 Bunsen mittlerer Grösse und beobachtete, indem ich den Ausschlag infolge des inducirten Stromes unberücksichtigt liess, die neue definitive Lage des Spiegelbildes. Die Figuren 2 bis 5 stellen die Resultate der Beobachtungen dar. Die gebogenen Pfeile zeigen die Ampère'schen Ströme an, welche das magnetische Feld bestimmen. In Fig. 2 u. 4 ist also ein Nordpol vor der Ebene der Zeichnung vorausgesetzt, so dass die gebogenen Pfeile auf die Ströme eines Südpols hinweisen, der hinter der Ebene des Papieres gedacht wird. Die Pfeile bei den Sonden A, B zeigen den Sinn des Zweigstromes an vor der Erregung des Elektromagneten, die kleineren Pfeile daneben die Richtung des Hall'schen Stromes, welcher der Magnetisirung zu verdanken ist.

Es wurde also im Falle des vor der Ebene der Zeichnung befindlichen Nordpoles (Fig. 2 u. 4) der Zweigstrom geschwächt; war der Südpol davor (Fig. 3 u. 5), so wurde er verstärkt.

Das Gegentheil wurde constatirt, nachdem die Sonde A gegen die Elektrode D hin verschoben worden war, wie aus den Figuren 2a bis 5a erhellt, welche den früheren analog sind.

§ 4. In jenen Fällen (3, 5, 2a, 4a), in welchen der Zweigstrom durch das Hall'sche Phänomen eine Verstärkung erfährt, ist es gewiss, dass die Potentialdifferenz zwischen den zwei Sonden A und B vermehrt wird, in den anderen Fällen aber vermindert. Im allgemeinen kann man die Vermehrung entweder einer Zunahme des Widerstandes der metallischen Schichte CD oder einer neuen elektromotorischen Kraft zuschreiben. Aber eine einfache Vermehrung des Widerstandes des Leiters (derselbe als isotrop angenommen) kann man nicht zu Hilfe rufen, weil es unmöglich ist, dass sie in zwei Fällen eintrete, welche sich in entgegengesetzten Bedingungen befinden (wie 3 u. 2a, oder 5 u. 4a). Es möchte daher scheinen, dass man die Erklärung von Hall als richtig ansehen müsse, dass in der That die Elektricität in einem magnetischen Felde eine Einwirkung erfahre, der sie gehorchen kann ohne die Materie mit sich fortzuführen, die ihr als Vehikel dient.

Nichtsdestoweniger scheint mir gegen diese Ansicht die Thatsache zu sprechen, welche ich durch folgenden Versuch erhärtete. Zwei Silberdrähte *aocebod* (Fig. 6), von nicht grösserem Durchmesser als 0,03 mm und einer Länge von beiläufig 4 cm, angelöthet an zwei ein wenig dickere

Kupferdrähte, wurden so verschlungen, dass sie ein Kreuz bildeten. In den Punkten A, B waren die Kupferdrähte an einem Holzrahmen befestigt und standen mit dem Galvanometer in Verbindung. In den Punkten C, D wurden sie durch zwei Seidenfäden, welche über zwei Glaszäpfchen liefen und zwei Gewichte P, Q trugen, gespannt. Von C bis C' und von D bis D' waren die Kupferdrähte in eine Spirale gewunden, bevor sie in die Klemmen der Säule eintraten, damit sie frei den spannenden Gewichten nachgeben konnten.

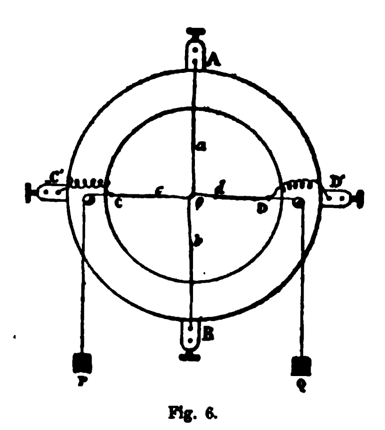


Fig. 6.

Der Rahmen war senkrecht auf die Kraftlinien des magnetischen Feldes und der Kreuzungspunkt o der Drähte befand sich auf der Axe des Elektromagneten.

Das Galvanometer war so empfindlich, dass es mit zwei kleinen Daniell deutlich den Zweigstrom anzeigte, und die ganze Scala verschwand aus dem Gesichtsfelde infolge des Inductionsstromes der Schliessung, obwohl ich die Vorsicht anwandte, die beiden Leitungsdrähte zusammen zu winden.

Wenn die Spannung der Silberdrähte schwach war, beobachtete man eine Zunahme oder Schwächung des Zweigstromes bei jeder Aenderung im magnetischen Felde, welche, infolge elektrodynamischer Einwirkung, den Leiter CD zu senken oder zu heben strebte. Das kam gewiss von Modificationen im Contacte der zwei Drähte her; denn das Galvanometer unterliess es vollständig, irgend ein dauerndes Anzeichen bei der Magnetisirung zu geben, sobald die Drähte von grösseren Gewichten gespannt waren, obwohl die Anzahl Daniell auf 6 gebracht wurde.

Hierbei beachte man, dass nach Hall die Potentialdifferenz der beiden Sonden proportional ihrem Abstande von einander und der Dichte des Hauptstromes, und daher von ein und derselben Distanz, d. h. von der Breite der Lamelle unabhängig sein müsste.

§ 5. Man kann aber, statt zu einer directen Wirkung des Magnetes auf die Elektricität seine Zuflucht zu nehmen, sich vorstellen, dass ein vom Strome durchflossener Leiter, wenn er sich in einem magnetischen Felde befindet, anisotrop werde und also nach verschiedener Richtung einen verschiedenen specifischen Widerstand erlange: und diese Möglichkeit war schon vor vielen Jahren von Sir W. Thomson vorausgesehen und von Maxwell in seinem berühmten[1]) Werke erwähnt.

Betrachtet man das Phaenomen von diesem Gesichtspunkte, so muss man sagen, dass die Linien gleichen Potentials, welche wir der Einfachheit halber senkrecht zu CD voraussetzen wollen, sich unter der magne-

1) Maxwell, Electricity and Magnetism vol. I p. 349.

tischen Einwirkung einbiegen, und zwar jene zwei, welche durch die Sonden A, B gehen, sich um diese Punkte drehen, wie es im Beispiele der Figuren 3 und 5a angedeutet ist, und dass sie im Silber in allen Fällen in einem den Ampère'schen Strömen, welche das magnetische Feld bestimmen, entgegengesetzten Sinne sich drehen.

§ 6. Das Platin, welches von Hall dem Versuche unterzogen wurde, war eine einzige Probelamelle, deren Dicke er auf 0,0274^{mm} angibt; es gab geringere Effecte als Silber und Gold. Ich wollte eine platinirte Platte versuchen, indem ich mittels Zinn 4 Kupferplättchen in der Mitte der 4 Seiten wo die Klemmschrauben sich befanden, anlöthete. Bei Anwendung von 4 Daniell und nach der beschriebenen Methode konnte ich anfänglich nichts beobachten als den Ablenkungsstoss, der dem inducirten Strome zu verdanken war. Die Dissimetrie der Sonden war so gross, dass ich bei Anwendung einer stärkeren Säule mit Hilfe des Magnetes von Du Bois-Reymond nicht im Stande war die Scala ins Fernrohr zurückzuführen, ohne die Empfindlichkeit des Galvanometers sehr zu schwächen.

Ich war daher darauf bedacht, die Compensation auf eine andere Weise zu bewerkstelligen. Ich fügte dem Galvanometer eine zweite Spule bei, um durch dieselbe einen Zweigstrom des Hauptstromes, der durch die Elektroden C, D der Platte ging, zu schicken.

Fig. 7 zeigt wie ich die Sache anordnete:

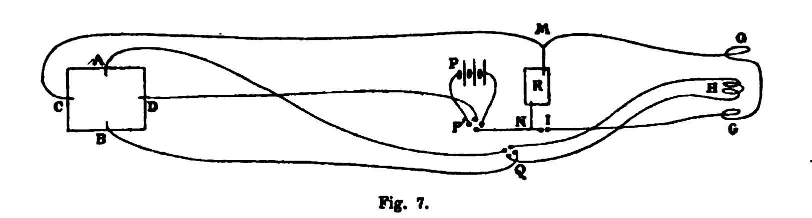


Fig. 7.

C, D Elektroden.

A, B Sonden, die zum Commutator Q und zur Spule H des Galvanometers führen; P die Säule mit ihrem Commutator P'.

M, N Abzweigungspunkte des compensirenden Stromes, welcher durch den Commutator I zur zweiten Spule GG geht.

R Rheostat, der den zweiten Ast des Zweigstromes bildet und zur Regulirung der Intensität des compensirenden Stromes dient.

Bei dieser Anordnung konnte ich mit nur 6 Daniell deutlich feststellen, dass sich das platinirte Glas, abgesehen von der Intensität, genau so verhält wie das versilberte Glas (§ 3).

§ 7. Nachdem ich mich so von der guten Einrichtung der Apparate überzeugt hatte, gab ich mich daran, den Versuch mit den Flüssigkeiten zu machen. Ich hielt das für unmöglich in frei ausgedehnten Flüssigkeitsschichten und bestrebte mich, äusserst dünne Flüssigkeitslamellen zwischen zwei Spiegelglasplatten zu erhalten. Dieselben waren

rechtwinklig mit einer Verticalseite von 55^{mm} und einer Horizontalseite von 60^{mm}: sie wurden von einander gehalten durch Stückchen feinen Papiers, das mit einem Klebmittel (Wachs, Colofonium und Terpentin) getränkt war, in einem Abstande, der in den verschiedenen Fällen zwischen 0,05^{mm} und 0,04^{mm} schwankte. Die Verticalseiten waren zwischen zwei hohlen Ebonitcylindern eingefügt und verschmiert. In der Axe der letzteren brachte ich die Metalldrähte an, welche als Elektroden dienten. Die untere Horizontalseite war mit dem Klebmittel verschlossen, so dass die beiden Hohlcylinder zwei Gefässe bildeten, welche mittels des freien Zwischenraumes der Spiegelplatten communicirten. Brachte man die Flüssigkeit in einen derselben, so drang sie nach einigen Stunden bis zum anderen vor und bildete so eine continuirliche Schichte ohne Luftblasen.

Bezüglich der Sonden für das Galvanometer nahm ich der Reihe nach zu verschiedenen Kunstgriffen meine Zuflucht. Anfänglich war die untere Sonde *B* eine amalgamirte Zinkspindel, die durch zwei in die Glasplatten gebohrte Oeffnungen von einer Seite zur andern durchging, einerseits flach anlag, auf der andern Seite mit einem Schraubenkopf versehen war. Der Kupferdraht des Galvanometers war an den Kopf dieser Spindel angelöthet.

Die obere Sonde *A* bestand in einem Zinkdrahte, der bis zum amalgamirten Ende mit Siegellack angestrichen war und tauchte senkrecht in eine Art Rinne, welche an der oberen Seite angebracht war und mit der darunter befindlichen Flüssigkeit communicirte, ohne dass sie directe seitliche Verbindung mit der Flüssigkeit in den Ebonitcylindern hatte. Dieser Zinkdraht konnte parallel mit sich längs der Rinne mit Hilfe einer Mikrometerschraube verschoben werden.

Da die Sonden und die in die Hohlcylinder eingeführten Elektroden von amalgamirtem Zink waren, wurde eine Zinkvitriollösung angewendet, um möglichst den störenden Einfluss der Polarisation zu vermeiden.

Trotzdem erhielt man durch das Galvanometer bei dieser Anordnung deutliche Zeichen der Polarisation der Sonden: und wie immer ich den Magnet erregte, beobachtete ich jedesmal, nachdem ich den constanten Stand der Polarisation abgewartet, eine Ablenkung im Sinne einer Zunahme des sehr schwachen Zweigstromes, was augenscheinlich einer Verminderung der Polarisation infolge der Bewegung der Flüssigkeit durch elektrodynamische Wirkung zuzuschreiben war.

§ 8. Es mussten also die Sonden dieser Bewegung der Flüssigkeit entzogen werden.

Eine am Ende *B* (Fig. 8) geschlossene Glasröhre wurde in die Oeffnungen der zwei über einander gelegten Glasplatten eingeschliffen, dann in *E* unter einem rechten Winkel nach unten, in *F* nach links und schliesslich in *G* nach oben gebogen, so dass dieser letzte Theil *GH*, in welchem in der Folge die metallische Sonde *B'* einzuführen war, mit einem Hohlcylinder parallel lief und an demselben befestigt wurde. Das

eingeschliffene Ende B wurde dann in der Richtung des Zwischenraumes der Glasplatten durchbohrt.

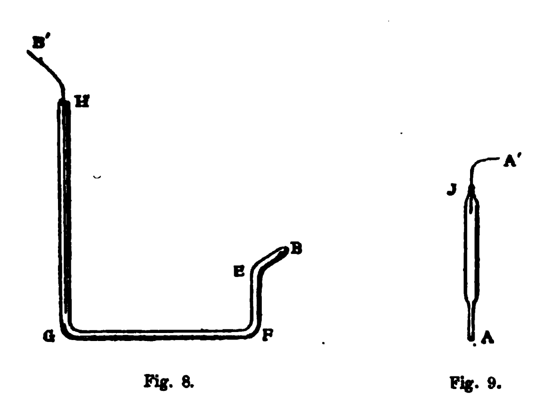


Fig. 8. Fig. 9.

Die obere Sonde A' (Fig. 9) war hermetisch in eine Röhre JA befestigt, welche mit der Flüssigkeit gefüllt wurde und nach Art einer Pipette in die Rinne tauchte. Bei dieser Anordnung brachte die galvanische Polarisation, nachdem die Säule eine genügende Zeit geschlossen war, um die Polarisation den constanten Werth erreichen zu lassen, nicht die geringste Unzukömmlichkeit hervor, selbst in dem Falle nicht, wenn Platin in verdünnte Schwefelsäure oder in eine concentrische Lösung

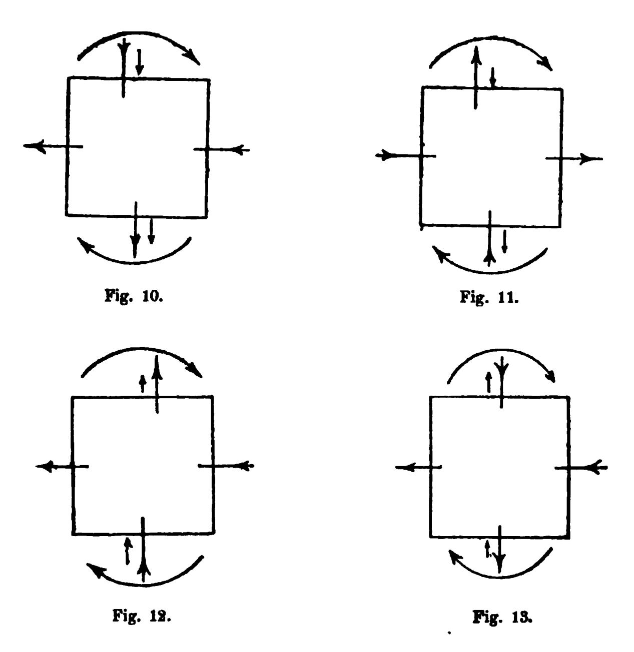


Fig. 10. Fig. 11.

Fig. 12. Fig. 13.

von Eisenchlorür tauchte, welches die ausser den Zinkvitriollösungen, untersuchten Flüssigkeiten waren.

Wurde der Elektromagnet in der einen oder anderen Weise erregt, so wurde das Galvanometer nach der einen oder der anderen Seite abgelenkt, aber nicht in der Art wie bei den Metalllamellen. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in den Figuren 10 bis 13 dargestellt, welche sich alle auf den Fall beziehen, dass ein Nordpol sich vor der Ebene der Zeichnung befindet. Im entgegengesetzten Falle waren die Ablenkungen entgegengesetzt, wie ich schon sagte, so dass die entsprechenden Figuren, die mit 10a bis 13a zu bezeichnen wären und nicht gezeichnet sind, erhalten würden, indem man die gebogenen Pfeile umkehrt und gleichzeitig auch die kleinsten Pfeile, welche neben den Sonden stehen und die Wirkung des Elektromagneten anzeigen.

Auf den ersten Anblick scheint es sonderbar, wenn man die Figuren 10 und 11 betrachtet, dass der Zweigstrom das eine Mal nach links, das andere Mal nach rechts sich wende. Untersucht man aber alle, so erkennt man, dass die Aenderungen des Potentials an den Sonden, welche sich durch eine Zu- und Abnahme des Zweigstromes offenbaren, sehr wohl den Aenderungen im Widerstande des flüssigen Leiters, der sich zwischen den Sonden befindet, zugeschrieben werden können; denn Zunahme tritt ein in den vier Fällen 10, 12, 11a, 13a, in welchen der Hauptstrom und die Polarität die gleiche Orientirung haben, und Abnahme in den anderen vier Fällen, wo diese Gleichheit nicht herrscht.

Und, um nicht lange zu werden, heben wir gleich hervor, dass die Zunahme des Zweigstromes jedesmal eintritt, wenn die elektrodynamische Wirkung des Hauptstromes bestrebt ist den Leiter des Hauptstromes nach unten zu bewegen, die Abnahme, wenn sie denselben nach oben zu bewegen strebt.

Nachdem dies festgestellt, war der Zweifel natürlich, ob nicht im ersten Falle die Flüssigkeit der Rinne sich herabsenke und so den Querschnitt des Leiters verringere, im zweiten Falle sich hebe und ihn vergrössere, was gerade hingereicht hätte, um das Verhalten des Galvanometers zu erklären.

§ 9. Um den Zweifel aufzuklären, welcher eine Begründung auch aus der directen Beobachtung der Oberfläche der Flüssigkeit in der Rinne erhielt, war es nothwendig, auch die obere Seite der Flüssigkeitslamelle unveränderlich zu machen.

Ich nahm zwei andere Glasplatten, durchbohrte sie auch oben, fügte auch in diese Oeffnungen eine mit einer seitlichen Oeffnung versehene Röhre ein, welche eingerieben und unter einem rechten Winkel nach oben gebogen wurde, umgab die Einfügungsstellen der zwei Röhren mit in einem Schmiermittel getränkten Papiere, das zwischen die zwei Platten mit aller Sorgfalt eingelegt war, indem ich nur zwei Punkte, behufs Communication mit dem rechteckigen Zwischenraume zwischen den Platten, frei liess, und so ergab sich der definitive Apparat, wie er in Fig. 14 dargestellt ist. Diesen Apparat konnte ich leicht füllen, ohne dass die Flüssigkeit von Luftblasen unterbrochen wurde, indem ich sie mittels einer Pumpe durch die obere Röhre aufsaugte, welch letztere

mit einem Ballon in Verbindung stand, in welchen sich die Flüssigkeit ansammeln konnte.

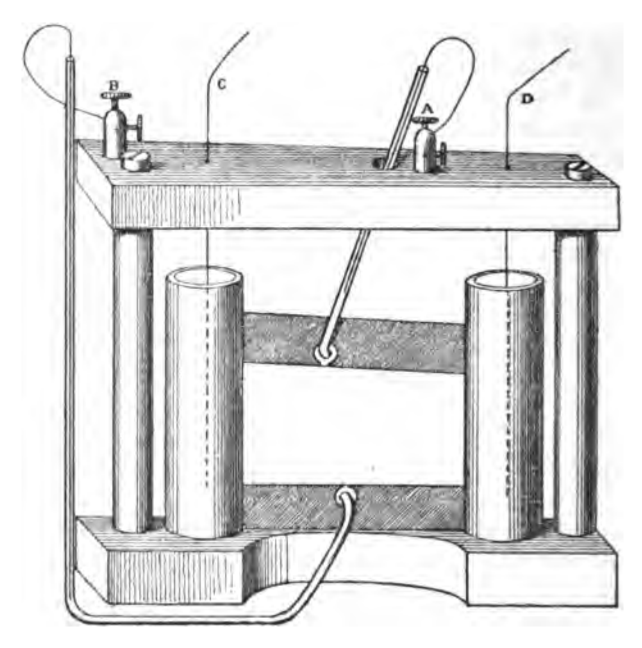


Fig. 14.

§ 10. Bei Anwendung einer Zinkvitriollösung vom specifischen Gewichte 1,200, zwischen Elektroden und Sonden von amalgamirtem Zink, erhielt ich anfänglich unsichere Resultate, welche jedoch allmählich mehr entschieden und schliesslich sehr deutlich wurden, und zwar in dem Sinne der Figuren 10 bis 13 des § 8. Gleiche Resultate erhielt ich auch mit einer Lösung von Eisenchlorür vom specifischen Gewichte 1,340 zwischen Platinelektroden.

§ 11. Im Gegentheile, mit einer Zinkvitriollösung vom specifischen Gewichte 1,340 und unter den gleichen Verhältnissen wie früher, erhielt ich Ablenkungen, anfänglich immer sehr kleine, in der Folge aber immer grössere, die in gerade entgegengesetztem Sinne als die im § 8 erwähnten erfolgten.

§ 12. Schliesslich mit einer gesättigten Lösung von Zinkvitriol, welche in den Ebonitcylindern noch ungelöste Krystalle desselben Salzes enthielt, war es mir unmöglich, weder bei der Magnetisirung, noch bei der Entmagnetisirung des Elektromagneten, irgend eine Störung des Gleichgewichtes im Galvanometer nachzuweisen.

§ 13. Fasst man die letzten drei Paragraphen zusammen, so können wir sagen, dass, wenn die Concentration kleiner ist als die, welche der grössten elektrischen Leitungsfähigkeit entspricht (specifisches Gewicht 1,286), so bringen die elektrodynamischen Wirkungen, welche eine Be-

wegung nach oben bedingen, eine Vermehrung der Leitungsfähigkeit des zwischen den Sonden befindlichen Leiters hervor und schwächen daher den Zweigstrom, der zum Galvanometer geht; wenn aber die Concentration grösser ist als die, welche der grössten Leitungsfähigkeit entspricht, so vermindern die nach oben gerichteten Bewegungsursachen die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit und es tritt eine Verstärkung des Zweigstromes ein. Die nach oben gerichteten Bewegungsursachen bringen in den zwei Fällen entgegengesetzte Wirkungen hervor.

§ 14. Zwei Erklärungen bieten sich hier dem Geiste dar. Entweder sind die Stromlinien des Stromes zusammengesetzt aus Ketten von Salzmolekeln, welche, indem sie den Ampère'schen Wirkungen gehorchen, dichter werden und so einen besseren oder schlechteren Leiter bilden, je nachdem die Lösung weniger concentrirt oder mehr concentrirt ist als dem kleinsten Widerstande entspricht; oder man betrachtet den Elektrolyten als ein continuirliches Medium, und dann kann man die Aenderungen der Leitungsfähigkeit als eine secundäre Wirkung ansehen, und zwar folgendermaassen. Die Lösung wird schwerlich homogen sein; es ist sogar infolge der Schwere wahrscheinlich, dass sie in den untern Schichten (wenn man nicht die sehr lange Dauer der vollständigen Diffusion abwarten will) reichhaltiger sei. Dies vorausgesetzt, wird die elektrodynamische Wirkung, welche die Stromlinien nach oben zu bewegen strebt, die Homogenität der Lösung begünstigen und dadurch den Widerstand verkleinern oder vergrössern, je nachdem dieselbe weniger oder mehr concentrirt ist als für den kleinsten Widerstand erforderlich ist.

§ 15. Ich neigte zu dieser zweiten Erklärung hin, zu deren Gunsten die Thatsache spricht, dass die Ablenkungen des Galvanometers sich allmählich vergrösserten in den auf einander folgenden Versuchen. Und in der That, der andauernde Durchgang des Stromes durch die Flüssigkeit bringt da in der Nähe der Elektroden jene Concentrationsunterschiede hervor, die unter dem Namen des »Ueberganges der Jonen« bekannt sind, und welche dann infolge der Schwere bestrebt sind, sich in horizontale Schichten zu vertheilen. Ich habe aber nichtsdestoweniger es nicht versäumt, diese Ansicht mehr direct zu stützen. War der Apparat mit einer dünnen homogenen Lösung gefüllt, so gab das Galvanometer unter dem Einflusse des Elektromagneten so viel wie keinen Ausschlag, wurde aber, nach Unterbrechung des Stromes, in den Ebonitcylindern nur ein wenig der Lösung von grösster Leitungsfähigkeit zugesetzt und das Ganze einige Stunden sich selbst überlassen, so zeigten sich selbst beim ersten Schluss der Kette Ausschläge von ungewöhnlicher Grösse und in dem im § 10 angegebenen Sinne.

Liess man dann durch den gleichen Apparat, ohne ihn auseinander zu nehmen, eine Lösung vom specifischen Gewichte 1,340 in sehr grosser Menge hindurchgehen, so dass die Flüssigkeit homogen wurde und sich bei den ersten Proben kaum ein Anzeichen des Einflusses des Elektromagneten ergab, so wurden letztere im Gegentheile sehr gross und im

Sinne des § 11, wenn man einige Zeit bei offener Kette zuwartete, bis in den Ebonitcylindern Krystalle von Zinkvitriol zu Boden fielen.

Legte ich aber zwischen die Glasplatten ihrer ganzen Ausdehnung nach ein dünnes (0,037 ^{mm}) Fliesspapier und saugte die Flüssigkeit bei der oberen Röhre auf, so war es mir nie gelungen, wie lange ich auch den Strom durchliess, die geringste Aenderung in der Intensität des Zweigstromes zu beobachten (mit Ausnahme der Inductionswirkung), wie ich auch den Elektromagnet erregen oder umkehren mochte.

§ 16. Dem gleichen negativen Resultate begegnete ich bei einer Quecksilberschichte, welche mir, mit grosser Mühe, continuirlich und von einer Dicke von 0,045 ^{mm} herzustellen gelang. Ebenso negativ war das Resultat bei einem amalgamirten Spiegel.

§ 17. Diese Untersuchungen führten mich daher nicht zu dem erwünschten Ziele, das darin bestand: festzustellen auf dem Wege des Versuches, ob das Hall'sche Phänomen gleichen Schritt halte mit der elektromagnetischen Drehung des Lichtes. Es scheint mir aber, dass dieselben beitragen, eine directe elektromotorische Wirkung des magnetischen Feldes wenig wahrscheinlich zu machen, und dass sie uns infolge dessen hinneigen lassen, mit Thomson anzunehmen, dass eine dünne feste Lamelle, welche von der Elektricität durchströmt wird, aufhört isotrop zu sein, sobald sie sich in einem magnetischen Felde befindet.

Ist es wahrscheinlich, dass ein gleiches bei den Flüssigkeiten eintrete? Und wenn nicht, wie kann man damit das magnetische Drehungsvermögen dieser Körper vereinigen?

Florenz, Februar 1882.

Ueber den Stoss[1]).

Von

F. und N. Mazon.

Vorliegende Schrift behandelt die Frage vom Stoss.

Es lassen sich in dieser Frage zwei Hauptfälle unterscheiden. Erstens wenn die zusammenstossenden Körper bloss fortschreitende Bewegung besitzen und die Stossrichtung in die Verbindungslinie beider Massencentren fällt, und zweitens wenn die Körper willkürliche Bewegung besitzen und mit beliebigen Punkten zusammentreffen. Typisches Beispiel des ersten Falles ist der Stoss zweier rotationsloser Kugeln; und in dieser Form ist die Frage bereits zu Ende des XVII. und zu Anfang des XVIII. Jahrhunderts entwickelt worden. Der zweite, allgemeine Fall hingegen ist erst in unserem Jahrhundert genauer untersucht worden.

Der erste Theil unserer Arbeit behandelt die Frage vom geraden Stoss zweier absolut harter, d. h. unveränderlicher Kugeln.

Der Gang der Darstellung ist folgender. Erst erörtern wir in Kürze den gegenwärtigen Stand der Frage und ihre Bedeutung; darauf die Hauptmomente ihrer geschichtlichen Entwicklung; und schliesslich stellen wir unsere Lösung auf und weisen auf einige Schlussfolgerungen hin, zu denen dieselbe führt.

Den zweiten Theil unserer Schrift bildet eine Kritik der Abhandlungen von Poinsot über den Stoss unveränderlicher Systeme. Im dritten endlich betrachten wir den Stoss veränderlicher Systeme, oder gewöhnlicher endlicher Naturkörper.

---

1) Von den Herren Verfassern aus den „Nachr. der Univers. Kiew", 1883 Januar, in Uebersetzung eingesendet.

Erster Theil.

I.

Gegenwärtiger Stand der Frage.

1. Bekanntlich unterscheidet man in der Frage vom Stosse zweier Kugeln zwei äusserste Fälle, — wenn die zusammenstossenden Kugeln entweder vollkommen elastisch, oder vollkommen unelastisch und weich sind, — und einen dritten, mittleren Fall, wenn sie unvollkommen elastisch sind.

2. Den Vorgang des Stosses denkt man sich in folgender Weise. Die Kugeln kommen in Berührung; sie fangen an auf einander zu drücken, platten sich ab, und die Geschwindigkeit ihrer fortschreitenden Bewegung verändert sich. Zugleich rufen die Deformationen der Kugeln elastische Kräfte ins Spiel. Und von dem Augenblick angefangen, wo die Geschwindigkeiten der Kugeln unter einander gleich und gleich der Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes werden, fangen diese elastischen Kräfte die Kugeln zu trennen an, ihre Geschwindigkeiten verändernd; so dass schliesslich die Kugeln von einander abspringen.

3. Auf diese Weise vollzieht sich beim Stoss erst eine Umwandlung kinetischer Energie der Kugeln in potentielle Energie der elastischen Kräfte; und darauf verwandelt sich wieder diese potentielle Energie, während der zweiten Hälfte des Stosses, in kinetische. Und diese zweite Umwandlung kann entweder vollständig oder nur theilweise vor sich gehen, oder auch gar nicht stattfinden. Letzteres geschieht beim Stosse vollkommen unelastischer weicher Körper, wo der Verlust an kinetischer Energie sich unmittelbar in Wärme umsetzt.

4. Die soeben betrachtete Umwandlung kinetischer Energie der fortschreitenden Bewegung der Kugeln in potentielle Energie elastischer Kräfte, und die darauf folgende Umwandlung entgegengesetzten Sinnes, werden für den grundsätzlichen und unumgänglichen Process gehalten, der sich beim Stoss vollzieht.

Die Behandlung der Frage stützt sich immer auf diese Betrachtungen; mit ihrer Darstellung fangen alle Autoren die Untersuchung der Frage an; mit ihrer Hülfe werden die Gleichungen aufgestellt.

5. Die Wichtigkeit und hohe Bedeutung, die einer solchen Anschauungsweise beigelegt wird, tritt am klarsten hervor in der Wendung, die die Wissenschaft der Frage vom Stoss absolut unveränderlicher Kugeln gegeben hat.

Sie behauptet, dass, wenn zwei unveränderliche Systeme zusammenstossen, welche bloss eine fortschreitende Bewegung besitzen in Richtung

der Verbindungslinie ihrer beiden Massencentren, und wenn ausserdem die gemeinschaftliche Normale im Berührungspunkte in dieselbe Verbindungslinie fällt, — so werden die Systeme nach dem Stosse zusammenbleiben und sich mit der Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes weiter bewegen, sodass z. B. zwei unveränderliche Kugeln, die mit gleicher Bewegungsgrösse gegen einander eilen, beim Stosse stehen bleiben. Es wird also behauptet, dass die Bewegung zweier unveränderlicher Systeme nach dem Stoss dieselbe sei, welche zwei weiche unelastische Körper besitzen würden.

6. Diese Meinung ist offenbar eine natürliche, nothwendige Consequenz der Grundanschauungen.

Es wird ja das Abspringen der Körper von einander durch innere elastische Kräfte bedingt; in unveränderlichen Systemen ist aber kein Raum für solche Kräfte, und somit wird ihr Abspringen von einander undenkbar.

7. Die geschilderte Anschauung ist von allen hervorragenden Vertretern der Wissenschaft ausgesprochen worden.

Lagrange sagt in der „Mécanique Analytique" im ersten Kapitel des zweiten Theils (Vol. I, pag. 214, Aufl. von Bertrand): „Ainsi les forces se mesurent par les quantités de mouvement qu'elles sont capables de produire, ... D'où il s'ensuit que si deux corps non élastiques viennent à se choquer directement en sens contraire avec des quantités de mouvement égales, leurs forces doivent se contrebalancer et se détruire, par conséquent les corps doivent s'arrêter et demeurer en repos."

8. Poisson behandelt in dem „Traité de Mécanique" ziemlich ausführlich die Frage vom Stoss und bespricht auch den Stoss unveränderlicher Systeme.

In § 126 weist Poisson darauf hin, dass auch die härtesten Naturkörper deformirbar sind, — es können folglich elastische Kräfte ins Spiel kommen.

In § 127 wird direct ausgesprochen, dass zwei harte Körper, die mit gleichen Bewegungsgrössen gegen einander stossen, stehen bleiben würden, wenn keine Elasticität da wäre. (Es wird sogar der Vorschlag gemacht hierauf ein Maass für die Massen zu gründen.)

Besonders klar aber spricht Poisson seine Meinung über den Stoss unveränderlicher Systeme in § 468 aus. Er behandelt hier die allgemeine Frage vom Stoss, wenn die Körper sowohl fortschreitende, als auch drehende Bewegung besitzen; zu ihrer Lösung sind dreizehn Gleichungen erforderlich; zwölf von ihnen ergeben sich unmittelbar aus den Bedingungen des Gleichgewichts der verlorenen Bewegungsgrössen; und in Betreff der dreizehnten Gleichung, die zur Bestimmung der

Kraft des Stosses dient, sagt Poisson: „La solution du problème serait en effet indéterminée, si l'on considérait les deux mobiles comme absolument durs, et qu'on fit abstraction de la compression qu'ils éprouvent pendant la durée du choc.“ Hierauf betrachtet Poisson die Compression der zusammenstossenden Körper, führt die Voraussetzung ein, dass im Moment der grössten Compression die normalen Geschwindigkeiten der Berührungspunkte gleich sind, und so erhält er die Möglichkeit die dreizehnte Gleichung aufzustellen; und hierauf entwickelt er ausführlich den Stoss vollkommen elastischer und vollkommen unelastischer, aber weicher Körper.

9. Poinsot legt in seiner berühmten Abhandlung „sur la Percussion des Corps“ die oben erörterte Anschauung seinen sämmtlichen Betrachtungen zu Grunde. (So besonders §§ 30, 48, 51 Chap. I.)

10. Weitere Citate anzuführen wäre überflüssig; die Frage ist ja allbekannt. Richten wir lieber unser Augenmerk auf eine in neuester Zeit gemachte Bemerkung.

Thomson a. Tait (Nat. Phil. art. 300, 302) weisen darauf hin, dass es gänzlich falsch sei, den Newtonschen Coefficienten e einen Elasticitätscoefficienten zu nennen; sie bemerken auch, dass es schwer verständlich sei, weshalb gläserne Kugeln beim Stoss besser abspringen, als stärker elastische eiserne Kugeln; sie machen aufmerksam auf das Factum, dass der Newtonsche Coefficient um so grösser ist, je härter die Körper sind.

11. Womit wir es aber beim Stoss zu thun haben, ob mit Elasticität, ob mit etwas anderem, das erörtern Thomson und Tait nicht näher; und die Theorie des Stosses entwickeln sie, wie üblich, die elastischen Kräfte der stossenden Körper zu Grunde legend.

12. Aehnliche Gedanken spricht auch Résal aus im „Traité de Mécanique générale“, vol. I, p. 400. Er weist darauf hin, dass Metalle, die gewöhnlichen Druckkräften gegenüber sehr elastisch sind, durch Stösse sehr leicht bleibende Deformationen erleiden; sodass Résal erklärt, die Theorie des Stosses vollkommen unelastischer weicher Körper entspreche viel besser dem Verhalten der Metalle, als die Theorie des vollkommen elastischen Stosses.

II.

Die Bedeutung der Frage.

13. Die Frage vom Stoss absolut unveränderlicher Systeme wird einerseits für nicht besonders wichtig, eher sogar für völlig müssig erachtet. Wir kennen keine Körper von endlicher Grösse, welche den Bedingungen vollkommener Unveränderlichkeit entsprechen. Auch die härtesten Körper sind deformationsfähig, und es können somit elastische

Kräfte in ihnen entwickelt werden. Folglich ist die Möglichkeit gegeben, auf jeden einem Stosse ausgesetzten Körper die moderne Anschauung vom Vorgange desselben anzuwenden. Und diese Anschauung erscheint somit als genügend; sie erschöpft die Frage.

14. Andrerseits aber wird der Frage vom Stoss unveränderlicher Systeme mit Recht eine hohe Bedeutung beigelegt.

Die Atome denkt man sich ja, wenigstens der Grundvorstellung nach, als absolut einfach, absolut unveränderlich, und folglich als absolut hart und unelastisch.

Die Atome befinden sich aber in Bewegung; sie prallen auf einander; in Folge dieser Zusammenstösse heben sie gegenseitig ihre Bewegungen auf; ihre lebendige Kraft verringert sich; innere Arbeit aber kann in den unveränderlichen Atomen nicht geleistet werden; — und es muss somit die Energie eines aus unveränderlichen Atomen zusammengesetzten Körpers sich allmählich verringern, und schliesslich ganz verschwinden.

Dieses wäre, so lehrt die Wissenschaft, das Loos der Energie eines Gases z. B., das sich selbst überlassen wäre, wenn seine Atome absolut hart, und folglich absolut unelastisch sein würden.

Das Gesetz der Erhaltung der Kraft lehrt aber, dass Energie nicht zerstört werden kann. Und die Hinweise, welche Beobachtung gibt, erlauben zu behaupten, dass die Bewegungen der Theilchen eines in einer für Wärme undurchdringlichen Hülle eingeschlossenen Gases ewig fortdauern würden.

Es entsteht somit ein vollständiger Widerspruch zwischen den Schlüssen, zu denen die Vorstellung vom Atom führt, als von einem unveränderlichen harten Theilchen, und den Folgerungen, zu welchen das Gesetz der Erhaltung der Kraft und die Erfahrung zwingt.

Dieser Widerspruch scheint unlöslich, — und hieraus wird der Schluss gezogen, die Vorstellung vom harten, unveränderlichen Atom sei absurd; und wenn man mit den Zusammenstössen der Atome rechnen muss, wie z. B. in der kinetischen Gastheorie, nimmt man die Theilchen als vollständig elastisch an, erklärt sie also für deformirbar.

15. Die principielle Unmöglichkeit der wirklichen Existenz unveränderlicher Systeme in der Natur, — das ist der Schluss, den die Wissenschaft aus der Lehre vom Stoss unveränderlicher Systeme gezogen hat.

16. Die wichtige Bedeutung dieses Schlusses näher zu erörtern, ist offenbar nicht nöthig; man weiss, was und wie viel hierüber geschrieben ist.

Die klassischen Arbeiten Sir William Thomson's entspringen der Nothwendigkeit, die Elasticität des Atoms zu erklären.

Beiläufig sei erwähnt, dass eine ausgezeichnete Darstellung der Schwierigkeiten, die durch die Nothwendigkeit bedingt sind, dem Atom vollkommene Elasticität beizulegen und ebenso freie Deformirbarkeit, die von keiner inneren Reibung begleitet ist, sich findet in dem unlängst erschienenen Werk: „Stallo, The Concepts and Theories of Modern Physics. London. 1882.“ Dieses ebenso gelehrte als geistreiche Buch unterwirft die Atomtheorie einer herben, scharfen Kritik, und sucht ihre völlige Unhaltbarkeit darzulegen.

III.

Geschichtliche Entwicklung der Frage.

17. Versuchen wir jetzt einige Hinweise auf die Entwicklung der modernen Anschauung vom Stoss zu geben. Wir unternehmen es nicht, die Geschichte der Frage vollständig zu entwickeln. Wir können nur auf einige der älteren Schriften eingehen, mit welchen wir uns, Dank der Liebenswürdigkeit unseres hochgeehrten Lehrers und Freundes, Prof. Chandrikow, bekannt machen konnten. Es sind dies folgende Werke: 1) „Christianus Hugenius. De motu corporum ex percussione, 2) Isaac Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica, und 3) Jean Bernoulli. Discours sur les loix de la communication du mouvement.

Wir weisen mit um so grösserer Befriedigung auf die Entwicklung der Frage hin, da, nachdem wir ihre Lösung gefunden hatten und uns infolgedessen an ihr geschichtliches Studium machten, wir zur Ueberzeugung kamen, dass offenbar schon Huyghens die richtige Lösung kannte und die Frage richtig beurtheilte.

18. Huyghens' Schrift „De motu corporum ex percussione“ bildet die Entwicklung der Arbeiten, die er im Jahre 1669 der königlichen englischen Gesellschaft einreichte, und wurde 1703 in den posthumen Schriften von Huyghens veröffentlicht. Sie enthält die Lösung vom geraden Stoss zweier Kugeln.

Auf diese Schrift des grossen Huyghens wird gewöhnlich mit Achtung hingewiesen; und doch ist ihr Loos ein trauriges zu nennen, — auf die Entwicklung der Wissenschaft hat sie keinen Einfluss gehabt, und im Grunde genommen ist sie gänzlich vergessen.

Es ist gebräuchlich zu behaupten, Huyghens habe den Stoss vollkommen elastischer Kugeln behandelt. Diese Meinung ist ganz grundlos. Huyghens entwickelt allerdings diejenigen Gesetze für die Bewegung der Kugeln nach dem Stoss, welche man jetzt für anwendbar nur auf vollkommen elastische Kugeln hält; er erwähnt aber mit keinem Wort der Elasticität, und sagt bloss, dass er den Stoss harter Körper

(corpora dura) betrachtet; allerdings freilich bezeichnet er nicht näher, was unter corpus durum zu verstehen sei.

19. Die Schrift von Huyghens besteht aus fünf Hypothesen und dreizehn Sätzen; besondere begleitende Erläuterungen knüpfen sich nicht an dieselben.

Betrachten wir zuerst seine Hypothesen.

Hyp. I. „Corpus quodlibet semel motum, si nihil obstet, pergere moveri eadem perpetuo celeritate et secundum lineam rectam."

Diese Hypothese ist offenbar identisch mit dem ersten Bewegungsgesetz Newtons, und unterscheidet sich von demselben nur insofern, als von Hindernissen und nicht von Kräften die Rede ist. Schwerlich aber konnte Huyghens zu einer immerhin noch vornewtonschen Zeit von Kräften anders als von Hindernissen (verlangsamenden oder beschleunigenden) reden.

Hypoth. II. „Quaecunque sit causa corporibus duris a mutuo contactu resiliendi cum in se invicem impinguntur; ponimus, cum corpora duo inter se aequalia, aequali celeritate ex adverso ac directe sibi mutuo occurrunt, resilire utrumque eadem qua advenit celeritate.

Dicuntur autem directe occurrere, cum in eadem linea recta utriusque centra gravitatis conjungente et motus fit et contactus."

Dieses ist die der ganzen Arbeit hauptsächlich zu Grunde liegende Hypothese.

Hypoth. III. Diese Hypothese ist in etwas complicirter und langer Form ausgedrückt. Sie enthält die im übrigen scharf gefasste Meinung, dass eine beliebige, beiden Körpern gemeinschaftliche, fortschreitende Bewegung den Stoss nicht beeinflusst.

Hypoth. IV. „Si corpus majus minori quiescenti occurrat, aliquem ei motum dare, ac proinde de suo aliquid amittere."

Hypoth. V. „Corporibus duobus duris sibi mutuo occurrentibus, si, post impulsum, contingat alteri eorum omnem quem habebat motum conservari, etiam alterius motui nihil secedere neque adjici."

In Betreff dieser Hypothesen, oder eigentlich hauptsächlich der zweiten, lässt sich eine interessante Frage stellen: welcher Art Betrachtungen führten Huyghens dazu sie aufzustellen?

Schwerlich wohl lassen sich Gründe finden für die Behauptung, Huyghens habe nothwendiger Weise elastische Kräfte im Auge gehabt.

Vermuthungen auszusprechen ist natürlich etwas misslich; es scheint uns aber, dass die einfachste und natürlichste Voraussetzung folgende ist.

Huyghens hat wahrscheinlich im Auge gehabt, dass die in seinen Hypothesen ausgesprochenen Umstände einem ideellen Falle entsprechen, der sich zwar nicht verwirklicht findet, dem sich aber die einen Körper mehr nähern, während andere weiter von ihm entfernt sind. Und

wahrscheinlich hielt er es für möglich, genügend und nothwendig sich hierauf zu beschränken, um durch Erörterung des ideellen Falles solche Gesetze für die Bewegung nach dem Stoss aufzustellen, denen sich die verschiedenen Naturkörper um so besser unterwerfen würden, je strenger sie den Umständen der Hypothesen entsprechen.

Nimmt man aber an, Huyghens habe sich an ähnliche Betrachtungen gehalten, so ergibt sich wohl als beste Kennzeichnung seiner Hypothesen das Wort Newton's „Hypotheses non fingo".

20. Die Sätze Huyghens' wollen wir nicht aufzählen; bemerken wir bloss, dass die Frage vom geraden Stoss zweier harter Kugeln in ihnen ihre vollständige Lösung findet.

Einige der Huyghens'schen Beweise sind in einer für die jetzige Zeit etwas merkwürdigen Art ausgeführt. Huyghens stellt sich vor, ein Boot gleite dem Ufer entlang hin, und zwar so nahe demselben, dass ein am Ufer stehender Mann seine Hände auf die des im Boote stehenden Bootsmanns legen könne. Der Bootsmann hält an Fäden aufgehängte Kugeln, und bringt sie durch Bewegung seiner Hände zum Zusammenstossen. Der am Ufer stehende folgt mit seinen Händen der Bewegung, und muss dieselben in Bezug auf seinen Körper anders verrücken, als der im Boote. Ihm und dem Bootsmann erscheint es, als beobachten sie verschiedene Fälle des Stosses; jeder Zuschauer aber begreift, dass Beide dasselbe betrachten.

Mit Hilfe solcher Vorstellungen werden verschiedene Fälle des Stosses auf einander zurückgeführt, und die Hypothesen angewendet. Und übersetzt man sie in die jetzt gebräuchliche Ausdrucksweise, so ergibt sich, dass die Beweise in sehr einfachen und eleganten Anwendungen der Hypothesen bestehen, verknüpft mit der Ertheilung beiden Kugeln einer passend gewählten gemeinschaftlichen Bewegung.

Was weiter die mit Hilfe scheinbar so merkwürdiger Methoden gewonnenen Resultate betrifft, genügt es vielleicht auf die Form der allgemeinen Lösung, die Huyghens gibt, hinzuweisen.



Es sei AC und BC die Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoss, der Grösse und Richtung nach. Es theile D die Linie AB im umgekehrten Verhältniss der Massen. Es sei ferner $DE = CD$. Dann geben die Geraden EA und EB ihrer Grösse und Richtung nach die Geschwindigkeiten nach dem Stoss.

So viel uns bekannt ist, wird diese einfache graphische Lösung jetzt nie erwähnt. Ist das nicht vielleicht ein schlagender Beweis dafür, dass Huyghens' Schrift vergessen ist?

21. Es seien noch einige Worte gestattet in Betreff des Beweises des achten Satzes, welcher die Lösung gibt des Stosses zweier Kugeln, die mit gleicher Bewegungsgrösse gegen einander hin sich bewegen.

Huyghens stellt sich vor, die Kugeln seien, um mit den richtigen Geschwindigkeiten zusammenzustossen, unter dem Einfluss der Schwere von passend gewählten Höhen herabgefallen, und steigen nach dem Stosse wieder empor.

Indem Huyghens dann voraussetzt, dass die Kugeln nicht mit ihren anfänglichen Geschwindigkeiten von einander abspringen, und die verschiedenen möglichen Fälle in Betracht zieht, zeigt er, dass dann jedesmal der gemeinschaftliche Schwerpunkt beider Kugeln sich schliesslich höher befinden würde, als ihrer anfänglichen Lage entspricht. Ein solches Resultat aber, sagt Huyghens, ist unmöglich: „certissimum enim in mechanicis est axioma, motu corporum qui a gravitate ipsorum proficiscitur, centrum commune gravitatis ipsorum non posse attolli."

Beiläufig sei bemerkt, dass, indem Huyghens alle möglichen Fälle aufzählt, er der Voraussetzung, die harten Kugeln könnten sich gegenseitig zum Stillstehen bringen, nicht einmal erwähnt; er hält sie offenbar nicht der Beachtung werth.

Kaum aber ist es nöthig hinzuweisen, wie interessant der Vergleich des Beweises des achten Satzes mit den Vorwürfen, die Bernoulli dem Huyghens gemacht hat, ist, Vorwürfen dafür, dass Huyghens im elften Satze bloss zeigt, dass die Summe der beiden Producte — Masse mal Quadrat der Geschwindigkeit — beim Stoss ungeändert bleibt, ohne den vollen Werth dieses Resultats zu erfassen.

22. Nach Durchlesung dieser Arbeit „De motu corporum ex percussione" drängt sich unwillkürlich der Gedanke auf, dass Huyghens auf die Frage nach dem Resultat des Stosses absolut harter, d. h. unveränderlicher Kugeln, auf seine Schrift, als auf die Antwort solcher Frage, hingewiesen hätte. Es wird sich, hoffen wir, weiter herausstellen, dass Huyghens eine solche Anwort gebend unumwunden Recht gehabt hätte.

23. Wenden wir uns jetzt zu der Behandlung, die Newton in den „Principia Mathematica" der Frage vom Stoss gibt. Die hierauf bezüglichen Stellen befinden sich im Corrolarium III und Scholium des Capitels Axiomata sive Leges Motus.

Es werden bloss zwei Punkte erörtert. Erstens zeigt Newton, dass sich beim Stoss die algebraische Summe der Bewegungsgrössen nicht verändert; und zweitens wird das Verhältniss der relativen Geschwindigkeit nach dem Stoss zu der relativen Geschwindigkeit vor demselben experimentell untersucht. Diesen zweiten Punkt betreffend

sagt Newton: „Porro ne quis objiciat Regulam ad quam probandam inventum est hoc experimentum, praesupponere corpora vel absolute dura esse, vel saltem perfecte elastica, cujusmodi nulla reperiuntur in compositionibus naturalibus; addo quod Experimenta jam descripta succedunt in corporibus mollibus aeque ac in duris, nimirum a conditione duritiei neutiquam pendentia. Nam si Regula illa in corporibus non perfecte duris tentanda est, debebit solummodo reflexio minui in certa proportione pro quantitate vis Elasticae. In Theoria Wrenni ac Hugenii corpora absolute dura redeunt ab invicem cum velocitate congressus. Certius id affirmabitur de perfecte Elasticis. In imperfecte Elasticis velocitas reditus minuenda est simul cum vi Elastica; propterea quod vis illa (nisi ubi partes corporum ex congressu laeduntur, vel extensionem aliqualem quasi sub malleo patiuntur) certa ac determinata sit (quantum sentio) faciatque corpora redire ab invicem cum velocitate relativa, quae sit ad relativam velocitatem concursus in data ratione ....“

Newton irrte sich, aus seinen Experimenten auf eine Abhängigkeit des Coefficienten e von der Elasticität schliessend; spätere Experimente haben das Irrige dieser Meinung dargelegt; aber, und dies ist wohl zu beachten, Newton sucht sich auf das Experiment zu stützen.

24. Betrachten wir jetzt die berühmte Arbeit „Jean Bernoulli, Discours sur les loix de la communication du mouvement“, welche 1723 der Pariser Academie der Wissenschaften eingereicht wurde.

Man muss in dieser Schrift dem Inhalt nach zwei Theile unterscheiden; es wird erstens die Theorie des Stosses von Kugeln entwickelt, und zweitens die Lehre von den lebendigen Kräften.

Was den zweiten Punkt anbelangt, so wird ausführlich die Bedeutung des Ausdrucks mv^2 dargelegt, und Bernoulli ist mit Recht stolz hierauf.

Was speciell die Theorie des Stosses betrifft, so geht die Bernoulli'sche Arbeit äusserlich weiter als die Arbeit von Huyghens. Für die Geschwindigkeiten nach dem Stoss werden die jetzt gebräuchlichen mathematischen Ausdrücke aufgestellt. Elegant wird darauf hingewiesen, dass den Stoss drei Gesetze regieren; das Gesetz von der Erhaltung der relativen Geschwindigkeit, das Gesetz von der Erhaltung der Bewegung des gemeinschaftlichen Massencentrums, und das Gesetz von der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Zugleich wird aufmerksam gemacht, dass irgend eines dieser Gesetze die nothwendige Folge der beiden anderen sei. Und den sich stossenden Körpern wird vollkommene Elasticität beigelegt. Mit einem Wort, die Frage erhält diejenige Bearbeitung, welche sie bis auf den heutigen Tag behalten hat.

25. Wir erwähnten eben, Johann Bernoulli setze voraus, die Körper seien vollkommen elastisch; seine Arbeit ist in der That dadurch bemerkenswerth, dass ausführlich und klar die Lehre von der Bedeutung der elastischen Kräfte für den Stoss aufgestellt wird. Es ist diesem das erste Kapitel der Schrift, und theilweise der Anhang gewidmet. Verweilen wir etwas bei diesem Punkte.

Die Pariser Akademie hatte die Frage gestellt, den Stoss absolut harter Körper zu behandeln. Bernoulli eröffnet deshalb seine Schrift damit, eine Definition auszuarbeiten, was unter einem vollständig harten Körper zu verstehen sei.

Er sagt (Chap. I, § 4), dass die gewöhnliche Vorstellung, als sei unter einem absolut harten Körper ein absolut unveränderlicher zu verstehen, wie z. B. die Philosophen sich die Atome denken, an einem inneren Widerspruch leide, und bloss bei oberflächlicher Betrachtung der Dinge angenommen werden könne.

Eine ähnliche Vorstellung, so wird in § 5 gesagt, führe zu Widersprüchen mit dem Gesetz der Stetigkeit der Natur[1]). Denn der gesunde Menschenverstand lehre uns, dass „Natura non operatur per saltum“[1]). Es sei deshalb ein plötzlicher Uebergang von Ruhe zu Bewegung, oder von Bewegung in einer Richtung zu entgegengesetzt gerichteter gar nicht denkbar. Wäre solches möglich, so würden aufeinander folgende Zustände durch nichts verknüpft sein, und die Natur wüsste nicht, wozu sich zu entschliessen: — „aucune raison ne la determinerait à produire une chose plutôt que toute autre“ (§ 5). Weiter (§ 7) führt Bernoulli aus, dass, wenn unveränderliche starre Körper auf einander prallen würden, so müssten sie entweder stehen bleiben, oder von einander abspringen, denn, so fügt er hinzu, einer den anderen durchdringen können sie ja nicht. Aber sowohl das Eine, als auch das Andere, sagt Bernoulli, ist in gleicher Weise unmöglich, denn es würde ja das Gesetz der Stetigkeit der Natur durch die plötzlichen Zustandsänderungen verletzt werden.

Auf Grund solcher Widersprüche gegen das Gesetz der Continuität kommt Johann Bernoulli (§ 8) zu dem Schlusse, dass absolut unveränderliche starre Körper und absolut harte Atome, den Naturgesetzen zu Folge unmöglich seien, und dass die Vorstellung von ihnen ein sinnloses Spiel der Phantasie sei.

Weiter dann in §§ 9—18 entwickelt Johann Bernoulli seine eigene Anschauung von den vollständig harten Körpern. Sein Gedankengang ist in Kürze folgender.

Bernoulli sagt, er halte die Materie, soweit sie Materie sei (la matière entant que matière) für vollständig flüssig; und zwar so, dass

1) Diese Worte sind mit grosser Schrift im Original hervorgehoben.

ihre Theile nicht an einander haften; dessen ungeachtet aber, so sagt er, können diese Theilchen auch solche Körper bilden, in welchen sie einer Veränderung ihrer Lage Widerstand entgegensetzen, und welche daher bei vulgärer Anschauungsweise, die sich nur von den Sinnen leiten lasse, für feste Körper gehalten werden (§ 9).

Bernoulli bittet, man möge von ihm keine Rechenschaft darüber verlangen, wie dieses Zusammenhaften der Theile bedingt sei, denn sein Ziel sei bloss, eine solche Vorstellung von harten Körpern zu geben, welche die Bewegungsgesetze begreiflich mache (§ 10). Uebrigens stellt Bernoulli nicht in Abrede, dass die Theilchen vielleicht durch irgend eine verdünnte Materie zusammengepresst würden (§ 10). Denn Körper, die einem solchen Druck ausgesetzt wären, müssten einer Formveränderung Widerstand entgegensetzen.

Auf Grund solcher Argumentationen stellt Bernoulli schliesslich folgende Definition eines vollständig harten Körpers auf: „Un corps sera donc dur, conformément à l'idée que nous venons de donner de la dureté, lorsque ses parties sensibles changeant difficilement de situation, un ressort très prompt et très élastique rend leur première situation dans un temps insensible aux parties de ce corps, qui ont été tant soit peu pliées par le choc d'un autre corps; cette élasticité est parfaite lorsque toutes les parties pliées reprennent leur premier état: elle est imparfaite lorsque quelques unes de ces parties n'y retournent plus. On peut donner le nom de roideur à l'élasticité parfaite; cette roideur peut être finie ou infinie, et elle est d'autant plus grande, qu'il faut un effort plus considérable pour comprimer ce corps à un degré donné; la roideur est infinie dans un corps, ou ce corps est infiniment roide, lorsqu'il faut une pression infinie pour comprimer ce corps à un degré fini, ou une pression finie pour le comprimer à un degré infiniment petit.“

26. Nachdem diese Definition ausgearbeitet ist, entwickelt Bernoulli im zweiten Kapitel ausführlich die Lehre, wie elastische Kräfte beim Stoss erst die Bewegung allmählich aufheben, und dann wieder herstellen. Und darauf folgt dann, wie erwähnt, die weitere Behandlung der Frage.

17. Auf die Betrachtung der Arbeiten von Huyghens, Newton und Johann Bernoulli müssen wir uns beschränken. Es scheint aber, dass sie genügen, um sich, wenigstens in allgemeinen Zügen, klar zu machen, wie sich die Lehre von der Nothwendigkeit der elastischen Kräfte beim Stoss und von der Art wie sie wirken entwickelt hat.

Es scheint, man kann mit Gewissheit behaupten, dass die Ehre, der Urheber der modernen Lehre ihrem vollen Umfange nach zu sein, Johann Bernoulli gebührt. Er war aber strenger und consequenter

als seine Nachfolger, — er hält unveränderliche Systeme sogar für unfähig beim Stoss stehen zu bleiben. Ebenso wenig dürfte es aber auch zweifelhaft sein, dass die Methode Bernoulli's die Frage anzugreifen eine rein metaphysische ist; und dass eine ähnliche Methode einerseits und die Methoden von Huyghens und Newton andrerseits incommensurable Grössen sind.

Und dann, wer verstand und würdigte wohl besser das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kräfte? Huyghens, der sich auf den Satz stützt, es könne Arbeit nicht aus Nichts erzeugt werden, und dem bloss die volle Bedeutung des mathematischen Symbols mv^2 entging; oder Bernoulli, der zwar zeigt, es könne dieses Symbol der analytischen Lösung der Frage zu Grunde gelegt werden, und der zugleich den inneren Kern der Frage in metaphysischen Speculationen sucht? Es scheint wohl, dass der relative Werth der beiden Arbeiten von Huyghens und Bernoulli am besten sich nach jenem alten Spruch feststellen lässt, welcher aussagt, dass durch die Kunstlosigkeit eines Gedankens sein künstlerischer Werth bedingt wird.

28. Die Wissenschaft aber schritt in solcher Weise fort, dass die Anschauungen Johann Bernoulli's, wenigstens der Hauptsache nach, allgemeines Eigenthum wurden. Möglicher Weise sind hierauf auch Newton's Worte von der Nothwendigkeit der elastischen Kräfte von Einfluss gewesen. Huyghens aber blieb vereinzelt. Seine Theorie des Stosses ereilte das Schicksal seiner Optik — jedoch in schwererem Maasse.

Es geschah dies zwar nicht sogleich. Die Pariser Akademie liess den Bernoulli'schen Resultaten alle Gerechtigkeit widerfahren, erklärte sich aber nicht einverstanden mit seiner Lehre von der Nothwendigkeit, Deformationen der sich stossenden Körper und mit ihnen verknüpfte elastische Kräfte anzunehmen. Schliesslich aber hat doch diese Lehre gesiegt, und die Anschauung Bernoulli's wurde zur allgemeinen Grundanschauung. Es wird die Lehre jetzt zwar anders begründet; das Princip „Natura non operatur per saltum" bildet nicht in offener Weise den Grundstein; man stützt sich auf den Erfahrungssatz, dass alle endlichen Körper deformirbar sind und auch Elasticität besitzen; aber der wesentlichen Hauptsache nach ist die Anschauung doch dieselbe — die elastischen Kräfte regieren den Stoss.

IV.

Erster Beweis der richtigen Lösung der Frage.

29. Wir haben die richtige Lösung der Frage vom Stosse vollständig harter starrer unveränderlicher Kugeln auf zwei Arten begründet. Wenden wir uns zur ersten. Der Kürze halber wollen wir nur den

einfachsten Fall, d. h. den geraden Stoss zweier Kugeln ins Auge fassen; die Allgemeinheit der Betrachtungen leidet darunter nicht.

30. Es seien zwei gewöhnliche harte Kugeln, aus einem beliebigen Material, z. B. aus Holz oder aus Glas, gegeben. Es mögen sich ihre beiden Mittelpunkte einer Geraden entlang bewegen. Es seien m und m_1 die Massen der Kugeln, v und v_1 ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoss, ω und ω_1 die Geschwindigkeiten nach demselben. Der Einfachheit wegen wollen wir noch annehmen, die Kugeln hätten keine rotirende Bewegung, sodass beim Stoss keine Reibung ins Spiel kommt.

Zwei solche in fortschreitender Bewegung begriffene Kugeln bilden ein freies System, auf dass keine äusseren Kräfte wirken; folglich findet das Princip von der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes seine Anwendung, was auch sonst beim Stoss vor sich gehen möge. Dieses ergibt somit

$$mv + m_1 v_1 = m\omega + m_1\omega_1. \tag{1}$$

Es sei R die innere Arbeit, welche beim Stoss in den beiden Kugeln geleistet wird; dann sagt das Gesetz der Erhaltung der Kraft folgendes aus

$$mv^2 + m_1 v_1^2 = m\omega^2 + m_1\omega_1^2 + 2R. \tag{2}$$

Und wenn schliesslich e den Newton'schen Coefficienten bedeutet, der durch das Experiment bestimmt wird, so haben wir noch

$$\omega_1 - \omega = e(v - v_1). \tag{3}$$

Dieses sind die allbekannten Gleichungen, deren Lösung ω und ω_1, d. h. die Geschwindigkeiten nach dem Stoss, und R, d. h. die innere Arbeit, ergibt.

31. Führen wir jetzt die Voraussetzung ein, die beiden Kugeln seien absolut hart, d. h. unveränderlich.

Es lässt sich dann die moderne Methode, die aufgestellten drei Gleichungen zu lösen, in folgender Weise ausdrücken.

Gleichung 1 bleibt ungeändert. Was das in der zweiten Gleichung stehende R anbelangt, so ist offenbar

$$R = 0,$$

da in harten unveränderlichen Kugeln keine innere Arbeit geleistet werden kann.

Und was schliesslich Gleichung 3 betrifft, so wird behauptet: da die Kugeln unveränderlich, also elasticitätslos sind, so ist es undenkbar, dass $\omega_1 - \omega$ einen von Null verschiedenen Werth haben könne.

Auf diese Weise ergibt sich

$$\begin{aligned} mv + m_1 v_1 &= m\omega + m_1 \omega_1 \\ mv^2 + m_1 v_1^2 &= m\omega^2 + m_1 \omega_1^2 \\ \omega_1 - \omega &= 0. \end{aligned}$$

Die erste und dritte dieser Gleichungen geben

$$\omega = \omega_1 = \frac{mv + m_1 v_1}{m + m_1},$$

und dieses entspricht nicht der zweiten Gleichung, d. h. dem Gesetz von der Erhaltung der Kraft.

Letzteres Gesetz muss aber unbedingt erfüllt sein; folglich ist es klar, dass in den Grundvorstellungen ein innerer Widerspruch versteckt liegt, — und die Wissenschaft behauptet, es leide an diesem inneren Widerspruch die Vorstellung von einem unveränderlichen System; und in Folge dessen wird die Existenz unveränderlicher Systeme in der Natur für undenkbar erklärt.

32. Allerdings ist es selbstverständlich, dass eine Verletzung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft auf einen versteckten inneren Widerspruch hinweist; es scheint uns aber, dass derselbe am unrechten Ort gesucht wird, und dass die Sache einer anderen Wendung bedarf.

Wenden wir uns zur Gleichung 3

$$\omega_1 - \omega = e(v - v_1).$$

Man sagt, es müsse sein $\omega_1 = \omega$, d. h. $e = 0$. Dieses beweist man durch die Abwesenheit elastischer Kräfte in unveränderlichen Systemen. Die principielle Nothwendigkeit aber solcher Kräfte findet ihre Stütze doch ausschliesslich nur in der metaphysischen Hypothese Johann Bernoulli's. Vorstellungen, deren einzige Basis Metaphysik ist, sind nun aber jedenfalls nicht so beweiskräftig, dass sie die Möglichkeit anderer Meinungen principiell ausschliessen könnten. Darum wollen wir, in Anbetracht dessen, dass die Grösse e für starre unveränderliche Systeme durch das Experiment nicht ermittelt werden kann, und dass ferner metaphysische Speculationen über dieselbe, gelinde gesagt, nicht obligatorisch sind, uns darauf beschränken, gar nichts in Betreff der Grösse e vorauszusetzen.

33. Wenden wir uns zu den Gleichungen der Frage. Die Sachlage gewinnt jetzt, im Grunde genommen, folgende Form: für wirkliche Naturkörper kann der Coefficient e leicht durch das Experiment ermittelt werden, jetzt aber, wo wir starre unveränderliche Systeme betrachten, erscheint derselbe durchaus unbekannt; dafür aber kann

für wirkliche Naturkörper die innere Arbeit entweder gar nicht oder nur schwer durch directes Experiment ermittelt werden, jetzt aber wissen wir, dass es ist $R = 0$.

Dieses in Betracht ziehend, sehen wir, dass die Gleichungen folgende Form haben

$$mv + m_1 v_1 = m\omega + m_1 \omega_1$$
$$mv^2 + m_1 v_1^2 = m\omega^2 + m_1 \omega_1^2$$
$$\omega_1 - \omega = e(v - v_1).$$

Die ersten beiden Gleichungen ergeben für ω und ω_1, die allbekannten Werthe, von denen es gebräuchlich ist anzunehmen, dass sie bloss für den Stoss vollständig elastischer Kugeln gelten; und die dritte ergibt in Einklang hiermit

$$e = 1.$$

Wir erhalten somit folgendes Resultat: absolut harte, starre, unveränderliche Kugeln haben nach geradem Stoss nicht, wie angenommen wird, eine der Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes gleiche Geschwindigkeit, sondern springen beim Stoss mit denjenigen Geschwindigkeiten von einander ab, welche man bloss absolut elastischen Kugeln zuschreibt.

34. Der dargelegte Beweis leidet, wenn man will, an einem Mangel. Er stellt die Nothwendigkeit, oder besser die Möglichkeit, die Vorstellung elastischer Kräfte der Lösung der Frage vom Stoss unveränderlicher Systeme zu Grunde zu legen, in Abrede; er berührt aber nicht die Frage, wodurch denn das Abspringen unveränderlicher Systeme von einander bedingt ist. Folgender Beweis ist von solchem Mangel frei.

V.

Zweiter Beweis der richtigen Lösung.

35. Unser zweiter Beweis geht aus von den Grundvorstellungen der rationellen Mechanik über die Wirkung von Momentankräften auf unveränderliche Systeme. Grösserer Bequemlichkeit der Darstellung wegen wollen wir einige von ihnen anführen.

36. Die Theorie der Momentankräfte lehrt, dass eine am Massenmittelpunkt eines unveränderlichen Systems angreifende Momentankraft P dem System momentan eine mit ihr in Richtung und Sinn übereinstimmende Geschwindigkeit v ertheilt, sodass

$$v = \frac{P}{m},$$

wenn m die Masse des Systems bedeutet. Diese Geschwindigkeitsveränderung v hängt nicht vom ursprünglichen Bewegungszustand des Systems ab. Die Frage, wodurch die Momentankraft erzeugt und zum Angriff am System gebracht ist, bleibt als rein unwesentlich bei Seite.

37. Die Arbeit Ω einer Momentankraft P, die an einem beliebigen Punkt eines unveränderlichen Systems angreift, ist gleich dem Product der Kraft P in die halbe Summe der nach der Richtung der Kraft genommenen Componenten der anfänglichen und der Endgeschwindigkeit des Angriffspunktes

$$\Omega = \frac{P(v_0 + v)}{2}$$

(Thomson and Tait, Natural Philosophy art. 308).

38. Um also die Translationsgeschwindigkeit eines unveränderlichen Systems, von der Masse m, aus v in $v - v_1$ umzuwandeln, ist eine durch den Massenmittelpunkt des Systems gehende Momentankraft

$$Q = m v_1$$

erforderlich, die mit der Geschwindigkeit v in Richtung übereinstimmt, aber entgegengesetzten Sinnes ist.

Diese Momentankraft Q leistet hierbei eine Arbeit

$$\Omega = -\frac{1}{2} Q (2v - v_1).$$

Ist Ω positiv, so muss, um die Momentankraft Q zur Einwirkung zu bringen, die Arbeit Ω verwandt werden; ist aber Ω negativ, so muss zum selben Zweck dem System die Möglichkeit gegeben werden, die Arbeit Ω zu leisten.

39. Ist beispielsweise $v_1 = v$, d. h. soll das unveränderliche System zum Stillstand gebracht werden, so ist hierzu eine der Bewegungsgrösse des Systems gleiche und entgegengesetzte am Massenmittelpunkte angreifende Momentankraft erforderlich; ihre Arbeit ist negativ und an Grösse gleich der kinetischen Energie des Systems; d. h. das System, um zum Stillstand zu gelangen, muss seine volle kinetische Energie zu Arbeitsleistung verbrauchen.

40. Ist $v_1 = 2v$, d. h. soll die Geschwindigkeit des Systems der Grösse nach unverändert bleiben und bloss ihren Sinn ändern, so ist eine Momentankraft gleich der doppelten Bewegungsgrösse des Systems erforderlich

$$Q = 2mv.$$

Die Arbeit Ω dieser Momentankraft ist gleich Null

$$\Omega = 0.$$

41. Betrachten wir jetzt den geraden Stoss zweier unveränderlicher Kugeln.

Die einzige Behauptung, die man von vorneherein aufstellen kann und muss, ist folgende: im Moment der Berührung übt jede Kugel auf die andere einen gewissen Momentandruck aus; diese beiden momentanen Druckkräfte sind einander gleich und entgegengesetzt und nach der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Kugeln gerichtet.

Es besteht somit der Vorgang des Stosses darin, dass im Moment der Berührung auf den Mittelpunkt jeder Kugel eine gewisse Momentankraft einwirkt, welche in die Verbindungslinie der Mittelpunkte fällt.

Es entsteht nun die Aufgabe, die Grösse dieser Kräfte und ihre Wirkung auf die Kugeln zu bestimmen.

Aus der Gleichheit der beiden ins Spiel kommenden Momentankräfte ist unmittelbar ersichtlich, dass die von ihnen hervorgebrachten Aenderungen der Bewegungsgrössen beider Kugeln gleich und entgegengesetzt sind; dies stimmt mit dem Princip der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes überein.

Wäre die Grösse der beiden momentanen Druckkräfte bekannt, so würde hiermit auch die Aenderung der Bewegungsgrössen beider Kugeln gegeben sein, und umgekehrt.

Im gegebenen Falle ist nun aber keine dieser beiden Grössen bekannt; sie können jedoch mit Leichtigkeit ermittelt werden.

42. Betrachten wir den allgemeinsten Fall des geraden Stosses. Es seien zwei unveränderliche Kugeln A und B von den Massen m und m_1 gegeben, die sich mit ihren Mittelpunkten längs einer beliebigen Geraden mit den Geschwindigkeiten v und v_1 bewegen.

Es sei v_0 die Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes; es seien p und $-p$ die relativen Bewegungsgrössen der Kugeln in Bezug auf ihren gemeinschaftlichen Massenmittelpunkt. Die Geschwindigkeiten der Kugeln lassen sich dann in folgender, für unseren Zweck bequemeren Form schreiben:

$$v = v_0 + \frac{p}{m}$$

$$v_1 = v_0 - \frac{p}{m_1}.$$

Es sei ferner P die Grösse der durch den Stoss hervorgerufenen Momentankräfte. Die von ihnen bewirkten Aenderungen der Geschwindigkeiten der Kugeln A und B schreiben sich

$$-\frac{P}{m}$$

und

$$\frac{P}{m_1}.$$

Somit ist, laut § 38, die Arbeit Ω_1 der auf die Kugel A wirkenden Momentankraft

$$\Omega_1 = -\frac{1}{2} P\left(2v_0 + 2\frac{p}{m} - \frac{P}{m}\right),$$

die Arbeit Ω_2 der an der Kugel B angreifenden Momentankraft ergibt sich zu

$$\Omega_2 = \frac{1}{2} P\left(2v_0 - 2\frac{p}{m_1} + \frac{P}{m_1}\right).$$

Die Verschiedenheit des Vorzeichens der beiden Arbeiten rührt davon her, dass die beiden momentanen Druckkräfte verschiedenen Sinnes sind, während die Geschwindigkeiten beider Kugeln immer im gleichen Sinne positiv gerechnet werden müssen.

Die für die beiden Arbeiten gefundenen Ausdrücke führen unmittelbar zur Lösung der Frage; in Anbetracht der Wichtigkeit dieses Punktes erlauben wir uns die Sache auf zweierlei Art zu erörtern.

43. Vom Standpunkte der rationellen Mechanik aus müssen wir folgendes sagen.

Es ist Ω_1 die Arbeit der auf die Kugel A einwirkenden Momentankraft; folglich ist $-\Omega_1$ die Arbeit des momentanen Widerstandes dieser Kugel. Nun ist aber diese Widerstandskraft nichts anderes als die von der Kugel A auf die Kugel B hervorgebrachte momentane Druckkraft. Somit ist $-\Omega_1$ identisch mit Ω_2, d. h.

$$-\Omega_1 = \Omega_2.$$

44. Oder rein vom Standpunkt des Gesetzes der Erhaltung der Kraft aus muss folgendes gesagt werden.

Die Arbeit der auf jede Kugel einwirkenden Momentankraft bedeutet zugleich die Aenderung der Energie dieser Kugel. Da aber beide Kugeln bei ihrem Zusammenstoss keine äussere Arbeit leisten und innere Arbeit in ihnen nicht geleistet werden kann, so muss die Zunahme der kinetischen Energie der einen Kugel der Abnahme der kinetischen Energie der anderen identisch gleich sein, d. h. wir erhalten wieder

$$-\Omega_1 = \Omega_2.$$

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass beide Betrachtungsweisen im Grunde genommen identisch sind.

45. Die erhaltene Gleichung ergibt

$$P = 2p,$$

d. h. die Momentankraft des geraden Stosses zweier unveränderlicher Kugeln ist der Grösse nach gleich der doppelten relativen Bewegungsgrösse jeder Kugel in Bezug auf ihren gemeinschaftlichen Massenmittelpunkt.

46. Die Geschwindigkeiten v' und v_1' der Kugeln nach dem Stosse ergeben sich zu

$$v' = v_0 - \frac{p}{m}$$

$$v_1' = v_0 + \frac{p}{m_1},$$

d. h. also: beim geraden Stoss zweier unveränderlicher Kugeln ändert die relative Geschwindigkeit jeder Kugel in Bezug auf ihren gemeinschaftlichen Massenmittelpunkt ihren Sinn.

47. Für Ω_1 und Ω_2 ergibt sich

$$-\Omega_1 = \Omega_2 = 2pv_0,$$

d. h. die beim geraden Stosse zweier unveränderlicher Kugeln von jeder derselben geleistete Arbeit ist, absolut genommen, gleich dem Product aus der Momentankraft des Stosses in die Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes.

48. In Bezug auf vorstehenden Beweis erlauben wir uns noch folgende Bemerkung. Wir setzen wie alle voraus, dass die beiden unveränderlichen Kugeln im Augenblicke ihrer Berührung einen gegenseitigen momentanen Druck ausüben. In dieser Hinsicht stimmt unsere Betrachtung mit der üblichen Anschauungsweise völlig überein. Im übrigen ist sie, so weit wir beurtheilen können, frei von Hypothesen.

Das Resultat ist also in Kürze folgendes: die Aenderung der Geschwindigkeit unveränderlicher Kugeln beim Stosse hat diejenige Grösse, welche bis jetzt nur für compressible absolut elastische Kugeln angenommen wurde, und das Gesetz der Erhaltung der Kraft wird somit beim Stosse unveränderlicher Kugeln erfüllt.

VI.

Anmerkung.

49. Die Erfüllung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft beim Stosse unveränderlicher Kugeln war a priori vorauszusehen; sie in

Abrede zu stellen ist offenbar nicht mit den Grundprincipien der Mechanik vereinbar. Mögen andere Wissenschaften unveränderliche Systeme ihren Gesichtspunkten gemäss beurtheilen; mögen sie dieselben für unzuverwirklichende Gebilde der Einbildungskraft erklären; mögen sie sogar die Unmöglichkeit ihrer reellen Existenz beweisen; — die rationelle Mechanik hat mit solchem allem nichts zu thun. Für die Mechanik ist das unveränderliche System keine Fiction; für sie ist die Unveränderlichkeit eines Systems bloss eine seiner möglichen Bedingungen. Die rationelle Mechanik hat das Recht, nicht bloss den Stoss unveränderlicher Systeme zu betrachten, sie könnte, wenn beliebig, auch die Frage über den Stoss zweier beliebiger projectivisch veränderlicher Systeme erörtern, welche mit beliebig gewählten Kräften auf einander einwirken. Solche eingebildete Systeme muss die Mechanik nach ihrer Berührung auf Bahnen leiten, die mit ihren Gesetzen in Einklang stehen. Das Recht inconsequent zu sein steht ihr nicht zu. Gleichwie ein materieller Punkt sich unter der Einwirkung einer Kraft nicht senkrecht zu derselben verschiebt, so können auch unveränderliche Systeme die Gesetze der Mechanik nicht verletzen.

Erweist sich aber eine solche Verletzung, so gibt es nur zwei Möglichkeiten, — entweder die Mechanik ist falsch, und zwar in ihren Grundprincipien, oder in die Betrachtungen hat sich ein Fehler eingeschlichen. Und so lange es nicht klar und unwiderleglich bewiesen ist, dass die Verletzung keine scheinbare, sondern eine wirkliche ist; so lange in die Betrachtungen noch der Schatten einer Hypothese eingeht; so lange nicht festgestellt ist, dass der Widerspruch eine natürliche Folge der Grundprincipien der Mechanik ist, ohne jegliche fremde Beimengung erhalten; — so lange dies alles nicht erwiesen ist, fehlt jedem Gedanken, dass die Gesetze der Mechanik Ausnahmen dulden, jegliche Basis.

In ihrer Anwendung auf die Erforschung der Natur kann jede Hypothese, so auch die Hypothese von der wirklichen Existenz unveränderlicher Systeme, zu Widersprüchen führen. Und es beweist dies ihre Unzulänglichkeit, nicht aber ihren Widersinn. Die Mechanik aber kennt nur eine Art Hypothesen — die willkürliche Wahl der Bedingungen eines Systems. Diese Bedingungen können das System zu anderen Bewegungen zwingen, als aus irgend welchen Gründen wünschenswerth ist, — die Bewegungen selbst geschehen aber in unverbrüchlichem Einklang mit den Gesetzen der rationellen Mechanik. Die Annahme aber, unveränderliche, starre Kugeln könnten beim Zusammenstoss beide zum Stillstand kommen, ist nicht bloss unbequem für Zwecke der Naturforschung, — es ist dies eine mechanische Unmöglichkeit.

Solches war der einzige Beweis, den wir anfangs der richtigen Lösung der Frage zu geben vermochten. Und seine Giltigkeit prüften uns die berühmten Worte von Helmholtz: „Wenn sich eine beliebige Zahl beweglicher Massenpunkte nur unter dem Einfluss solcher Kräfte bewegt, welche sie selbst gegen einander ausüben oder welche gegen feste Centren gerichtet sind: so ist die Summe der lebendigen Kräfte aller zusammengenommen zu allen Zeitpunkten dieselbe, in welchen alle Punkte dieselben relativen Lagen gegen einander und gegen die etwa vorhandenen festen Centren einnehmen, wie auch ihre Bahnen und Geschwindigkeiten in der Zwischenzeit gewesen sein mögen."

Andrerseits waren wir uns aber auch dessen völlig klar, dass alles oben Gesagte Gemeinplätze sind, mit denen Alle nicht weniger als wir bekannt, und von deren Richtigkeit Alle, nicht weniger als wir, durchdrungen sind. Wenn also ungeachtet dessen die Wissenschaft sich bei der falschen Lösung beruhigte, so musste sie ihre Gründe haben; und mit dem Ausdruck persönlicher Meinungen, die jedes und aller Eigenthum sind, vorzutreten, hätte keinen Werth gehabt. Wir suchten deshalb den Process des Stosses zu ergründen, von den Principien der rationellen Mechanik ausgehend, und es erwies sich uns der merkwürdige Umstand, dass solches bis jetzt scheinbar nicht versucht war. Die geschichtliche Untersuchung der Frage zeigte uns sodann, dass den Grund hiervon, so weit wir beurtheilen können, die scheinbare elegante Gerundetheit der metaphysischen Hypothese Johann Bernoulle's bildet. Es ist Zeit sich von derselben loszusagen und sich auf den Standpunkt zu stellen, auf welchem — das Gegentheil zu behaupten wäre eine Ungerechtigkeit — der grosse Christian Huyghens aller Wahrscheinlichkeit nach gestanden hat, und, Newton's Worten nach zu urtheilen, mit ihm auch Wren.

VII.

Anmerkung bezüglich der Atomtheorie und der Elasticitätslehre.

50. Die richtige Lösung der Frage vom Stoss unveränderlicher Kugeln erlaubt folgende evidente Bemerkung.

Es wurde angenommen, dass die Vorstellung vom absolut harten, starren, unveränderlichen Atom zu unlöslichem Widerspruch mit dem Gesetz der Erhaltung der Kraft führe. Diese Meinung hatte ihre guten Seiten, — ohne dieselbe wären vielleicht viele schöne klassische Arbeiten nicht erschienen, die durch sie bedingt waren.

Man muss aber, so viel wir beurtheilen können, zugeben, dass genannte Annahme auf einem Missverständnis beruhte. Die Vorstellung vom Atom als starrem unveränderlichem Theilchen, führt nicht bloss zu keinem Conflict mit dem Gesetz der Erhaltung der Energie, sondern sie ist im Gegentheil das einfachste Mittel, die Vorstellung vom Atom mit diesem Gesetz in Einklang zu bringen. Bei allen Erscheinungen, zu deren Erklärung es nöthig war, absolut elastische Atome anzunehmen und hierdurch eine Welt von Hypothesen zu erbauen, in Betreff der Processe, die innerhalb des Atoms vor sich gehen müssen um seine Elasticität bedingen zu können, — genügt es, sich auf die Voraussetzung zu beschränken, dass innerhalb des Atoms gar keine Processe vor sich gehen, d. h. dass es absolut starr und unveränderlich sei.

Auf diese Weise kann eine der principiellen Schwierigkeiten der Atomtheorie, die Frage von der Atomelasticität, so weit wir es wenigstens beurtheilen können, für überwunden erklärt werden.

51. Nicht weniger evident ist ferner folgende Bemerkung.

Das in Betreff des Stosses unveränderlicher Kugeln gewonnene Resultat lässt sich offenbar folgendermaassen auffassen: absolut harte unveränderliche Kugeln zeigen beim Stoss vollkommene Elasticität. Oder mit anderen Worten: der Stoss zweier absolut harter unveränderlicher Kugeln ist der einfachste Fall des vollkommen elastischen Stosses.

Eine solche Auffassung — auf den Stoss zweier starrer unveränderlicher Kugeln als auf die einfachste elastische Erscheinung hinzusehen — hat ihre Bedeutung.

Die Elasticitätstheorie entbehrte bisher eines hinlänglich einfachen Grundelementes, um sich auf demselben aufzubauen.

Die kinetische Gastheorie erklärte die Elasticität der Gase durch Stösse der Gaspartikelchen gegen die Wände, und hierbei kam die „Elasticität“ dieser Theilchen ins Spiel, und es entstand somit eine Erklärung der Elasticität durch Elasticität.

Flüssigkeiten schreibt man streng genommen keine Elasticität zu. Tropfbare Flüssigkeiten sind zwar gegen Compression elastisch, bei sonstigen Deformationen aber vollkommen unelastisch. Wo Erscheinungen auftreten, die den elastischen ähnlich sind, wie in der Capillarität, erklärt man sie durch Oberflächenspannungen oder durch Zähigkeit. Mit andern Worten, wir wollen gesagt haben, die Flüssigkeiten bereiteten der Elasticitätstheorie keine Schwierigkeiten, da sie ausser Betracht blieben.

Die Elasticitätstheorie der festen Körper hat, soweit es sich nicht um elastische Nachwirkung handelt, einen vornehmlich statischen

Charakter. Sie beschränkt sich nothgedrungen auf die Beschreibung der Normal- und Tangentialspannungen, um sodann die bei einer gegebenen Deformation entwickelten Kräfte mit Hilfe experimenteller Coefficienten zu berechnen.

Eine dynamische Theorie der Elasticität fester Körper war principiell unmöglich, denn sie hätte das Eingehen auf den Stoss der Theilchen verlangt; und solches führte entweder zu einem Conflict mit dem Gesetz der Erhaltung der Kraft, oder aber zu endlosen Hypothesen, um die Elasticität der Theilchen zu erklären.

Unlängst hat Sir William Thomson, von Wirbelatomen redend, gesagt (Roy. Inst. of Great Britain, March 1881): „Der Glaube, dass keine andere als eine kinetische Theorie der Materie möglich sei, ist der einzige Grund anzunehmen, dass ein schönes Buch unter dem Titel — ‚Elasticität, eine Art Bewegung' für die Welt in Aussicht stehe."

Bis zu einer vollständig entwickelten dynamischen Theorie der Elasticität hat es noch Zeit; aber ein Ausgangs- und Anhaltspunkt ist gewonnen. Der Stoss zweier starrer unveränderlicher Atome, die bis jetzt für absolut unelastisch galten, — dies ist das einfachste elastische Phänomen. Ihr Abspringen beim Stosse — das ist Elasticität, ein anderes Wort passt nicht. Und es rührt diese Elasticität nicht von einer mysteriösen elastischen Kraft her, sondern beruht auf ihrer Bewegung. Ein Differential der Elasticität ist gewonnen, es bleibt sein Integral aufzustellen.

Eine kinetische Theorie der Elasticität fester Körper hört auf principiell unmöglich zu sein, — sie wird im Gegentheil zur principiellen Nothwendigkeit. Man muss sich an ihre Bearbeitung machen, und die prophetischen Worte Sir William Thomson's müssen in Erfüllung gehen.

VIII.

Im zweiten Theile unserer Schrift beweisen wir den allgemeinen Satz, dass beim Stosse zweier beliebiger unveränderlicher Systeme die Normalcomponente der relativen Geschwindigkeit der Stosspunkte beider Systeme ihr Zeichen ändert, ihre Grösse beibehaltend. Auf Grund dieses Satzes ergibt sich mit grosser Leichtigkeit eine eingehende Kritik und Berichtigung der Abhandlungen von Poinsot über den Stoss, sowie einige Erweiterungen derselben.

Im dritten Theile behandeln wir den Stoss gewöhnlicher Naturkörper, d. h. veränderlicher elastischer Systeme. Es ergibt sich, dass der Vorgang des Stosses solcher Systeme nicht aus zwei gesonderten auf einander folgenden Perioden besteht, und dass keine Aufhebung

der Bewegung und Wiederherstellung derselben durch elastische Kräfte vor sich geht, sondern während der ganzen Zeitdauer des Stosses findet ein und derselbe continuirliche Process statt. Die elastischen Kräfte, wie man sie jetzt auffasst, bedingen durchaus nicht das Abspringen der Körper von einander; sie können hauptsächlich nur die elastischen Vibrationen nach dem Stoss beeinflussen.

Auch ergeben sich Hinweise auf die Reibung. Dieselbe ist nicht als Aeusserung einer besonderen Reibungskraft, sondern als reine Stosserscheinung zwischen unveränderlichen Theilen aufzufassen.

Kiew, Januar 1883.

(II. Theil folgt.)

Die Capillarwage[1]).

Von

Victor v. Lang,

w. M. der kaiserl. Akad.

I.

Seit Jahren zeige ich in meinen Vorlesungen bei der Lehre von der Capillarität das in Fig. 1 abgebildete Instrument. Dasselbe hat eine Aräometer-ähnliche Form, nur ist an der dünnen Spindel oben noch eine leichte Kugel angeblasen. Das Gewicht des Instrumentes ist so regulirt, dass es im Wasser nur bis zum unteren Ende der Spindel einsinkt; taucht man es aber bis etwa zur Mitte der oberen Kugel ein, so kehrt es, langsam losgelassen, nicht mehr in seine ursprüngliche Lage zurück, sondern nimmt jetzt eine Stellung ein, bei der die obere Kugel einige Millimeter ins Wasser taucht. Diese Stellung ist wesentlich von der Grösse der Capillarkräfte abhängig, welche das Instrument abwärts ziehen und so den vermehrten Auftrieb compensiren.

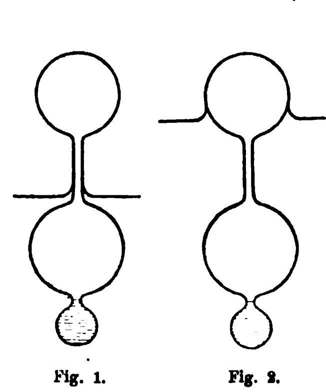


Fig. 1. Fig. 2.

Das Instrument hat also zwei stabile Gleichgewichtslagen und scheint mir sehr geeignet, im Schüler eine richtige Vorstellung über die Grösse der Capillarkräfte zu erwecken. Ich schlage für dasselbe den Namen Capillarwage vor.

Die obere Kugel kann natürlich auch durch eine Halbkugel und ähnliche Formen ersetzt werden, was den Vortheil hat, dass man das

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 87, 1883.

Gewicht des Instrumentes etwa durch Zugiessen von Wasser leicht selbst reguliren kann. Der Versuch gelingt jedoch nicht, wenn man statt der Halbkugel einen mit der Spitze nach unten gekehrten Kegel anwendet.

II.

Dass durch die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit das Gewicht eines eingetauchten Körpers verändert wird, ist natürlich hinreichend bekannt und auch die mathematische Behandlung des Problems ist in aller Allgemeinheit gelöst[1]). Von speciellen Fällen ist aber wohl nur der eines verticalen Cylinders näher untersucht. Es schien mir daher nicht überflüssig, den vorliegenden Fall einer eingetauchten Kugel zu entwickeln, um zu sehen, in wie weit auch hier Beobachtung und Rechnung stimmen. Diese Entwicklung soll gleich an die Darstellung Kirchhoff's anknüpfen und es soll mit 1 die Flüssigkeit, mit 2 die Luft und mit 3 die Kugel bezeichnet werden. Letztere denken wir uns als schwerlos, also etwa an dem Arm einer Wage äquilibrirt; man kann dann leicht auch ein Gewicht P auf die Kugel nach abwärts (positive Richtung der z-Axe) oder nach aufwärts wirken lassen. Durch den horizontalen Theil der Flüssigkeitsoberfläche legen wir die xy-Ebene und wählen den Coordinatenanfangspunkt O vertical unter dem Mittelpunkt C der Kugel; die Linie CO trifft in A den unteren Scheitel der Kugel.

Es sei ferner B ein Punkt der Begrenzungscurve von Kugel und Flüssigkeitsoberfläche und D der Fusspunkt des von B auf die xy-Ebene gefällten Lothes, E aber der Punkt des Radius AC, für welchen $AEB = 90°$. Wir setzen $AC = r$, $EB = \varrho$, $OA = h$, $OE = BD = -k$.

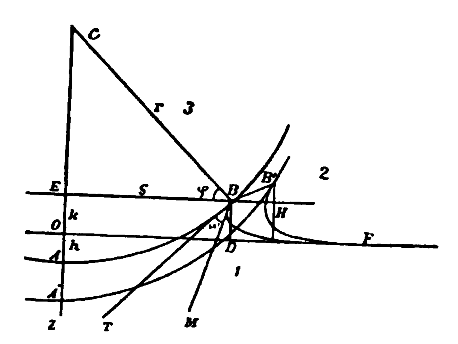


Fig. 3.

Die Oberfläche der Flüssigkeit ist natürlich eine Rotationsfläche, deren Leitlinie durch den Durchschnitt BF der Oberfläche mit der Verticalebene ABC gegeben ist; in dieser Ebene sei BM die Tangente an die Curve BF in B und BT die Tangente an den Kreis in eben diesem Punkte, beide Tangenten nach dem Innern der Flüssigkeit 1 positiv gerechnet. Zur Abkürzung sei $TBM = \omega$, $CBE = TBD = \varphi$.

1) S. G. Kirchhoff, Vorlesungen über mathem. Physik (Leipzig 1876) S. 135.

Um die Gleichgewichtsgleichung zu erhalten, ertheilen wir der Kugel eine kleine Verschiebung dh vertical abwärts. Hierdurch verschiebt sich der Rand der Trennungsfläche zwischen Luft und Flüssigkeit nicht nur im Raume, sondern auch auf der Kugel, so dass B nach B' rückt. Diese Verschiebung der Trennungsfläche wird sich aber nur bis zu einem nicht sehr fernen Punkte F erstrecken. Durch diesen Punkt legen wir eine geschlossene Rotationsfläche und brauchen bloss die Vorgänge innerhalb derselben zu betrachten.

Bei der angegebenen Verschiebung werden aber folgende Arbeiten geleistet:

Erstens. Arbeitsleistung des Gewichtes P gleich Pdh.

Zweitens. Vergrösserung der Oberfläche 31, der eine gleiche Verkleinerung der Oberfläche 23 entspricht. Die Oberfläche 31 ist eine Calotte von der Höhe $h - k$, diese Höhe ändert sich durch die Verschiebung um $dh - dk$, also die Oberfläche um $2\pi r(dh - dk)$, so dass die geleistete Arbeit $(A_{31} - A_{23})\, 2\pi r\, (dh - dk)$ ist.

Drittens. Vergrösserung der Oberfläche 21, derselben entspricht die Arbeitsleistung

$$-A_{21} \int ds_{21} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right) \varepsilon \cos(n_1 \varepsilon) - A_{21} \int dl\, \varepsilon \cos(m\varepsilon).$$

Hierbei ist ε die Verschiebung eines Punktes der Oberfläche, ds_{21} das Element, n die Normale der Oberfläche, letztere nach dem Innern der Flüssigkeit 1 positiv gerechnet; r', r'' sind die beiden Hauptkrümmungshalbmesser; dl ist das Element der Trennungslinie 231 und m diejenige Normale auf das Element dl, welche die Oberfläche 21 tangirend nach dem Innern von 1 gerichtet ist.

Viertens. Arbeit der Schwere. Diese ist gleich

$$-g(\mu_2 - \mu_3)\, dh \int ds_{23} z \cos(n_2 z) - g(\mu_3 - \mu_1)\, dh \int ds_{31} z \cos(n_3 z)$$
$$- g(\mu_1 - \mu_3) \int ds_{12} \varepsilon z \cos(n_1 \varepsilon),$$

wo μ_1, μ_2, μ_3 die Dichten der drei Körper, g die Acceleration der Schwere, und die Bedeutung der übrigen Buchstaben den vorhergehenden analog ist. Ersichtlich ist $\cos n_2 z = -\cos n_3 z$.

Die Summirung dieser vier Posten gibt die gesuchte Gleichgewichtsgleichung

$$\begin{aligned} 0 = Pdh + (A_{31} - A_{23})(dh - dk) - A_{21} \int ds_{21} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right) \varepsilon \cos n_1 \varepsilon - \\ - A_{21} \int dl\, \varepsilon \cos(n\varepsilon) + g(\mu_2 - \mu_3)\, dh \int ds_{23} z \cos(n_3 z) + \qquad (1 \\ + g(\mu_1 - \mu_3)\, dh \int ds_{31} z \cos(n_3 z) - g(\mu_1 - \mu_3) \int ds_{12} \varepsilon z \cos(n_1 \varepsilon). \end{aligned}$$

Die letzte Gleichung, in welcher die Integrale nur bis zur Fläche F auszudehnen sind, vereinfacht sich durch folgende Bemerkungen:

Erstens. Da wir die Niveaufläche der Flüssigkeit zur xy-Ebene gewählt haben, so ist

$$A_{12}\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}\right)+g(\mu-\mu_2)z=0. \tag{2}$$

Zweitens hat man

$$\int dl\varepsilon\cos(m\varepsilon)=\varepsilon\cos(m\varepsilon)\int dl=BB'.\cos MBC.2\varrho\pi=2\pi\varrho.BB'.\cos MBB'.$$

Nennen wir nun H den Punkt, in welchem die Linie EB von der durch B' gezogenen Verticalen getroffen wird und setzen $BB'H=\chi$, so ist

$$\begin{aligned}BB'.\cos MBB' &= BB'.\cos(90^\circ+\varphi-\omega+\chi)\\ &= BB'\sin(\varphi-\omega+\chi)\\ &= -BB'\sin(\varphi-\omega)\cos\chi-BB'\cos(\varphi-\omega)\sin\chi\\ &= -BH\sin(\varphi-\omega)-B'H\cos(\varphi-\omega).\end{aligned}$$

Da ferner

$$\varrho^2=(h-k)2r-h+k,\quad r-h+k=\varrho\tan\varphi, \tag{3}$$

so ist

$$BH=d\varrho=\tan\varphi\,(dh-dk),$$

und da $B'H=-dk$

$$\begin{aligned}\int dl\varepsilon\cos(m\varepsilon) &= -\sin(\varphi-\omega)\tan\varphi\,(dh-dk)+\cos(\varphi-\omega)\,dk\\ &= -\sin(\varphi-\omega)\tan\varphi\,dh-\frac{\cos\omega}{\cos\varphi}\,dk.\end{aligned}$$

Drittens. Setzt man in dem Ausdrucke $\int -ds_{31}z\cos(n_3z)$ für z seinen Werth aus Gleichung $z'=z-k$, wo z' von BE abwärts positiv gerechnet ist, so sieht man, dass derselbe gleich ist dem Volumen der Calotte ABE weniger dem Volumen des Cylinders $BEOD$ und man hat

$$-\int ds_{31}z\cos(n_3z)=\pi(h-k)^2\left(r-\frac{h-k}{3}\right)+\varrho^2\pi k.$$

Viertens. Da wir das Gewicht der Kugel gleich Null gesetzt haben, das Gewicht der Luft und die Capillarkräfte bei der Berührung von Luft und Kugel vernachlässigen, so ist $\mu_3=\mu_2=0$, $A_{23}=0$. Für $g\mu_1$, das specifische Gewicht der Flüssigkeit, setzen wir s und für A_{21}, A_{31} die Buchstaben α und β, so dass man für den Randwinkel zwischen Flüssigkeit und Kugel

$$\cos\omega=\frac{A_{23}-A_{31}}{A_{12}}=\frac{\beta}{\alpha} \tag{4}$$

hat. Durch diese Bemerkungen wird Gleichung 1

$$0=\left[\frac{P}{2\pi}+\alpha\varrho\cos(\varphi-\omega)-\frac{s}{2}\varrho^2k-\frac{s}{2}(h-k)^2\left(r-\frac{k-h}{3}\right)\right]dh-\\ -2\alpha r\cos\varphi\,dk. \tag{5}$$

III.

Eine zweite Beziehung zwischen den Grössen h und k erhält man natürlich aus der oben angegebenen Bedingungsgleichung 2 für die Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche. Wir könnten hier gleich Formel 24 von Kirchhoff, mathem. Physik S. 159, in Anwendung bringen; dieselbe lässt sich jedoch bei gleichem Grade der Annäherung durch eine etwas einfachere ersetzen, so dass wir die Ableitung derselben kurz wiederholen.

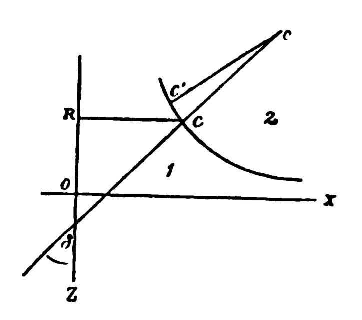


Fig. 4.

Seien C, C' zwei Punkte der Flüssigkeitsoberfläche in der z-Ebene mit den Coordinaten x, $-z$ und $x-dx$, $-z-dz$, und die in diesen Punkten errichteten Normalen, welche auch in der xz-Ebene liegen, sollen sich im Punkte Q schneiden. Die nach dem Innern der Flüssigkeit positiv gezählte Normale in C bilde mit der z-Axe den Winkel δ und R sei ein Punkt auf dieser Axe, für welchen $ORC = 90°$. Dann ist CQ der eine Hauptkrümmungsradius r', die Linie $RC = x$, aber die Projection des zweiten Hauptkrümmungsradius r'' und man hat

$$\frac{1}{r'} = -\frac{d\cos\delta}{dz}, \quad \frac{1}{r''} = \frac{\sin\delta}{x}.$$

Dies in Gleichung 2 gesetzt gibt

$$z = \frac{\alpha}{s}\left(-\frac{d\cos\delta}{dz} + \frac{\sin\delta}{x}\right). \tag{6}$$

Durch Vernachlässigung des zweiten Gliedes erhält man als Näherungswerth für z bekanntlich

$$z = -2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\sin\frac{\delta}{2}, \tag{7}$$

demzufolge

$$\frac{d\cos\delta}{dz} = -\frac{s}{\alpha}z = 2\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\sin\frac{\delta}{2}$$

wird, was in Gleichung 6 gesetzt

$$z = -2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\sin\frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{s}\frac{\sin\delta}{x} \tag{8}$$

gibt.

Wendet man nun diese Formel auf den höchsten Punkt B der Flüssigkeitsoberfläche an, für welchen

$$x = \varrho, \ \delta = 90° + \omega - \varphi,$$

so wird

$$k = -2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\sin\frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{s}\frac{\sin\delta}{\varrho}. \tag{9}$$

Wir setzen nun zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\sin\frac{90^\circ+\omega-\varphi}{2} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\sin\frac{\delta}{2} \\ B &= 2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\cos\frac{90^\circ+\omega-\psi}{2} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{s}}\cos\frac{\delta}{2} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

und finden

$$k = -A + \frac{1}{2}\frac{AB}{\varrho}, \tag{11}$$

was in erster Annäherung

$$k = -A \tag{12}$$

gibt. Durch Differentation der letzten Gleichung findet man

$$dk = \frac{B}{B+2\varrho}\,dh, \tag{13}$$

welche Formel benutzt werden könnte, um noch die Grösse dk in Gleichung 5 durch dh auszudrücken, wodurch dann auch letzteres aus der Gleichung verschwindet.

Beschränken wir uns auf den Fall, wo r gross gegen h und k ist, so ist, wie aus den folgenden Zahlenwerthen sich ergibt, selbst beim Wasser, welches fast die grössten Capillaritätsconstanten aufweist, die Grösse B klein gegen ϱ und daher mit grosser Näherung

$$dk = 0. \tag{14}$$

Hierdurch wird Gleichung 4

$$0 = \frac{P}{2\pi} + \alpha\varrho\cos(\varphi-\omega) - \frac{s}{2}\varrho^2 k - \frac{s}{2}(h-k)^2\left(r - \frac{h-k}{3}\right) \tag{15}$$

oder

$$AB = \varrho k + \frac{(h-k)^2}{\varrho}\left(r - \frac{h-k}{3}\right) - \frac{P}{\varrho\pi s}, \tag{16}$$

und mit Rücksicht auf Gleichung 11

$$A = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{h-k}{\varrho}\right)^2\left(r - \frac{h-k}{3}\right) - \frac{P}{2\pi s\varrho^2}. \tag{17}$$

Die letzte Gleichung gibt, wenn h und k für einen bestimmten Werth von P bekannt sind, die Grösse A; die vorletzte Gleichung gibt dann den Werth von B und die Gleichungen 10 schliesslich die Werthe von α und ω. Sind anderseits die Grössen α und ω gegeben, so berechnet man mit einem angenommenen Näherungswerth von $h-k$ zuerst ω und φ nach den Gleichungen 3, dann A und B nach den Gleichungen 10 und k nach Gleichung 11. Schreibt man nun Gleichung 17 in der Form

$$(h-k)^2 = 3\,\frac{\varrho^2(2A+k) + 3P/\pi s}{2r + \sqrt{r^2-\varrho^2}} \tag{18}$$

und setzt rechts die Näherungswerthe von $\varrho_1 A$ und k, so gibt sie einen genaueren Werth von $h-k$, mit welchem die Rechnung wiederholt werden kann.

IV.

Um zu sehen, wie weit die abgeleiteten Formeln mit der Erfahrung stimmen, wurde an einer Wage statt der einen Schale eine planconvexe Glaslinse gehängt und äquilibrirt. Unter die nach abwärts gekehrte convexe Seite der Linse wurde ein viereckiges Gefäss mit Flüssigkeit gestellt, dessen vordere Seite durch Spiegelglas geschlossen war. Dieses Gefäss, auf einem Dreifuss mit Stellschrauben stehend, konnte durch einen Trieb in der Verticale verstellt werden, so dass, nachdem die Flüssigkeitsoberfläche mit der Linse in Berührung gekommen war, die Zunge der Wage durch weiteres Heben des Gefässes wieder zum Einspielen gebracht werden konnte. Die Längen h und k wurden dann aus einer Entfernung von 220^{cm} mit dem Kathetometer gemessen.

Auf diese Weise wurden für $P=0$ mit ausgekochtem destillirtem Wasser folgende Zahlen gefunden. Am 15. Juni 1882

$$h = 5{,}00, \quad k = -4{,}60^{\text{mm}},$$

dagegen am 17. October bei 18° C.

$$h = 4{,}70, \quad k = -4{,}17.$$

Obwohl beide Beobachtungen mit grosser Sorgfalt angestellt worden waren, so zeigten sie doch eine bedeutende Abweichung von einander, so dass schon hiernach diese Methode zu einer genauen Bestimmung der Capillaritätsconstanten nicht geeignet erscheint. Der ersten Beobachtung entsprechen die Grössen

$$\alpha = 6{,}86, \quad \varphi = 30^\circ 39', \quad \beta = 5{,}90,$$

der zweiten

$$\alpha = 7{,}01, \quad \varphi = 14^\circ 47', \quad \beta = 6{,}78.$$

Quincke fand durch Beobachtungen an Luftblasen in Wasser

$$\alpha = 8{,}415, \quad \varphi = 29^\circ 3', \quad \beta = 7{,}356,$$

welchen Werthen

$$h = 5{,}27, \quad k = -4{,}62$$

entspricht.

Noch schlechtere Resultate ergaben die Beobachtungen an absolutem Alkohole. Es wurde gefunden

	t	s	h	$-k$
22. VI. 1882	20,5° C.	0,795	3,07	3,12
18. X.	18,0	0,798	3,14	3,18

Diesen Zahlen entsprechen nämlich die theilweise unmöglichen Werthe

$$\alpha = 1{,}98, \quad \varphi = -16^\circ 16'$$

und

$$\alpha = 2{,}08, \quad \varphi = -15 \;\; 20,$$

während nach Quincke aus Beobachtungen an Blasen

$$\alpha = 2{,}354, \quad \varphi = 15^\circ 3', \quad \beta = 2{,}273$$

ist, was

$$h = 3{,}38, \quad -k = 3{,}11$$

gibt. Vergleicht man diese berechneten Werthe von h und k mit den beobachteten, so sieht man, dass schon geringe Beobachtungsfehler das Endresultat sehr falsch geben und dass daher diese Methode zur Bestimmung der Capillaritätsconstanten nicht brauchbar ist.

V.

Wir wollen zum Schlusse die vorhergehenden Formeln noch weiter vereinfachen dadurch, dass wir die früher bei der Entwicklung der kleinen Grösse dk eingeführten Vernachlässigungen jetzt in den Formeln für h und k selbst einführen. Dies setzt voraus, dass der Kugelradius r sehr gross, das Gewicht P aber sehr klein oder negativ ist. Unter diesen Umständen sind h und k sehr klein gegen r und dasselbe gilt dann auch von der Grösse $\sqrt{\alpha}$, die ja nach den vorhergehenden Beispielen von derselben Grössenordnung wie k ist. Demzufolge sind aber jetzt auch A und B von derselben Ordnung der Kleinheit und die Vernachlässigung der kleineren Glieder gibt

$$\varrho^2 = (h - k)\, 2r, \quad \cos^2\varphi = 2\,\frac{h-k}{r}, \quad \sin\varphi = 1 - \frac{h-k}{r}$$

$$A^2 = \frac{2\alpha}{s}(1 - \cos\delta) = \frac{2\alpha}{s}(1 + \cos\omega),$$

und der Gleichung 11 zufolge

$$k^2 = A^2 = \frac{2\alpha}{s}(1 + \cos\omega).$$

Die Grösse k ist also bei diesem Grade der Annäherung constant. Gleichung 17 wird ferner:

$$P = \pi s r\,(h^2 - k^2)$$

und gibt für $P = 0$, $h = k$. In der That wird die letzte Relation durch die angeführten Beobachtungen an Wasser und Alkohol nahezu erfüllt.

Die letzte Gleichung lehrt ferner, dass der kleinste Werth von P, d. i. der Werth, für welchen Abreissen der Kugel von der Flüssigkeitsoberfläche eintritt, für $h = 0$ statthat. Dieser Werth selbst ist somit

$$P_0 = -\pi s r k^2 = -\pi r^2 (\alpha + \beta)$$

oder

$$\mu = \frac{\alpha + \beta}{2} = -\frac{P_0}{4\pi r},$$

nach welcher Gleichung das Mittel μ der beiden Capillaritätsconstanten gefunden werden kann.

Ich habe auch in dieser Richtung mit der früher beschriebenen Linse durch allmähliche Belastung der anderen Wagschale Versuche angestellt und mich zuerst davon überzeugt, dass wirklich für den Moment des Abreissens $h = 0$ ist. Wenigstens konnte, so lange dieser Moment nicht eingetreten war, immer noch der Scheitel der Linse unter dem Flüssigkeitsniveau im Fernrohre beobachtet werden. Die für das Abreissen erhaltenen Gewichte sind folgende:

Wasser, $P_0 = 4{,}0^g$, nach längerem Stehen steigt dieser Werth bis $4{,}3^g$. Der ersteren Zahl entspricht $\mu = 6{,}32$ (7,885 nach Quincke).

Alkohol, $P_0 = 1{,}35^g$, woraus $\mu = 2{,}13$ folgt, während nach Quincke $\mu = 2{,}313$ ist. Hier ist die Uebereinstimmung ziemlich gut und ich glaube, dass für Fälle, wo eine angenäherte Kenntnis der Capillarconstanten genügt, diese Methode immerhin verwendbar ist. Beschränkt man sich hierbei auf die Vergleichung zweier Flüssigkeiten mit derselben Kugel, so hat man

$$\mu / \mu' = P_0 / P'_0$$

und wird völlig unabhängig von dem Radius der Kugel. Die letzte Gleichung wird auch noch gelten, wenn der eingetauchte Körper keine vollkommene Kugel ist, so dass für diese Versuche auch Körper genügen, die nur näherungsweise die Gestalt einer Kugel haben. Man kann sich so etwa eines Glaskolbens mit rundem Boden bedienen, der an einer Wage äquilibrirt wird, während die zu untersuchenden Flüssigkeiten in eine Krystallisirschale gegeben werden, die auf einem Statif sich vertical aus freier Hand verschieben lässt.

Ich habe mit einem solchen Kolben von ungefähr $0{,}5^l$ Inhalt die folgenden Werthe von P_0 in Grammen erhalten.

Die mit μ bezeichnete Columne gibt die den Werthen von P_0 entsprechenden Werthe von $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ unter der Annahme, dass für Wasser $\mu = 7{,}885$ ist. Die Columne μ' gibt die berechneten Werthe von $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, wie sie aus den Zahlen der letzten zwei Reihen folgen, welche die von anderen Beobachtern gefundenen Werthe von α und β enthalten.

	s	P_0	μ	μ^1	α	β
Amylen	0,546	0,89	1,88	—	—	—
Alkohol	0,790	1,27	2,68	2,313	2,354	2,273 [1])
Terpentinöl	0,865	1,50	3,17	2,71	3,033	2,398 [2])
CS_2	1,277	1,77	3,74	3,021	3,274	2,768 [2])
Essigsäure	1,040	2,27	4,80	—	—	2,973 [4])
Ammoniak	0,907	3,12	6,60	—	—	—
SH_2O_4	1,838	3,12	6,60	5,583	5,762	5,583 [1])
Salzsäure	1,148	3,42	7,23	7,363	7,658	7,069 [1])
Wasser	1,000	3,73	—	7,885	8,415	7,356 [1])
Quecksilber	—	4,85	10,25	10,25	55,03	—34,53 [3])

Kommen wir noch einmal auf das im Anfange beschriebene Instrument zurück, so sehen wir, dass für dasselbe in Stellung Fig. 2 die Grösse P negativ ist, und gleich dem Gewichtsverluste des Theiles der Spindel, der in Fig. 2 mehr eingetaucht ist als in Fig. 1. Je länger und dicker dieses Stück, desto weniger tief wird die Kugel in Stellung 2 einsinken. Ist das Volumen dieses Theiles der Spindel gleich 2^{ccm} und der Durchmesser der Kugel 50^{mm}, so ist die Stellung 2 bei Wasser nicht mehr zu erreichen, da ja für diese Zahlen beim Wasser Abreissen eintritt. Für Wasser stellt sich übrigens wegen seiner hohen Capillaritätsconstanten die Sache am günstigsten. Man kann diesen Umstand zu folgendem Versuch benutzen. In einem nicht zu engen Cylinder, der nahezu bis zum Rand mit Wasser gefüllt wird, lässt man eine Capillarwage mit nicht zu kurzer Spindel in Stellung 2 schwimmen und giesst dann vorsichtig eine geringe Quantität Alkohol auf das Wasser. Wie der Alkohol das Instrument erreicht, erhebt sich dasselbe alsogleich und kehrt in die Stellung 1 zurück.

1) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 160 (1877) S. 337, 560.
2) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 139 (1870) S. 1.
3) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 105 (1858) S. 1.
4) Wilhelmy, Pogg. Ann. Bd. 120 (1864) S. 44.

Der Thomson-Effect[1].

Von

John Trowbridge und **Charles Bingham Penrose.**

Sir William Thomson[2]) machte die Entdeckung, dass der elektrische Strom beim Durchfliessen eines Metallstückes, dessen Enden verschiedene Temperaturen besitzen, Wärme mit sich führe; die Richtung ist abhängig von der Natur des Metalles und der Richtung des Stromes. Es wurde dies Phänomen unter dem Namen »Thomson-Effect« bekannt. Le Roux[3]) bestätigte hernach Thomson's Resultate und gab eine nicht ganz vollständige Tabelle über diesen Effect in verschiedenen Metallen. Man hat aber bis jetzt keine besondere Sorgfalt darauf verwendet, mit reinen Metallen zu operiren. Wir hielten es daher für angezeigt, mit so reinen Metallen, als sie durch Elektrolyse erhalten werden können, diese Erscheinung zu prüfen. Wir haben ferner die Tabelle von Le Roux durch den Effect im Nickel, welchen Thomson nicht finden konnte, und ebenso in Kohle vervollständigt. Dann bemühten wir uns zu constatiren, ob der Effect umkehrbar ist, und ob er im magnetischen Feld geändert würde.

Ein Nickelstreifen, 45^{cm} lang, 2,6 breit und 2^{mm} dick, wurde mit seiner flachen Oberfläche horizontal gelegt. Die eine Fläche einer Thermosäule wurde, durch eine dünne Glimmerplatte isolirt, auf einen bestimmten Punkt der Oberfläche des Nickels gelegt. Auf die andere Fläche der Thermosäule drückte ein Gewicht. Dieselbe war mit einem Thomson'schen Reflexionsgalvanometer von sechs Ohm Widerstand in Verbindung. Die beiden Enden des Nickelstreifens waren mit einer Batterie von 6 Groves verbunden, wobei die Drähte einen Schlüssel so passirten, dass die Stromrichtung verkehrt werden konnte. Das eine Ende des Nickels wurde auf der Temperatur der umgebenden Luft,

---

1) Uebersetzt aus dem Amer. Journal of Sc. 1882.

2) Phil. Trans. 1856 vol. III p. 661.

3) Ann. de Chim. et Phys. 1867 (4) vol. X p. 258.

15° C., erhalten, das andere mittels eines Bunsenbrenners auf constanter Rothgluth. Das Metall wurde auf diese Weise von 9 Uhr A. M. bis 3 Uhr p. M. erhitzt, bis das Galvanometer anzeigte, dass das Wärmegleichgewicht erreicht sei. Dann wurde die Scala des Galvanometers so verschoben, dass der Lichtfleck auf Null der Scala fiel. Der Strom der 6 Groves wurde hierauf durch je 1 Minute in abwechselnder Richtung geschlossen und die Ablenkungen des Galvanometers alle Viertel-Minuten abgelesen. Jedesmal, bevor der Strom umgeschaltet wurde, unterbrach man denselben eine Zeit lang, damit der Lichtfleck auf Null fallen könne. Die folgende Tabelle gibt die Resultate. Die Colonne $K - W$ gibt die Ablenkungen, wenn der Strom in der Richtung von kalt nach warm hindurch ging. Die kleinen Zahlen geben an, welche Ablenkungen man in jedem Falle zuerst beobachtete.

$K - W$ Ablenkungen, alle 1/4 Minute beobachtet					$W - K$ Ablenkungen, alle 1/4 Minuten beobachtet				
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
4,1	4,2	4,0	4,3	4,4	3,3	4,0	3,6	3,8	4,1
6,3	6,4	6,5	6,4	6,4	5,0	6,2	5,4	5,9	6,0
7,3	7,2	7,5	7,0	7,2	5,8	6,7	6,2	6,5	7,0
7,4	7,6	7,6	7,3	7,7	6,1	7,3	6,5	6,8	7,2

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass ein constanter Strom in der Zeiteinheit mehr Wärme entwickelt, wenn er vom kalten zum warmen Ende des Nickels, als wenn er in umgekehrter Richtung geht. Es ist daher der Thomson-Effect in reinem Nickel negativ, d. h. Wärme wird von einem Strome, der von warm nach kalt geht, absorbirt, und von einem entgegengesetzt fliessenden Strom erzeugt. Obige Resultate werden durch viele ähnliche Experimente, wie man später sehen wird, bestätigt.

Dann versuchten wir zu finden, ob der Thomson-Effect reversibel ist, d. h. ob die von einem Strome längs eines Stückes von der Temperatur t absorbirte Wärme ebenso gross ist wie die von demselben Strome in entgegengesetzter Richtung längs desselben Stückes erzeugte Wärme. Diese Frage ist von grossem Einflusse auf die thermodynamische Theorie der Thermoelektricität.

Es wurde folgende Methode angewendet: Beide Enden des Nickels hatten die Zimmertemperatur von 15° C. und es ging wie früher der Strom von 6 Grove-Elementen hindurch. Die Ablenkungen des Galvanometers wurden alle 1/2 Minuten beobachtet. Sonst war der Apparat genau so eingerichtet wie früher. Colonne I der beistehenden Tabelle gibt die Ablenkungen. Dann wurde das eine Ende des Nickels in schmelzendes Eis gegeben. Nach einer Stunde erreichte es einen Zustand thermischen Gleichgewichtes und nun wurde der Strom der 6 Groves in abwechselnd

entgegengesetzter Richtung hindurchgelassen. Die Ablenkungen sind unter II und III gegeben.

Ziehen wir die Ablenkungen in II und III von denen in I ab, so erhalten wir jenen Werth der Ablenkungen, welcher dem Thomson-Effect entspricht. Es wird auffallen, dass alle Ablenkungen in II kleiner als die in I sind und alle in III grösser als sie eigentlich sein sollten. Die einzigen Ungenauigkeiten bei diesen Bestimmungen entspringen daraus,

I Ablenkungen, alle 1/2 Minut. beobachtet	II $W-K$ Ablenkungen, alle 1/2 Minut. beobachtet	III $K-W$ Ablenkungen, alle 1/2 Minut. beobachtet	II—I	III—I
1,8	1,8	2,0	0,0	0,1
2,6	2,4	2,8	0,2	0,2
2,9	2,65	3,15	0,25	0,25
3,1	2,75	3,25	0,35	0,15

dass wir die Aenderungen des elektrischen Widerstandes im Nickel in Folge der geringen Temperaturänderungen vernachlässigt haben.

Die Zahlen dieser Tabelle sind ersichtlich zu klein, um irgend welche Schlüsse daraus zu ziehen. Sie bestätigen indess die oben erhaltenen Resultate über die Richtung des Thomson-Effectes und scheinen eher für als gegen die Reversibilität des Effectes zu sprechen. Das Experiment wurde mehrere Male wiederholt, doch ohne günstigeren Erfolg.

Ferner wurden dann die Experimente über einen eventuellen Einfluss von Magnetismus auf den Thomson-Effect angestellt. Doch blieben die hier erhaltenen Resultate negativ.

Der Nickelstreifen wurde horizontal, mit seiner flachen Oberfläche senkrecht gegen die Axe eines grossen Elektromagneten aufgestellt, so dass der Streifen zwischen den beiden Polen des Magneten war. Die eine Fläche des Nickels war gegen den einen Pol gepresst, gegen die zweite Fläche lehnte die Thermosäule, während die dritte Fläche im Contacte mit dem anderen Pole war. Wie in den vorhergehenden Versuchen wurde auch hier Glimmer gebraucht, um die Flächen der Thermosäulen zu isoliren. Das Ganze war verkeilt, fest gegen einander gepresst und mit Hilfe von Drähten befestigt, damit durch die Magnetisirung keinerlei Bewegung hervorgebracht würde. Das eine Ende des Nickels wurde durch einen Bunsenbrenner erhitzt, das andere war auf der Lufttemperatur. Es dauerte 6 Stunden, bis der Apparat ein thermisches Gleichgewicht erreichte. Der Elektromagnet war mit 38 frisch zusammengesetzten grossplattigen Chromsäureelementen verbunden. Ein Strom von 8 Grove-Elementen wurde dann durch den Nickelstreifen gesandt,

indem man den Stromkreis des Elektromagneten sowohl öffnete als schloss. Die Ablenkungen des Galvanometers waren in allen Fällen genau dieselben und bewiesen so innerhalb der Grenzen des Versuches, dass der Thomson-Effect unverändert blieb.

Leider konnte die Stärke des magnetischen Feldes nicht genau bestimmt werden, da die Batterien während der Dauer eines Versuches durch 30 Minuten geschlossen blieben. Indess war, wie rohe Versuche ergaben, das magnetische Feld viel stärker als bei einem anderen Experimente, wo dasselbe eine 148fache Stärke der Verticalintensität des Erdmagnetismus hatte.

Eine Bestimmung des relativen Werthes des Thomson-Effectes im Nickel nach der später folgenden Methode gibt natürlich nur angenäherte Werthe. Doch ist der Werth wahrscheinlich ebenso genau als der von Le Roux für andere Metalle angegebene.

Ein Kupferstreifen von ungefähr denselben Dimensionen wie der eben gebrauchte Nickelstreifen wurde genau so verwendet wie der Nickel. Die Thermosäule war durch dieselbe Glimmerplatte von dem Streifen isolirt und auch ebendieselben Gewichte drückten auf die andere Fläche der Säule. Das eine Ende des Streifens wurde durch siedendes Wasser erhitzt, und wenn Temperaturgleichgewicht eingetreten war, betrug die Ablenkung des Galvanometers 35 cm. Ein Strom von vier amalgamirten Grove-Elementen wurde nun abwechselnd in entgegengesetzter Richtung durch den Streifen hindurchgeschickt und die Ablenkungen des Lichtfleckens immer alle Minuten abgelesen. Die Resultate sind in der Tabelle linker Hand gegeben.

K—W Ablenkungen alle Minuten	*W—K* Ablenkungen alle Minuten	Unterschiede der correspondirenden Ablenkungen	*K—W* Ablenkungen alle Minuten	*W—K* Ablenkungen alle Minuten	Unterschiede der correspondirenden Ablenkungen
12,0 $_2$	13,0 $_1$	1,0	14,5 $_1$	13,3 $_2$	1,2
12,3 $_1$	13,1 $_2$	0,8	14,3 $_2$	13,3 $_1$	1,0
12,1 $_1$	13,4 $_2$	1,3	14,3 $_1$	13,4 $_2$	0,9
12,0 $_2$	12,8 $_1$	0,8	14,8 $_2$	13,3 $_1$	1,5
Mittlerer Unterschied = 0,97			Mittlerer Unterschied = 1,15		

Der Nickelstreifen wurde nun an die Stelle des Kupfers gesetzt, wobei im übrigen die Anordnung genau dieselbe blieb. Das eine Ende des Streifen wurde erhitzt und die Thermosäule an eine solche Stelle gebracht, dass das Galvanometer eine Ablenkung von 35 cm ergab.

Derselbe Strom wurde dann hindurch gesandt. Die Resultate stehen in obiger Tabelle rechts. Es sei d das Mittel der Unterschiede in der ersten und d' dasselbe in der zweiten Tabelle, so ist dann d und d' proportional der Temperaturerhöhung des Theiles unter der Thermosäule

in Folge des Thomson-Effectes. Es sei σ der Coefficient des Thomson-Effectes, d. h. σ ist so gross, dass $\sigma d\theta$ die Wärme darstellt, welche von der Einheit des Stromes in der Einheit der Zeit dadurch absorbirt wird, dass derselbe von einer Stelle von der Temperatur $\mathfrak{D}$ zu einer Stelle von der Temperatur $\theta + d\theta$ fliesst. Die in der Einheit des Leiters entwickelte Wärme ist bei Anstieg der Temperatur um $\frac{1}{2} dK$ gleich $\frac{1}{2} KdSD$. Hier ist K eine vom Galvanometer abhängige Constante, S die specifische Wärme und D die Dichtigkeit des Metalls. Nehmen wir an, es sei der Thomson-Effect unter der Säule constant und es repräsentire uns θ und θ' die Temperaturen an den Enden des von der Thermosäule bedeckten Raumes, so haben wir

$$\sigma(\theta - \theta') = K\frac{d}{2} SD$$

und einen ähnlichen Ausdruck für Nickel:

$$\sigma(\theta - \theta') = K\frac{d'}{2} S'D'$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{d'}{d} \cdot \frac{S'}{S} \cdot \frac{D'}{D}. \tag{1}$$

Gleichung 1 gibt den relativen Werth der Coefficienten des Thomson-Effectes bei irgend einer Temperatur θ.

$$S = 0{,}095 \qquad S' = 0{,}108 \qquad D = 8{,}9 \qquad D' = 8{,}3$$
$$d = 0{,}97 \qquad d' = 1{,}15$$
$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 1{,}25 \qquad \sigma' = 1{,}256$$

In Le Roux's Tabellen ist σ gleich 2, woraus folgt $\sigma' = 2{,}50$. σ und σ' sind von entgegengesetzten Zeichen. Führen wir Nickel in die Tabelle von Le Roux ein, so erhalten wir:

+		—	
Sb	64	Fe	31
Cd	31	Bi	31
Zn	11	Arg	25
Ag	6	Pt	18
Cu	2	Ni	2,25
		Al	0,1
		Sn	0,1

Hiernach wurde der Thomson-Effect in Kohle untersucht. Die hierzu verwendete Kohle war Graphit aus einem gewöhnlichen Zimmermannsbleistift. Jene Bleistifte, welche die besten Resultate ergaben, waren die von Faber.

Zunächst wurde versucht die Richtung des Thomson-Effectes in derselben Weise wie beim Nickel zu bestimmen, indem man eine Seite der Thermosäule auf die Oberfläche der Kohle auflegte; die beiden Enden

der Kohle wurden auf constanter Temperatur erhalten und der elektrische Strom abwechselnd nach entgegengesetzter Richtung hindurchgeschickt. Diese Methode war unbrauchbar, weil sich herausstellte, dass ein einziges Grove-Element die Kohle so sehr erhitzte, dass der Lichtfleck aus der Galvanometerscala hinausgeschleudert wurde; es ist daher unmöglich genau das Verhältnis anzugeben, in dem solch ein Ausschlag anwächst.

Dann wurde die Methode von Le Roux versucht, der zwei Kohlenstreifen so verwendete, dass je eine Seite der Thermosäule mit einem solchen in Contact war. Diese Methode verdoppelt nicht nur den Ausschlag in Folge des Thomson-Effectes, sie vermindert auch ganz ungemein jenen Ausschlag, welcher durch die Wärme in Folge des elektrischen Widerstandes der Kohle verursacht wird. Es müssen letztere Ablenkungen selbstverständlich ganz verschwinden, wenn die beiden Kohlenstreifen in allen ihren physikalischen Eigenschaften genau dieselben sind und wenn die Berührung der Thermosäule auf beiden Seiten in genau der gleichen Weise erfolgt.

Zwei Zimmermannsbleistifte wurden der Länge nach gespalten, wobei man den Stift zur Hälfte im Holz liess. Sie wurden dann parallel fest gegen je eine Seite einer Thermosäule gebunden und von dieser durch dünne Glimmerplättchen isolirt. Besondere Sorgfalt wurde darauf verwendet, die Kohlen so zu befestigen, dass durch den Hindurchgang des Stromes keinerlei Bewegung verursacht werden konnte. Die Bleistifte wurden senkrecht aufgestellt, mit ihren unteren Enden in zwei Gefässe von Quecksilber, welche von schmelzendem Eise umgeben waren; die oberen Enden hatten die Temperatur der umgebenden Luft. Die oberen Enden waren elektrisch leitend verbunden und in die Gefässe mit Quecksilber wurden die Pole einer Batterie von 3 Grove-Elementen eingeführt. Die Thermosäule war mit einem Reflexionsgalvanometer von 6 Ohm Widerstand verbunden.

Hatte dies System einen Gleichgewichtszustand erreicht, so wurde der Strom hindurchgeschickt und die Beobachtungen gemacht. Die Quecksilbergefässe und die entsprechenden Bleistifte sind mit „*a*“ und „*b*“ bezeichnet. Der Strom tritt abwechselnd in „*a*“ und in „*b*“ ein; die Ablenkungen am Galvanometer wurden immer alle halbe Minuten abgelesen. Die Ablenkungen zeigten, dass der Bleistift „*a*“ wärmer war als „*b*“, dass aber die Temperaturunterschiede in dem einen Falle grösser waren als in dem anderen.

Die folgende Tabelle gibt die Resultate zweier Beobachtungsreihen. Die kleinen Zahlen oben zeigen an, welche Reihe jedes Paares zuerst genommen wurde.

Erste Versuchsreihe

Stromeintritt bei „a“	Stromeintritt bei „b“	Unterschied
21,0 [2]	20,8 [1]	0,2
34,5	32,4	2,1
21,2 [2]	21,0 [1]	0,2
34,5	33,0	1,5
21,4 [2]	20,6 [1]	0,8
34,3	32,8	1,5
21,7 [2]	21,6 [1]	0,1
36,0	34,3	1,7
42,4	40,0	2,4
23,0 [2]	21,7 [1]	1,3
38,2	35,0	3,2
45,5	41,2	4,3
23,5	23,0 [1]	0,5
39,0	37,0	2,0
45,8	43,8	2,0

Zweite Versuchsreihe

Stromeintritt bei „a“	Stromeintritt bei „b“	Unterschied
20,8 [1]	20,2 [2]	0,6
34,7	32,8	1,9
19,5 [1]	18,2 [2]	1,3
31,0	29,3	1,7
37,0	34,2	2,8
19,8 [1]	18,0 [2]	1,8
31,8	29,2	2,6
37,3	34,0	3,3
20,0 [1]	18,8 [2]	1,2
32,6	30,4	2,2
38,7	65,7	3,0
21,0 [1]	19,8 [2]	1,2
33,8	31,3	2,5
30,8	36,3	3,5
20,0 [1]	19,0 [2]	1,0
32,2	29,8	2,4
37,4	34,3	3,1

Aus dieser Tabelle ersieht man, dass der Thomson-Effect in gewöhnlichem Graphit negativ ist, d. h. es wird ersichtlich Wärme entwickelt, wenn der Strom von kalt nach warm geht, oder der negative Strom führt Wärme mit sich. Die Unterschiede in der letzten Reihe sind ersichtlich dem Thomson-Effect proportional unter der Annahme, dass der Effect umkehrbar ist. Es wird also aus der Tabelle ersichtlich, dass der Effect wächst, wenn die Temperatur wächst, was mit Tait's Annahme übereinstimmt.

Diese Versuche wurden mit dem Graphit von anderen Bleistiftsorten wiederholt, in keinem Falle jedoch ist der Effect annähernd so markant wie bei den Faberstiften. Aber auch in diesem Falle mussten viele Versuche gemacht werden, bevor zufriedenstellende Resultate erlangt wurden.

Die Gleichungen, welche den thermischen Zustand eines Streifens angeben, der als Wärme- und Elektricitätsleiter dient, können in folgender

Weise abgeleitet werden. Es sei das eine Ende des Stabes stets auf einer constanten Temperatur, das andere Ende habe die Temperatur der umgebenden Luft und der elektrische Strom sei als constant angenommen. Der Einfachheit wegen wollen wir auch annehmen, dass der specifische elektrische Widerstand des Stabes durchaus constant ist, d. h. dass er unabhängig ist von den kleinen Unterschieden der Temperatur.

Die Wärmemenge, welche ein Strom in der Zeit δt in einem Abschnitte des Stabes Sdx — S ist der Querschnitt — entwickelt, wird dargestellt durch

$$H = J^2 RS\delta x\delta t. \tag{I}$$

x ist die Distanz des Abschnittes vom erwärmten Ende. Wenn wir annehmen, dass die Wärmeleitungsfähigkeit durch den geringen Temperaturanstieg in Folge des elektrischen Stromes unbeeinflusst bleibt, so kann man leicht sehen, dass der Wärmefluss in Folge der Leitung durch den Strom unbeeinflusst bleibt. Wir können annehmen, dass die vom Strome entwickelte Wärme zum Theile dazu verbraucht wurde, die Temperatur des Abschnittes Sdx zu erhöhen und dass der Rest durch Strahlung der Oberfläche verloren geht.

Der Thomson-Effect ist dabei vorsätzlich vernachlässigt.

Wir nehmen an, der Stab habe in Bezug auf das Wärmeleitungsvermögen einen dauernden Zustand erreicht, bevor der Strom hindurchgeht. Es sei θ die Temperatur des Stababschnittes bevor der Strom hindurchgeht. Es sei h die äussere Wärmeleitungsfähigkeit oder die Abkühlungsgeschwindigkeit.

Es sei p der Temperaturanstieg über θ, wenn der Strom hindurch geht.

Nehmen wir Newton's Abkühlungsgesetz an, so ist die in Folge des Temperaturanstieges p ausgestrahlte Wärme proportional dem ph, und die vom Abschnitte des Stabes in der Zeit δt in Folge derselben Ursache ausgestrahlte Wärme ist

$$H_1 = phl\delta x \,.\, \delta t. \tag{II}$$

= Umfang des Stabes.

In der Zeit δt wird der Temperaturanwuchs p zu $p + \delta p$ und die durch diesen Zuwachs in unserem Abschnitte entwickelte Wärme ist

$$H_2 = CSD\delta x \,.\, \delta p. \tag{III}$$

Da wir sehen, dass die Wärme des Stromes nur auf den unter II und III angegebenen Wegen verwendet wird, so haben wir

$$H = H_1 + H_2. \tag{IV}$$

Betrachten wir nun den Einfluss des Thomson-Effectes, so müssen wir einfach hinzufügen, dass eine gewisse Wärmemenge durch den Strom im Abschnitte Sdx absorbirt oder entwickelt wird, welche von der durch I_2R repräsentirten verschieden ist.

Ist σ der Coefficient des Thomson-Effectes, so ist die in Folge dieses Effectes während der Zeit δt absorbirte oder entwickelte Wärme

$$H_3 = J\sigma\delta\theta\delta t. \tag{V}$$

Der Effect ist dem Strom proportional und σ ist so definirt, dass $\sigma\delta\Theta$ die von der Einheit des Stromes in der Einheit der Zeit absorbirte oder entwickelte Wärme angibt, wenn der Strom von einem Punkte von der Temperatur θ zu einem von $\theta + \delta\theta$ fliesst. Führen wir diesen Effect in IV ein, so ist

$$H = H_1 + H_2 + H_3. \tag{VI}$$

Als gesammter Wärmeüberschuss in Folge des elektrischen Stromes können wir diese Mengen zusammenfassen. Nach Einsetzung der Werthe I, II, III, V in VI und Transformation erhalten wir

$$plh\delta x\delta t = J^2RS\delta x\,.\,\delta t - CSD\delta x\,.\,\delta p - J\sigma\delta\theta\,.\,\delta t$$

und

$$phl = J^2RS - CSD\frac{\delta p}{\delta t} - J\sigma\frac{\delta\theta}{\delta x}$$

und dann

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{CSD}\left(J^2RS - phl - J\sigma\frac{d\theta}{dx}\right). \tag{VII}$$

Diese Gleichung gibt an, in welchem Verhältnisse die Temperatur ansteigt, wenn der Strom durchgeht, und kann angenähert auf die vorstehenden Versuche angewendet werden.

Wird die Temperatur des Stabes constant, so ist

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

und VII wird zu

$$J^2RS - phl - J\sigma\frac{d\theta}{dx} = 0$$

oder

$$p = \left(J^2RS - J\sigma\frac{d\theta}{dx}\right)\frac{1}{hl}. \tag{VIII}$$

Dies ist der Temperaturzuwachs in Folge des Stromes bei erreichtem Wärmegleichgewicht des Stabes.

Die Werthe in VIII sind mit Ausnahme von σ und h leicht bestimmt. Der Differentialcoefficient $\frac{d\theta}{dx}$ — das Verhältnis der Temperaturänderung längs des Stabes in Folge der Wärmeleitung — kann leicht durch das Experiment oder, wie im Falle eines unendlich langen quadratischen Stabes, durch Analysis bestimmt werden:

$$\theta = a\mathfrak{S}^{-kx} \text{ und } \frac{d\theta}{dx} = -ak\mathfrak{S}^{-kx}.$$

Wenn auch p leicht bestimmt werden kann, so kann man die Gleichung dazu verwenden um σ zu bestimmen

$$\sigma = \frac{J^2RS - phl}{J\frac{d\theta}{dx}}. \qquad \text{(IX}$$

Wenn Tait's Annahme, dass $\sigma = MT$ ist, wo M eine Constante und T die absolute Temperatur darstellt, wahr ist, so können wir für zwei Punkte des Stabes, deren Temperatur bekannt ist, σ erhalten, h aus den beiden Gleichungen eliminiren und so M erhalten. Wenn wir dann mit zwei anderen Punkten dieselbe Operation durchführen, so bekommen wir einen zweiten Werth für M und können so Tait's Annahme prüfen, ob dieser neue Werth ebenso gross ist wie der alte.

Fehlerquellen bei den vorstehenden Betrachtungen liegen in der Annahme des Newton'schen Abkühlungsgesetzes, in der Vernachlässigung der Aenderung des elektrischen Widerstandes in Folge der Temperaturänderungen und zum Theil in der Vernachlässigung der Aenderung des Wärmeleitungsvermögens aus denselben Gründen.

Peltier- und Thomson-Effect[1]).

Von

Charles Bingham Penrose.

In Betreff der Ursache der Thermoelektricität gibt es zwei Theorien. Die durch Le Roux, Clausius und die meisten französischen Physiker vertretene nimmt an, dass die Wärmewirkungen, welche einen Strom erzeugen, nur an den Vereinigungsstellen stattfinden. Die durch Sir William Thomson, Tait und Maxwell vertretene Theorie hingegen nimmt an, dass die Wärmewirkungen, welche den Strom erzeugen, nicht allein an den Vereinigungsstellen, sondern längs des ganzen Metalles stattfinden.

Es sei π und π' die — in dynamischen Aequivalenten gemessene — Wärme, welche in der Einheit der Zeit durch die Einheit des Stromes an der warmen, resp. kalten Vereinigungsstelle absorbirt, resp. entwickelt wird. Es sei dann E die elektromotorische Kraft einer Batterie, welche einen Strom J in der Richtung erzeugt, dass Wärme an der warmen Löthstelle verschwindet. Ist dann R der Gesammtwiderstand des ganzen Stromkreises, so haben wir nach dem Gesetze von Joule und dem ersten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie

$$EJ + \pi J - \pi' J = RJ^2. \quad (1$$

Dabei ist angenommen, dass alle Energie des Stromes sich in Wärme umsetzt. Es folgt:

$$J = \frac{E + \pi - \pi'}{R}. \quad (2$$

Es scheint dann, weil die Absorption der Wärme an der heissen Vereinigungsstelle die Wärmeentwicklung an der kalten übersteigt, eine elektromotorische Kraft $\pi - \pi'$ zu entstehen, welche den Strom in solcher Richtung vorwärts zu treiben sucht, dass an der heissen Löthstelle Wärme

1) Uebersetzt aus den „Proc. of the American Akad. of Sc. and Arts" 1882.

absorbirt wird. Wir können annehmen und wollen dies in Zukunft auch immer thun, dass $E = 0$, und dann wird der Strom allein durch die elektromotorische Kraft $\pi - \pi'$ erhalten werden.

Wenden wir nun den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie an. »Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes ist von mehr hypothetischer Natur. Gleichwohl aber scheint die Annahme eine vernünftige zu sein, dass das Peltier'sche Phänomen und andere Wärmeeffecte, welche mit der ersten Potenz der Stromstärke sich ändern, dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie unterliegen.«

Dieses Gesetz gibt:

$$\frac{\pi J}{\Theta} - \frac{\pi^1 J}{\Theta^1} = 0.$$

Θ und Θ' sind die absoluten Temperaturen der heissen und kalten Vereinigungsstellen.

Dann folgt

$$\frac{\pi}{\Theta} = \frac{\pi'}{\Theta} \tag{3}$$

und

$$\pi = C\Theta.$$

C ist eine Constante, welche einzig von der Natur des Metalles abhängt.

In Uebereinstimmung damit ist die elektromotorische Kraft im Stromkreise $= C(\Theta - \Theta')$ proportional der Temperaturdifferenz der Berührungsstellen.

»Nun ist aber dieser Schluss vollständig unvereinbar mit dem Vorhandensein einer thermoelektrischen Inversion. Wir müssen daher entweder die Anwendung des zweiten Hauptsatzes nicht zugeben oder sonst nach anderen umkehrbaren Wärmewirkungen ausser denen von Peltier suchen.« Dies ist im wesentlichen die Ueberlegung, welche Thomson zur Entdeckung des Thomson-Effectes führte. Bevor wir Thomson's Schluss untersuchen, wird es besser sein die Formeln zu betrachten, welche man daraus ableitet.

Nehmen wir an, wir hätten einen Kreis von zwei Metallen. Es sei die Wärme, welche in Folge des Thomson-Effectes beim Uebergange von einem Punkte mit der Temperatur Θ zu einem Punkte mit der Temperatur $\Theta + d\Theta$ absorbirt wird, in dem einen Metalle für die Einheit des Stromes und die Einheit der Zeit gleich $\sigma_1 d\Theta$. Es sei dann $\sigma_2 d\Theta$ der entsprechende Ausdruck für das andere Metall. σ_1 und σ_2 sind Functionen der Temperatur. Sie hängen ab von der Natur der Metalle, sind aber unabhängig von der Form und der Grösse der Abschnitte der Leiter. Diese Wirkungen sind der ersten Potenz der Stromstärke proportional.

In Folge des ersten Satzes der mechanischen Wärmetheorie ist

$$EJ + \pi J - \pi' J + J\int_{\Theta'}^{\Theta} (\sigma_1 - \sigma_2)\, d\Theta = RJ', \tag{a}$$

woraus folgt:

$$J = \frac{E + \pi - \pi' + \int_{\Theta'}^{\Theta} (\sigma_1 - \sigma_2)\, d\Theta}{R}. \qquad (\beta$$

Ist $E = 0$, so haben wir für die elektromotorische Kraft des Thermostromes in Folge desselben Schlusses wie zuvor:

$$e = \pi - \pi' + \int_{\Theta'}^{\Theta} (\sigma_1 - \sigma_2)\, d\Theta. \qquad (\gamma$$

Der zweite Satz der mechanischen Wärmetheorie gibt

$$0 = \frac{\pi}{\Theta} - \frac{\pi'}{\Theta'} + \int_{\Theta'}^{\Theta} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Theta}\right) d\Theta. \qquad (\delta$$

Durch Differentiation:

$$\frac{d}{d\Theta}\left(\frac{\pi}{\Theta}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Theta} = 0 \qquad (\eta$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Theta} = -\frac{d}{d\Theta}\left(\frac{\pi}{\Theta}\right)$$

und nach Ausführung der Differentiation

$$= \frac{\Theta \frac{d\pi}{d\Theta} - \pi}{\Theta^2}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = -\frac{d\pi}{d\Theta} + \frac{\pi}{\Theta}.$$

Eingesetzt in Gl. γ

$$e = \pi - \pi' - \int_{\Theta'}^{\Theta} \left(\frac{d\pi}{d\Theta} - \frac{\pi}{\Theta}\right) d\Theta$$

$$= \pi - \pi' - (\pi - \pi') + \int_{\Theta'}^{\Theta} \frac{\pi}{\Theta}\, d\Theta$$

$$e = \int_{\Theta'}^{\Theta} \frac{\pi}{\Theta}\, d\Theta \qquad (\xi$$

oder

$$e = -\int\int \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Theta} \qquad (\omega$$

aus Gl. η.

Ist nun, wie Tait annimmt, σ proportional der ersten Potenz der absoluten Temperatur, $\sigma = k\Theta$, so wird Gleichung ω

$$e = -[k\Theta^2 + k'\Theta + k''],$$

d. h. die thermoelektrische Curve ist eine Parabel.

Die Hauptzüge des eben Gesagten sind aus der British Encyclopaedia genommen. Maxwell's Ausführungen sind im wesentlichen dieselben (§§ 249—251 Vol. 1 Maxwell's Electricity and Magnetism).

Geht kein Strom einer äusseren Batterie hindurch, so wird Gl. 2

$$J = \frac{\pi - \pi'}{R}.$$

Es sei

$$\pi - \pi' = \mathfrak{S} \qquad J = \frac{\mathfrak{S}}{R}.$$

In anderen Worten heisst das, dass die Wärme $\mathfrak{S}$ (der Wärmebetrag, um welchen die in der Einheit der Zeit von der Einheit des Stromes beim Durchströmen der heissen Berührungsstelle absorbirte Wärme die an der kalten Berührungsstelle entwickelte Wärme übertrifft) hinreichend ist, um einen Strom von der Stärke J zu erzeugen.

Wenn nun ein Strom von einer äusseren Wärmequelle durch den Stromkreis in derselben Richtung wie J hindurchgeht, so verschwindet ein Theil der Wärme $\mathfrak{S}C$, (C ist die Stärke des äusseren Stromes): was geschieht mit dieser Wärme? Ein bestimmter Theil der Energie verschwindet: was ist ihr Aequivalent?

Wenn die Wärme $\mathfrak{S}$ hinreichte einen Strom von der Stärke J zu erzeugen, so wird die Wärme $\mathfrak{S}C$ stark genug sein, um einen Cmal so starken Strom, d. h. einen Strom von der Stärke CJ zu erzeugen.

Wenn der Strom C durch den Stromkreis hindurchgeht, so würden wir dann erwarten, ihn durch den Strom CJ vergrössert (oder verkleinert) zu finden — dem Aequivalente des durch C absorbirten Wärmetheiles. Wenn dann ein äusserer Strom durch ein thermoelektrisches Element hindurchgeht, so würden wir als Gesammtstrom des Stromkreises erwarten $C + J \pm CJ$; d. h. der resultirende Strom wäre viel grösser (oder kleiner) als $C + J$.

In verschiedenen Experimenten jedoch zeigte sich stets, dass der resultirende Strom die Grösse $C + J$ eben erreichte.

Wenn nun der Peltier-Effect Ursache der thermoelektrischen Ströme ist, dann würde genug Wärme verschwinden, um einen Cmal so starken Strom als den thermoelektrischen Strom selbst zu erzeugen; Experimente jedoch zeigen, dass der thermoelektrische Strom noch wahrnehmbar ist, jener andere Strom jedoch nicht. Wir müssen daher schliessen, dass dieser Strom, welcher einem Wärmebetrag $\mathfrak{S}C$ äquivalent ist, nicht $\mathfrak{S}C$mal so gross ist als der thermoelektrische Strom selbst; und es kann daher der thermoelektrische Strom selbst nicht das Aequivalent des Wärmebetrages $\mathfrak{S}$ sein. Es kann, mit anderen Worten, der Peltier-Effect nicht Ursache der thermoelektrischen Ströme sein.

Es wurde ein erfolgloser Versuch gemacht, um zu zeigen, dass der Peltier-Effect nicht gross genug ist, um thermoelektrische Ströme hervorzubringen. Die Ursache des Misslingens lag darin, dass die absorbirte

Wärme eine zu einer Messung zu geringe Grösse hatte. Das Princip dieses Versuches ist folgendes:

Man bringe die thermoelektrischen Verbindungsstellen in ein Gefäss mit Quecksilber; nachdem das Quecksilber auf eine bestimmte Temperatur erhitzt wurde, lässt man dasselbe sich abkühlen, wobei die Leitung geöffnet ist, so dass kein Strom durch dieselbe fliessen kann. An einem Thermometer im Quecksilber lese man zu bestimmten Zeiten die Temperaturen ab und construire eine Curve, deren zusammengehörende Ordinaten und Abscissen Temperaturen und Zeit darstellen. Ferner verzeichne man die analoge Curve, wenn der thermoelektrische Strom hindurchgeht. Diesen Strom leite man durch ein Galvanometer und beobachte die Ablenkung im Galvanometer ein jedes Mal, wenn eine Temperaturablesung gemacht wird. Dies gibt eine dritte Curve, welche für jede Zeit den thermoelektrischen Strom in seiner Abhängigkeit von den Temperaturen der zweiten Curve ergibt. Schliesslich sende man den Strom von der Stärke J aus irgend einer äusseren Stromquelle durch die Verbindungsstellen in derselben Richtung, welche der thermoelektrische Strom einhält und gewinnt so eine vierte Curve, welche den Temperaturabfall für diesen Fall ergibt.

Sind die Gleichungen aller dieser Curven bekannt, so kann man aus den beiden ersten das Verhältnis bestimmen, in welchem Wärme von irgend einem beliebig starken durch die dritte Curve gegebenen thermoelektrischen Strom absorbirt wird. Es sei h diese Wärme, welche in der Einheit der Zeit durch diesen thermoelektrischen Strom von der Stärke i absorbirt werde. Aus der ersten und vierten Curve können wir dann die Wärmemenge H bestimmen, welche in der Einheit der Zeit von dem Batteriestrom J absorbirt wird.

Ist nun die Wärme H wirklich die durch den Peltier-Effect absorbirte Wärme, so haben wir, da die Wärme des Peltier-Effectes einfach proportional der Stromstärke ist:

$$h : H = i : J. \tag{4}$$

Ist aber, wie ich angenommen, h viel grösser als die durch den Peltier-Effect absorbirte Wärme, dann würde obige Gleichung nicht befriedigt.

Das benutzte Thermoelement bestand aus Neusilber und Eisen. Die warmen Verbindungsstellen waren in Form eines Ringes gebogen und in ein kleines Gefäss mit Quecksilber gebracht, so dass die Thermometerkugel in die Mitte des Ringes zu liegen kam. Die beiden ersten Curven jedoch waren identisch, obgleich Neusilber und Eisen eines der stärksten Thermoelemente bilden. Das Thermometer fiel in genau derselben Weise, ob der Strom hindurchging oder nicht.

Indess haben wir den Thomson-Effect noch nicht betrachtet. Es gilt aber der für den Peltier-Effect angewendete Schluss auch hier.

Aus Gleichung γ ersah man, dass der thermoelektrische Strom selbst proportional ist dem Werthe

$$\pi - \pi' + \int_{\Theta'}^{\Theta} (\sigma_1 - \sigma_2)\, d\theta.$$

Es sei

$$\int_{\Theta'}^{\Theta} (\sigma_1 - \sigma_2)\, d\theta = S.$$

Dann ist dieser Strom proportional dem Werthe $\mathfrak{S} + S$. Das heisst: $\mathfrak{S} + S$ ist alle Wärme, welche in dem Stromkreise in der Einheit der Zeit von der Stromeinheit absorbirt wird.

Lassen wir nun durch den Stromkreis einen äusseren Strom von der Stärke C gehen, so ist die absorbirte Gesammtwärme $(\mathfrak{S} + S)\, C$.

Diese Wärme würde hinreichen, um einen Cmal so starken Strom als es der Thermostrom selbst ist, zu erzeugen, wenn der Thermostrom selbst eine Folge der Wärme $\mathfrak{S} + S$ ist.

Ist J die Stärke des thermoelektrischen Stromes, so würden wir als Gesammtstrom im Stromkreise erwarten:

$$C + J \pm CJ.$$

Experimente jedoch zeigen, dass der Gesammtstrom genau gleich ist dem Werthe $C + J$. Wir müssen daher schliessen, dass der einer Wärme $(\mathfrak{S} + S)\, C$ entsprechende Strom nicht Cmal so gross ist als der einer Wärme $\mathfrak{S} + S$ entsprechende thermoelektrische Strom.

Alle Versuche, welche man über den Peltier- und Thomson-Effect anstellte, wurden gemacht, wenn diese Phänomene als Resultat des Stromes erschienen, nicht wenn sie dessen Ursache waren. Die durch den thermoelektrischen Strom selbst absorbirte Wärme wurde nie gemessen. Alle Messungen von Wärmewirkungen wurden gemacht, indem man einen äusseren Strom durch den Stromkreis schickte. Die Wärmewirkungen des elektrischen Stromes selbst sind zu gering, um gemessen zu werden. Wir haben jedoch kein Recht a priori anzunehmen, dass die an der warmen Löthstelle eines Thermoelementes durch Production eines thermoelektrischen Stromes absorbirte Wärme einzig eine Folge des Peltier-Effectes sei. Hätte in jenem Experimente, welches ich versuchte, h der Gleichung 4 genügt, dann wäre die Wärme in Folge des Peltierphänomens die einzige Wärme gewesen, welche durch den Thermostrom an der heissen Löthstelle absorbirt wurde. Da jedoch dieses Experiment misslungen, so ist kein Grund für diese Annahme. Es ist daher nicht erstaunlich, dass die Gleichungen 1, 2 und 3, welche auf der Annahme beruhen, dass der Peltier-Effect der einzige Wärmeeffect an der heissen Löthstelle ist, welcher den thermoelektrischen Strom hervorbringt, Resultate ergeben, welche mit den Versuchen nicht übereinstimmen.

Es scheint der Thomson-Effect noch viel mehr als der Peltier-Effect ein Resultat, nicht aber eine Ursache des Stromes zu sein.

Alle Versuche über den Thomson-Effect wurden in der Weise gemacht, dass man einen starken Strom durch einen Metallstab, dessen Enden auf verschiedenen Temperaturen sich befanden, hindurchschickte. Es zeigte sich dann, dass die Temperatur an bestimmten Punkten der Stange verschieden ist, je nachdem ein Strom hindurch geht oder nicht. In einigen Metallen steigt die Temperatur, in anderen fällt sie, wenn der Strom vom heissen zum kalten Ende der Stange geht. Thomson schrieb dies der Thatsache zu, dass der Strom dadurch, dass er von heissen zu kalten Stellen fliesst, in einigen Metallen Wärme entwickle, in anderen absorbire. Und der Unterschied der im einen Metalle absorbirten und im anderen Metalle entwickelten Wärme wäre, so schloss er, eine der Ursachen der thermoelektrischen Ströme.

Eine andere Erklärung besteht darin, dass der elektrische Strom die Wärmeleitungsfähigkeit des Metalles ändere, indem er dieselbe in einigen Metallen vergrössert, in anderen verkleinert.

Es ist wohl bekannt, dass der elektrische Strom die physikalischen Eigenschaften der Metalle, durch welche er fliesst, verändert. Er ändert ihre Cohäsion, in einigen Fällen vergrössernd, in anderen verkleinernd. Auch die Elasticität der Metalle wird durch den Einfluss des elektrischen Stromes verändert. Was ist glaubwürdiger als dass auch die Wärmeleitungsfähigkeit geändert wird.

Gegen die von Thomson aufgestellten Ansichten sind eine Menge Einwürfe zu machen. Die Zahlen, welche den Thomson-Effect ausdrücken, zeigen keinerlei ersichtliche Beziehung zu den thermoelektrischen Strömen; und überdies ist der Effect zu klein, um auch nur den kleinsten thermoelektrischen Strom hervorzubringen.

Die Thatsache, dass die aus der Thomson'schen Hypothese abgeleiteten Formeln mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen, ist von geringer Bedeutung. Die experimentell bestimmten thermoelektrischen Curven sind annähernd Parabeln. Und auch Thomson's Gleichung ist also die einer Parabel. Aber jede Theorie, welche auf der Voraussetzung fusst, dass Wärmeeffecte der Stromstärke proportional sind, wird die Gleichung einer Parabel ergeben.

Es wurde erwähnt, dass der Strom $(\mathfrak{S} + S)C$ unmerklich sei. In den wenigen Experimenten, welche gemacht wurden, war der Strom C sehr klein, nicht viel grösser als der thermoelektrische Strom J, welchen ein Element von Neusilber und Eisen lieferte. Der Widerstand des Stromkreises war gegen 200 Ohms. Es könnte daher der dem sehr kleinen Wärmebetrage $(\mathfrak{S} + S)C$ äquivalente Strom leicht keinerlei sichtbaren Effect erzeugt haben.

Ich habe zu zeigen versucht, dass der Peltier- und Thomson-Effect nicht die Gesammtursache des thermoelektrischen Stromes sein kann. Die wahre Ursache ist noch zu entdecken.

Viele vergebliche Versuche wurden gemacht, um Beziehungen zwischen der Stärke des thermoelektrischen Stromes und physikalischen Eigen-

schaften der Metalle des Thermoelementes aufzufinden. Um indess dies Problem vollständig zu lösen, müssen wir den Weg kennen, auf dem die physikalischen Eigenschaften der Metalle sich ändern, wenn sie unter dem Einflusse von Wärme und elektrischen Strömen stehen.

Der thermoelektrische Strom hängt wesentlich von dem Unterschiede der beiden Metalle ab. Die leiseste Aenderung in der Structur oder Zusammensetzung der Metalle bringt eine merkliche Aenderung des Stromes hervor. Es ist daher, um die Variationen des elektrischen Stromes mit der Temperatur zu bestimmen, nöthig, die Variationen der Metalle mit der Temperatur zu kennen. Eine Verbindung von Eisen und Silber, könnte man erwarten, würde bei 100° einen doppelt so starken Strom geben als bei 50°. Dies könnte der Fall sein, wenn Eisen und Silber genau dieselben wären bei 100° und bei 50°; aber Eisen von 100° ist verschieden von Eisen von 50°: das Wärmeleitungsvermögen, das elektrische Leitungsvermögen, specifisches Gewicht und viele andere Eigenschaften haben sich geändert. Es mag dieser Thatsache — dass die Eigenschaften der Metalle mit der Temperatur sich ändern — zuzuschreiben sein, wenn die thermoelektrischen Linien nicht gerade sind.

Eingesendete Bücher.

E. Gerland, Licht und Wärme. Leipzig 1883, bei G. Freytag. Das vorliegende Buch bildet den 12. Band der deutschen Universalbibliothek „des Wissens der Gegenwart" und gibt in schöner und leicht fasslicher Darstellung eine Uebersicht des gegenwärtigen Standes der Wissenschaft in Bezug auf Optik und Wärmelehre. Dem durchwegs populär gehaltenen, 305 Seiten umfassenden Text sind 126 Figuren beigegeben.

H. Kayser, Lehrbuch der Spectralanalyse. Berlin 1883, bei Julius Springer. 10 Mk. Der Inhalt des Werkes zerfällt in drei Theile: der erste Abschnitt behandelt die Emission des Lichtes und zwar speciell das Entstehen und Ausbreiten desselben, die Brechung, die Spectralapparate, sowie die Geschichte der Spectralanalyse. Im zweiten Abschnitt gibt der Verfasser eine Darstellung der Absorptionserscheinungen beim Lichte, sowie der Hypothesen, welche auf Grund dieser über die Constitution der Himmelskörper gemacht wurden. Der dritte Abschnitt endlich behandelt die Spectren der einzelnen chemischen Elemente (74 an der Zahl) und ihrer wichtigsten Verbindungen. — Für die ebenso mühevolle als gewissenhafte Sammlung und Verwerthung des in diesem Buche verwendeten Materials wird dem Autor gewiss jeder Physiker um so mehr Dank wissen, als dieses Material bisher nur ganz zerstreut und in theilweise schwer zugänglichen Schriften zu finden war. Den 357 Seiten Text sind 87 Holzschnitte und 9 lithographirte Tafeln beigegeben.

Jahrgang 1883 Nr. 11 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 12 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 13 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 14 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 15 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 16 enthält:

Jahrgang 1883 Nr. 17 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Bezugsquellen-Liste

Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.



(6/6)

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Erhaltung der Energie
als Grundlage der neueren Physik.

Von **Dr. G. Krebs** in Frankfurt am Main.
212 Seiten Text mit 65 Original-Holzschn.

Inhalt Die Veränderungen in der Natur. — Kraft und Masse. — Die Umsetzung der endlichen Bewegungen. — Der Begriff der Arbeit und der Energie. — Die Schallschwingungen. — Die Umsetzung kinetischer Energie in calorische und das mechanische Aequivalent der Wärme. — Die innere Constitution und die drei Aggregatzustände der Körper. — Die Fortpflanzung der Wärme und des Lichts. — Identität von Licht und Wärme. — Elektricität und Magnetismus. — Die Zerstreuung der Energie.

SIGMUND SCHUCKERT, Nürnberg,

Specialfabrik **dynamo-elektrischer Maschinen**
für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte
Construction für **Lehranstalten.**
Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (20a 6)

Unser neuestes Preis-Verzeichniss (1883)

physikalischer Apparate

versenden wir auf Verlangen gratis und franco. (8/6)

Dr. Stöhrer & Sohn, Leipzig.

Das Mechanische Atelier
von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung (2/6)

physikalische und mathematische Instrumente,
vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous.

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

XIX. Band. 7. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 7. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Zur Theorie des Galilei'schen Fernrohrs.

Von

W. Pscheidl.

In meiner in Carl's Rep. Bd. 18 S. 686 über diesen Gegenstand veröffentlichten Arbeit habe ich leider, wie ich mich nun überzeugte, die Gleichung zur Bestimmung der Länge eines Galilei'schen Fernrohrs S. 691 Z. 5 v. u. unrichtig angegeben.

Die richtige Gleichung lautet, wenn wie dort a die Entfernung des Gegenstandes vom Fernrohr, P und p bzw. die Brennweiten des Objectivs und Oculars und w die deutliche Sehweite des Beobachters bedeuten,

$$l = \frac{aP}{a-P} - \frac{wp}{w-p}.$$

Daraus erhält man statt der dort S. 692 Z. 1 v. o. angeführten Gleichung 5 die Gleichung

$$l = P - p + \frac{P^2}{a} - \frac{p^2}{w}.$$

Es ist daher die Länge des Galilei'schen Fernrohrs um so bedeutender, je grösser die deutliche Sehweite des Beobachters ist, statt je geringer die deutliche Sehweite des Beobachters ist, wie es dort Punkt 4 der Discussion der Gleichung für die Länge des Fernrohrs heisst.

Da in die Gleichung für die Vergrösserung $v = \frac{\alpha}{\alpha - l}$, worin α die Bildweite des Objectivs bedeutet, der unrichtige Werth für l eingesetzt wurde, so ist auch die dadurch erhaltene Gleichung unrichtig. Die richtige lautet:

$$v = \frac{aP(w-p)}{(a-P)\,wp},$$

aus der sich ergibt, dass die Vergrösserung um so bedeutender ist, je grösser (statt je „geringer", wie es dort Punkt 3 der Discussion der Gleichung für die Vergrösserung heisst) die deutliche Sehweite des Beobachters ist. Endlich sind von dieser Berichtigung noch die berechneten Werthe der Länge des Fernrohrs betroffen. Die darin für die Vergrösserung und das Gesichtsfeld aufgestellten Werthe bleiben intact, weil ja dafür die beobachtete Länge des Fernrohrs maassgebend ist.

In Bd. 19 S. 243 des Rep. erklärt Herr Bohn, dass alles Richtige meiner erwähnten Abhandlung in § 647 seiner „Ergebnisse physikalischer Forschung" zu finden sei, die Sätze aber, welche den entsprechenden des § 647 widersprechen, falsch seien. Dem gegenüber habe ich zu bemerken, dass zunächst weder jener Paragraph der „Ergebnisse" noch die Abhandlungen der Herren Bohn und Bredichin (Carl's Rep. Bd. 9 S. 97 und Bd. 9 S. 108) eine Construction des Bildes enthalten, das man im Galilei'schen Fernrohr von einem innerhalb des Gesichtsfeldes liegenden Gegenstande sieht, welche doch meine Abhandlung enthält. Herr Bohn wird wohl die in § 647 gegebene Fig. 342 nicht als eine solche Construction ansehen wollen. Jene Figur ist bloss eine ganz willkürliche Zeichnung für den Gang der Lichtstrahlen, welche von einem Gegenstande kommend ein Galilei-sches Fernrohr passiren, mit ungewöhnlicher Position des Auges.

Es ist mir nicht eingefallen, die Gleichung, welche Herr Lubimoff für das Gesichtsfeld abgeleitet hat, für exact zu erklären, weil sie sich auf Voraussetzungen stützt, welche nie zutreffen. Ich bin mit Herrn Bohn vollkommen einverstanden, wenn er die Abhängigkeit des Lubimoff'schen Ausdruckes für das Gesichtsfeld von der Grösse der Pupille des Beobachters vermisst. Ich vermisse aber auch die Abhängigkeit desselben von der Entfernung der Pupillarebene vom optischen Mittelpunkte des Oculars. Und diese Abhängigkeit enthält auch der Ausdruck, den Herr Bohn für das Gesichtsfeld gefunden hat, nicht. Die Annahme, die Entfernung der Pupillarebene vom

optischen Mittelpunkte des Oculars sei gleich Null, welche Herr Bohn der Entwicklung seines Ausdrucks für das Gesichtsfeld zu Grunde legte, ist eben ganz unzutreffend; denn selbst wenn man von der Dicke der Ocularlinse absehen und das Auge an die Linse andrücken wollte (bekanntlich geschieht letzteres gewöhnlich nicht) hat die Pupillarebene nach Helmholtz eine Entfernung von bis 4^{mm} vom optischen Mittelpunkte des Oculars. Wie sehr die Vernachlässigung dieser Entfernung das Resultat beeinflusst, dürfte am besten aus der Gleichung zu ersehen sein, welche ich in meiner erwähnten Abhandlung für das Gesichtsfeld gefunden habe (Carl's Rep. Bd. 18 S. 690 Gl. 2). Allerdings habe ich mir bei der Entwicklung dieser Gleichung die Annahme erlaubt, dass Strahlen, welche die optische Axe des Oculars in der Nähe des optischen Mittelpunktes (wenn nicht im optischen Mittelpunkte selbst) treffen, eine unmerkliche Brechung erleiden, habe aber gleich erklärt, dass ich darum die entwickelte Gleichung nur für geeignet halte zur Bestimmung eines genäherten Werthes des Gesichtsfeldes. Ich wollte ja nur zeigen, dass und warum die von mir für eine beliebige Seh- und Gegenstandsweite unter den schon von Herrn Lubimoff gemachten Voraussetzungen entwickelte Gleichung für das Gesichtsfeld praktisch brauchbare Resultate liefert, wenn es nicht auf einen hohen Grad der Genauigkeit ankommt.

Meine Annahme, dass Strahlen, welche die optische Axe des Oculars in der Nähe des optischen Mittelpunktes desselben treffen, eine unbedeutende Ablenkung erleiden, bezeichnet Herr Bohn als unzutreffend, während er mit der Euler'schen Bestimmungsweise des Gesichtsfeldes, nach welcher angenommen wird, dass Strahlen, welche die Axe des Fernrohrs im optischen Mittelpunkte des Objectivs schneiden, ungebrochen durch die Ocularlinse bis ins Auge gelangen, vollkommen einverstanden ist. In seiner in Carl's Rep. Bd. 9 S. 97 veröffentlichten „Zurückweisung“ der Theorie des Herrn Lubimoff hat Herr Bohn auch die Resultate einer Reihe von Beobachtungen und Berechnungen des Gesichtsfeldes mitgetheilt. Ich habe aus den dort angeführten Daten auch nach meiner Gleichung $\varphi = \frac{180\,(\alpha - l)\,s}{\pi \alpha l}$, in der φ den Winkel, durch welchen das Gesichtsfeld bestimmt wird, α die Bildweite des Objectivs, l die Länge des Fernrohrs und s die Oeffnung des Objectivs bedeuten, φ berechnet (φ nach meiner Gl. 2 zu berechnen, war ich nicht in der Lage, weil es Herr Bohn unterliess, die Entfernung der Pupillarebene des Auges vom Mittelpunkte des Oculars zu bestimmen), und erlaube mir, diese Resultate mit den von Herrn Bohn gefundenen Resultaten tabellarisch zusammengestellt hier vorzuführen.

φ		
von Herrn Bohn		nach meiner Gleichung berechnet
berechnet	beobachtet	
8° 26′	5° 50′	5° 56′
8 29	4 58	5 58
8 33	4 49	6 2
8 6	4 45	5 38
8 54	5 48	6 23
8 3	5 37	5 37
8 50	5 19	6 19
7 52	4 47	5 29
12 56	7 17	7 39
12 49	7 17	7 30
13 52	7 31	8 23
12 12	7 55	7 1
12 12	6 57	7 1
14 16	8 14	8 44
12 49	7 43	7 32
13 26	7 8	7 50
11 45	7 15	6 41

Vergleicht man die berechneten mit den beobachteten Werthen von φ so findet man, dass die nach meiner Gleichung berechneten Werthe des Gesichtsfeldes wenigstens in den meisten der angeführten Fälle ganz annehmbar mit den beobachteten stimmen, während die nach der Gleichung des Herrn Bohn für das Gesichtsfeld gefundenen Werthe durchwegs weitaus zu gross sind, was aber auch von vornherein zu erwarten war. Aus diesen Daten ist mir erst klar geworden, warum Herr Bohn bei jeder Gelegenheit nachdrücklichst betont, dass das durch seine Gleichung bestimmte Gesichtsfeld von Punkten begrenzt wird, von denen auch nur ein einziger Strahl ins Auge gelangt, und warum er noch eine zweite Definition für das Gesichtsfeld für nöthig erachtet, nämlich die Euler'sche. Diese beiden Bestimmungsweisen sollen die Grenzen liefern, innerhalb deren sich die beobachteten Werthe des Gesichtsfeldes bewegen. Es sind das allerdings sehr weite Grenzen!

Wenn auch die Grenzpunkte des Gesichtsfeldes nur je einen einzigen Strahl ins Auge senden und daher vielleicht nur in sehr günstigen Fällen bemerkt werden können, so gelangen doch schon von deren Nachbarpunkten, gegen die Mitte des Gesichtsfeldes zu, je mehrere Strahlen in das Auge, und da es nicht nöthig ist, dass von einem Punkte ein die ganze Pupille erfüllendes Strahlenbündel in das Auge

gelange, um deutlich gesehen zu werden, können diese Punkte schon unter relativ minder günstigen Umständen beobachtet werden. Es kann also, selbst wenn man bei der Berechnung ins Gesichtsfeld noch jene Punkte einbezieht, von denen nur noch ein einziger Strahl ins Auge gelangt, das berechnete Resultat von dem beobachteten nicht so gewaltig differiren, wenn nur bei der Berechnung alle Thatsachen, die in Betracht kommen sollen, berücksichtigt werden.

Die Unrichtigkeit der Euler'schen Bestimmungsweise des Gesichtsfeldes gibt auch Herr Bredichin in seiner erwähnten Abhandlung zu. Ein Beispiel dürfte genügen, um die Unbrauchbarkeit derselben zu zeigen. Im ersten der in der Tabelle angeführten Fälle war die Länge des Fernrohrs $113{,}25^{mm}$ und der Durchmesser der Pupille des Herrn Bohn betrug 5^{mm}. Daraus erhält man nach Euler als Winkel, durch welchen das Gesichtsfeld bestimmt wird, $2^0\ 31'$, während Herr Bohn durch Beobachtung denselben $= 5^0\ 50'$ fand. Mehr Fälle zu rechnen ist wohl überflüssig.

Herr Bohn findet es schliesslich auffallend, dass der Durchmesser meiner Pupille bloss 2^{mm} beträgt. Ich habe zur Ermittlung des Durchmessers meiner Pupille eine Vorrichtung verwendet, welche sich von der zum Scheiner'schen Versuche verwendeten nur dadurch unterschied, dass die zwei Spalten, welche vor das Auge gehalten wurden, einander genähert und von einander entfernt werden konnten. Während die Platte mit den zwei Spalten dicht vor das Auge gehalten wurde, wurde ein Kartenblatt mit einer Spalte knapp innerhalb der deutlichen Sehweite aufgestellt und nun wurden die zwei Spalten so weit aus einander geschoben, bis nur mehr durch eine derselben von jener Spalte kommendes Licht ins Auge gelangen konnte. Die letzte Distanz der zwei Spalten, bevor diese Erscheinung eintrat, gab mir den Durchmesser meiner Pupille an. Ich glaube, dass dieses Verfahren mindestens eben so genau ist, wie jenes, nach welchem Herr Bohn den Durchmesser seiner Pupille mittels eines Zirkels vor dem Spiegel bestimmte.

Ueber den Stoss.

Von

F. und N. Mazon.

Zweiter Theil[1]).

I.

52. Die Arbeiten von Poinsot über den Stoss unveränderlicher Systeme bedürfen einiger Correctionen, mit Rücksicht auf die Irrthümlichkeit der Grundanschauung, zufolge deren die Stosspunkte der collidirenden Systeme beim Stoss eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit erlangen.

Es sind dies folgende Abhandlungen:

1. Questions dynamiques. Sur la percussion des corps. Liouville, J. (2) II, 1857 u. (2) IV, 1859.

2. Sur la quantité de mouvement qui est transmise à un corps par un point massif qui vient le frapper dans une direction donnée. Liouville, J. (2) IV, 1859.

3. Sur la manière de ramener à la dynamique des corps libres celle des corps qu'on suppose gênés par des obstacles fixes. Liouville, J. (2) IV, 1859.

In Anbetracht der Wichtigkeit dieser classischen Arbeiten werden wir ausführlich eingehen auf den Einfluss der Irrthümlichkeit der Grundanschauung auf die in ihnen gewonnenen Resultate. Ausserdem werden wir einige Zusätze zu denselben geben.

53. Vor allem wollen wir folgenden Satz beweisen:

Beim Stosse zweier in beliebiger Bewegung begriffener unveränderlicher Systeme ändert die nach der Stossrichtung genommene Componente der relativen

---

1) Fortsetzung der Abhandlung S. 359 ds. Bandes.

Geschwindigkeit ihrer Stosspunkte ihr Zeichen, ihre ursprüngliche Grösse beibehaltend.

Es sei Q die Momentankraft des Stosses; w_1 und w_2 die nach der Richtung der Kraft Q genommenen Componenten der anfänglichen Geschwindigkeiten der Stosspunkte beider Systeme; w_1' und w_2' die Grösse dieser Componenten nach dem Stosse.

Die Arbeit der Momentankraft Q, welche am ersten Systeme angreift, ist

$$\Omega_1 = -Q\frac{w_1 + w_1'}{2}. \tag{1}$$

Die Arbeit der auf das zweite System einwirkenden Momentankraft ist

$$\Omega_2 = Q\frac{w_2 + w_2'}{2}. \tag{2}$$

Das Vorzeichen beider Arbeiten ist verschieden, weil die Richtung der Kraft Q in beiden Fällen verschieden ist, die Geschwindigkeiten aber beide Male in derselben Richtung positiv gerechnet werden müssen.

Stellen wir nun dieselben Betrachtungen an, wie bei der Lösung der Frage vom Stosse unveränderlicher Kugeln (§ 43—44), so müssen wir schliessen, dass

$$-\Omega_1 = \Omega_2.$$

Führen wir hier Gleichungen 1 und 2 ein, so erhalten wir

$$w_1' - w_2' = -(w_1 - w_2), \tag{3}$$

was zu beweisen war.

54. Ist im Specialfalle eines der Systeme absolut unbeweglich, so ist für dasselbe

$$w_2 = w_2' = 0,$$

folglich

$$w_1' = -w_1, \tag{4}$$

d. h. beim Stosse eines unveränderlichen Systems gegen einen festen Punkt ändert die nach der Stossrichtung genommene Componente der Geschwindigkeit des Stosspunktes des Systems ihr Zeichen, ihre anfängliche Grösse beibehaltend.

Es sei bemerkt, dass im gegebenen Falle

$$\Omega_1 = -\Omega_2 = 0,$$

d. h. beim Stosse eines unveränderlichen Systems gegen einen festen Punkt wird keinerlei Arbeit vollbracht. Es war dies vorauszusehen,

da ein fester Punkt offenbar Arbeit weder leisten, noch auch aufnehmen kann.

55. Obiger Satz hat auch beim Stosse absolut elastischer Körper Gültigkeit, wie von Maxwell[1]) und später von Darboux[2]) bewiesen worden ist. Wir können hieraus unmittelbar schliessen, dass der Stoss zweier unveränderlicher Systeme und der Stoss zweier veränderlicher, absolut elastischer Körper denselben Gesetzen unterliegen, sobald nur die elastischen Körper nach dem Stosse keine elastischen Schwingungen besitzen.

II.

Kritik des ersten Capitels der Abhandlung „Sur la percussion des corps". 56. Im ersten Capitel untersucht Poinsot den Stoss eines unveränderlichen Systems gegen einen festen Punkt, wenn dasselbe eine blosse Rotation um eine Momentanaxe besitzt, die einer der Hauptcentralaxen des Systems parallel ist. Hierbei beschränkt sich Poinsot auf die Betrachtung des Specialfalles, wo der Stosspunkt des Systems auf der vom Massenmittelpunkte auf die Momentanaxe gefällten Senkrechten liegt.

In § 1—13 zeigt Poinsot, dass genannte Bewegung dem System durch eine momentane Einzelkraft P ertheilt werden kann. Nachdem er die Beziehungen zwischen dieser Momentankraft P und der ihr entsprechenden Bewegung festgestellt hat, geht Poinsot in § 14 zur Bestimmung der Grösse der Momentankraft des Stosses über. Zu diesem Zwecke zerlegt er die Momentankraft P, die dem System seine Bewegung ertheilt hat, in zwei Componenten, von denen eine am Stosspunkte angreift, während die andere dem System eine Drehung um eine durch den Stosspunkt gehende Axe ertheilt. Letztere Componente übt auf den Stoss keinen Einfluss aus; erstere aber setzt Poinsot der Momentankraft des Stosses gleich, dies als selbstverständlich ansehend.

Eine solche Voraussetzung ist bei Poinsot bedingt durch seine Grundanschauung vom Stosse eines unveränderlichen Systems gegen einen festen Punkt, die im 3. Capitel des in Rede stehenden Memoire klar ausgedrückt ist. Poinsot sagt (a. a. O. Cap. III, § 13), dass ein fester Punkt stets den Stosspunkt eines gegen ihn stossenden unver-

1) J. C. Maxwell, Illustrations of the Dynamical Theory of Gases P. III. On the Collision of Perfectly Elastic Bodies of any Form. Phil. Mag. (IV) Vol. 20 (1860) p. 35.

2) M. G. Darboux, Étude géométrique sur les percussions et le choc des corps. Bull. des Sc. Math. (2) T. IV 1880.

änderlichen Systems zur Ruhe bringe und zwar in allen Richtungen. Dies schliesst offenbar die Annahme in sich, dass die Stossrichtung vom Bewegungszustande des Systems im Augenblicke des Stosses abhängt und im gegebenen Falle mit der Geschwindigkeit des Stosspunktes übereinstimmt. Weiter unten (§ 70) werden wir zeigen, dass diese Annahme betreffs einer Abhängigkeit der Stossrichtung von dem Bewegungszustande des Systems falsch ist.

Vorerst wollen wir jedoch die Poinsot'schen Resultate prüfen, seine Annahme betreffs der Stossrichtung beibehaltend; darauf werden wir (§ 70—72) die Gültigkeitsgrenzen seiner Untersuchungen feststellen und zeigen, wie in den übrigen Fällen zu verfahren ist.

57. Zur Bestimmung der Momentankraft des Stosses wollen wir uns der Gleichung (4) bedienen. Da wir, wie erwähnt, annehmen, die Stossrichtung stimme mit der Geschwindigkeitsrichtung des Stosspunktes überein, so haben wir in Gleichung 4 unter w_1 und w_1' die vollen Geschwindigkeiten des Stosspunktes zu verstehen. Es sei nach Poinsot M die Masse des Systems, K sein Trägheitsradius in Bezug auf die zur Momentanaxe parallele Hauptaxe des Massenmittelpunktes; x und h die Abstände des letzteren vom Stosspunkte und vom Percussionscentrum. Dann ist

$$w_1 = \frac{K^2 + hx}{K^2} \frac{P}{M}.$$

Es sei Q die Momentankraft des Stosses, die auf den festen Punkt einwirkt; so dass $-Q$ die am System angreifende Stosskraft ist. Wie leicht ersichtlich, ist

$$w_1' = w_1 - \frac{K^2 + x^2}{K^2} \frac{Q}{M}.$$

Führen wir die erhaltenen zwei Ausdrücke in Gleichung 4 ein so ergibt sich

$$Q = 2 \frac{K^2 + hx}{K^2 + x^2} P. \tag{5}$$

58. Der gefundene Ausdruck 5 unterscheidet sich vom entsprechenden Ausdruck Poinsot's (Cap. I § 15) bloss durch den Factor 2. Folglich sind sämmtliche Untersuchungen Poinsot's über die Centra des grössten Stosses (centres de percussion maximum) offenbar richtig. Die Grösse der Stosskraft aber ist bei Poinsot überall doppelt so klein, als erforderlich, angegeben.

59. Prüfen wir jetzt Poinsot's Untersuchungen über die Bewegung des Systems nach dem Stosse. Zur Bestimmung letzterer kehrt Poinsot (Cap. I § 31) zur oben erwähnten Zerlegung der Kraft P zurück. Die am Stosspunkte angreifende Componente nimmt

Poinsot als beim Stosse vernichtet an; deshalb bestimmt sich die Bewegung des Systems nach dem Stosse aus der Grösse der zweiten Componente.

Um die thatsächliche Bewegung des Systems nach dem Stosse zu ermitteln, wollen wir seine anfängliche Bewegung mit derjenigen zusammensetzen, die dem System durch die Stosskraft ertheilt wird. Wie leicht ersichtlich, ergibt sich folgendes:

Die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes nach dem Stosse ist

$$u' = \frac{P-Q}{M}$$

oder

$$u' = \frac{x^2 - 2hx - K^2}{K^2 + x^2} u, \tag{6}$$

wo u die anfängliche Grösse der betreffenden Geschwindigkeit bedeutet.

Sind θ und θ' die Winkelgeschwindigkeiten des Systems vor und nach dem Stosse, a die Entfernung des Massenmittelpunktes von der Momentanaxe, so ist

$$\theta' = \frac{Ph - Qx}{MK^2}$$

oder, da

$$ah = K^2,$$

so ergibt sich

$$\theta' = -\frac{x^2 + 2ax - K^2}{K^2 + x^2} \theta. \tag{7}$$

Aus 6 und 7 ist ersichtlich, dass die Bewegung des Systems nach dem Stosse äquivalent ist einer Winkelgeschwindigkeit θ' um eine der anfänglichen parallele Momentanaxe, die vom Massenmittelpunkte um die Entfernung a' absteht

$$a' = -\frac{x^2 - 2hx - K^2}{x^2 + 2ax - K^2} a. \tag{8}$$

Hierbei rechnen wir a' positiv in der Richtung der positiven a, d. h. der negativen x.

Somit ändert sich beim Stosse sowohl die Grösse der Winkelgeschwindigkeit des Systems, als auch die Lage (aber nicht die Richtung) seiner Momentanaxe.

60. Es sei bemerkt, dass sich die gefundenen Ausdrücke 5—8 noch auf eine andere Poinsot's Methode, mehr analoge Weise ermitteln lassen. Zerlegen wir zu diesem Zwecke die Winkelgeschwindigkeit θ (statt der Kraft P wie es Poinsot thut) in zwei Componenten

θ_1 und θ_2, deren Axen durch den Stosspunkt und den ihm conjugirten Punkt

$$x' = -\frac{K^2}{x}$$

gehen. Offenbar ist

$$\left.\begin{aligned} \theta_1 &= -\frac{a(x-h)}{K^2+x^2}\theta \\ \theta_2 &= \frac{x(a+x)}{K^2+x^2}\theta \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Die Winkelgeschwindigkeit θ_1 hat selbstverständlich keinen Einfluss auf den Stoss. Die Geschwindigkeit θ_2 aber geht beim Stosse über in

$$\theta_2' = \theta_2 - \frac{Q \cdot x}{MK^2}.$$

Deshalb ist

$$w_1 = (x - x')\,\theta_2$$

$$w_1' = (x - x')\,\theta_2'.$$

Führen wir diese Grössen in Gleichung 4 ein, so ergibt sich

$$\theta_2' = -\theta_2$$

oder

$$Q = \frac{2MK^2\theta_2}{x}.$$

Setzt man hierin θ_2 seinem Ausdrucke 9 gleich und addirt ferner die Winkelgeschwindigkeiten θ_1 und θ_2' nach den Regeln der Kinematik, so ergeben sich die Formeln 5—8.

61. Aus den Formeln 6—8 ist ersichtlich, dass die Bewegung des Systems nach dem Stosse eine wesentlich andere ist, als Poinsot annimmt (Cap. I § 31); die Momentanaxe des Systems nach dem Stosse geht im allgemeinen nicht durch den Stosspunkt. Infolge dieses sind Poinsot's Untersuchungen über die verschiedenen Reflexionscentra (centres de réflexion, Cap. I § 33—48) und Conversionscentra (centres de conversion, Cap. I § 52—60) unrichtig. Der Einfachheit halber wollen wir die richtigen Resultate in nachstehender Tabelle zusammenfassen, wobei die letzte Columne die Namen angibt, die den betreffenden Punkten nach Poinsot beizulegen sind.

Lage des Stosspunktes	Momentankraft des Stosses	Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes	Winkel-geschwindigkeit	Lage der Momentanaxe	Benennung des Stosspunktes
$x=\infty$	$Q=0$	$u'=u$	$\theta'=-\theta$	$a'=-a$	Centr. d. vollen Reflex. u. Conv.
$x=h+\sqrt{h^2+K^2}$	$Q=P$	$u'=0$	$\theta'=-\sqrt{\frac{a+h}{h}}\theta$ $-\theta'=$ max.	$a'=0$	Centr. d. Nullreflex. u. d. grösst. Conv.
$x=h$	$Q=2P$	$u'=-u$	$\theta'=-\theta$	$a'=a$	Centr. d. vollen Reflex. u. Conv.
$x=\lambda-a$	$Q=\frac{\lambda+a}{a}P$ $Q=$ max.	$u'=-\frac{\lambda}{a}u$ $-u'=$ max.	$\theta'=0$	$a'=\infty$	Centr. d. grössten Stosses, d. grösst. Reflex. u. d. Nullconv.
$x=0$	$Q=2P$	$u'=-u$	$\theta'=\theta$	$a'=-a$	Centr. d. vollen Reflex. u. Conv.
$x=-\left(\sqrt{h^2+K^2}-h\right)$	$Q=P$	$u'=0$	$\theta'=\sqrt{\frac{a+h}{h}}\theta$ $\theta'=$ max.	$a'=0$	Centr. d. Nullreflex. u. d. grössten Conv.
$x=-a$	$Q=0$	$u'=u$	$\theta'=\theta$	$a'=a$	Centr. d. vollen Reflex. u. Conv.
$x=-(\lambda+a)$	$Q=-\frac{\lambda-a}{a}P$ $-Q=$ max.	$u'=\frac{\lambda}{a}u$ $u'=$ max.	$\theta'=0$	$a'=\infty$	Centr. d. grössten Stosses, d. grösst. Reflex. u. d. Nullconv.
$x=-\infty$	$Q=0$	$u'=u$	$\theta'=-\theta$	$a'=-a$	Centr. d. vollen Reflex. u. Conv.

62. Es sei noch hinzugefügt, dass die Gleichung zur Bestimmung der Centra einer gegebenen Reflexion (Cap. I § 37)

$$u' = -V = -nu$$

folgende Form hat:

$$(V+u)x^2 - 2K^2\theta x + (V-u)K^2 = 0. \tag{10}$$

Deshalb ist die Bedingung der Möglichkeit solcher Centra folgende

$$\left.\begin{array}{l} V^2 \leqq K^2\theta^2 + u^2 \\ \text{oder (Cap. 1 § 38)} \\ a \leqq \dfrac{K}{\sqrt{n^2-1}} \end{array}\right\} \tag{11}$$

Desgleichen hat die Gleichung zur Bestimmung der Centra einer gegebenen Conversion (Cap. I § 56)

$$\theta' = -\Theta = -n\theta$$

folgende Form

$$(\Theta - \theta)x^2 - 2ux + (\Theta + \theta)K^2 = 0. \tag{12}$$

Deshalb ist die Bedingung der reellen Existenz solcher Centra

$$\left.\begin{array}{l} K^2\Theta^2 \leqq K^2\theta^2 + u^2 \\ \text{oder (Cap. I § 57)} \\ a \geqq K\sqrt{n^2-1} \end{array}\right\} \tag{13}$$

63. In § 62—67 gibt Poinsot eine geometrische Bestimmung der Centra des grössten Stosses, der grössten Reflexion und der grössten Conversion an. Ein Vergleich obiger Tabelle mit den Resultaten Poinsot's (Cap. I § 19, 33 u. 52) zeigt, dass die Lage sämmtlicher genannter Centra von Poinsot richtig angegeben ist. Somit ist auch ihre geometrische Bestimmung richtig.

In Anbetracht dessen, dass die Bewegung des Systems nach dem Stosse eine wesentlich andere ist als Poinsot annimmt, könnte die richtige Bestimmung seinerseits der Lage der Centra der grössten Reflexion und der grössten Conversion sonderbar erscheinen. Sie wird jedoch verständlich, sobald wir den Formeln 6 und 7 eine andere Form geben. Nennen wir

$$\eta = \frac{K^2 + hx}{K^2 + x^2},$$

so ergibt sich

$$u' = (1 - 2\eta)u$$

$$\theta' = \left(1 - 2\eta\frac{x}{h}\right)\theta.$$

Die entsprechenden Ausdrücke Poinsot's (Cap. I § 31) lassen sich schreiben

$$u' = (1 - \eta) u$$
$$\theta' = \left(1 - \eta \frac{x}{h}\right) \theta.$$

Aus dem Vergleiche dieser Ausdrücke ist ersichtlich, dass sich sowohl die Centra der grössten Reflexion, als auch die Centra der grössten Conversion als dieselben ergeben mussten, wie bei Poinsot.

64. Wenden wir uns zu der bekannten Remarque générale (Cap. I § 49—51). In derselben beleuchtet Poinsot die von ihm gewonnenen Resultate. Letztere erscheinen ihm paradox, und zwar die gefundene Veränderung der Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes: dieselbe kann nach Umständen in der ursprünglichen Richtung wachsen oder ihren Sinn ändern.

In Betreff des ersten Falles weist Poinsot darauf hin (§ 50), dass ein fester Punkt keine Bewegung erzeugen, sondern bloss vernichten könne. Somit bildet der Zuwachs der Bewegungsgrösse des Systems scheinbar eine Schaffung von Bewegung aus nichts (mouvement créé).

Poinsot sucht diesen Widerspruch dadurch zu lösen, dass es in der Natur keine absolut festen Punkte gebe.

Die Möglichkeit aber eines Rückprallens des Massenmittelpunktes nennt Poinsot „un effet très singulier". Seinen Grund sucht Poinsot in der Rotationsbewegung des Systems und er lenkt die besondere Aufmerksamkeit des Lesers darauf hin, dass genanntes Rückprallen nur in Folge der Rotation möglich sei. Besitzt das System bloss eine Translationsbewegung, so stellt Poinsot jede Möglichkeit des Rückprallens des Massenmittelpunktes in Abrede, wo auch der Stosspunkt liegen möge (§ 51).

65. Diese Betrachtungen sind offenbar unrichtig.

Einerseits darf man den Grund der Richtungsänderung der Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes nicht bloss der Rotation des Systems zuschreiben. In Wirklichkeit rührt dieselbe von der Einwirkung der beim Stosse auftretenden Momentankräfte her und hängt somit von der vollen Bewegung des Systems ab. Wenn Poinsot die Möglichkeit einer Aenderung des Vorzeichens von u in Abrede stellt, sobald das System bloss eine translatorische Bewegung besitzt, so ist dies durch seine Grundanschauung vom Stosse unveränderlicher Systeme bedingt; und es findet seine Bestätigung in der von ihm für u' gefundenen Gleichung (Cap. I § 31)

$$u' = \frac{ux^2 - K^2\theta x}{K^2 + x^2}.$$

Ist $\theta = 0$, so kann nach dieser Formel u wirklich sein Vorzeichen nicht ändern, welches auch der Werth von x sein möge. Der richtige Ausdruck 6 für u' zeigt aber, dass u sein Zeichen auch bei $\theta = 0$ ändert, sobald $x^2 < K^2$ ist.

Andrerseits ist die Aenderung der Bewegungsgrösse des Systems nicht durch einen Austausch derselben zwischen dem System und dem festen Punkte bedingt, wie dies Poinsot annimmt (Cap. I § 50). Entsprechend dem Gesetze der Erhaltung der Kraft bleibt die Summe der kinetischen Energien der translatorischen und Rotationsbewegung des Systems beim Stosse gegen einen festen Punkt unverändert

$$Mu'^2 + MK^2\theta'^2 = Mu^2 + MK^2\theta^2,$$

was dadurch bedingt ist, dass die Arbeit der Momentankräfte des Stosses gleich Null ist. Jede der beiden Energien einzeln ändert aber ihre Grösse. Somit ist die stattfindende Aenderung der Bewegungsgrösse des Systems bedingt durch einen Uebergang der kinetischen Energie der translatorischen Bewegung in kinetische Energie der Rotationsbewegung oder umgekehrt. Zur Undenkbarkeit eines absolut festen Punktes zu greifen, ist nicht nothwendig und sogar kaum zulässig. Es ist wohl wahr, dass es in der Natur keine derartigen Punkte gibt; für die Mechanik aber bilden sie einen Grenzfall, bei dem ihre Gesetze ihre Gültigkeit behalten müssen.

Scheinbar widerspricht die stattfindende Aenderung der Bewegungsgrösse des Systems dem Princip der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes, laut dem die geometrische Summe der Bewegungsgrössen der zusammenprallenden Systeme unverändert bleiben muss. In Wirklichkeit aber muss ein fester Punkt als ein materieller Punkt von unendlich grosser Masse angesehen werden, wie Poinsot gezeigt hat [1]). Dementsprechend müssen wir schliessen, dass der gemeinschaftliche Massenmittelpunkt des Systems und des festen Punktes mit letzterem zusammenfällt und daher in Ruhe verharrt, unabhängig von einer endlichen Aenderung der Bewegungsgrösse des Systems, — was mit dem Princip der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes übereinstimmt. Mit anderen Worten, nimmt man die Masse des festen Punktes unendlich gross an, so wird seine Bewegungsgrösse unbestimmt $(0 \cdot \infty)$; der wirkliche Werth derselben darf nicht gleich Null angenommen werden. Somit wird einer der oben erwähnten Summanden unbestimmt; deshalb darf man in einer Aenderung des anderen nicht eine Verletzung der geforderten Constanz ihrer Summe ersehen. Es

1) Sur la manière de ramener à la dynamique des corps libres celle des corps qu'on suppose gênés par des obstacles fixes.

wird dies vollständig klar werden, wenn wir den Stoss eines unveränderlichen Systems gegen einen freien materiellen Punkt endlicher Masse μ betrachten und zum vorliegenden Falle, $\mu = \infty$ setzend, übergehen (§ 69).

66. Es sei bemerkt, dass sich auf obige Weise eine vollständige Analogie zwischen der Einwirkung der Momentankräfte des Stosses auf unveränderliche Systeme und der Wirkung von Kräften erster Ordnung herstellt.

Die Aenderung des Bewegungszustandes des Systems, die von Momentankräften hervorgerufen wird, hängt ab von der Grösse und Richtung dieser Kräfte und von der Lage ihrer Angriffspunkte im System. Die Aenderung aber der kinetischen Energie des Systems hängt ausschliesslich von der Arbeit der einwirkenden Momentankräfte ab, indem sie letzterer gleich ist.

67. Aus obiger Tabelle (§ 61) ist ersichtlich, dass die Centra der grössten Reflexion mit den Centra der Null-Conversion zusammenfallen; desgleichen fallen die Centra der Null-Reflexion mit den Centra der grössten Conversion zusammen. Nach Poinsot findet solches nicht statt; es ist aber nach oben Gesagtem (§ 65) einleuchtend. Findet der Stoss in einem dieser vier Punkte statt, so geht die ganze kinetische Energie der Rotationsbewegung in kinetische Energie der translatorischen Bewegung über oder umgekehrt.

Dem entsprechend ergibt sich auch die Bedeutung der Bedingungen 11 und 13; sie bilden den analytischen Ausdruck der nothwendigen Forderung, dass die kinetische Energie der verlangten translatorischen oder Rotationsbewegung nicht grösser sein dürfe, als die volle ursprüngliche kinetische Energie des Systems. Die entsprechenden Bedingungen Poinsot's tragen den Charakter der Willkürlichkeit, indem sie keine bestimmte mechanische Bedeutung haben.

68. In § 29—30 untersucht Poinsot den Stoss eines unveränderlichen Systems gegen einen ruhenden, freien materiellen Punkt endlicher Masse μ.

Zur Prüfung der betreffenden Formeln Poinsot's wollen wir uns der Gleichung 3 bedienen. Beziehen wir den Index „2" auf den Punkt μ, so wird offenbar

$$w_2 = 0, \quad w_2' = \frac{Q}{\mu}.$$

Für die Geschwindigkeiten w_1 und w_1' bestehen wieder die in § 57 angegebenen Werthe. Somit ergibt Gleichung 3

$$Q = \frac{2\mu(K^2 + hx)}{(M+\mu)K^2 + \mu x^2} P. \tag{14}$$

Folglich ist

$$w'_2 = \frac{2(K^2 + hx)}{(M+\mu)K^2 + \mu x^2} P.$$

Oder, setzt man nach Poinsot V statt w'_2 und führt man für P seinen Werth

$$P = M \cdot a \cdot \theta$$

ein, so ergibt sich

$$V = \frac{2MK^2(a+x)\theta}{(M+\mu)K^2 + \mu x^2}. \tag{15}$$

Ferner ist offenbar

$$\left.\begin{aligned} u' &= \frac{\mu(x^2 - 2hx - K^2) + MK^2}{(M+\mu)K^2 + \mu x^2} u \\ \theta' &= -\frac{\mu(x^2 + 2ax - K^2) - MK^2}{(M+\mu)K^2 + \mu x^2} \theta \\ a' &= -\frac{\mu(x^2 - 2hx - K^2) + MK^2}{\mu(x^2 + 2ax - K^2) - MK^2} a \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Dieselben Ausdrücke hätten sich ergeben, wenn wir das System durch zwei unveränderlich verbundene Punkte ersetzt hätten, wie dies Poinsot thut.

Vergleicht man Gleichung 15 mit dem Werthe von V bei Poinsot (Cap. I § 30), so erweist es sich, dass letzterer doppelt zu klein ist. Es lässt sich dieses auch unmittelbar aus den Poinsot'schen Entwicklungen ersehen, auf Grund des von uns im I. Theile über den Stoss unveränderlicher Kugeln Gesagten.

Dem entsprechend sind auch die Formeln für ν und ν' (Cap. I § 29) zu verdoppeln.

Die Lage der Stosspunkte, die den Maximalwerthen von V entsprechen, ist bei Poinsot richtig angegeben (Cap. I § 30). Gleichungen 16 zeigen, dass diese Punkte zugleich sind die Centra des grössten Stosses gegen die Masse μ, die Centra der grössten Reflexion des Systems von der Masse μ und die Centra der Null-Conversion des Systems. Mit anderen Worten, ein unveränderliches System ertheilt einem ruhenden freien materiellen Punkte die grösstmögliche Geschwindigkeit, wenn es selbst hierbei seine ganze Rotationsbewegung verliert und mit blosser translatorischer Bewegung abprallt.

69. Mit Rücksicht auf das zu Ende des § 65 Gesagte wollen wir das Princip der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes ins Auge fassen:

$$Mu' + \mu V = Mu. \tag{17}$$

Da

$$\mu V = Q$$

und

$$Mu' = Mu - Q$$

ist, so wird Gleichung 17 von den Werthen 15 und 16 für V und u' identisch bei jedem Werthe von μ erfüllt. Bei

$$\mu = \infty$$

gehen aber Formeln 14 und 16 in 5—8, wie nothwendig, über. Hierbei ist nach Gleichung 15

$$V = 0$$

$$\frac{\mu V^2}{2} = 0$$

entsprechend der Unbeweglichkeit des Punktes $\mu = \infty$.

Aus Gesagtem erhellt, dass das Princip der Erhaltung der Bewegung des Massenmittelpunktes beim Stosse eines unveränderlichen Systems gegen einen festen Punkt wirklich erfüllt wird, was dem in § 65 Gesagten entspricht.

70. Wenden wir uns zu der in § 56 aufgeworfenen Frage über die Gültigkeitsgrenzen der Poinsot'schen Untersuchungen.

Es sei (Fig. 1) G der Massenmittelpunkt des Systems; O sein Momentancentrum, d. h. der Schnittpunkt seiner Momentanaxe mit der zu ihr senkrechten Hauptebene des Massenmittelpunktes (diese

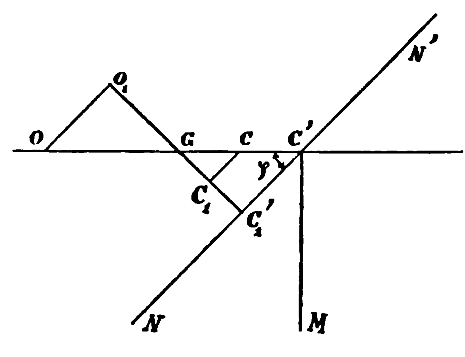


Fig. 1.

Ebene ist als Ebene der Figur angenommen); C das Percussionscentrum, d. h. der Schnittpunkt der Momentankraft P, die dem System seine Bewegung ertheilt hat, mit der Geraden GO.

Poinsot nimmt, wie wir gesehen haben, an, der Stoss erfolge in einem beliebigen Punkte C' der Geraden GC und die Stossrichtung

falle stets mit der Geschwindigkeit des Stosspunktes C', d. h. mit der zu GC senkrechten Geraden $C'M$ zusammen.

Letztere Annahme wird aber im allgemeinen nicht erfüllt. Der Stoss erfolgt offenbar stets in einem Punkte der äusseren Oberfläche des Systems. Zwischen unveränderlichen Systemen ist aber keine Reibung möglich, d. h. ihre Oberflächen sind als absolut glatt anzusehen. Deshalb fällt die Stossrichtung stets in die Normale der Oberfläche des Systems im Stosspunkte, unabhängig vom Bewegungszustande des Systems. Es ist also die Annahme Poinsot's bloss dann statthaft, wenn die Normale im Stosspunkte nach $C'M$ gerichtet ist.

Andrerseits ist die Poinsot'sche Forderung, der Stoss müsse wirklich in C' erfolgen, unwesentlich. Jede Kraft, darunter auch eine Momentankraft, lässt sich beliebig längs ihrer Richtung verschieben. Somit kann als Stosspunkt jeder beliebige Punkt in der Stossrichtung angesehen werden.

Aus dem Gesagten erhellt, dass die Poinsot'schen Untersuchungen mit den von uns aufgestellten Correctionen in den Fällen anwendbar sind, wo der Stoss in einem der Schnittpunkte der Systemoberfläche mit der zur Momentanaxe senkrechten Hauptebene des Massenmittelpunktes erfolgt, und dabei die Normale im Stosspunkte die Verbindungslinie des Massenmittelpunktes des Systems und seines Momentancentrums unter geradem Winkel schneidet.

71. Die zweite der aufgestellten Bedingungen wird im allgemeinen nicht erfüllt. Liegt die Stossrichtung nicht in der Hauptebene des Massenmittelpunktes, so ertheilt die Stosskraft dem System im allgemeinen keine blosse Drehung. Deshalb unterliegt dieser Fall den Betrachtungen des 3. Capitels der in Frage stehenden Abhandlung; bei seiner Untersuchung wollen wir uns nicht aufhalten.

Betrachten wir den Fall, wo die Stossrichtung NN' (Fig. 1) in der Hauptebene des Massenmittelpunktes liegt, die Gerade GC aber nicht unter geradem Winkel, sondern unter einem beliebigen Winkel φ schneidet.

Als Stosspunkt sei der Fusspunkt C_1' der aus G auf NN' gefällten Senkrechten angenommen. Für ihn ist, wie unmittelbar ersichtlich,

$$w_1 = \frac{(K^2 + hx)\sin\varphi}{K^2}\frac{P}{M}$$

$$w_1' = w_1 - \frac{K^2 + x^2\sin^2\varphi}{K^2}\frac{Q}{M}.$$

Deshalb ergibt Gleichung 4

$$Q = 2\frac{(K^2 + hx)\sin\varphi}{K^2 + x^2\sin^2\varphi} P. \qquad (18$$

Für die Bewegung des Systems nach dem Stosse findet man erstens

$$[u'] = [u] - \left[\frac{Q}{M}\right], \qquad (19$$

wo die Klammern als Symbol der geometrischen Addition dienen.

Zweitens

$$\theta' = -\frac{x^2\sin^2\varphi + 2ax\sin^2\varphi - K^2}{K^2 + x^2\sin^2\varphi}\theta. \qquad (20$$

72. Mit Hilfe dieser Formeln lässt sich eine Reihe den Poinsotschen analoger Untersuchungen durchführen, sobald die Beziehung zwischen x und φ gegeben ist. Es sei dies an folgenden zwei Beispielen erläutert.

1. Die Ebene $GC'N$ schneide die Oberfläche des Systems in zwei parallelen, zu NN' senkrechten Geraden; mit anderen Worten, es sei

$$\varphi = \text{const.}$$

Fällen wir aus O und C Senkrechte auf GC_1' und bezeichnen

$$GC_1' = x\sin\varphi = x_1$$
$$GC_1 = h\sin\varphi = h_1$$
$$GO_1 = a\sin\varphi = a_1.$$

Es sei ferner λ_1 der Trägheitsradius des Systems in Bezug auf eine zur Momentanaxe parallele Axe des Punktes O_1, d. h.

$$\lambda_1^2 = K^2 + a_1^2.$$

Es ergibt sich, wie leicht ersichtlich:

a) Die Lage der Centra des grössten Stosses, der grössten Reflexion und der Null-Conversion bestimmt sich zu

$$x_1 = -a_1 \pm \lambda_1. \qquad (21$$

b) die Lage der Centra der grössten Conversion ergibt sich zu

$$x_1 = h_1 \pm \sqrt{h_1^2 + K^2}. \qquad (22$$

Es sind dies aber nicht Centra der Null-Reflexion, sondern bloss Centra der kleinsten Reflexion, da im gegebenen Falle u' nicht gleich Null werden kann.

Vergleicht man die Ausdrücke Gl. 21 und 22 mit den entsprechenden Werthen von x für $\varphi = \frac{\pi}{2}$, so finden wir eine volle Analogie, die es uns ermöglicht, den Schluss zu ziehen, dass Poinsot's geometrische Bestimmung der fraglichen Centra (Cap. I § 62—67) auch im gegebenen Falle anwendbar ist: es ist bloss nöthig, die Construction für die Gerade GC_1' (statt GC) auszuführen, die Punkte C und O ersetzend durch ihre Projectionen C_1 und O_1 auf die Grade GC_1'.

Auf ähnliche Weise lassen sich die übrigen Resultate Poinsot's für den gegebenen Fall verallgemeinern, da der von Poinsot untersuchte Fall ein Specialfall des gegebenen ist.

2. Das homogene Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

rotire um eine seiner Axen (c) mit der Winkelgeschwindigkeit θ und stosse gegen einen festen Punkt mit einem beliebigen Punkte des elliptischen Schnittes

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{23}$$

seiner Oberfläche mit der Ebene seiner übrigen zwei Axen.

Im gegebenen Falle ist

$$h = \infty, \quad P = 0, \quad Ph = MK^2\theta,$$

somit ist nach Gleichung 18

$$Q = \frac{2x_1}{K^2 + x_1^2} MK^2\theta,$$

wenn man, wie oben, setzt

$$x_1 = x \sin \varphi.$$

Deshalb ergibt sich für die Centra des grössten Stosses

$$x_1 = \pm K = \pm \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{5}}.$$

Die Gleichung der Normale der Ellipse 23 im Stosspunkte (x, y) ist aber

$$a^2 y\xi - b^2 x\eta = (a^2 - b^2)\, xy.$$

Daher ist die Länge x_1 der auf diese Normale aus G gefällten Senkrechten gleich

$$x_1 = \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a^4 y^2 + b_4 x_2}}\, xy.$$

Es ergibt sich somit, dass die Centra des grössten Stosses in die Schnittpunkte der Ellipse 23 mit der Curve

$$a^4y^2 + b^4x^2 = \frac{5(a^2 - b^2)^2}{a^2 + b^2}\, x^2y^2$$

fallen. Von diesen acht Punkten sind übrigens bloss vier wirklich Centra des grössten Stosses, da in den übrigen vier offenbar gar kein Stoss erfolgen kann. Es sei bemerkt, dass die gefundenen Punkte zugleich Centra der grössten Reflexion und Centra der Nullconversion sind, d. h. erfolgt der Stoss in einem dieser vier Punkte, so hört das Ellipsoid momentan auf zu rotiren, indem es eine Translationsgeschwindigkeit

$$u' = K\theta$$

in der Richtung seiner Normale im Stosspunkte annimmt.

III.

Kritik des zweiten Capitels der Abhandlung „Sur la percussion des corps".

73. Im zweiten Capitel untersucht Poinsot den Stoss gegen einen festen Punkt eines unveränderlichen Systems, das um eine in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes liegende Momentanaxe rotirt; der Stoss wird als in einem beliebigen Punkte dieser Ebene erfolgend vorausgesetzt.

In § 1—17 entwickelt Poinsot ausführlich die Beziehung zwischen der Bewegung des Systems und der Momentankraft P, welche die Bewegung hervorgerufen hat. Darauf geht er zur Bestimmung des Ausdrucks der Momentankraft des Stosses und der Entwicklung der Schlussfolgerungen aus demselben (Cap. II, § 18—33) über, ohne auf die Bewegung des Systems nach dem Stosse einzugehen.

Die Art der Bestimmung der Stosskraft und die dabei zu Grunde liegenden Voraussetzungen sind dieselben, wie im 1. Capitel der in Frage stehenden Abhandlung. Somit ist das in § 70 Gesagte auf den gegebenen Fall anwendbar. Mit anderen Worten, die Untersuchungen des 2. Capitels sind bloss in den Fällen anwendbar, wenn die Normale der Oberfläche des Systems im Stosspunkte senkrecht zur Hauptebene des Massenmittelpunktes ist, in welcher die Momentanaxe des Systems liegt.

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so ertheilt die Stosskraft dem Systeme im allgemeinen keine blosse Drehung; daher unterliegt die Frage den Untersuchungen des 3. Capitels derselben Abhandlung und wollen wir uns bei ihr nicht aufhalten.

74. Wenden wir uns zur Prüfung der Poinsot'schen Untersuchungen innerhalb ihrer oben erwähnten Giltigkeitsgrenzen; d. h. wollen wir hierbei die Stossrichtung senkrecht zu der die Momentanaxe des Systems enthaltenden Hauptebene seines Massenmittelpunktes voraussetzen. Als Stosspunkt sei der Schnittpunkt der Stossrichtung mit genannter Ebene angesehen.

Zu der Bestimmung der Stosskraft werden wir uns wieder der Gleichung 4 bedienen, wobei unter w_1 und w_1' nach Gesagtem die vollen Geschwindigkeiten des Stosspunktes zu verstehen sind. Es sei nach Poinsot M die Masse des Systems; α und β seine Trägheitsradien in Bezug auf die in der Centralebene der Momentanaxe gelegenen Hauptaxen des Massenmittelpunktes; x und y die Coordinaten des Stosspunctes in Bezug auf genannte Hauptaxen; a und b die Coordinaten des Percussionscentrums, d. h. des Schnittpunktes der Kraft P mit der Coordinatenebene; Q die am festen Punkte angreifende Stosskraft. Dann ist

$$w_1 = \left(1 + \frac{by}{\alpha^2} + \frac{ax}{\beta^2}\right)\frac{P}{M}$$

$$w_1' = w_1 - \left(1 + \frac{y^2}{\alpha^2} + \frac{x^2}{\beta^2}\right)\frac{Q}{M}.$$

Somit ergibt Gleichung 4

$$Q = 2\frac{\alpha^2 a x + \beta^2 b y + \alpha^2\beta^2}{\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \alpha^2\beta^2} P. \tag{24}$$

Es ist also die Stosskraft doppelt so gross als nach Poinsot. Wir können deshalb unmittelbar den Schluss ziehen, dass sämmtliche Untersuchungen des 2. Capitels richtig sind, bloss ist die Stosskraft stets doppelt so klein, als nöthig, angegeben. Mit anderen Worten, in § 18—33 muss unter P verstanden werden die doppelte Momentankraft, die der anfänglichen Bewegung des Systems entspricht, und unter L und M die doppelten Componenten des Momentankräftepaars, das dem System seine anfängliche Bewegung ertheilt hat, wenn das System um eine Axe seines Massenmittelpunktes rotirt.

75. Gehen wir zu der Bewegung des Systems nach dem Stosse über.

Es sei u die anfängliche Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes des Systems; p und q nach Poinsot (Cap. II, § 1) die nach den Coordonatenaxen genommenen Componenten der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit θ des Systems; u', p', q' und θ' die entsprechenden Grössen nach dem Stosse. Bezeichnen wir Kürze halber

$$\eta = \frac{\alpha^2 a x + \beta^2 b y + \alpha^2\beta^2}{\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \alpha^2\beta^2}, \tag{25}$$

so dass

$$Q = 2\eta P \tag{26}$$

wird. Auf Grund der Poinsot'schen Untersuchungen kann man unmittelbar schreiben

$$u' = (1 - 2\eta)\, u \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned} p' &= \left(1 - 2\eta \frac{y}{b}\right) p \\ q' &= \left(1 - 2\eta \frac{x}{a}\right) q \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$\operatorname{tg}(\theta', x) = \frac{1 - 2\eta \frac{x}{a}}{1 - 2\eta \frac{y}{b}} \operatorname{tg}(\theta, x). \tag{29}$$

Aus diesen Formeln ist ersichtlich, dass das Percussionscentrum nach dem Stosse im Punkte $a'b'$ liegt, so dass

$$\left.\begin{aligned} a' &= \frac{1 - 2\eta \frac{x}{a}}{1 - 2\eta}\, a \\ b' &= \frac{1 - 2\eta \frac{y}{b}}{1 - 2\eta}\, b \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Es sei bemerkt, dass das Gesetz der Erhaltung der Kraft im gegebenen Falle erfüllt wird:

$$Mu'^2 + M\alpha^2 p'^2 + M\beta^2 q'^2 = Mu^2 + M\alpha^2 p^2 + M\beta^2 q^2. \tag{31}$$

Somit ist das in § 65 Gesagte auf vorliegenden Fall anwendbar.

76. Formeln 27—29 zeigen, dass im vorliegenden Falle sich nicht bloss die Grösse der Winkelgeschwindigkeit und die Lage der Momentanaxe ändern, sondern auch die Richtung der letzteren.

77. Mit den Centra des grössten Stosses fallen wieder die Centra der grössten Reflexion und der Null-Conversion zusammen.

In der That, für die Centra des grössten Stosses ist nach Poinsot (Cap. II, § 22)

$$\eta = \frac{1 \pm \sqrt{1 + \frac{H}{A}}}{2}.$$

Führen wir diesen Werth in Gl. 27 und 28 ein, so finden wir, dass für sie wirklich

$$u' = \max. = \mp \sqrt{1 + \frac{H}{A}}$$

und

$$\theta' = 0$$

ist. Hier bedeuten H und A die Entfernungen des Massenmittelpunktes vom Percussionscentrum und vom Momentancentrum, wobei unter letzterem der Schnittpunkt der Momentanaxe mit der Verbindungslinie des Massenmittelpunktes und des Percussionscentrums verstanden wird; es ist also

$$H^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{A}{H} = \frac{\alpha^2\beta^2}{\alpha^2 a^2 + \beta^2 b^2}.$$

78. Die Centra der Null-Reflexion und der grössten Conversion fallen zusammen und liegen auf der Ellipse

$$\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 - 2\alpha^2 a x - 2\beta^2 b x = \alpha^2\beta^2.$$

Ihre Axen sind den Axen des Centralellipsoids parallel; ihr Centrum liegt im Percussionscentrum.

Man findet diese Centra, indem man setzt $u' = 0$, und folglich

$$\eta = \frac{1}{2}.$$

79. Die Centra der vollen Reflexion, für die also $u' = -u$ oder $\eta = 1$ ist, liegen, wie aus Gl. 25 ersichtlich, auf der Ellipse (vergl. Cap. II, § 19)

$$\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 = \alpha^2 a x + \beta^2 b y.$$

Erfolgt der Stoss in diesen Punkten, so erleidet die Grösse der Winkelgeschwindigkeit eine Aenderung, dementsprechend aber auch die Richtung der Momentanaxe; hierbei bleibt die kinetische Energie der Rotationsbewegung unverändert, wie aus Gl. 31 ersichtlich ist. Bloss wenn der Stoss im Massenmittelpunkte oder im Percussionscentrum erfolgt, bleibt die Grösse der Winkelgeschwindigkeit und folglich auch die Richtung der Momentanaxe unverändert. In der That, für den Massenmittelpunkt ist

$$x = 0, \quad y = 0,$$

daher

$$p' = p, \quad q' = q, \quad \theta' = \theta.$$

Für das Percussionscentrum ist

$$x = a, \quad y = b,$$

also

$$p' = -p, \quad q' = -q, \quad \theta' = -\theta.$$

80. Der geometrische Ort der Stosspunkte, für welche die Momentanaxe nach dem Stoss gleiche Richtung hat, ist die Hyperbel

$$\alpha^2 ab(1+c)x^2 - 2(c\alpha^2 a^2 - \beta^2 b^2)xy - \beta^2 ab(1+c)y^2 + 2b\alpha^2\beta^2 x -$$
$$- 2ca\alpha^2\beta^2 y - \alpha^2\beta^2 ab(1-c) = 0, \tag{32}$$

wo c durch die Bedingung

$$\operatorname{tg}(\theta', x) = c \cdot \operatorname{tg}(\theta, x)$$

bestimmt ist. Gesagtes findet man, wenn man entweder die letzte Gleichung mit Formeln 25 und 29 combinirt; oder aber die Stosspunkte bestimmt, für welche die Punkte a' b' auf einer durch den Massenmittelpunkt gehenden Geraden liegen.

81. Die Richtung der Momentanaxe bleibt unverändert, wenn der Stosspunkt entweder auf der Momentanaxe selbst, oder auf der Verbindungslinie des Massenmittelpunktes und des Percussionscentrums liegt.

Dies ist daraus ersichtlich, dass die Hyperbel 32 bei $c = 1$ in die erwähnten Geraden zerfällt

$$\alpha^2 ax + \beta^2 by + \alpha^2\beta^2 = 0$$

und

$$ay - bx = 0.$$

82. Es sei noch in Kürze hingewiesen, dass es keine Schwierigkeiten darbietet, im Vorhergehenden den festen Punkt durch einen freien, ruhenden materiellen Punkt endlicher Masse μ zu ersetzen, wenn man dabei dieselbe Voraussetzung betreffs der Stossrichtung, wie oben, beibehält.

In vorliegendem Falle müssen wir uns der Gleichung 3 bedienen. Bezieht man den Index „2" auf den Punkt μ, so ist

$$w_2 = 0 \quad w_2' = \frac{Q}{\mu}.$$

Für die Geschwindigkeiten w_1 und w_1' bestehen die früheren Werthe (§ 74). Deshalb ist, auf Grund der Gl. 3,

$$Q = 2\eta P, \tag{33}$$

wo

$$\eta = \frac{\mu(\alpha^2 ax + \beta^2 by + \alpha^2\beta^2)}{\mu(\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \alpha^2\beta^2) + M\alpha^2\beta^2}. \tag{34}$$

Die Bewegung des Systems nach dem Stosse wird durch die Formeln 27—30 im Vereine mit 34 bestimmt. Der Punkt μ erlangt in der Richtung der Normale des Systems im Stosspunkte die Geschwindigkeit.

$$V = \frac{Q}{\mu}.$$

Es sei bemerkt, dass $V = \max.$ ist, wenn der Stosspunkt auf der Verbindungslinie des Percussionscentrums und des Massenmittelpunktes liegt, in der Entfernung

$$v = -A \pm \sqrt{A^2 + AH\left(1 + \frac{M}{\mu}\right)}$$

vom letzteren. Es sind dies wieder die zwei Centren des grössten Stosses, der grössten Reflexion und der Null-Conversion. D. h. im gegebenen Falle zeigt sich, analog § 68, dass ein unveränderliches System einem ruhenden freien materiellen Punkte die grösstmögliche Geschwindigkeit ertheilt, wenn es dabei seine ganze Rotationsbewegung verliert und mit blosser Translationsgeschwindigkeit abprallt.

IV.

Kritik des dritten Capitels der Abhandlung „Sur la percussion des corps".

83. Im dritten Capitel untersucht Poinsot den allgemeinsten Fall des Stosses eines sich beliebig bewegenden Systems gegen einen festen Punkt; der Stosspunkt wird beliebig im System angenommen.

Poinsot gründet seine Lösung der Frage wieder auf die Voraussetzung, der Stosspunkt des Systems gelange beim Stoss zur Ruhe. Somit nimmt er, wie schon im § 56 hingewiesen wurde, implicite an, die Stossrichtung hänge vom Bewegungszustande des Systems im Augenblicke des Stosses ab. Um diese Abhängigkeit deutlich zu machen, wollen wir uns zu der synthetischen Lösung von K. Egorov [1]) wenden.

Es sei (Fig. 2) G der Massenmittelpunkt des Systems, C sein beliebig gelegener Stosspunkt. Durch C gehen zwei Gerade U_1 und U_2, die unter einander und zu GC senkrecht sind und dabei die Eigen-

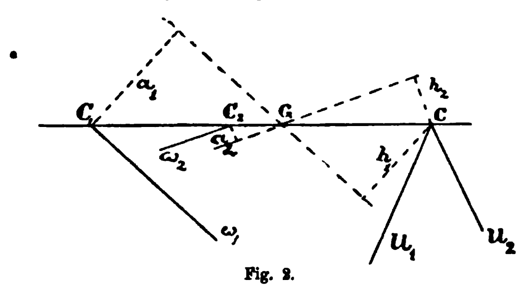


Fig. 2.

schaft besitzen, dass nach ihnen gerichtete Momentankräfte dem System blosse Drehungen um durch C_1 und C_2 gehende Axen ω_1 und ω_2

1) K. Egorov, Ueber den Stoss von als absolut hart betrachteten Körpern. Izwestija des St. Petersb. Techn. Inst. 1878.

ertheilen. Die Axe ω_1 ist parallel dem zu der durch G und U_1 gelegten Ebene conjugirten Durchmesser des Cauchy-Poinsot'schen Centralellipsoides; hierbei ist U_1 senkrecht zu der durch G und ω_1 gelegten Ebene. Eine gleiche Beziehung findet zwischen der Kraft U_2 und der Axe ω_2 statt. Die Punkte C und C_1 sind conjugirt, d. h. eine zu U_1 parallele, an C_1 angreifende Momentankraft ertheilt dem System eine blosse Drehung um eine zu ω_1 parallele Axe des Punktes C. Desgleichen sind C und C_2 conjugirt. Es seien h_1 und a_1 die Entfernungen der Punkte C und C_1 von der zu ω_1 parallelen Axe des Massenmittelpunktes G; h_2 und a_2 die Entfernungen der Punkte C und C_2 von der zu w_2 parallelen Axe des Punktes G; $M\delta_1^2$ und $M\delta_2^2$ die Trägheitsmomente des Systems in Bezug auf genannte Axen des Massenmittelpunktes. Dann ist

$$a_1 h_1 = \delta_1^2, \quad a_2 h_2 = \delta_2^2$$

oder

$$A_1 H \sin^2(\omega_1, H) = \delta_1^2$$

$$A_2 H \sin^2(\omega_2, H) = \delta_2^2,$$

wenn man setzt

$$H = GC, \quad A_1 = GC_1, \quad A_2 = GC_2.$$

Die anfängliche Bewegung des Systems lässt sich nach K. Egorov (a. a. O. § 16) in zwei Theile zerlegen: 1) in eine Drehung um eine Axe des Punktes C; 2) in eine Bewegung, die dem System durch eine an C angreifende momentane Einzelkraft P ertheilt werden kann. Letztere Bewegung besteht in einer nach GC gerichteten Translationsgeschwindigkeit, die wir v nennen wollen, und in zwei Winkelgeschwindigkeiten, deren Grössen θ_1 und θ_2 seien, um die durch C_1 und C_2 gehenden Axen w_1 und w_2.

Die Geschwindigkeit v kann dem System durch eine nach GC gerichtete Momentankraft

$$U_H = Mv$$

ertheilt werden. Den Winkelgeschwindigkeiten θ_1 und θ_2 entsprechen die Momentankräfte

$$U_1 = \frac{M\delta_1^2}{h_1}\theta_1$$

$$U_2 = \frac{M\delta_2^2}{h_2}\theta_2.$$

Somit ist die Kraft P die Resultante der Kräfte U_H, U_1 und U_2. Da Poinsot annimmt, der Stosspunkt C gelange zur Ruhe, so ist die von ihm gefundene Stosskraft offenbar identisch mit der Kraft P. Wir

ersehen also, dass die Poinsot'sche Annahme thatsächlich zu einer Abhängigkeit der Stossrichtung vom Bewegungszustande des Systems im Augenblicke des Stosses führt; nur fällt im allgemeinen Falle die Stossrichtung nicht nothwendig in die Geschwindigkeitsrichtung des Stosspunktes. Die Unzulässigkeit aber einer solchen Annahme ist schon im § 70 hingestellt worden. Die Stossrichtung ist stets normal zur Oberfläche des Systems im Stosspunkte und unabhängig von dem Bewegungszustande desselben.

84. Es sei hier auf einen Irrthum hingewiesen, der sich in die Untersuchungen von K. Egorov eingeschlichen hat. Derselbe nennt die unter der Poinsot'schen Annahme gefundene Momentankraft des Stosses die Kraft des vollen Stosses. In § 1 seiner Abhandlung weist K. Egorov darauf hin, dass thatsächlich der Stosspunkt des Systems bloss seine normale Geschwindigkeit verlieren könne, d. h. die Stossrichtung stets normal zur Oberfläche des Systems sei. Er nimmt aber an, die sich unter dieser Annahme ergebende Stosskraft Q sei der normalen Componente der Kraft des vollen Stosses gleich, d. h.

$$Q = Q_0 \cos (Q_0, Q).$$

Um die Irrthümlichkeit dieser Annahme nachzuweisen, wollen wir die beiden Theile dieser Gleichung einzeln mit Hilfe des vorigen Paragraphen bestimmen. Nennen wir w_x, w_y, w_z die nach den Richtungen GC, U_1 und U_2 genommenen Componenten der anfänglichen Geschwindigkeit des Stosspunktes C. Dann ist, wie aus § 83 leicht ersichtlich,

$$w_x = v$$
$$w_y = (a_1 + h_1)\,\theta_1$$
$$w_z = (a_2 + h_2)\,\theta_2.$$

Deshalb ist die anfängliche normale Geschwindigkeit des Punktes C gleich

$$w_1 = lv + m\,(a_1 + h_1)\,\theta_1 + n\,(a_2 + h_2)\,\theta_2,$$

wo l, m, n die Richtungscosinusse der betreffenden Normale bedeuten.

Zerlegt man die auf das System einwirkende Stosskraft $-Q$ in drei Componenten längs der Geraden GC, U_1 und U_2, so ersieht man leicht, dass die normale Geschwindigkeit des Punktes C nach dem Stosse sich schreiben lässt:

$$w_1' = w_1 - \frac{Q}{M}\left[l^2 + m^2 \frac{h_1\,(a_1 + h_1)}{\delta_1^2} + n^2 \frac{h_2\,(a_2 + h_2)}{\delta_2^2}\right]$$

oder

$$w_1' = w_1 - \frac{Q}{M}\left[1 + m^2 \frac{h_1}{a_1} + n^2 \frac{h_2}{a_2}\right].$$

Nach oben Gesagtem entspricht die von K. Egorov durch Q bezeichnete Stosskraft der Bedingung

$$w_1' = 0;$$

somit ist

$$Q = \frac{M[lv + m(a_1 + h_1)\theta_1 + n(a_2 + h_2)\theta_2]}{1 + m^2\frac{h_1}{a_1} + n^2\frac{h_2}{a_2}}. \tag{35}$$

Andrerseits sind U_H, U_1 und U_2 die Componenten der Kraft des vollen Stosses; daher schreibt sich ihre normale Componente

$$Q_0 \cos(Q_0, Q) = lU_H + mU_1 + nU_2$$

oder

$$Q_0 \cos(Q_0, Q) = M[lv + ma_1\theta_1 + na_2\theta_2], \tag{36}$$

ist also wesentlich verschieden von der Kraft Q Gl. 35. Es erhellt somit, dass die Voraussetzung

$$Q = Q_0 \cos(Q_0, Q)$$

thatsächlich falsch ist. Als Beleg hierfür kann die Formel 18 des § 71 dienen. Nach obiger Annahme wäre

$$Q = 2\frac{(K^2 + hx)\sin\varphi}{K^2 + x^2}P,$$

während wir gefunden haben

$$Q = 2\frac{(K^2 + hx)\sin\varphi}{K^2 + x^2\sin^2\varphi}P.$$

85. Wenden wir uns zu der Bestimmung des thatsächlichen Werthes der Momentankraft des Stosses, indem wir die Stossrichtung normal zu der Oberfläche des Systems annehmen.

Es seien λ, μ, ν die Richtungscosinusse der Normale im Stosspunkte in Bezug auf die Hauptcentralaxen des Systems, welche wir zu Coordinatenaxen wählen; hierbei sei die Richtung der äusseren Normale positiv gerechnet. Es seien ferner w_x, w_y und w_z die nach den Coordinatenaxen genommenen Componenten der anfänglichen Geschwindigkeit des Stosspunktes; w_x', w_y' und w_z' die entsprechenden Grössen nach dem Stosse. Die normalen Geschwindigkeiten des Stosspunktes vor und nach dem Stosse ergeben sich zu

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= \lambda w_x + \mu w_y + \nu w_z \\ w_1' &= \lambda w_x' + \mu w_y' + \nu w_z' \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Es bezeichne m die Masse des Systems; α, β, γ seine Trägheitsradien in Bezug auf die Hauptcentralaxen; x, y, z die Coordinaten des

Stosspunktes; X_0, Y_0, Z_0, L_0, M_0, N_0 die Componenten der Momentankraft und des Paares der Momentankräfte, die dem System seine Bewegung ertheilt haben; hierbei wird die Kraft (X_0, Y_0, Z_0) als im Massenmittelpunkt angreifend gedacht. Dann ist offenbar

$$\left.\begin{aligned} w_x &= \frac{X_0}{m} + \frac{zM_0}{m\beta^2} - \frac{yN_0}{m\gamma^2} \\ w_y &= \frac{Y_0}{m} + \frac{xN_0}{m\gamma^2} - \frac{zZ_0}{m\alpha^2} \\ w_z &= \frac{Z_0}{m} + \frac{yL_0}{m\alpha_2} - \frac{xM_0}{m\beta_2} \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Zerlegen wir die auf das System einwirkende Stosskraft $-Q$ in drei Componenten parallel den Coordinatenaxen

$$-\lambda Q, \quad -\mu Q, \quad -\nu Q.$$

Uebertragen wir dieselben in den Massenmittelpunkt, so erhalten wir noch drei Paare, deren Axen den Coordinatenaxen parallel sind,

$$-(\nu y - \mu z)Q, \quad -(\lambda z - \nu x)Q, \quad -(\mu x - \lambda y)Q.$$

Deshalb sind

$$\left.\begin{aligned} w_x' &= w_x - \left[\lambda + \frac{z(\lambda z - \nu x)}{\beta^2} - \frac{y(\mu x - \lambda y)}{\gamma^2}\right]\frac{Q}{m} \\ w_y' &= w_y - \left[\mu + \frac{x(\mu x - \lambda y)}{\gamma^2} - \frac{z(\nu y - \mu z)}{\alpha^2}\right]\frac{Q}{m} \\ w_z' &= w_z - \left[\nu + \frac{y(\nu y - \mu z)}{\alpha^2} - \frac{x(\lambda z - \nu x)}{\beta^2}\right]\frac{Q}{m} \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Führt man die Werthe Gl. 38 und 39 in Formel 37 ein und darauf letztere in Gleichung 4, so ergibt sich

$$Q = 2\,\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2(\lambda X_0 + \mu Y_0 + \nu Z_0) + \beta^2\gamma^2 L_0(\nu y - \mu z) + \gamma^2\alpha^2 M_0(\lambda z - \nu x) + \alpha^2\beta^2 N_0(\mu x - \lambda y)}{\alpha^2\beta^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^2(\nu y - \mu z)^2 + \gamma^2\alpha^2(\lambda z - \nu x)^2 + \alpha^2\beta^2(\mu x - \lambda y)^2}. \tag{40}$$

Der gefundene Ausdruck für die Stosskraft ist wesentlich verschieden von dem Poinsot'schen (Cap. III, § 11) und bedeutend einfacher.

86. Ist die Momentankraft des Stosses gefunden, so ergibt sich die Bewegung des Systems nach dem Stosse unmittelbar. Man braucht bloss die anfängliche Bewegung des Systems mit derjenigen zusammenzusetzen, die dem System von der Kraft $-Q$ ertheilt wird.

87. Es bietet wieder keine Schwierigkeit, den festen Punkt durch einen freien, ruhenden materiellen Punkt endlicher Masse m_1 zu ersetzen.

In diesem Falle muss man sich wieder der Gl. 3 bedienen, indem man für w_1 und w_1' die Werthe 37—39 beibehält und setzt

$$w_2 = 0, \quad w_2' = \frac{Q}{m_1}.$$

Auf diese Weise ergibt sich

$$Q_1 = \frac{\begin{array}{c} 2m_1\,[\alpha^2\beta^2\gamma^2\,(\lambda X_0 + \mu Y_0 + \nu Z_0) + \beta^2\gamma^2 L_0\,(\nu y - \mu z) + \\ + \gamma^2\alpha^2 M_0\,(\lambda z - \nu x) + \alpha^2\beta^2 N_0\,(\mu x - \lambda y)] \end{array}}{\begin{array}{c} m_1\,[\alpha^2\beta^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^2(\nu y - \mu z)^2 + \gamma^2\alpha^2(\lambda z - \nu x)^2 + \alpha^2\beta^2(\mu x - \lambda y)^2] + \\ + m\alpha^2\beta^2\gamma^2 \end{array}} \cdot \quad (41$$

Setzt man hier

$$m_1 = \infty,$$

so geht Gl. 41 in 40 über, wie erforderlich.

V.

Kritik der Abhandlung „Sur la quantité de mouvement qui est transmise à un corps par le choc d'un point massif qui vient le frapper dans une direction donnée“.

88. Poinsot untersucht den Stoss eines materiellen Punktes der Masse m, oder, wie er sich ausdrückt, eines unveränderlichen Hammers gegen ein ruhendes unveränderliches System; hierbei setzt er voraus, der Punkt m bewege sich in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes senkrecht zu der Verbindungslinie des Massenmittelpunktes des Systems und seines Stosspunktes. In § 1—4 wird das unveränderliche System als frei vorausgesetzt. In § 5—8 ist die Bedingung hinzugefügt, das System lehne sich gegen einen festen Punkt an; es wird gezeigt, wie der von einem und demselben Hammer auf den festen Punkt ausgeübte Momentandruck variiren kann, je nach der Lage des intermediären unveränderlichen Systems. In § 9—12 tritt endlich noch die Bedingung hinzu, dass der Punkt m nach dem Stosse mit dem System vereint bleibe.

Wir wollen diese drei Fälle einzeln betrachten.

89. Beginnen wir mit dem ersten Falle eines freien unveränderlichen Systems. Zu der Bestimmung der Momentankraft des Stosses wollen wir uns der Gleichung 3 bedienen, indem wir den Index „1“ auf das unveränderliche System, den Index „2“ auf den materiellen Punkt beziehen.

Nach § 70 ist die Momentankraft des Stosses normal zu der Oberfläche des Systems in seinem Stosspunkte, unabhängig von der Bewegungs-

richtung des stossenden Punktes. Deshalb hat letztere keinen Einfluss auf die Form des Ausdruckes für die Momentankraft des Stosses. Die zu Anfang erwähnte Bedingung Poinsot's bezüglich der Bewegungsrichtung des Hammers ist von keiner Bedeutung; um den von Poinsot (a. a. O. § 1) aufgestellten Ausdruck der Momentankraft des Stosses zu erhalten, muss man in Rede stehende Bedingung ersetzen durch die Bedingung, dass die Normale des Systems im Stosspunkte in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes liegen müsse. In diesem Falle ergibt sich für die normalen Geschwindigkeiten des Stosspunktes des Systems vor und nach dem Stosse

$$w_1 = 0$$
$$w_1' = \frac{K^2 + x^2}{K^2} \frac{Q}{M},$$

wo x die Länge der aus dem Massenmittelpunkt auf die Stossrichtung gefällten Senkrechten bedeutet. Ferner ist

$$w_2' = w_2 - \frac{Q}{m},$$

wenn unter w_2 und w_2' verstanden werden die Projectionen der anfänglichen und Endgeschwindigkeit des Punktes m auf die Normale des Systems im Stosspunkte.

Bezeichnet man

$$n = \frac{m}{M},$$

so ergibt Gl. 3

$$Q = m(w_2 - w_2') = 2mw_2 \frac{K^2}{(n+1)K^2 + nx^2}. \tag{42}$$

Formel 42 zeigt, dass der entsprechende Ausdruck von Poinsot (a. a. O. § 1) zu verdoppeln ist, wobei die vollen Geschwindigkeiten des stossenden Punktes durch ihre Projectionen auf die Normale des Systems im Stosspunkte ersetzt werden müssen und unter x die Entfernung des Massenmittelpunktes von der genannten Normale (nicht aber vom Stosspunkte, wie es Poinsot thut) verstanden werden muss. Dieselben Correctionen sind anzubringen in den Ausdrücken für die Stosskraft und die Winkelgeschwindigkeit des Systems nach dem Stosse, welche Poinsot in § 2—4 aufstellt. Hierbei muss, wie gesagt, im Auge behalten werden, dass die Poinsot'schen Untersuchungen bloss dann anwendbar sind, wenn die Normale des Systems im Stosspunkte in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes liegt.

90. In dem zweiten von Poinsot betrachteten Falle (a. a. O. § 5—8), wenn das unveränderliche System sich gegen einen festen Punkt lehnt, sind zwei Specialfälle zu unterscheiden: 1) wenn das System den festen Punkt berührt, und 2) wenn zwischen ihnen ein gewisser, wenn auch unendlich kleiner Abstand herrscht. Poinsot unterscheidet diese zwei Fälle nicht; offenbar ist aber solches nothwendig, denn berührt das System den festen Punkt nicht, so muss es beim Stosse des Hammers als frei betrachtet werden; findet aber fragliche Berührung statt, so kann das System nicht mehr als frei betrachtet werden (s. unten, § 92).

Poinsot's Untersuchungen beziehen sich offenbar auf den zweiten Fall, wo keine Berührung stattfindet. In der That, die Momentankraft Q des Stosses des Hammers gegen das System bestimmt Poinsot nach den Formeln der §§ 1—4 der in Rede stehenden Abhandlung, d. h. er nimmt das System hierbei als frei an. Darauf bestimmt er den vom System auf den festen Punkt ausgeübten Momentandruck nach dem ersten Capitel der Abhandlung „sur la percussion des corps“, — hierzu ist aber erforderlich, dass das System beim Stosse des Hammers gegen dasselbe die entsprechende Bewegung thatsächlich annehme; solches ist aber nur dann möglich, wenn das System den festen Punkt nicht berührt.

Was nun den Poinsot'schen Ausdruck der Momentankraft des Stosses gegen den festen Punkt betrifft, so wird nach 89 die Momentankraft Q des Stosses des Hammers gegen das System durch Formel 42 bestimmt, sobald nur die Normale des Systems im betreffenden Stosspunkte C in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes liegt. In Folge der Einwirkung der Kraft Q erlangt das System eine Winkelgeschwindigkeit um eine gewisse, zu genannter Ebene senkrechte Momentanaxe. Nehmen wir nun an, es sei die ursprüngliche Entfernung des Systems vom festen Punkte so klein, dass die Aenderung zu vernachlässigen ist, welche die Lage der Momentanaxe des Systems in letzterem erleidet im Zwischenraume zwischen dem Stosse des Hammers gegen das System und dem Stosse des Systems gegen den festen Punkt. Ferner liege die Normale des Systems in seinem Stosspunkte F gegen den festen Punkt in derselben Hauptebene des Massenmittelpunktes, wie die Normale des Punktes C, und sei parallel letzterer. Dann kann nach § 70 die Momentankraft des Stosses des Systems gegen den festen Punkt nach Formel 5, § 57, bestimmt werden, d. h. es ist

$$P = 2\frac{K^2 + hx}{K^2 + h^2}Q, \tag{43}$$

wobei unter x und h im gegebenen Falle die Entfernungen des Massenmittelpunktes des Systems von den Normalen C und F zu verstehen

sind. Dieser Ausdruck unterscheidet sich vom Poinsot'schen (a. a. O. § 5) bloss durch den Factor 2.

Wir ersehen somit, dass die Untersuchungen der §§ 5—8 der fraglichen Abhandlung bloss dann anwendbar sind, wenn zwischen dem System und dem festen Punkt ein sehr kleiner Abstand existirt und die Normalen des Systems in den Stosspunkten des Hammers gegen das System und des letzteren gegen den festen Punkt in einer und derselben Hauptebene des Massenmittelpunktes liegen und unter einander parallel sind. Die von Poinsot in den §§ 5—8 gegebenen Ausdrücke der Momentankraft des Stosses gegen den festen Punkt sind zu verdoppeln; dabei sind unter x und h die Entfernungen des Massenmittelpunktes von den Stossrichtungen Q und P, nicht aber von den entsprechenden Stosspunkten zu verstehen.

91. Es sei die ursprüngliche Entfernung des Systems vom festen Punkte wiederum sehr klein und die Normalen des Systems in den Punkten C und F seien in einer und derselben Hauptebene des Massenmittelpunktes gelegen; letztere seien aber nicht parallel, sondern bilden unter einander den Winkel ψ. In diesem Falle wird die Kraft P offenbar durch Formel 18, § 71, ausgedrückt, d. h. es ist

$$P = 2\,\frac{K^2 \cos\psi + hx}{K^2 + h^2}\,Q. \tag{44}$$

Ist der Abstand des Systems vom festen Punkte nicht sehr klein, so dass die Verbindungslinie des Massenmittelpunktes und des Momentancentrums des Systems sich im Zeitraum zwischen dem Stosse des Hammers gegen das System und des letzteren gegen den festen Punkt im System um einen endlichen Winkel δ dreht, so ist die Stosskraft P wiederum nach Formel 44 zu bestimmen, wobei ψ durch $\psi + \delta$ zu ersetzen ist.

94. Wenden wir uns zu dem Falle, wenn das unveränderliche System den festen Punkt berührt, indem wir annehmen wollen, die Normalen des Systems im Berührungspunkte F und im Stosspunkte C des Hammers seien in einer und derselben Hauptebene des Massenmittelpunktes gelegen und unter einander parallel. In diesem Falle kann das System beim Stosse des Hammers gegen dasselbe offenbar nicht als frei angesehen werden; vielmehr muss angenommen werden, das System habe einen in F gelegenen festen Punkt. Um aber dennoch Formel 42 anzuwenden, muss dem Punkte F eine unendlich grosse Masse

$$\mu = \infty$$

beigelegt werden[1]). Hierbei geht der Massenmittelpunkt des Systems nach F über; das Trägheitsmoment des Systems in Bezug auf die zu der Axe K parallele Axe des Punktes F schreibt sich

$$(M+\mu)\,K_1^2 = M(K^2+h_1^2),$$

wenn h_1 den Abstand des Punktes F vom Massenmittelpunkte bedeutet.

Das erhaltene System ist als frei zu betrachten. Bezeichnet somit x_1 die Entfernung des Punktes F von der Normale des Systems im Punkte C, so ergibt Formel 42

$$Q = 2mw_2\frac{K^2+h_1^2}{K^2+h_1^2+nx_1^2}. \qquad (45$$

Trägt man die Momentankraft Q nach dem Punkte F über, so ergibt sie den auf den festen Punkt ausgeübten Momentandruck P, d. h. es ist

$$P = 2mw_2\frac{K^2+h_1^2}{K^2+h_1^2+nx_1^2}. \qquad (46$$

Das unveränderliche System prallt vom festen Punkte nicht ab, sondern erhält unter der Einwirkung des Momentankräftepaares Qx_1 eine Winkelgeschwindigkeit θ um eine zu der Axe K parallele Axe des Punktes F, so dass

$$\theta = 2mw_2\frac{x_1}{M(K^2+h_1^2)+mx_1^2}. \qquad (47$$

Im folgenden Augenblicke aber theilt sich das unveränderliche System vom festen Punkte ab, in Folge der Lageänderung seiner Momentanaxe in ihm.

93. Der Unterschied beider untersuchter Fälle sei an folgendem Beispiele erläutert. Die Stossrichtung Q gehe durch den Massenmittelpunkt des Systems und seinen Stoss- oder Berührungspunkt F gegen den festen Punkt. Mit anderen Worten, es sei

$$x=0,\quad h=0,\quad x_1=0.$$

Ausserdem gehe die Normale des Systems im Punkte F durch den Massenmittelpunkt.

Poinsot erkennt in diesem Falle gar keinen Einfluss des unveränderlichen Systems an. Wir wollen obige zwei Fälle einzeln betrachten:

1) Berührt das System den festen Punkt nicht, so ist nach Formel 42

$$Q = 2mw_2\frac{M}{M+m}.$$

---

1) Poinsot, Sur la manière de ramener etc.

Das System erlangt eine translatorische Geschwindigkeit

$$u = 2 m w_2 \frac{1}{M + m}.$$

Darauf stösst es gegen den festen Punkt; hierbei übt es auf letzteren einen Momentandruck P aus

$$P = 4 m w_2 \frac{M}{M + m}$$

und prallt mit der translatorischen Geschwindigkeit u' ab

$$u' = -2 m w_2 \frac{1}{M + m}.$$

2) Berührt das unveränderliche System den festen Punkt, so ist nach Formel 46

$$P = 2 m w_2,$$

d. h. verschieden von obigem Falle. Das unveränderliche System bleibt unbeweglich. Sein Einfluss auf die Kraft P besteht darin, dass von ihm die Grösse der in P functionirenden Geschwindigkeit w_2 abhängt. Der vom Hammer unmittelbar auf den festen Punkt ausgeübte Momentandruck wäre

$$P = 2 m v,$$

wenn v die volle Geschwindigkeit des Hammers bezeichnet.

94. In § 9—12 untersucht Poinsot, wie erwähnt, den vorigen Fall unter Zufügung der Bedingung, dass der Hammer nach dem Stoss mit dem unveränderlichen System verbunden bleiben soll.

Hier sind wieder dieselben zwei Specialfälle zu unterscheiden, wie oben (§ 90). Poinsot's Untersuchungen sind wieder bloss in dem Falle anwendbar, wenn das unveränderliche System vom festen Punkte um eine sehr kleine Entfernung absteht. Es sei bemerkt, dass aus genannter zusätzlicher Bedingung bezüglich der Bewegung des Hammers nach dem Stoss ersichtlich ist, dass im gegebenen Falle die Stossrichtung des Hammers gegen das System mit der Geschwindigkeitsrichtung des ersteren übereinstimmt. Deshalb muss die oben (§ 89) aufgestellte Bedingung für die Richtung der Normale des Systems im Stosspunkte des Hammers gegen dasselbe im gegebenen Falle auf die Bewegungsrichtung des Hammers übertragen werden. Somit erhellt, dass für die Anwendbarkeit der Poinsot'schen Untersuchungen erforderlich ist, dass der Hammer sich bewege in einer der Hauptebenen des Massenmittelpunktes des Systems und dass die Normale des Systems in seinem

Stosspunkte gegen den festen Punkt in derselben Ebene liege und parallel der Geschwindigkeit des Hammers sei.

Der von Poinsot angegebene Ausdruck der Momentankraft des Stosses (a. a. O. § 9) ist dem ersten Capitel der Abhandlung „sur la percussion des corps" entnommen. Deshalb ist unmittelbar ersichtlich, dass derselbe zu verdoppeln ist, wobei unter x und h zu verstehen sind die Entfernungen des Massenmittelpunktes von der Geschwindigkeitsrichtung des Hammers und von der Normalen des Systems in seinem Stosspunkte gegen den festen Punkt; d. h. es ist

$$P = 2mv \frac{K^2 + hx}{K^2 + h^2 + n(x-h)^2}. \tag{48}$$

95. Würde das System im vorliegenden Falle den festen Punkt berühren, so würde sich für P folgender Ausdruck ergeben

$$P = mv \frac{K^2 + h_1^2}{K^2 + h_1^2 + nx_1^2}, \tag{49}$$

wenn h_1 die Entfernung des Massenmittelpunktes vom Berührungspunkte des Systems gegen den festen Punkt bedeutet, x_1 — die Entfernung des letztern von der Geschwindigkeitsrichtung des Hammers. Es ergibt sich dies, indem man wie oben (§ 92) verfährt, zu der Bestimmung von Q aber die Gleichung 3 ersetzt durch die Bedingungsgleichung

$$w_1' = w_2'.$$

96. Was die Bedeutung der Bedingung betrifft, dass die unveränderlichen Systeme nach dem Stoss vereint bleiben sollen, so ist hierunter offenbar die Voraussetzung zu verstehen, zwischen denselben befinde sich eine Zwischenschicht, welche solches Aneinanderhaften der Systeme hervorruft; die Masse dieser Schicht muss so klein sein, dass ihr Einfluss zu vernachlässigen sei. Es sei bemerkt, dass in vorliegendem Falle beim Stoss ein Verlust kinetischer Energie der zusammenprallenden unveränderlichen Systeme erfolgt. Damit also genannte Zwischenschicht ein Aneinanderhaften der Systeme hervorrufen könne, muss sie den stattfindenden Verlust an kinetischer Energie in Form innerer Arbeit aufzunehmen im Stande sein.

VI.

Sur la manière de ramener à la dynamique des corps libres celle des corps qu'on suppose gênés par des obstacles fixes.

97. Diese Abhandlung bedarf keiner eingehenden Erörterung. Dieselbe bezieht sich streng genommen nicht auf die Frage über den Stoss;

Poinsot zeigt in ihr, wie unfreie Systeme mit Hilfe von Beifügung unendlich grosser Massen zurückgeführt werden können auf freie Systeme. In § 10—15 erläutert Poinsot seine Theorie durch Beispiele aus der Theorie des Stosses unveränderlicher Systeme gegen feste Punkte und gegen ruhende, freie materielle Punkte endlicher Masse. Die Ausdrücke für die Momentankräfte des Stosses sind hierbei dem ersten Capitel der Abhandlung „sur la percussion des corps“ entnommen. Deshalb bezieht sich auf dieselben und auf die aus ihnen gezogenen Schlussfolgerungen das von uns in § 58 und 70 Gesagte.

VII.

Der allgemeine Fall des Stosses zweier unveränderlicher Systeme.

98. Poinsot hat, wie bekannt, die Frage über den Stoss zweier, sich beliebig bewegender und mit beliebigen Punkten zusammenstossender, unveränderlicher Systeme nicht in den Kreis seiner Untersuchungen gezogen. Es wäre naturgemäss auch auf diesen allgemeinen Fall die Methode anzuwenden, deren wir uns im Vorhergehenden bedient haben. Wir wollen jedoch hierauf nicht näher eingehen, da solches im Grunde genommen schon von Maxwell gemacht ist.

Maxwell [1]) hat die Frage vom Stosse zweier veränderlicher, absolut elastischer Systeme gelöst. Zu diesem Zwecke bestimmt er den Verlust an kinetischer Energie zweier beliebiger, mit beliebigen Punkten zusammenprallender Systeme. Indem er diesen Verlust für absolut elastische Körper gleich Null setzt, gelangt er zu dem durch Gl. 3 ausgesprochenen Satze (vergl. § 55). Darauf benutzt Maxwell Gl. 3 zu der Bestimmung der Momentankraft des Stosses; nach der letzteren bestimmt sich die Bewegung des Systems nach dem Stosse. Die Art der Benutzung der Gl. 3 ist dieselbe, deren wir uns im Vorhergehenden bedient haben.

Ist einmal bewiesen, — auf Grund der Vorstellung von den beim Stosse unveränderlicher Systeme auftretenden momentanen Druckkräften und ihrer Arbeit —, dass Gl. 3 auch für unveränderliche Systeme giltig ist, so leuchtet sofort ein, dass die Maxwell'sche Lösung für absolut elastische Körper unmittelbar auf unveränderliche Systeme übertragen werden kann.

---

1) J. C. Maxwell, Illustrations of the Dynamical Theory of Gases p. III. On the Collision of Perfectly Elastic Bodies of any Form. Phil. Mag. IV vol. 20 (1860) p. 33—35.

Somit ergibt sich folgender Ausdruck für die Momentankraft des Stosses zweier unveränderlicher Systeme

$$Q = \frac{2(w_1 - w_2)}{\sigma_1 + \sigma_2}, \tag{50}$$

wenn die auf das zweite System einwirkende Kraft positiv gerechnet wird. Hier sind w_1 und w_2 die anfänglichen normalen Geschwindigkeiten der Stosspunkte beider Systeme, während unter Beibehaltung der Bezeichnungen des § 85

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\alpha_1^2\beta_1^2\gamma_1^2 + \beta_1^2\gamma_1^2(\nu_1 y_1 - \mu_1 z_1)^2 + \gamma_1^2\alpha_1^2(\lambda_1 z_1 - \nu_1 x_1)^2 + \alpha_1^2\beta_1^2(\mu_1 x_1 - \lambda_1 y_1)^2}{m_1\alpha_1^2\beta_1^2\gamma_1^2} \\ \sigma_2 &= \frac{\alpha_2^2\beta_2^2\gamma_2^2 + \beta_2^2\gamma_2^2(\nu_2 y_2 - \mu_2 z_2)^2 + \gamma_2^2\alpha_2^2(\lambda_2 z_2 - \nu_2 x_2)^2 + \alpha_2^2\beta_2^2(\mu_2 x_2 - \lambda_2 y_2)^2}{m_2\alpha_2^2\beta_2^2\gamma_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

Es muss bemerkt werden, dass diese Lösung ohne weiteres bloss auf unveränderliche Systeme anwendbar ist. Für veränderliche, absolut elastische Körper ist sie nur dann giltig, wenn dieselben nach dem Stosse keinen elastischen Schwingungen unterliegen.

VIII.

Der gleichzeitig in mehreren Punkten stattfindende Stoss zweier unveränderlicher Systeme.

99. Im Vorhergehenden wurde stets vorausgesetzt, der Stoss erfolge in einem einzigen Punkte. Man könnte die Frage stellen über den Stoss zweier unveränderlicher Systeme gleichzeitig in mehreren Punkten. Es lässt sich aber leicht zeigen, dass diese Frage nicht lösbar ist.

Einfachheit halber wollen wir den Specialfall des ersten Capitels der Abhandlung „sur la percussion des corps“ ins Auge fassen, indem wir die Bedingung hinzufügen, das System stosse gleichzeitig gegen eine Reihe fester Punkte. Die Normalen des Systems in seinen Stosspunkten seien unter einander parallel und senkrecht zu der Verbindungslinie des Massenmittelpunktes des Systems und seines Percussionscentrums.

Es seien $Q_1, Q_2, \ldots. Q_n$ die gesuchten Momentankräfte des Stosses; Q ihre Resultante; $x_1, x_2, \ldots. x_n$ und x die Entfernungen dieser Kräfte vom Massenmittelpunkte des Systems. Zufolge der gemachten Voraussetzung, die Kräfte Q_i seien alle parallel, ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} Q &= \sum_1^n Q_i \\ Q \cdot x &= \sum_1^n Q_i x_i \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

Diese beiden Gleichungen dienen zu der Bestimmung der gesuchten Stosskräfte Q_i, sobald Q und x ermittelt sind. Aus denselben ist ersichtlich, dass dieser Theil der Frage lösbar ist, bloss wenn n nicht grösser als 2 ist. Zu der Bestimmung der Kraft Q haben wir die Bedingung, dass die Summe der Arbeiten der einzelnen Stosskräfte, oder mit anderen Worten die Arbeit der Resultanten Q, im vorliegenden Falle gleich Null sein muss. Deshalb gilt für Q offenbar Gl. 5, d. h. es ist

$$Q = 2\frac{K^2 + hx}{K^2 + x^2}P. \tag{53}$$

Dies ist die einzige Gleichung für Q; da sie aber die Unbekannte x enthält, so ist die Lösung unbestimmt.

Wir ersehen also, dass die Frage vom gleichzeitigen Stosse eines unveränderlichen Systems gegen mehrere feste Punkte nicht lösbar ist. Es lässt sich nicht nur nicht die Vertheilung der resultirenden Stosskraft auf die einzelnen Stosspunkte angeben, sondern auch nicht diese Resultante selbst. In Verbindung hiermit kann auch die Bewegung des Systems nach dem Stosse nicht ermittelt werden. Man kann bloss sagen, dass die volle kinetische Energie des Systems beim Stosse unverändert bleibt; ihre Vertheilung aber nach dem Stosse in die Energien der translatorischen und der Rotationsbewegung ist nicht zu bestimmen.

Dieselbe Unbestimmtheit der Lösung ergibt sich offenbar auch im allgemeinen Falle des Stosses zweier unveränderlicher Systeme, wenn dieselben gleichzeitig in mehreren Punkten stattfindet. Bloss in einzelnen Specialfällen ist die Frage lösbar, wenn man nämlich unmittelbar die Lage und Richtung der resultirenden Stosskraft angeben kann. So z. B. ist beim Stosse einer unveränderlichen Kugel gegen einen kreisförmigen, unveränderlichen Ring unmittelbar ersichtlich, dass die resultirende Stosskraft normal zu der Ebene des Ringes ist und durch den Mittelpunkt der Kugel geht, wenn letztere beim Stosse den Ring längs dem vollen Umfange eines kleinen Kreises berührt. Als zweites Beispiel kann der longitudinale Stoss zweier unveränderlicher Stäbe dienen, deren Querschnitte gleich und gleich gelegen sind. Ist der Stoss absolut coaxial, so lässt sich mit Gewissheit annehmen, die Kraft Q falle in die gemeinschaftliche Axenrichtung der Stäbe. Ist aber der Stoss nicht coaxial, so fehlen uns die Data zu der Bestimmung der Kraft Q und der Bewegung der Stäbe nach dem Stosse.

100. Eine Analogie des Vorhergehenden findet sich in der Statik. Liegt ein unveränderliches, schweres System auf einer horizontalen Ebene, so haben wir zu der Bestimmung der Reactionskräfte der Ebene in den einzelnen Berührungspunkten, wie bekannt, folgende zwei

Bedingungen: die Resultante dieser Kräfte ist dem Gewichte des Systems gleich und geht durch seinen Schwerpunkt. Diese Bedingungen ergeben drei Gleichungen. Deshalb ist die Frage lösbar, sobald das System die Ebene in nicht mehr als drei Punkten berührt. Im widrigen Falle lässt sich die Vertheilung des Gewichts des Systems auf die einzelnen Berührungspunkte nicht ermitteln.

In der Frage über den Stoss haben wir für Q bloss eine Gleichung; deshalb ist die Frage lösbar, bloss wenn der Stoss in einem einzigen Punkte erfolgt. Während uns aber im statischen Beispiele die Grösse und Lage der Resultanten der gesuchten Kräfte stets bekannt ist, kann in der Frage vom Stosse auch solches nicht ermittelt werden.

IX.

Der schiefe Stoss zweier unveränderlicher Kugeln.

101. Wir wollen noch die Lösung des allgemeinen Falles des schiefen Stosses zweier unveränderlicher, homogener Kugeln angeben, welche sich mit ihren Mittelpunkten auf zwei beliebigen, sich kreuzenden Geraden mit gleichförmigen Geschwindigkeiten bewegen.

Maxwell[1]) hat, wie bekannt, eine elegante synthetische Lösung der Frage über den schiefen Stoss zweier absolut elastischer Kugeln gegeben, die somit auf unveränderliche Kugeln anwendbar ist. Er setzt als gegeben voraus die anfänglichen Geschwindigkeiten der Kugeln und die Richtung der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte im Augenblicke des Stosses. Seine Lösung ist folgende:

„Es seien OA, OB (Fig 3) die Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stosse, so dass die Körper sich nach einer Secunde in A und B befinden würden, wenn zwischen ihnen keine gegenseitige Einwirkung stattfände. Verbinden wir A und B, und es sei G ihr Massenmittelpunkt, auf dessen Lage die gegenseitige Einwirkung der Kugeln keinen Einfluss hat. Führen wir GN parallel der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte im Augenblicke des Stosses (nicht nothwendig in der Ebene AOB). Führen wir aGB in der Ebene AGN, so das $NGa = NGA$, $Ga = GA$ und $Gb = GB$; dann stellen Ga und Gb die relativen Geschwindigkeiten der Kugeln in Bezug auf G nach dem Stosse dar; addirt man sie mit OG, so

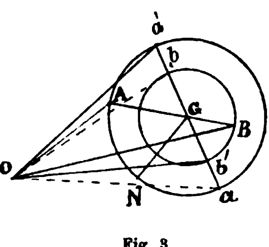


Fig. 3.

1) J. C. Maxwell, Illustrations of the Dynamical Theory of Gases p. I. On the Motions and Collisions of Perfectly Elastic spheres. Phil. Mag. IV vol. 19 (1860), p. 20—22.

ergeben sich *Oa* und *Ob* für die absoluten Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stosse."

Es ist leicht einzusehen, dass der Maxwell'schen Lösung ein Fehler anhaftet. Die Gerade *OG* stellt die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes *G* dar. Da aber die anfänglichen relativen Geschwindigkeiten der Kugeln in Bezug auf *G* gleich sind den geometrischen Differenzen ihrer anfänglichen absoluten Geschwindigkeiten und der Geschwindigkeit des Punktes *G*, so sind sie den Geraden *GA* und *GB* geometrisch gleich. Hieraus erhellt, dass die relativen Geschwindigkeiten nach dem Stosse durch die Geraden *Ga'* und *Gb'* dargestellt werden und nicht durch die Geraden *Ga* und *Gb*, wie Maxwell annimmt. Dementsprechend sind die absoluten Geschwindigkeiten nach dem Stosse geometrisch gleich *Oa'* und *Ob'*, und nicht *Oa* und *Ob*.

102. Es bietet keine Schwierigkeit, die Frage in der allgemeinsten Fassung zu stellen, indem man als gegeben annimmt beliebige anfängliche Lagen der Kugeln, statt der Richtung der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte im Augenblicke des Stosses.

Es seien *A* und *B* (Fig. 4) die gegebenen, anfänglichen Lagen der Kugelmittelpunkte, deren Entfernung l sei; *G* sei die entsprechende Lage des gemeinschaftlichen Massenmittelpunktes. Es seien *AC* und *BD* die anfänglichen Geschwindigkeiten v_1 und v_2 der Kugeln; φ der Winkel, den v_1 und v_2 unter einander bilden; ψ_1 und ψ_2 die von diesen Geschwindigkeiten mit der Geraden *AB* gebildeten Winkel; m_1 und m_2 die Massen der Kugeln; r_1 und r_2 ihre Halbmesser.

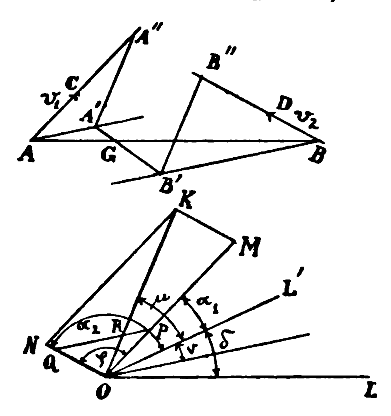


Fig. 4.

Bestimmen wir die Geschwindigkeit v_0 des Massenmittelpunktes *G* und die relative Bewegungsgrösse q der Kugeln in Bezug auf *G*. Zu diesem Zwecke legen wir von einem beliebigen Punkte *O* die Strecken *OM* und *ON* ab, geometrisch gleich den gegebenen aboluten Bewegungsgrössen der Kugeln. Denkt man sich die Massen beider Kugeln in *G* concentrirt, so ist seine Bewegungsgrösse geometrisch gleich der Diagonale *OK* des von *OM* und *ON* gebildeten Parallelogramms; deshalb ergibt sich für v_0

$$(m_1 + m_2) v_0 = \sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 v_1 \cdot m_2 v_2 \cdot \cos\varphi}. \qquad (54$$

Legen wir auf *OM* und *ON* die den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 gleichen Strecken *OP* und *OQ* ab und verbinden *P* mit *Q*. Es stellt

dann OR die Geschwindigkeit v_0 dar; RP und RQ die relativen Geschwindigkeiten w_1 und w_2 der Kugeln in Bezug auf G. Dabei ist

$$m_1 w_1 = - m_2 w_2 = q. \tag{55}$$

Folglich ist

$$PQ = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} q$$

oder, bestimmt man PQ aus dem Dreiecke OPQ, so ergibt sich für q

$$q = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cos\varphi}. \tag{56}$$

Bestimmen wir nun die Bedingung des thatsächlichen Zusammenstosses der Kugeln. Zu letzterem ist offenbar erforderlich, dass die Entfernung der relativen Bewegungsrichtungen der Kugeln in Bezug auf ihren Massenmittelpunkt kleiner als $r_1 + r_2$ sei und dieselben die Gerade AB unter spitzem Winkel γ schneiden; d. h. es muss sein

$$l \sin\gamma < r_1 + r_2$$

und

$$\gamma < \frac{\pi}{2}.$$

Beide Bedingungen zusammen geben

$$\cos\gamma > + \sqrt{1 - \varrho^2}, \tag{57}$$

wo

$$\varrho = \frac{r_1 + r_2}{l}. \tag{58}$$

Führen wir in diese Bedingung die gegebenen Data ein. Zu diesem Zwecke legen wir durch O die Gerade OZ parallel AB; OL' sei ihre Projection auf die Ebene NOM; δ der Winkel der Geraden OL mit der Ebene NOM; α_1, α_2, μ und ν die Winkel, welche die Gerade OL' mit den Geschwindigkeiten v_1, v_2, v_0 und w_1 bildet. Da w_1 die geometrische Differenz der Geschwindigkeiten v_1 und v_0 ist, so ist

$$w_1 \cos\nu = v_1 \cos\alpha_1 - v_0 \cos\mu.$$

Desgleichen ergibt das Parallelogram $ONKM$

$$(m_1 + m_2) v_0 \cos\mu = m_1 v_1 \cos\alpha_1 + m_2 v_2 \cos\alpha_2.$$

Somit ist

$$w_1 \cos\nu = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_1 \cos\alpha_1 - v_2 \cos\alpha_2). \tag{59}$$

Ferner ist offenbar

$$\left.\begin{aligned} \cos\gamma &= \cos\delta \cos\nu \\ \cos\psi_1 &= \cos\delta \cos\alpha_1 \\ \cos\psi_2 &= \cos\delta \cos\alpha_2 \end{aligned}\right\} \tag{60}$$

Folglich erhalten wir, indem wir Gl. 59 mit $m_1 \cos\delta$ multipliciren und Gl. 55 und 60 berücksichtigen,

$$\cos\gamma = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_1 \cos\psi_1 - v_2 \cos\psi_2}{q}. \qquad (61$$

Die Bedingung 57 nimmt also die Form an

$$v_1 \cos\psi_1 - v_2 \cos\psi_2 > + \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sqrt{1 - \varrho^2} \cdot q$$

oder

$$v_1 \cos\psi_1 - v_2 \cos\psi_2 > + \sqrt{1 - \varrho^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cos\varphi}. \qquad (62$$

Ist diese Ungleichheit erfüllt, so findet der Zusammenstoss der Kugeln nothwendig statt.

Um die Richtung der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte im Augenblicke des Stosses zu finden, führen wir die Geraden AF und BH parallel PQ, d. h. parallel den Geschwindigkeiten w_1 und w_2. In der Ebene $FABH$ legen wir durch G die Gerade $A'GB'$, so dass

$$A'B' = r_1 + r_2$$

ist. Die Punkte A' und B' bilden offenbar die relativen Lagen der Kugelmittelpunkte im Augenblicke des Stosses in Bezug auf G. Die Gerade $A'B'$ ist also parallel der gesuchten Richtung. Somit können wir jetzt die Maxwell'sche Lösung anwenden und die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stosse bestimmen; hiermit ist die Frage gelöst.

Bemerkt sei noch, dass die absoluten Lagen der Kegelmittelpunkte im Augenblicke des Stosses sich bestimmen, indem man $A'A''$ und $B'B''$ parallel v_0 bis zum Schnitte mit den Richtungen der Geschwindigkeiten v_1 und v_2 führt.

Die Momentankraft des Stosses ist offenbar

$$Q = 2q \cos(q, A'B').$$

Für den Winkel $(q, A'B')$ besteht aber, wie leicht ersichtlich, die Gleichung

$$\varrho \sin(q, A'B') = \sin\gamma.$$

Folglich ist

$$Q = \frac{2q}{\varrho} \sqrt{\varrho^2 - \sin^2\gamma}. \qquad (63$$

Die Arbeit der Kraft Q, welche der kinetischen Energie gleich ist, die eine der Kugeln auf die andere überträgt, ergibt sich zu

$$\Omega = Q \cdot v_0 \cdot \cos(Q, v_0).$$

Das Rheonom[1]).

Von

Prof. **Ernst v. Fleischl.**

Das in den folgenden Zeilen zu beschreibende Instrument wurde zunächst construirt, um einem der dringendsten Bedürfnisse der Nervenphysik zu genügen.

Zahlreiche und gewichtige Gründe, für deren Auseinandersetzung aber hier nicht der geeignete Ort ist, haben von jeher die Physiologen, welche sich mit dem Studium der Eigenschaften der Nerven befassen, bewogen, sich als Erregungsmittel, welches den Nerven zur Entwicklung seiner Thätigkeit veranlasst, der Elektricität zu bedienen.

Infolge hiervon verfügt die elektrophysiologische Technik über eine ansehnliche Reihe von Apparaten, deren Zweck ist: den Strom nach allen erdenklichen Dimensionen zu variiren, mit Ausnahme einer einzigen, deren Beherrschung aber vor allem wünschenswerth scheint.

Bei allen Versuchen, welche zum Zwecke hatten, den Effect der Schliessung oder Oeffnung eines constanten Stromes oder den Effect des Ablaufes eines Inductionsstromes im Nerven zu beobachten und an der Zusammenziehung des mit dem gereizten Nerven in Verbindung stehenden Muskels zu messen, hat es sich immer als Hauptbedingung für die Vergleichbarkeit der Resultate herausgestellt, dass die Schliessung und Oeffnung des constanten Stromes jedesmal mit derselben Geschwindigkeit und in genau derselben Weise stattfinde.

Es wurden daher mehrfach Constructionen angegeben und verwendet, welche die letztgenannte Leistungen erfüllen sollten. Wer aber vermöchte mit einer derartigen Vorrichtung längere Zeit zu experi-

1) Nach des Verfassers „Untersuchung über die Gesetze der Nervenerregung", 3. Abhandlung, Sitzungsberichte der k. k. Akademie d. Wissensch. zu Wien Bd. 76 Abth. 3 (1877) vom Verfasser mitgetheilt.

mentiren, ohne dass sich ihm immer wieder die Thatsache aufdrängte, dass die leiseste Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Schliessung und Oeffnung den Effect am Muskel mehr beeinflusst, als irgend eine andere Veränderung im Versuche; und mit der Thatsache zugleich der Wunsch, das Gesetz jenes Einflusses kennen und die störenden Unregelmässigkeiten vermeiden zu lernen. Nun, das Gesetz, das hier zu Grunde liegt, ist offenbar jenes Gesetz, welches die Wirkung eines Stromes auf den Nerven und mittelbar auf den Muskel als Function der Geschwindigkeit hinstellt, mit welcher der Strom im Nerven entsteht oder vergeht. Du Bois-Reymond hat dieses Gesetz folgendermaassen formulirt[1]): „Nicht der absolute Werth der Stromdichtigkeit in jedem Augenblicke ist es, auf den der Bewegungsnerv mit Zuckung des zugehörigen Muskels antwortet, sondern die Veränderung dieses Werthes von einem Augenblicke zum andern, und zwar ist die Anregung zur Bewegung, die diesen Veränderungen folgt, um so bedeutender, je schneller sie bei gleicher Grösse vor sich gingen, oder je grösser sie in der Zeiteinheit waren.“ — Nun hat dieses Princip nicht nur allen Thatsachen, welche zur Zeit seiner Formulirung bekannt waren, vollkommen genügt, sondern es ist auch seitdem keine Erscheinung auf dem Gebiete der Nerven- und Muskelphysiologie bekannt geworden, welche nicht mit diesem Principe, soweit sie dasselbe überhaupt betraf, in bester Uebereinstimmung gewesen wäre. Und doch ist dieses Princip niemals bewiesen worden, so deutlich auch der Weg der Beweisführung vorgezeichnet war, so leicht auch der vorgezeichnete Weg einzuschlagen schien. Bedurfte es doch weiter keiner Mittel, als eines galvanischen Stromes, der sich im Nerven binnen einer gegebenen Zeit von einer bestimmten Intensität zu einer zweiten bestimmten Intensität allmählich erhob oder absenkte. Die Erfahrung der letzten dreissig Jahre hat aber gelehrt, dass diese Bedingung leichter eingesehen oder gestellt, als realisirt ist. Du Bois-Reymond war sich der herrschenden Schwierigkeiten wohl bewusst, als er 1848 die Worte schrieb[2]): „Ebenso ist es denkbar, obschon auch hier kein bekannter Weg offen steht, dass man es dazu bringe, sich einen Strom von bestimmter, bekannter und hinreichend einfacher Dichtigkeitscurve zu verschaffen.“

Offenbar war es die Ueberzeugung von der Wichtigkeit eines Beweises seines Gesetzes, die du Bois-Reymond veranlasste, im Jahre 1861 nochmals auf den Gegenstand zurück zu kommen. § XIV seiner Schrift: „Beschreibung einiger Vorrichtungen und Versuchsweisen zu

---

1) E. du Bois-Reymond, Untersuchungen u. s. w. Bd. 1 S. 258 f.

2) a. a. O. S. 272.

elektrophysiologischen Zwecken"[1]) führt den Titel: „Vom Schwankungsrheochord, einer Vorrichtung zum Erweise des allgemeinen Gesetzes der Nervenerregung durch den Strom"[2]), und beginnt mit folgenden Worten: „Mit wie grosser Wahrscheinlichkeit das von mir sogenannte Gesetz der Nervenerregung durch den Strom aus der Gesammtheit der Thatsachen hervorging, die ich im ersten Bande meiner ‚Untersuchungen' dafür beibrachte, so hatte ich es doch an einem ganz unmittelbaren Beweise dafür fehlen lassen. In der That gebrach es mir damals an einem Mittel, um eine positive oder negative Stromesschwankung von passender Grösse und nach Willkür zu beherrschender Geschwindigkeit hervorzubringen."

In dieser eben citirten Abhandlung schlägt du Bois-Reymond eine Methode zur Erreichung des angestrebten Zieles vor, welche im wesentlichen in einer stetigen Verminderung eines in eine Nebenschliessung zum Nerven gestellten Widerstandes besteht. Diese Nebenschliessung wird durch einen ausgespannten Eisendraht (Rheochorddraht) dargestellt. Der eine Zuleitungsdraht wird mit dem einen Ende des Rheochorddrahtes verbunden, der andere Zuleitungsdraht steht in Verbindung mit einer Quecksilbermasse, welche eine stählerne auf dem Rheochorddrahte verschiebbare Stopfbüchse erfüllt. Die Bewegung, durch welche eine stetige Verkürzung des in die Leitung eingeschalteten Theiles des Rheochorddrahtes bewirkt werden soll, wird dem Quecksilbergefäss dadurch mitgetheilt, dass dieses mittels einer über Rollen geführten Schnur mit dem einen Ende eines kurzen Kautschukschlauches in Verbindung steht, dessen anderes Ende fixirt ist. Dieser Kautschukschlauch wird ausgedehnt, wenn das Quecksilbergefäss in seine Anfangsstellung am oberen Ende des Rheochorddrahtes gebracht wird. Daselbst wird das Gefäss durch eine Vorrichtung festgehalten, bis eine Auslösung es frei gibt. Nunmehr fährt es, durch eine sichere Führung vor seitlichen Schwankungen bewahrt, zunächst infolge der elastischen Wirkung des Kautschukschlauches und später infolge seiner eigenen Trägheit den Rheochorddraht entlang und begibt sich in seine Endstellung, in welcher es durch einen Fangapparat sofort aufgefangen und festgehalten wird. Dieser ganze Apparat befindet sich, wie gesagt, in einer Nebenschliessung zum Nerven und es kann durch Veränderung der Verbindung bald eine positive, bald eine negative Intensitätsschwankung im Nerven durch die Bewegung des Quecksilbergefässes hervorgebracht werden. Diesen Plan hat du Bois-Reymond vervollständigt und auf einige andere wichtige Fragen ausgedehnt durch

---

1) Berliner Akademieberichte 1862, S. 75 ff. Ges. Abh. Bd. 1 S. 145 ff.

2) Ges. Abh. Bd. 1 S. 198 ff.

Combination des beschriebenen Instrumentes mit zwei einfachen Rheochorden; doch muss ich in Beziehung auf diese Details den Leser auf das Original verweisen.

Wie du Bois-Reymond[1]) selbst bemerkt und wie jedermann durch Anwendung der Kirchhoff'schen Formeln für Stromverzweigung in linearen Leitern leicht findet, hat eine gleichmässige Veränderung im Widerstand des einen Zweiges einer binären Stromtheilung eine Veränderung der Intensität im anderen Stromzweig zur Folge, welche, auf die Zeit bezogen, dem Gesetz der Hyperbel folgt. Nun könnte man sich zwar durch entsprechende Wahl der Constanten am Apparate leicht mit der ganzen Stromschwankung so weit vom Pol der Hyperbel weg in ihren einen Ast hinein begeben, dass die Stromschwankung merklich linear würde; aber am Schwankungsrheochord ist ja schon die Geschwindigkeit des Quecksilbergefässes weit davon entfernt, eine gleichförmige zu sein. Die Bewegung beginnt vielmehr mit einer Geschwindigkeit gleich Null und einem Maximum von Beschleunigung, ähnlich der harmonischen Bewegung; nachdem aber der letzte Theil des Weges vom Quecksilbergefäss nur infolge der Trägheit zurückgelegt wird, so wird die Geschwindigkeit der Bewegung gegen ihr Ende zu wegen der Reibung eine schwach gleichförmig verzögerte sein. Aber wie dem immer sei, es würde eine experimentelle Ausmittlung der Bewegungsform des Quecksilbergefässes sich jedenfalls mit hinreichender Genauigkeit durchführen lassen. Hieran lag es nicht, dass das Schwankungsrheochord, wie du Bois-Reymond selbst sagt[2]), die Hoffnungen, die er darauf setzte, nicht erfüllt hat. Das lag vielmehr in der Unzuverlässigkeit des Contactes zwischen dem Rheochorddraht und dem Quecksilber, welcher zu unstetigen Veränderungen des Widerstandes im Rheochord und somit auch zu unstetigen Stromschwankungen im Nerven Veranlassung gab. Die auf diese Weise entstandenen sehr störenden Zuckungen, die von du Bois-Reymond „Erschütterungszuckungen" genannt werden, sind es, von denen er am Schlusse seiner Abhandlung[3]) sagt: „Sie mochten nämlich in einer bestimmten Versuchsreihe noch so sicher beseitigt scheinen, so tauchten sie aus unbekanntem Grunde plötzlich wieder auf, verhinderten die Fortsetzung der Versuche und verdächtigten das schon Beobachtete."

Ausser diesem Versuche du Bois Reymond's, in ihrer Steilheit veränderbare Stromschwankungen herzustellen, ist meines Wissens nur noch einer zur Lösung dieser Aufgabe gemacht worden. Er rührt von Bernstein her und ist publicirt im Archiv von Reichert und

1) du Bois-Reymond, Untersuchungen Bd. 1 S. 272 Anm.

2) Ges. Abh. Bd. 1 S. 205.

3) a. a. O. S. 206.

du Bois-Reymond vom Jahre 1862, S. 531, unter dem Titel: „Vorläufige Mittheilung über einen neuen elektrischen Reizapparat für Nerv und Muskel.“

Mit dem Princip des Schwankungsrheochords kommt das Princip des Bernstein'schen Apparates insofern überein, als auch bei diesem die Intensität des Stromes in einem das Präparat enthaltenden Leitungszweig dadurch variirt wird, dass man den Widerstand in einem neben dem ersten schliessenden Leitungszweig verändert. Wie im Schwankungsrheochord soll ferner auch bei Bernstein's Apparat die Veränderung des Leitungswiderstandes der Nebenschliessung durch Einschaltung verschiedener Längen eines Drahtes bewirkt werden; nur hat Bernstein darauf Bedacht genommen, die Veränderung der Länge dieses Drahtes mit constanter Geschwindigkeit vor sich gehen zu lassen. Projicirt man die Bewegung eines einen Halbkreis mit constanter Geschwindigkeit durchlaufenden Punktes senkrecht auf den Durchmesser dieses Halbkreises, so ist die projicirte Bewegung eine harmonische oder Pendelbewegung. Auf einer Anwendung dieses Satzes beruht die Einrichtung von Bernstein's Versuchsplan. Er lässt ein kreisbogenförmiges Stück Platindraht durch die Bewegung eines Pendels so aus einer Quecksilbermasse herausheben, dass in gleichen Zeiten gleiche Drahtlängen auftauchen. Das ausgehobene Drahtstück befindet sich in der Nebenschliessung zum Nervenkreise und macht, da es sich selbst mit constanter Geschwindigkeit verlängert, eine hyperbolische Stromschwankung im Nerven, die man aber, wegen des um so vieles überlegenen Widerstandes dieses letzteren, ohne weiteres als linear betrachten kann. Am Schlusse der vorläufigen Mittheilung wird betreffs der mit diesem Apparate erhaltenen Resultate auf die ausführliche Publication verwiesen, die aber nicht erschienen ist.

Der wirklichen Anwendung eines solchen Apparates dürfte sich als Hauptschwierigkeit der Umstand entgegenstellen, dass die Einführung selbst beträchtlicher Längen eines metallischen Leiters in die Nebenschliessung zu einem Nerven nur an sich geringe Intensitätsunterschiede in diesem bedingt, die sich deshalb, sollen sie Zuckung auslösen, rasch vollziehen müssen. Dieser letzten Bedingung kann aber nicht entsprochen werden, da die Bewegung durch ein Pendel hervorgebracht werden soll, und dieses sich nicht beliebig kurz machen lässt.

Da demnach das Princip der Veränderung des Widerstandes einer metallischen Nebenschliessung sich in zwei Applicationen nicht besonders für unseren Zweck bewährt hatte, so versuchte ich andere Methoden heranzuziehen zum Bau von Rheonomen, d. h. von Apparaten, welche die Veränderung von Stromintensitäten nach einem bestimmten Gesetze vornehmen.

Das Ortho-Rheonom.

Princip.

Dieses Instrument, welches, wie sein Name ausdrücken will, zur Herstellung linearer Intensitätsschwankungen dient (welches aber ausserdem noch eine Reihe anderer nützlicher Anwendungen gestattet), beruht auf dem Principe des Wheatstone'schen Stromnetzes, einem Principe, dessen Fruchtbarkeit für die elektrische Technik ja bekannt ist.

Alle Anwendungen dieses Principes aber beruhen auf der Herstellung einer stromfreien Brücke. Zum Beispiel: Elektromotorische Kräfte und Leitungswiderstände werden allgemein so gemessen, dass man nach passender Einschaltung der zu messenden Grössen in das Stromnetz die Verhältnisse der einzelnen Theile desselben zu einander so lange variirt, bis die Intensität des Stromes in der Brücke gleich Null geworden ist. Aus den Verhältnissen am Stromnetz, welche diesen Zustand bedingen, lassen sich dann die gesuchten Grössen auf einfache Weise berechnen.

Wendet man seine Aufmerksamkeit von der ausschliesslichen Betrachtung jenes einen Falles ab, in welchem die Brücke stromlos ist, und untersucht, nach welchen Gesetzen sich die Intensität des die Brücke durchfliessenden Stromtheiles ändert, während bestimmte Veränderungen in der gesammten Disposition des Stromnetzes vorgenommen werden, so gelangt man alsbald zu einer sehr einfachen Anordnung, bei welcher die Intensitätsänderung des durch die Brücke fliessenden Stromes, der im Stromnetz angebrachten Verschiebung proportional ist. Wird nun diese Verschiebung mit einer constanten Geschwindigkeit vollzogen, so erscheint die Intensität des Brückenstromes als lineare Function der Zeit.

Von dieser einfachen Anordnung ist ein Schema in Fig. 1 dargestellt.

Die von der Kette E kommenden Drähte theilen sich an den Punkten a und b. $acbda$ ist ein leitender (geometrischer) Kreis, cOd ein um den Kreismittelpunkt O drehbarer leitender Durchmesser, welcher an den beiden Endpunkten während seiner Drehung fortwährend Contact mit der Peripherie behält. Die Brücke, unser Durchmesser, wird, wie die blosse Anschauung ergibt, in jenen beiden Lagen, in welchen sie in die Verbindungslinie der Punkte a und b fällt, von einem Maximum von Strom durchflossen sein, in jenen beiden Lagen hingegen, in welchen sie auf aOb senkrecht steht, wird gar kein Strom durch sie gehen. Die später vorzuführende Rechnung lehrt, dass der Stromantheil, den die Brücke in irgend einer Lage dem Netz entnimmt, linear von dem Winkel abhängt, den sie mit irgend einer

Anfangslage einschliesst, also z. B. von der Länge des Bogens *ac*. Würde also die Brücke mit constanter Geschwindigkeit gedreht, so müssten in ihr lineare Stromschwankungen stattfinden, vorausgesetzt, dass die Intensität des Gesammtstromes, also z. B. des Stromes auf irgend einem Querschnitt des ungetheilten Leiters zwischen *E* und *a* oder zwischen *E* und *b*, während der Drehung der Brücke constant bliebe. Dieses letztere aber kann offenbar nicht der Fall sein. Denn die Intensität eines Stromes hängt ab von der Summe aller Widerstände, die er zu überwinden hat, und ein Glied in dieser Summe ist in unserem Falle nicht constant, sondern abhängig von der Position der Brücke. In der auf *aOb* senkrechten Stellung leitet ja die Brücke gar nicht, dann ist die Summe der Widerstände ein Maximum; und wenn die Brücke um 90° gedreht von dem grössten in ihr möglichen Stromantheil durchflossen wird, dann ist der variable Theil des Widerstandes und somit die Summe aller Widerstände ein Minimum. Alles dies wird durch die einfache mathematische Behandlung, welche ich später folgen lasse, viel klarer werden, auch wird diese ein Mittel an die Hand geben, den eben berührten Uebelstand auf ein beliebig geringes Maass zu reduciren, resp. ihn für die praktische Verwendung vollkommen zu eliminiren.

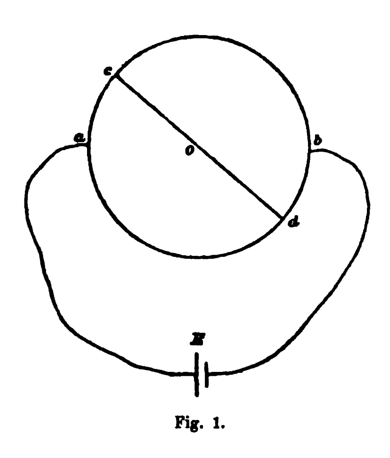


Fig. 1.

Sollen die von Anderen gemachten Erfahrungen uns zu Gute kommen, dann müssen wir uns hüten vor den unsicheren Metallcontacten (die zwischen Quecksilber und anderen nicht amalgamirten Metallen mit eingeschlossen), und müssen uns hüten vor einer unzweckmässigen Vertheilung der Leitungswiderstände. Denn wenn wir alle Theile unseres Schemas aus Metall gemacht denken und in den Verlauf der Brücke *cd* den Nerv etwa noch auf unpolarisirbaren Elektroden, also jedenfalls einen enormen Widerstand eingeschaltet, dann wird selbst das Maximum von Strom in ihr und im Nerven noch sehr klein sein und wir würden enormer Geschwindigkeit bedürfen für die Rotation von *cd*, wenn die Stromschwankungen Zuckung erregen sollen. Allen diesen Uebelständen helfen wir mit einem Male ab, wenn wir den Kreis *acbd* selbst aus einem Leiter zweiter Ordnung bestehen lassen. Hier ist nun weiters die Wahl wieder nicht schwer. Zur Vermeidung der schädlichen Polarisation an den Metallenden *c* und *d* und

der noch viel schädlicheren an den Metallenden *a* und *b* müssen wir die genannten vier Enden aus amalgamirtem Zink bestehen lassen und den Kreis *acbd* aus einer concentrirten Zinksulphatlösung.

Nach diesem Principe liess ich nun im hiesigen physiologischen Institute von den Dienern der Anstalt ein practicables Modell verfertigen, mit welchem ich eine sehr beträchtliche Anzahl von Versuchen gemacht habe. Die hierbei gewonnenen Erfahrungen wurden bei der Angabe der endgiltigen Form des Instrumentes verwerthet, welches nunmehr von den Herren Mechanikern Mayer & Wolf[1]) in folgender Weise ausgeführt wird.

Beschreibung.

Eine gusseiserne Grundplatte *PP* (Fig. 2) trägt den ganzen Apparat. Sie selbst ruht auf drei Fussschrauben. Nahe ihrem Rande erhebt sich aus ihr der eiserne Galgen *GG*. Ebenfalls excentrisch, dem Galgen gegenüber, aber viel näher dem Mittelpunkte als dieser, ist die Platte von einer Schraube *L* durchbohrt, welche an ihrem oberen Ende dicht über der Platte ein Lager zur Aufnahme einer Spitze trägt. Genau vertical über diesem befindet sich am oberen Ende des Apparates die abwärts gewendete Spitze einer mit einer Gegenmutter versehenen Schraube *L'*, welche den horizontalen Arm des Galgens durchbohrt. Zwischen *L* und *L'* läuft nun eine verticale stählerne Achse. Mit dieser Achse sind fünf Querstücke fest verbunden, während drei andere Stücke des Apparates an seinem ruhenden Gestelle angebracht sind, nämlich die Platte *KK* und die beiden Arme *A* und *A'*.

Die Platte *KK*, deren Gestalt auf dem Grundriss in Fig. 3 ersichtlich ist, besteht aus Ebonit. In sie ist concentrisch zur Achse eine kreisförmige Rinne *R* eingeschnitten, von der auf Fig. 2 nur die rechteckigen Querschnitte erscheinen. Ausserdem sind in ihr die beiden kreisförmigen Näpfe *NN* (Fig. 3) ausgesenkt, deren Aufriss man in Fig. 2 leicht wiederfinden wird. Jeder der Näpfe steht mit der Rinne durch einen kurzen dünnen Kanal (*C*) in Verbindung. In jeden der Näpfe taucht ein rechtwinklig gebogener Zinkdraht (*Z*) mit seinem verticalen, am Ende zu einer Platte verbreiterten, amalgamirten Schenkel, während sein horizontaler Schenkel durch eine kleine Schraube in leitender Verbindung mit einer Schraubenklemme *I* gehalten wird.

Von den beiden Querarmen *A* und *A'* trägt ein jeder an seinem der Achse zugewandten Ende eine horizontale kreisrunde Ebonit-

---

1) Wien, Van-Swieten Gasse.

platte B, B' aufgeschraubt. Fig. 4 zeigt alle Theile dieser Querstücke im Grundriss. Die Platten sind in der Mitte durchbohrt, um die

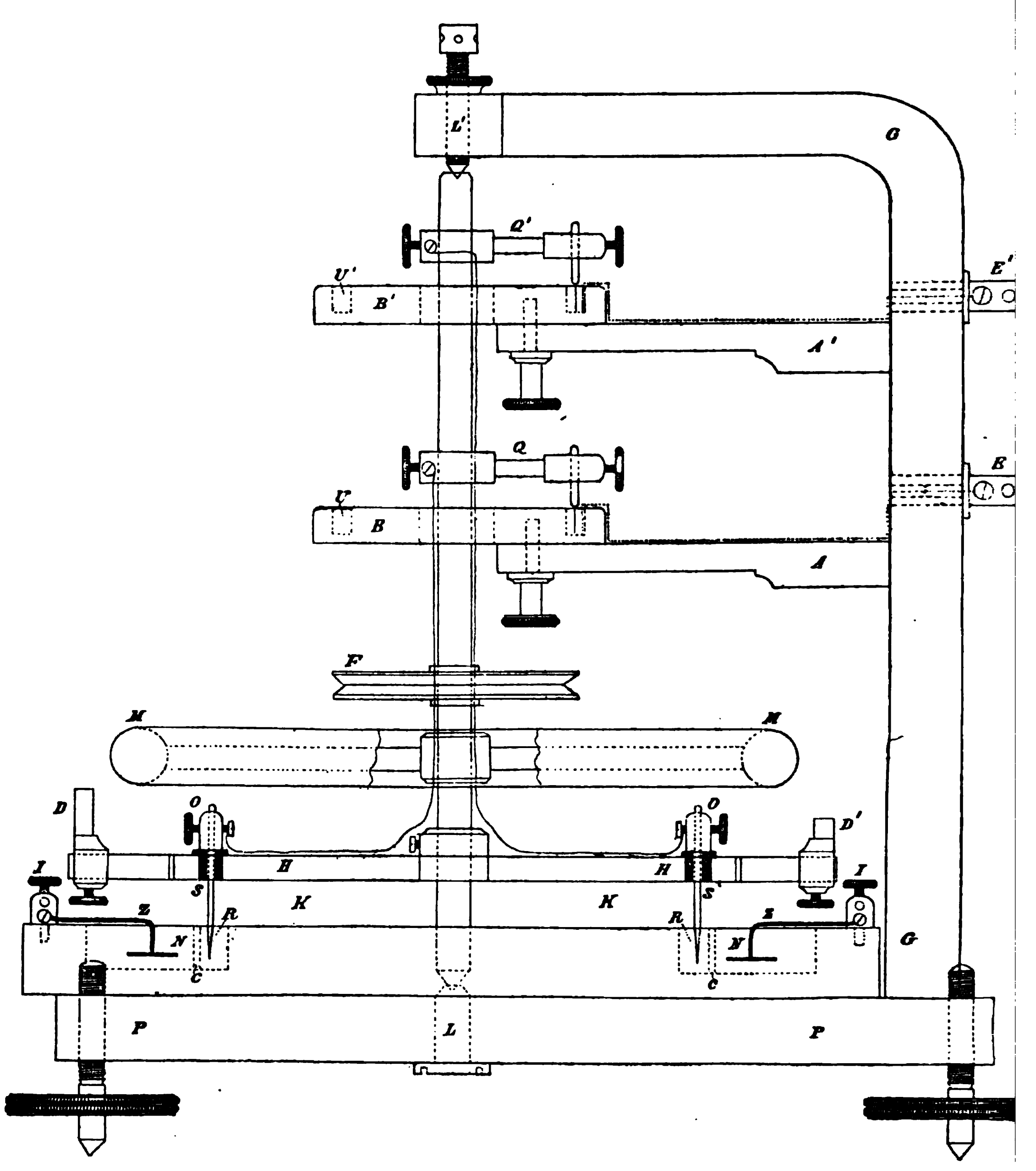


Fig. 2. 1/2 natürl. Gr.

Achse durchzulassen. Ferner ist in jede Platte eine mit der Achse concentrische Kreisrinne eingeschnitten (U, U'). Aus dieser Rinne

leitet ein isolirter Platindraht bis zu der Schraubenklemme *E*, *E'* (Fig. 2), woselbst er durch ein Schräubchen befestigt ist. Die Klemmen *E* und *E'* sitzen mittels Ebonitfutters isolirt auf dem Galgen *G*.

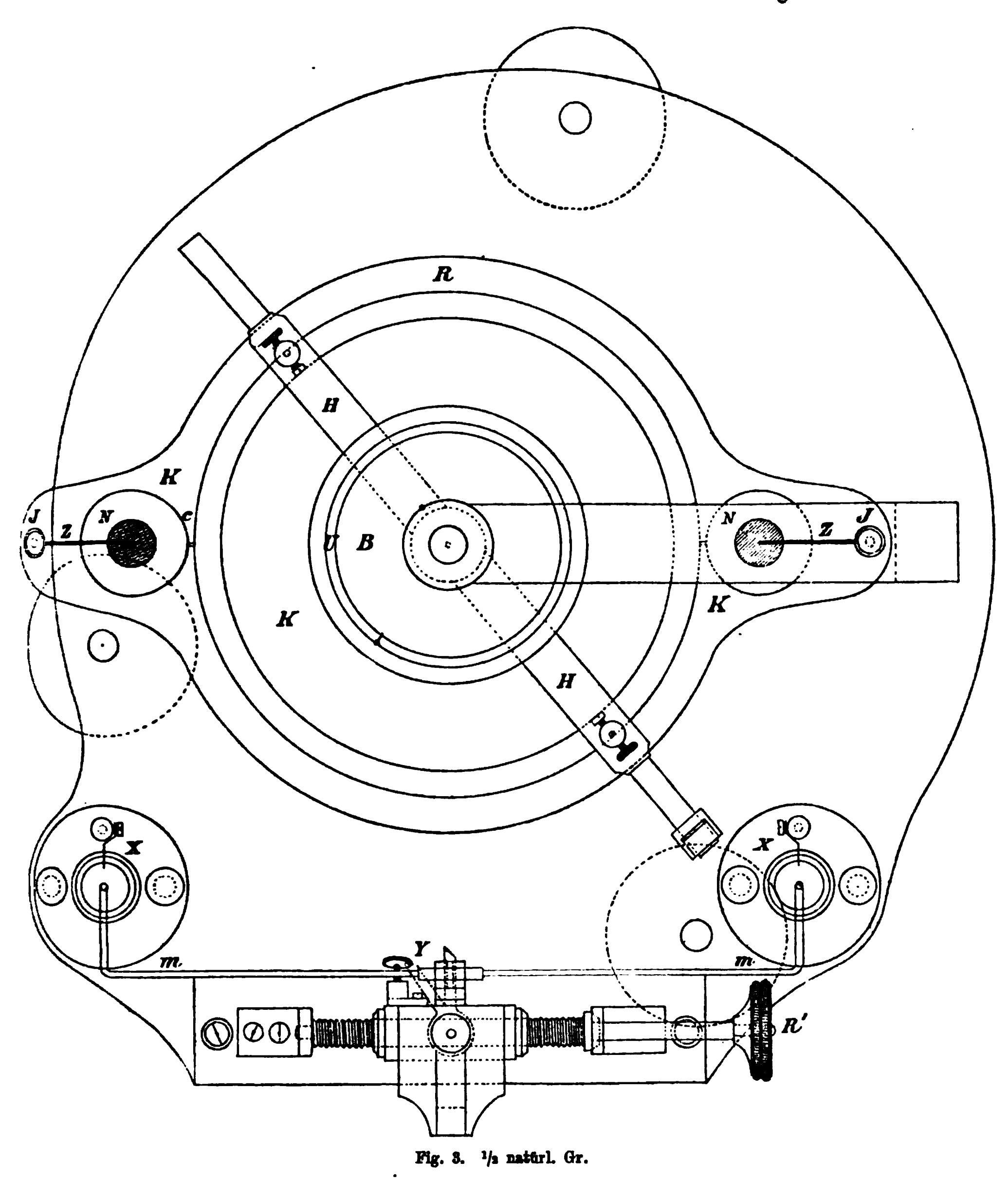


Fig. 3. 1/2 natürl. Gr.

Nun folgt die Beschreibung der fünf mit der Achse beweglichen Stücke in der Reihenfolge, in welcher sie von unten nach oben an der Achse angebracht sind.

1. Der gleicharmige, aus Metall gefertigte „Hebel“ H (s. auch Fig. 3). Er ist beiderseits gerade über der Kreisrinne R vertical durchbohrt, und in den Löchern stecken, durch Ebonitfutter isolirt,

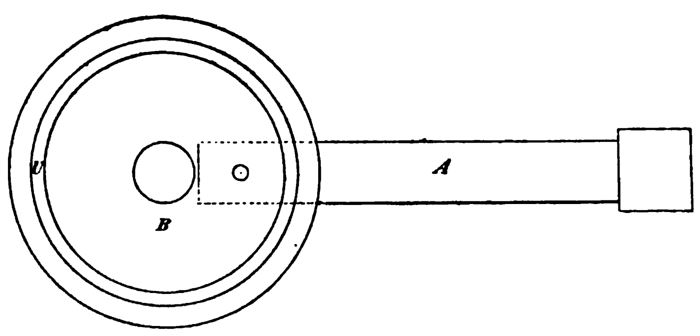


Fig. 4.

Schraubenklemmen, welche selbst wieder vertical durchbohrt sind. In diese Bohrungen werden die „Zinkschwerter“ S so eingeklemmt, dass ihre Spitzen einige Millimeter über dem Boden der Rinne stehen. Die Schwerter bestehen aus Zinkdraht, welcher am einen Ende in die Form einer sehr dünnen zweischneidigen Klinge gefeilt und an diesem Ende amalgamirt ist. Die Schwerter sind so zu stellen, dass ihre Blattflächen senkrecht auf die entsprechenden Radien der Rinne stehen. Ausserdem trägt jede der Klemmen O noch ein Schräubchen, von dem aus ein umsponnener Kupferdraht längs des Hebels H gegen die Achse zu und dann längs dieser hinaufläuft. Die Endigungsweise dieser Drähte wird später zu beschreiben sein. An die beiden Enden des Hebels können ferner noch die beiden Daumen D und D', von denen der eine etwas höher ist als der andere, mittels Hülsen und Schrauben befestigt werden und ausserdem ragen von ihnen Indices nach unten, welche über einer längs der Kreisrinne angebrachten Kreistheilung spielen.

2. Ein gewichtiges Schwungrad M.

3. Die Schnurlaufscheibe F zur Verbindung des Apparates mit einem Motor.

4. und 5. Die beiden Querarme Q und Q'. Sie sind durch Stellschrauben an die Achse festgeklemmt (s. auch Fig. 5). Die Hülse, mit der sie der Achse aufsitzen, ist von dieser isolirt und trägt ein Schräubchen und den Querarm selbst mit einer verticalen Durchbohrung nahe seinem freien Ende gerade über der Kreisrinne U. An den Schräubchen endigen

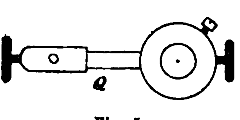


Fig. 5.

die beiden, an der Achse isolirt hinaufgeführten, von den Klemmen O kommenden Kupferdrähte und in den verticalen Bohrungen zunächst

dem freien Ende der Querarme ist je ein Kupferdraht festgeklemmt, an dessen unteres Ende ein feinstes Platinadrähtchen angelöthet ist. Dieses letztere ist amalgamirt[1]) und ragt in die Rinne U (resp. U').

Zum Gebrauche wird der Apparat hergerichtet durch Anfüllen der Rinnen U und U' mit Quecksilber und der Rinne R sammt den Näpfchen N mit einer concentrirten Zinksulphatlösung. Bei letzterer Operation hat man Aufmerksamkeit darauf zu verwenden, dass die in den Kanälchen C mit einiger Hartnäckigkeit festsitzende Luft vertrieben werde. Ein dünnes, an einem Ende rechtwinklig abgebogenes Zinkdrähtchen wird mit Vortheil zu diesem Zwecke verwendet. — An die Klemmen I kommen die Batteriedrähte; an die Klemmen E und E' die Drähte, welche den linear schwankenden Strom an den Ort seiner Bestimmung leiten. Die Beziehung der einzelnen Theile des Apparates auf das S. 464 gegebene Schema seines Principes ist leicht. Die Enden der Kanäle C in der Rinne entsprechen den Punkten a und b des Schemas. Die eintauchenden Theile der Zinkschwerter S entsprechen den Punkten c und d des Schemas; und die selbstverständlichen Ableitungsvorrichtungen, welche sonst noch am Apparate vorkommen, compliciren diesen nicht so, dass man nicht mit einem Blicke übersehen könnte: ein zwischen E und E' eingeschaltetes Präparat sei einfach in die Bahn des in cd des Schemas circulirenden Brückenstromes eingeschaltet.

Wie schon die vorhergehende flüchtige Erörterung unseres Principes ergeben hat und wie im Verlaufe der Darstellung noch genauer erörtert werden wird, kehrt die Stromstärke in der Brücke bei jeder ganzen Umdrehung zwei Mal auf Null zurück und es kann für viele Versuche wichtig sein, den Nerven nicht von einer R e i h e von Stromschwankungen treffen zu lassen, sondern nur von einer einzigen. Um diesen Zweck zu erreichen, habe ich am Apparat eine Vorrichtung anbringen lassen, die sich nach vielen anderen Versuchen als die verlässlichste erwiesen hat. Sie ermöglicht: Den Brückenstrom vom Nerven abzublenden bis zu einem Moment, in dem seine Intensität Null ist und ihn dann wieder, sobald seine Intensität wieder Null geworden ist, dauernd vom Nerven abzublenden, so dass bloss eine Schwankung, bestehend aus einem aufsteigenden und einem absteigenden Ast, beide in Null endigend, den Nerven trifft.

Diese Vorrichtung[2]) blendet nun in Wirklichkeit nicht den Brückenstrom vom Nerven ab, bis auf jene eine Schwankung, sondern sie

1) Um Platina zu amalgamiren, überziehe ich es galvanisch mit einer dünnsten Schichte Kupfers und verquicke dann dieses.

2) Sie wird jetzt in etwas veränderter Form, aber nach ganz demselben Principe hergestellt, welches oben beschrieben ist.

blendet den Batteriestrom vom Apparat ab, lässt ihn dann in diesen eintreten in einem Moment, in dem sein Antheil in der Brücke wegen der Position derselben Null ist, und blendet den Batteriestrom wieder vom Apparat ab, wenn gerade die Brücke stromlos ist.

Sie ist dargestellt im Grundriss in Fig. 3 *XYX* und im Aufriss in Fig. 6. Im wesentlichen besteht sie aus zwei Quecksilbernäpfen *X*, *X*,

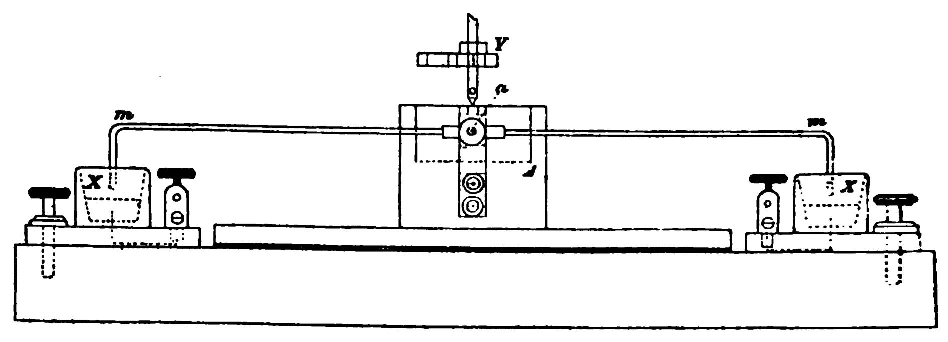


Fig. 6.

und aus dem mehrmals rechtwinklig gebogenen Kupferdraht *mm*. Von einer der Klemmen *I* (welche die Batteriedrähte aufnehmen) führt eine Leitung in die beiden Quecksilbernäpfe *X*, *X*; von der anderen Klemme *I* führt eine Leitung zum Draht *mm*, welcher um die horizontale Axe *a* (Fig. 6 u. 11) drehbar ist. Offenbar ist der Batteriestrom vom ganzen übrigen Apparat abgeblendet, sobald der Draht *mm* mit einem seiner beiden Enden in das Quecksilber in einem der Näpfchen *X* eintaucht, circulirt also nur dann im Apparate, wenn, wie dies in Fig. 6 dargestellt ist, beide Contacte *m X* gleichzeitig unterbrochen sind.

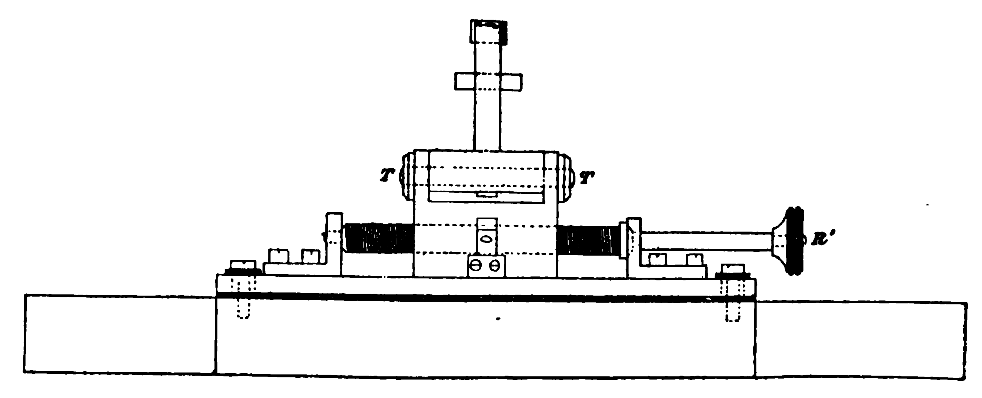


Fig. 7.

Sämmtliche Theile der Abblendungsvorrichtung mit Ausnahme der Näpfchen *X X* sind theils fest, theils beweglich an einem Metallstück

angebracht, welches um die horizontale Axe TT (Fig. 7 u. 8) so weit drehbar ist, als die beiden Anstossschrauben A und B gestatten. Sich

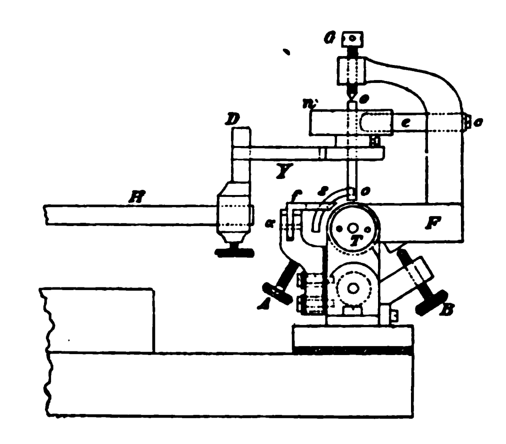


Fig. 8. 1/8 natürl. Gr.

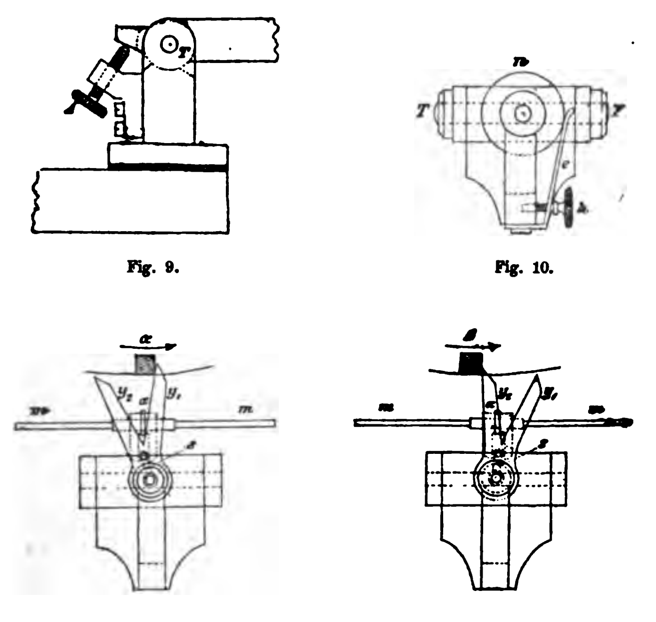


Fig. 9. Fig. 10.

Fig. 11.

selbst überlassen, legt sich dieses Stück ($TFCG$ Fig. 8) so weit zurück, als die Schraube B zulässt und entzieht sich sammt seinen Adnexis dem Bereich des rotirenden Hebels H und der an ihm angebrachten Daumen D und D' (Fig. 8, vgl. Fig. 2). Wird jedoch das Stück $TFCG$ mit der Hand so weit nach vorne gedreht (um die Axe T), bis es an

Schraube A anstösst[1]), so wird dadurch der mit ihm in Verbindung stehende Theil Y in die Bahn von D und D' gebracht. Dieses Stück Y ist fest mit der Axe oo (Fig. 8) verbunden und besteht aus zwei Schenkeln y_1 und y_2, welche in Fig. 11 α und β in der Ansicht von oben dargestellt sind. Man denke sich nun erst bei zurückgeneigter Lage des ganzen Abblenders das Stück Y in die Lage gedreht, in der es Fig. 11 α gezeichnet ist, und dann, während der Hebel des Rheonoms in voller Rotation ist, den Abblender plötzlich vorgestossen. Welcher von den Daumen D und D' nun zuerst am Abblender vorbeirotirt, wird an den Arm y_1 anstossen[2]) und diesen sammt der Axe oo (Fig. 8) um ein gewisses Stück drehen; der als zweiter am Abblender vorbeirotirende Daumen findet dann den Arm y_2 in seiner Bahn[3]) und dreht ihn aus derselben weg; hierdurch wird die Axe oo im selben Sinne wie früher ein Stück weiter gedreht.

Es erübrigt nun noch die Beschreibung jener Stücke, durch welche die Drehung des Drahtes mm um seine Axe a (Fig. 6) so mit der Drehung von Y um seine Axe oo verbunden ist, dass der Draht mm nur während der Zeit mit beiden Enden aus dem Quecksilber der Näpfe XX ausgehoben ist, welche vergeht vom ersten Anstoss eines Daumens D an y_1 bis zum zweiten Anstoss des zweiten Daumens an y_2. Zu diesem Ende erhebt sich aus dem Drahte mm gerade über der Axe a ein verticaler Arm, der oben horizontal der Axe oo zu gebogen und in seinem horizontalen Verlaufe gabelig gespalten ist (f, Fig. 8). In den Figuren 11 ist die Axe a des Drahtes mm gezeichnet und von ihr sieht man sich nach hinten den gespaltenen Ast von f erstrecken gegen die Axe o des Stückes Y zu, welche in diesen Figuren verkürzt als Kreis erscheint. Aus dieser Axe kommt ein im Kreisbogen nach unten gekrümmter Dorn hervor (s, Fig. 8 u. 11), welcher zwischen die beiden Zinken von f hineinragt und bei allen Stellungen des Abblenders zwischen ihnen bleibt. Da sowohl er als auch das Stück Y fest mit der Axe oo verbunden sind, so zwingt jede seitliche Bewegung von Y die Gabel f zu einer entsprechenden seitlichen Bewegung, die sie aber nur ausführen kann durch Drehung um die Axe a, welche Drehung dann wieder der Draht mm mitmachen muss.

Durch richtige Stellung der Schraube A und der Daumen D und D' auf H und richtige Einstellung der Quecksilberniveaux in XX bringt man es dahin, dass im Moment des ersten Anschlages von D und Y der Kupferdraht sein eines Ende aus Quecksilber aushebt, im Moment

1) In dieser Stellung ist Fig. 8 gezeichnet, doch ist in ihr die Spitze der Schraube nicht sichtbar.

2) Dieser Moment ist in Fig. 11 α dargestellt.

3) Dieser Moment ist in Fig. 11 β dargestellt.

des zweiten Anschlages hingegen sein anderes Ende in Quecksilber eintaucht.

Damit bei dieser Bewegung kein Schleudern um die Axe *oo* stattfinde, ist an ihr noch die kleine Scheibe *n* (Fig. 8, 10) fest angebracht, auf deren Peripherie die Feder *e* mit durch die Schraube *h* (Fig. 10) veränderbarer Reibung schleift.

Damit endlich die Aufhebung und Wiederherstellung des Contactes von *mm* mit *XX* genau in jenem Momente vollzogen wird, in welchem die Brücke wegen ihrer Position stromlos ist, ist der ganze Abblender auf eine massive Hülse gesetzt, die durch Drehung der Schraube *R'* (Fig. 3 u. 7) in der Gegend des stromlosen Azimuthes hin- und hergeführt werden kann[1]).

Theorie.

Wir bezeichnen die elektromotorische Kraft der Kette *E* mit *E*, den Widerstand in der Kette und in den Zuleitungstheilen, also in der Bahn *aEb* mit *W*, die Intensität des Stromes in *aEb* mit *J*, ferner mit w' den Widerstand in *ac* oder in *bd*, mit i' die Intensität daselbst; mit w'' den Widerstand in *bc* oder in *ad*, mit i'' die Intensität daselbst; mit *w* den Widerstand in *cd*, mit *i* die Intensität selbst. — *E*, *w* und *W* sind constant, alle anderen Grössen sind veränderlich mit der Position von *cd*. Zwischen diesen Grössen bestehen nach den Kirchhoff'schen Sätzen über die Verzweigung von Strömen in linearen Leitern folgende Relationen. Aus dem ersten Satz folgen:

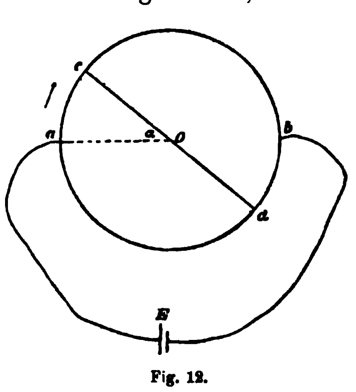


Fig. 12.

$$i' = i + i'' \quad (1$$

$$J = i' + i''. \quad (2$$

Aus dem zweiten Satze folgen:

$$i w' + i w = i'' w'' \quad (3$$

$$JW + i' w' + i'' w'' = E. \quad (4$$

Aus den Gleichungen 1 und 3 erhält man durch Eliminiren von *i*:

$$i'(w + w') = i''(w + w''). \quad (5$$

---

1) Auf dieselbe Schraube kann mittels einer anderen Hülse ein Walzencommutator aufgesetzt werden, welcher jedesmal, wenn einer der Daumen *D* an ihm vorbeikommt, umgeworfen wird.

Ebenso aus den Gleichungen 2 und 4 durch Eliminiren von J:

$$i'(W+w')+i''(W+w'')=E. \tag{6}$$

Löst man die Gleichungen 5 und 6 nach i' und i'' auf und setzt die erhaltenen Werthe in Gleichung 1, so folgt unter Berücksichtigung der Vorzeichen für alle vier Quadranten:

$$i=\pm E\frac{w'-w''}{2(Ww+w'w'')+(W+w)(w'+w'')}. \tag{7}$$

In dieser Gleichung erscheinen unter den Grössen, von denen der Werth von i abhängt, nur zwei Variable: w' und w'', die übrigen Stücke sind constant.

Wir führen nun als neue Variable eine Grösse α ein, welche den Winkel bezeichnet, den die Richtung von cd mit der Linie ab einschliesst. Wir zählen den Winkel von a an im Sinne des Pfeiles in der Figur, nämlich im Sinne der Rotation des Instrumentes beim Gebrauche.

Der Widerstand in ac, w' ist gleich $\frac{s}{q}l'$, wobei s den specifischen Widerstand der angewendeten Flüssigkeit, q den Querschnitt der Flüssigkeit in der Rinne und l die Länge des Bogens ac bedeutet.

Da s und q über die ganze Rinne sich gleich bleiben, so kann man setzen $w'=kl'$, wobei $k=\frac{s}{q}$. Ebenso erhält man: $w''=kl''$.

Nun ist aber

$$\left.\begin{aligned} l' &= r\alpha \\ \text{und } l'' &= r(\pi-\alpha), \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

wobei r den Radius der Kreisrinne bezeichnet.

Demnach ist

$$\left.\begin{aligned} w' &= kr\alpha \\ w'' &= kr\pi-kr\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Substituirt man die Werthe aus Gl. 9 in 7, so erhält man nach einiger Reduction:

$$i=\pm\frac{E}{2kr}\frac{2\alpha-\pi}{\alpha\pi-\alpha^2+A}, \tag{10}$$

worin A eine Constante und gleich ist:

$$\frac{Ww}{k^2r^2}+\frac{\pi(W+w)}{2kr}.$$

Wie aus Gleichung 10 hervorgeht, wird $i=0$, wenn $\alpha=\frac{\pi}{2}$ ist[1]. Diese Bedingung wird während einer ganzen Umdrehung zweimal

1) α wird nicht über π hinausgezählt, sondern, sobald es diesen Werth erreicht hat, wieder von 0 an.

erfüllt. Einmal nähert sich i von der positiven Seite her der Null, das anderemal von der negativen Seite her. Die grössten absoluten Werthe des Zählers und auch des ganzen Ausdruckes für i findet statt für $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$.

Da Gleichung 10 vom dritten Grade ist, so ist i keine lineare Function von α, ebenso wenig wie eine der Grössen i', i'' und J.

Wenn man aber aus Gl. 1 und 2 den Ausdruck für $\frac{i}{J}$ sucht und in diesen Ausdruck die Werthe für i' und i'' einsetzt, die man aus der Auflösung der Gleichungen 5 und 6 erhalten hat, und hierin dann für w' und w'' die Werthe aus 9, so erhält man:

$$\frac{i}{J} = \pm \frac{2\alpha - \pi}{\frac{2w}{kr} + \pi} \tag{11}$$

eine lineare Function von α.

Das Verhältnis der Stromstärke in der Brücke zu der Stärke des Gesammtstromes nimmt also proportional den Azimuthen der Brücke ab und zu.

Wäre in Gleichung 11 J eine Constante[1]), so wäre i eine lineare Function von α, d. h. wäre die Gesammtstromstärke unabhängig von der Stellung der Brücke, dann wäre die Stromstärke in der Brücke proportional dem Drehungswinkel und es fragt sich nun bloss, wie sehr jene Schwankungen von J im gegebenen Falle in den Habitus der Function eingreifen, und durch welche Mittel man die Function möglichst linear machen kann.

Nun ist es selbstverständlich, dass der Umstand, ob die Brücke vom Strom durchflossen wird oder nicht, um so weniger für den Werth der Stärke des Gesammtstromes ins Gewicht fällt, ein je geringerer Antheil des Gesammtstromes bei der günstigsten Stellung der Brücke durch diese fliesst, je grösser also der Widerstand der Brücke im Verhältnis zum Widerstand der übrigen Leitungstheile ist. Man braucht also bloss den Widerstand in der Brücke sehr gross zu machen gegen den der Flüssigkeit in der Rinne und entsprechend grosse elektro-

1) Wesentlich später als ich, aber offenbar ganz ohne Kenntnis meines Apparates, der in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie publicirt und in Wiedemann's Beiblättern referirt war, hat E. Wartmann in den Archives des Sciences physiques et naturelles (Mai 1882) einen dem meinen ganz analogen Apparat unter dem Namen „Rhéolyseur“ beschrieben. In der Berechnung der Intensität des Brückenstromes als Function des Azimuthes begeht nun Wartmann den Fehler, die auch von ihm mit J bezeichnete Intensität des Gesammtstromes für unabhängig von der Stellung der Brücke, also für constant anzusehen, was nach meiner Auseinandersetzung im Texte unzulässig ist.

motorische Kräfte anzuwenden, um Ströme von beliebiger Intensität in ihren Schwankungen beliebig an lineare Schwankungen anzunähern.

Während demnach die aus der Abhängigkeit der Gesammtstromstärke von der Brückenstellung herrührenden Abweichungen der Schwankungscurve von der geraden Linie beliebig klein gemacht werden können, lässt sich die Verminderung einer aus einem anderen Grunde herrührenden Abweichung unserer Curve von der Geraden nicht bis zur völligen Extinction, wohl aber bis auf einen jedem praktischen Bedürfnis genügenden Grad treiben.

Der Grund für diese Abweichung liegt in den nicht zu vernachlässigenden Dimensionen des Querschnittes unserer Rinne. Auf Leiter von dem Umfang unseres Flüssigkeitsringes angewendet, geben die Kirchhoff'schen Sätze für die Verzweigung des Stromes in linearen Leitern Resultate, die unter Umständen nicht einmal näherungsweise giltig sind. So lange in unserem Falle die ableitenden Zinkschwerter in einiger Entfernung von den zuleitenden Kanalöffnungen sich befinden, mag man getrost die Widerstände in den Segmenten der Kreisrinne der Länge dieser Segmente proportional setzen. Sobald aber die Zinkschwerter in die Nähe der Zuleitungsöffnungen kommen, tritt die Breite der Rinne immer mehr in die maassgebende Grössenordnung und das Gesetz der proportionalen Abnahme des Widerstandes mit der Bogenlänge wird immer unrichtiger. Ein Blick auf Fig. 13 wird dies ganz deutlich machen.

Die mit b, b', b'' bezeichneten Kreise stellen das eine Zinkschwert in verschiedenen Positionen zu der Zuleitungsstelle a vor. Die Widerstände ba, $b'a$, $b''a$ verhalten sich offenbar nicht wie die entsprechenden Bogenlängen, sie nehmen weniger schnell ab als diese und zuletzt bleibt bei einer Bogenlänge 0 ein Widerstand über, der wesentlich durch die Länge ab'' bestimmt ist.

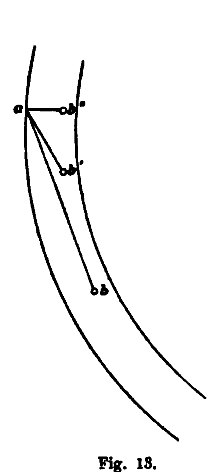


Fig. 13.

Welche Mittel stehen uns nun zu Gebote, um diese Abweichung zu eliminiren? Der Querschnitt der Rinne lässt sich nicht beliebig verkleinern; erstens nicht, weil sonst die Flüssigkeit bei der Rotation des Apparates vor den Zinkschwertern in Wellenbergen hergetrieben würde und ihnen in Wellenthälern nachfolgen würde, und zweitens nicht, weil der Widerstand im Flüssigkeitsring nicht verschwinden würde gegen den der Brücke, welches aber, wie wir gesehen haben, eine Bedingung ist zur Eliminirung der früher besprochenen Abweichung. —

Es bleibt also nichts übrig als die Zinkschwerter so nahe als es angeht an der äusseren Wand der Rinne rotiren zu lassen.

Wirkungsweise.

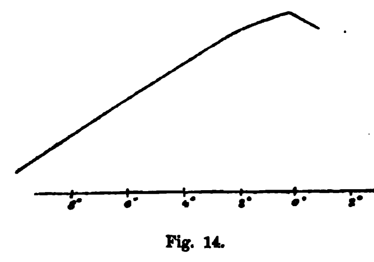
Um mich durch directe Messung von dem Grade der Correctheit meines Apparates zu überzeugen, schaltete ich in den Brückenkreis desselben ein Galvanometer mit Spiegelablesung ein und stellte dessen Multiplicationsrollen so, dass für die abzulesenden Ablenkungen gerade die ganze 1^m betragende Länge der Scala verbraucht wurde. Diese war dicht über dem Fernrohre in einer Entfernung von $2,66^m$ vom Spiegel angebracht. Demnach betrug die grösste Ablenkung des Magnetringes aus der Meridianebene weniger als $5^1/_2{}^0$ und es sind also die Ablesungen der Stromstärke proportional zu setzen. An einer längs der Rinne angebrachten Kreistheilung waren die beiden Eintrittspunkte des Stromes in die Rinne mit 0, die Endpunkte des auf ihre Verbindungslinie senkrechten Durchmessers mit 90^0 bezeichnet.

Als Stromquelle benutzte ich ein Daniell'sches Element. Der Widerstand desselben sammt dem der Zuleitungsdrähte betrug etwa 2 S.-E.[1]). Die Rinne wurde mit Zinksulphatlösung gefüllt. Der Widerstand ihrer beiden, nebeneinander vom Strome durchflossenen Hälften betrug 250 S.-E., der Widerstand einer jeden Rinnenhälfte demnach 500 S.-E. Um der oben entwickelten Forderung gemäss einen gegen die genannten Maasse sehr grossen Widerstand im Brückenkreise zu haben, schaltete ich in diesen einen etwa 40000 S.-E. betragenden unpolarisirbaren Flüssigkeitswiderstand ein, in Form eines mit Zinksulphatlösung gefüllten Thermometerrohres, das an beiden Enden in weite, mit derselben Flüssigkeit gefüllte Behälter tauchte, in welchen breite Polplatten aus amalgamirtem Zink standen.

Nunmehr veränderte ich zwischen 90^0 und 0^0 die Stellung der Brücke von 10 zu 10 Graden und notirte die Ablenkungen des Magnetes. Um eine Curve zu bekommen, trug ich die Azimuthe der Brücke auf die Abscisse, die abgelesenen Scalentheile als Ordinaten auf. Die so erhaltenen Punkte fielen mit der grössten Genauigkeit in eine gerade Linie. Bloss der letzte Punkt, welcher der Stellung bei 0^0 entspricht, fiel um eine Spur zu tief, aus einem S. 476 erörterten Grunde. Als ich dann von 2 zu 2 Graden

1) Zu diesem Versuche wurde ein Modell benutzt, bei welchem die zuleitenden Zinkdrähte direct in die mit Zinklösung gefüllte Rinne eintauchten. Demnach ist der Widerstand in den beiden Kanälen c, welche die Näpfe mit der Rinne verbinden, ausser Acht gelassen; doch ist derselbe wegen der geringen Länge dieser Kanäle jedenfalls unbeträchtlich.

fortschreitend die Gegend zwischen dem 10. und 0. Grad nochmals bestimmte, erhielt ich als Curve der Stromstärken in diesen Breiten die in Fig. 14 dargestellte.


Fig. 14.

Wie man sieht, senkt sie sich in Umgebung des 0. Grades ein wenig gegen die Abscisse herab[1]).

Doch ist der Betrag dieser Abweichung so gering, dass der Verlauf der Stromstärken während einer Viertelumdrehung des Hebels auch nach den Angaben des Galvanometers als ein der geraden Linie ausserordentlich stark angenäherter zu betrachten ist.

Die einzige überhaupt wahrnehmbare Abweichung fand übrigens in einer, wie sich bald zeigen wird, für uns ganz gleichgiltigen Gegend des Kreises statt. Geht man über 0° hinaus, so erhält man eine zweite, der ersten vollkommen symmetrische Linie. Bei 0° hat also die Dichtigkeitscurve unseres Stromes eine Knickung, wie dies übrigens auch der Calcul ergibt.

Um nun von den Schwankungen des Brückenstromes bei gleichmässiger Rotation des Hebels eine anschauliche Vorstellung zu bekommen, benutzen wir das beigedruckte Schema (Fig. 15).

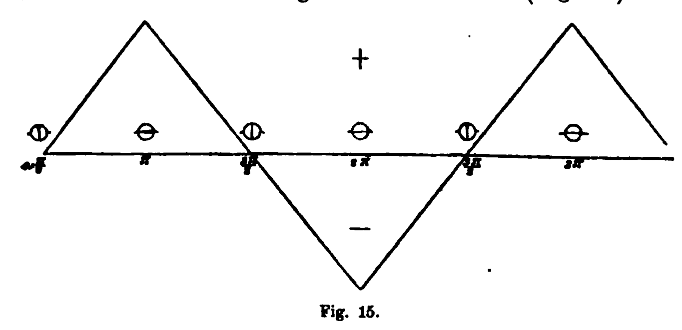


Fig. 15.

Die Rotation beginne von einer Stellung des Hebels, bei der $\alpha = 90^{0}$ ist (s. Fig. 12).

Von da aus erhebt sich der Strom in der Brücke, bis $\alpha = \pi$ ist, und zwar bis zu einer Höhe, welche von den gewählten elektrischen Constanten abhängt und in einer Steilheit, welche von der gewählten Rotationsgeschwindigkeit abhängt.

1) Zum richtigen Verständnis dieser Curve ist zu beachten, dass die darunter gezeichnete Abscisse eigentlich so weit herabgedrückt werden muss, dass sie erst in ihrem mit 90° zu bezeichnenden Punkte von der geradlinigen Fortsetzung des hier gezeichneten Curvenstückes geschnitten wird.

In unserem Schema sind die durchlaufenen Bogenlängen am Apparat von links nach rechts als Abscissen, die zugehörigen Stromstärken als Ordinaten aufgetragen, und zwar ist eine beliebige Stromrichtung als positiv gewählt und die Ordinaten der negativen Ströme sind nach abwärts aufgetragen. Die durchlaufenden Bogenlängen, welche man natürlich, da die Rotation mit constanter Geschwindigkeit geschieht, auch als Zeiten ansehen kann, sind über π hinaus weiter gezählt. Wie man sieht, folgt auf den aufsteigenden Ast in scharfer Knickung angesetzt zwischen π und $\frac{3\pi}{2}$ ein symmetrischer absteigender, der sich von $\frac{3\pi}{2}$ aus in gleicher Steilheit unter die Abscisse fortsetzt; bei 2π findet dieselbe Intensität des Stromes statt wie bei π, aber in entgegengesetzter Richtung.

Die kleinen Schemata über den Hauptpunkten der Abscisse sind wohl ohne weitere Erklärung verständlich[1]).

Wenn ich nun, indem ich alles andere ungeändert lasse, die Rotationsgeschwindigkeit des Rheonoms verändere, indem ich ein dasselbe treibendes Uhrwerk bald schneller bald langsamer laufen lasse, so werde ich Stromschwankungen erhalten, die alle dasselbe Intensitätsintervall umfassen, aber sich verschieden schnell vollziehen. Die Dichtigkeitscurven werden sich also zu einander verhalten wie die drei Linien *a*, *b*, *c* der Figur 16.

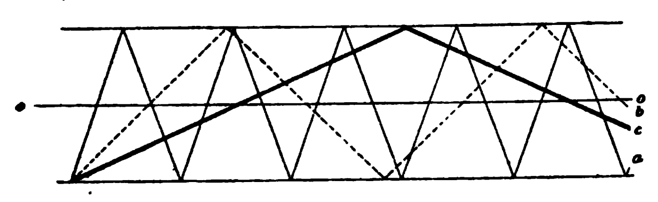


Fig. 16.

Die Quantität der Schwankungen ist constant, ihre Steilheit ändert sich von Fall zu Fall.

Soll hingegen die Steilheit constant bleiben und die Quantität sich ändern, so hat man folgendermaassen vorzugehen. Alle Versuche, die Stromstärke im Apparat durch Anbringung von variablen Neben-

1) Wird der in der Anmerkung S. 473 erwähnte Commutator eingeschaltet, so gibt Fig. 15 ein Bild der Stromschwankungen, sobald man sich die unter der Abscisse gelegenen Theile der Figur um die Abscisse als Axe in die obere Hälfte der Figur hinaufgedreht denkt. Der Commutator verhindert jedesmal die Umkehrung des Brückenstromes dadurch, dass er, so oft dieser im Apparat umgekehrt wird, den Batteriestrom ausserhalb des Apparates auch umkehrt.

schliessungen zu beeinflussen, sind verfehlt wegen der riesigen Widerstände im Rheonom. Hingegen wächst eben deshalb die Stromstärke in demselben proportional der Anzahl der vorgespannten Elemente. Will ich die Quantität einer gewissen Stromschwankung verdoppeln, ihre Steilheit ungeändert lassen, so habe ich demnach vermittelst eines „Stromwählers“ die Anzahl der eingespannten Elemente zu verdoppeln und die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rheonoms auf die Hälfte seiner früheren zu bringen. Auf diese Weise erhält man Stromschwankungen, die sich zu einander verhalten wie die Linien *r*, *s*, *t* der Figur 17.

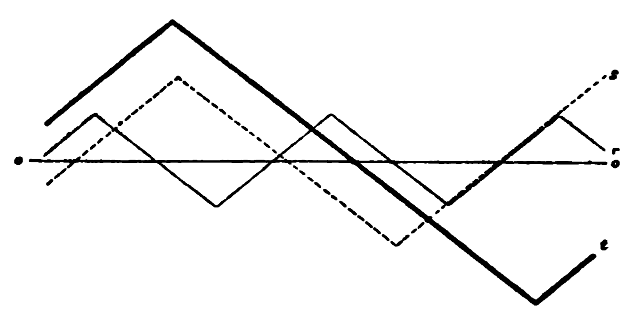


Fig. 17.

Ohne hier auf eine Schilderung oder auch nur auf eine Aufzählung der vielen verschiedenartigen Versuche, die sich mit dem Ortho-Rheonom anstellen lassen, einzugehen, will ich bloss den allereinfachsten Rheonom-Versuch darstellen, welcher ohne weiters die Richtigkeit des „allgemeinen Gesetzes der Nervenerregung“ demonstrirt.

Die Drähte von einer Batterie von etwa fünf Daniell'schen Elementen werden zuerst in einen du Bois-Reymond'schen Schlüssel und von da zu den Zuleitungsklemmen des Rheonoms (Fig. 2) geleitet. Von den Ableitungsklemmen desselben (*EE'*) führen Drähte zu einem Pinselelektrodenpaar, über welches der Nerv eines frischen Nervmuskelpräparates gebrückt ist.

Man stellt zunächst den Hebel des Rheonoms auf den 90°-Punkt der Theilung und zeigt durch Oeffnen und Schliessen mit dem Schlüssel, dass bei dieser Stellung absolut kein Strom zum Präparat gelangt, indem dieses in Ruhe verharrt. Dreht man aber den Hebel nur um wenige Grade aus der stromlosen Lage heraus, so hat Oeffnen und Schliessen mit dem Schlüssel sofort Zuckungen zur Folge. Lässt man nunmehr den Strom im Rheonom dauernd geschlossen und versetzt dieses in gleichmässige Rotatation, so wird man das Präparat in Ruhe bleiben sehen, falls die Umdrehungsgeschwindigkeit nicht gross ist. Auch in jener Phase seiner Entwicklung reizt der Strom nicht, welche

der Knickung in der Curve entspricht; und das stand zu erwarten, denn jene Knickung bedeutet wohl eine Unstetigkeit im Differentialquotienten (einen plötzlichen Zeichenwechsel desselben), aber keine Unstetigkeit der Function, welche hier wie überall bei unendlich kleinen Zuwüchsen des Argumentes sich um unendlich kleine Grössen ändert.

Der Muskel bleibt also in Ruhe und nun steigert man die Steilheit der Stromschwankung im Nerven, während man ihre Quantität ungeändert lässt, dadurch, dass man die Rotationsgeschwindigkeit steigert und hiebei wird man bald eine Grenze erreichen, bei welcher der Muskel auf jede ganze Umdrehung mit einer oder mit zwei Zuckungen reagirt[1]). Leicht lässt sich durch geringe Veränderungen in der Rotationsgeschwindigkeit die ausserordentliche Empfindlichkeit des Nerven für die Steilheit und durch andere passende Veränderungen seine grosse Unempfindlichkeit gegen die Quantität der Stromschwankung nachweisen.

Dass das Rheonom, ausser zur Erzeugung linearer Stromschwankungen, auch noch zur Erreichung mannigfaltiger anderer Zwecke verwendet werden kann, liegt auf der Hand. Wo der Widerstand des Brückenkreises kein so enormer ist, wie in physiologischen Versuchen, kann die Zinksulphatlösung in der Kreisrinne zweckmässig durch Quecksilber ersetzt werden. Für diesen Fall erfolgt die Zu- und Ableitung natürlicherweise durch Platindrähte.

Sehr brauchbar erweist sich das Instrument, wenn es sich darum handelt, in einem Kreise .einen Strom von bestimmter Stärke herzustellen oder zu compensiren. Für solche Fälle wird das Axenlager durch einen eingelegten Ring geschützt und stärker angezogen, so dass die Brücke in jeder Stellung, die man gibt, stehen bleibt; und der Kreis, in welchem der Strom hergestellt oder compensirt werden soll, wird mit den Klemmen E und E', eine constante Kette mit den Klemmen J und J' verbunden. Durch langsame Bewegung des Schwungrades mit der Hand wird die Stärke des abgeleiteten Stromes stetig variirt und die erforderliche Stärke mit sehr grosser Genauigkeit hergestellt.

Das Sinus-Rheonom[2]).

Vor mehreren Jahren, als ich mit der Construction des Ortho-Rheonoms beschäftigt war, machte ich auch noch andere Versuche,

1) Diese Zuckungen entsprechen ebenfalls nicht den Momenten, in welchen die Dichtigkeitscurven Knickungen haben.

2) Dieser Theil der vorliegenden Abhandlung ist die Wiedergabe einer „Notiz über ein Sinus-Rheonom", welche der Verfasser in E. du Bois-Reymond's

welche dasselbe Ziel hatten, nämlich die Herstellung einer Vorrichtung, welche gestattet, Intensitätsschwankungen von bekannter und beherrschbarer Steilheit in elektrischen Strömen hervorzubringen. So construirte ich auch ein Sinus-Rheonom, machte mit demselben einige Versuche, die mich nicht befriedigten, und beschäftigte mich mit diesem Apparate, der annoch in der Instrumentensammlung des Wiener physiologischen Instituts aufbewahrt wird, dann nicht weiter.

Da jedoch, wie ich aus Prof. Christiani's[1]) Bericht über die „Verhandlungen des Pariser Congresses über Elektrophysiologie und Elektrotherapie“ entnehme, von den Vorschlägen, welche gelegentlich der Erwähnung des Ortho-Rheonoms und seiner Leistung von zwei Mitgliedern der Commission behufs Erreichung eines ähnlichen Zweckes gemacht wurden, der eine mit jenem Sinus-Rheonom im Principe grosse Aehnlichkeit besitzt, so möchte ich jetzt eine kurze Beschreibung dieses Instrumentes geben, wenn auch nur, um Anderen die Erfahrungen, welche ich damit gewonnen habe, nutzbar zu machen.

Ich bewickelte eine hölzerne Kugel, die mit einer verticalen Axe drehbar war, parallel einem ihrer Meridiane mit wenigen Lagen dicken isolirten Kupferdrahtes — sämmtliche Windungen waren somit parallel einer Verticalebene.

Diese Kugel befand sich concentrisch in einer Hohlkugel aus möglichst dünnem Holze. Die Hohlkugel bestand aus zwei Hälften, die durch einen verticalen Schnitt von einander getrennt waren, und mittels eines Falzes an einander gepasst werden konnten. Oben und unten hatte jede der Halbkugeln einen halbkreisförmigen Ausschnitt, um die Axe, auf der die innere Kugel stak, durchzulassen. Jede der Halbkugeln war nun für sich mit vielen Lagen feinsten Inductionsdrahtes bewickelt, und zwar so, dass alle Windungen dem Rande der Halbkugel parallel liefen. Diese Windungen bildeten eine Kugelschale von ca. $1^1/_2{}^{cm}$ Dicke. Es waren im ganzen gegen 2^{km} Inductionsdraht verwendet, mit einem Widerstande von etwas über 700 S.-E. — Der Durchmesser der inneren Kugel betrug $4{,}5^{cm}$, die beiden Durchmesser der Kugelschale betrugen 6 und 9^{cm}.

Waren die beiden Halbkugeln zusammengestellt und in concentrischer Lage gegen die innere Kugel befestigt, und die Drahtenden gehörig unter einander verbunden, dann wurden die beiden freien Enden des Inductionsdrahtes mit den Reizelektroden verbunden. Die beiden Enden des dicken inducirenden Drahtes, der die innere Kugel

Archiv für Physiologie 1882 publicirte. Für die Erlaubnis zum Abdruck in dieser Zeitschrift ist der Verfasser der Redaction des Archives für Physiologie zu Dank verpflichtet.

1) Sep.-Abdruck aus der Elektrot. Zeitschrift 1881 (2. October) S. 3.

bedeckte, waren dicht an der Axe mit dieser durch das obere Loch der äusseren Kugel herausgeführt und entnahmen den primären Strom zwei Quecksilberkreisrinnen. Durch einen Schnurlauf wurde nun die inducirende Kugel in rasche, gleichmässige Rotation versetzt, während ein starker constanter Strom ihre Windungen durchfloss. Wie ohne weiteres klar ist, wurden hierbei in dem äusseren Gewinde Ströme inducirt, deren Intensitäten so schwankten wie der Sinus eines gleichmässig wachsenden Bogens.

Nachdem ich erfahren hatte, dass 12—15 Umdrehungen (in der Secunde) der inneren Kugel, deren Draht von dem Strome zweier grosser Bunsen'scher Elemente durchflossen war, gar keinen Effect an dem Nerven eines sehr empfindlichen Nerv-Muskel-Präparates hervorbrachten, stellte ich das Instrument zur Seite. Gewiss liesse sich durch Verstärkung des primären Stromes und durch Vergrösserung der Rotationsgeschwindigkeit schliesslich ein Effect erreichen — doch glaube ich nicht, dass eine derartige Vorrichtung dann für die Zwecke sehr nützlich wäre, um derenwillen sie eigentlich erfunden wurde. Eher liesse sich vielleicht durch Vermehrung der Windungen auf der äusseren Kugel noch etwas gewinnen.

Ich will zum Schlusse noch bemerken, dass ich diese Construction bisher vollständig verschwiegen habe, weil sie mit der Construction des Kohlrausch'schen Sinus-Inductors[1]) eine unverkennbare Aehnlichkeit hat. Statt des Magnetes in diesem Instrumente befindet sich eben in dem meinigen ein Solenoid; und dann ist die Kugelform der Drahtgewinde in meinem Instrumente vielleicht als ein Vorzug zu betrachten. Das von Joubert vorgeschlagene Instrument scheint mir nun, so viel ich aus der kurzen Andeutung in Christiani's Referat schliessen darf, mit Kohlrausch's Instrument eine noch grössere Aehnlichkeit zu haben.

---

1) F. Kohlrausch, Ueber die Wirkung der Polarisation auf alternirende Ströme und über einen Sinus-Inductor. Poggendorff's Annalen u. s. w. Jubel-Band S. 290 ff.

Ueber den Einfluss der hygroskopischen Condensation der Glasgefässe bei Bestimmung der Dichte des Wasserdampfes[1]).

Von

D. Macaluso und **G. Grimaldi.**

Das Gesetz der Volumsveränderungen der überhitzten Dämpfe bei Aenderungen von Druck und Temperatur wurde allgemein durch die Bestimmung des Einflusses der letzteren auf die Dichte der ersteren, bezogen auf Luft, untersucht.

Wenn ein nicht gesättigter Dampf dem Mariotte'schen Gesetze gehorchen würde, so müsste seine Dichte constant bleiben bei allen Aenderungen des Druckes und der Temperatur.

Regnault findet in seinen »Etudes sur l'Hygrométrie«[2]), dass, während die Dichte des Wasserdampfes ferne von der Sättigung nach dem Mariotte'schen Gesetze berechnet werden kann, derselbe beträchtlich grösser wird bei Annäherung an die Spannung der Sättigung. Diese Thatsache kann, wie er bemerkt, abhängen entweder von einer anormalen Condensation des Wasserdampfes in der Nähe des Sättigungspunktes oder von einem Niederschlage, welcher nur entfernt werden kann, wenn sich der Dampf fern vom Sättigungspunkte befindet.

Er fügt bei: »wir können nicht zweifeln, dass die hygroscopische Eigenschaft des Glases bei der Erscheinung mitspiele, aber es ist schwer zu entscheiden, ob diese allein die beobachtete Wirkung hervorbringe. Man würde vielleicht dadurch dahin gelangen, den Einfluss der Natur der Gefässwände annähernd zu ermessen, dass man die Dichte des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen in der Nähe des Sättigungspunktes in Ballonen von verschiedenen Substanzen, oder in Glasballonen, deren innere Wände mit verschiedenen Firnissen überzogen, oder in Glasgefässen von verschiedener Form, welche dann folgerichtig sehr verschie-

1) Aus Gazetta Chimica Italiana t. XII, 1882 von den Hrn. Verf. eingesendet.

2) Annales de Chimie et de Physique 3e série vol. 15 p. 149.

dene Verhältnisse zwischen ihrer Capacität und der Oberfläche ihrer Innenwände hätten, bestimmen würde.

In einer anderen Abhandlung über die Spannkraft der Wasserdämpfe[1]) fügt Regnault bei, dass die Erscheinung, dass bei Comprimirung oder Abkühlung des Dampfes in einer Röhre in Gegenwart eines Gases derselbe sich anfängt, niederzuschlagen, wenn seine Spannkraft noch ferne ist von derjenigen, welche ihm im leeren Raume bei gleicher Temperatur entspricht, — dass diese Thatsache von einer hygroskopischen Affinität der Glaswände abhängen kann, zufolge welcher der Innenraum sich noch unterhalb der Sättigung befindet, bis die Wände nicht jene Menge Dampfes condensirt haben, welche zur Befriedigung ihrer anziehenden Wirkung auf den Wasserdampf nothwendig ist.

Die Versuche von Bineau[2]) mit den Dämpfen der Ameisensäure und der Essigsäure, von Cahours[3]) mit Dämpfen von Phosphorhyperchlorid, Essigsäure und Wasser, von Herwig[4]) mit Dämpfen von Alcohol, Chloroform und Schwefelkohlenstoff haben gezeigt, dass die auf die Luft bezogene Dichte dieser Körper im dampfförmigen Zustande bedeutend wächst mit der Zunahme des Druckes und der Abnahme der Temperatur. Fairbairn und Tate[5]) haben in ihren Experimentaluntersuchungen über die Dichte des Wasserdampfes bei allen Temperaturen gefunden, dass der Ausdehnungscoefficient dieses Körpers viel grösser ist als der der Luft, besonders wenn sich der Dampf in der Nähe des Sättigungspunktes befindet; und bei einer Vergleichung der Werthe für die Dichte des Wasserdampfes, welche aus einer theoretischen Formel von Clausius[6]) berechnet wird, und den durch die Untersuchungen von Fairbairn und Tate gegebenen findet man letztere immer grösser als erstere.

Um alle diese Thatsachen zu erklären, kann man, wie es Regnault in den von ihm untersuchten Fällen that, entweder eine anomale Condensation des Dampfes in der Nähe des Sättigungspunktes oder einen Niederschlag desselben an den Wänden annehmen oder aber beide Ursachen vereint.

Die Untersuchung, ob, und wenn ja, von welcher Grösse, eine Condensation des Dampfes an den Wänden der Gefässe, besonders der Glasgefässe, mit denen man experimentirt, ist, wäre daher von Interesse.

Wüllner und Grotrian[7]) untersuchen in einer schönen Arbeit über die Dichte und Spannkraft des Wasserdampfes, nachdem sie die von Herwig beobachtete Thatsache erwähnt, durch den Versuch, ob dieselbe ganz und voll von dieser Oberflächencondensation abhängen könne und

---

1) Mémoires de l'Académie vol. XXVI p. 693 ss.
2) Ann. de Chimie et de Physique 3e série vol. XVIII.
3) Comptes rendus de l'Acad. des Sciences. vol. XX p. 5.
4) Pogg. Ann. Bd. 137 und 147.
5) Ann. de Chim. et de Phys. 3e série vol. LXII.
6) Theorie mécanique de la Chaleur. Mém. vol. I p. 63 (trad. de folie).
7) Wied. Ann. Bd. 11 S. 545 ff.

zu diesem Zwecke bestimmen sie die Dichte einiger Dämpfe in drei verschieden grossen Glasballonen, in welchen also das Verhältnis der Oberfläche zum Volumen verschieden ist; sie finden keine merklichen Differenzen in den Resultaten ihrer Experimente, weshalb sie zum Schlusse gelangen, dass diese Condensation nicht existirt.

Uns schien es jedoch, dass man aus ihren Versuchen eine solche absolute Folgerung nicht ziehen könne. In der That hatten die von ihnen angewendeten Ballone folgenden Inhalt:

$$448^{ccm} \quad 230^{ccm} \quad 108^{ccm}.$$

Die Verhältniszahlen zwischen den betreffenden Oberflächen und Rauminhalten, ausgedrückt in Quadrat- und Cubikcentimetern wären also

$$0{,}63 \quad 0{,}79 \quad 1{,}02;$$

d. h. wenig von einander verschieden.

Es konnte aber der grösste Ballon nur bei den Versuchen mit Schwefelkohlenstoff angewendet werden, da er hierauf zerbrach.

Es war, trotzdem dass die Versuche mit der grössten Genauigkeit und Geschicklichkeit ausgeführt wurden, nicht genügende Vorsorge getroffen, um sich zu versichern, dass die Oberfläche des Glases vollkommen frei sei von anhaftendem Gase oder Dampfe. In der That genügt es nicht, wie es die erwähnten Experimentatoren thaten, dass man den Ballon mit Quecksilber füllt, das auf 100° bis 120° erwärmt ist, um sicher zu sein, dass die innere Oberfläche desselben vollständig von daran condensirtem Gas oder Dampf befreit sei.

Wir hielten es daher für nützlich, diese Untersuchungen unter besseren Bedingungen zu wiederholen. Es war unsere Absicht, einen Apparat herzustellen, der in seinen Grundzügen dem von Wüllner und Grotrian gleiche.

Wir wollten ihn aber so ausführen, dass man einerseits die Recipienten bei hoher Temperatur und einer weitgetriebenen Verdünnung, wie sie mit den neuen Quecksilberluftpumpen möglich ist, trocknen und die Flüssigkeit in kleinen Fläschchen einführen könnte, ohne dass Luft oder ein anderes Gas einzudringen vermöchte; andrerseits sollten die in Verwendung kommenden Gefässe von der Art sein, dass das Verhältnis ihrer Oberfläche zu dem respectiven Inhalte sehr verschieden wäre.

Bevor wir zu den definitiven Versuchen schritten, hielten wir es für nützlich, Vorversuche nach der Dumas'schen Methode zu machen, um den Gang des Phänomens kennen zu lernen, und dabei mussten wir es bewenden lassen wegen des Mangels an Geldmitteln des physikalischen Laboratoriums dieser Universität[1]).

---

1) Es ist ein Jahr her, dass ich mich an das kgl. Unterrichtsministerium wendete in vier auf einander folgenden Bittschriften um eine Unterstützung für das physikalische Laboratorium dieser Universität, eben zum Zwecke, um mich mit einer Experimentaluntersuchung befassen zu können, aber ich habe bis jetzt keine Antwort erhalten. D. M.

Die Gefässe, deren wir uns bedienten, waren ein Ballon von der Capacität von 881 ccm, bei welchem das Verhältnis $\frac{s}{c}$ der Oberfläche zum Cubikinhalte (ausgedrückt in Centimetern) mit Einschluss des Halses 0,59 war; und ein Recipient bestehend aus 5 Röhren vorsichtig zu einer einzigen Röhre zusammengeschmolzen. Sein Totalvolumen war 110 ccm und das Verhältnis der Oberfläche zum Inhalte $\frac{s}{c} = 3{,}97$ ca.

Wir hatten auch ein drittes Gefäss hergerichtet, das aus 20 sehr kleinen Röhren bestand mit sehr dünnen Wänden, welche an einer einzigen im Kreise gebogenen Röhre neben einander in der Runde angeschmolzen waren. Da es aber sehr gebrechlich war, zerbrach es, ehe damit ein Versuch unter günstigen Bedingungen [1]) gemacht werden konnte.

Die Bestimmungen wurden nur mit dem Wasserdampfe ausgeführt, und zwar nach folgender Methode.

Das Versuchsgefäss wurde, nachdem es gut gereinigt und auch innerlich getrocknet worden, in einen Luftheizungsofen, welcher auf 180° bis 200° erwärmt war, gebracht und mittels einer dünnen Röhre entweder mit einer gewöhnlichen oder mit einer Quecksilberluftpumpe Toepler-Bessel-Hagen in Verbindung gesetzt; ein Doppelhahn gestattete die Verbindung mit der einen oder mit der anderen Luftpumpe herzustellen. Nachdem die Luft mittels der Luftpumpe 25 bis 30mal durch Chlorcalciumröhren eingesaugt, wurde mittels der Quecksilberluftpumpe evacuirt und trieb man die Verdünnung bis auf 0,001 mm ca. Man kann annehmen, dass auf diese Weise jede Spur von Feuchtigkeit, die am Glase anhaften hätte können, entfernt wurde. Hierauf wurde mit dem Löthrohre die dünne Röhre geschlossen, worauf das Versuchsgefäss, nachdem es von aussen gut gereinigt worden, auf die Wage gebracht und gewogen wurde.

Für den Wiedereintritt der Luft wurde mit einer glühenden Spitze eine Oeffnung in die dünne Röhre gemacht, die dann sorgfältig in eine

---

1) Wir begannen unsere Versuche mit Ballonen, welche gefüllt waren mit Glasstücken von verschiedenem Durchmesser; allein wir erhielten damit viel zu grosse und unconstante Werthe der Dichte.

Das mag von der Thatsache herrühren, dass die Wärme zu schwer in das Innere eines so angefüllten Ballons eindringt und dass in den Contactpunkten der verschiedenen Glasstücke das Wasser zu stark anhaftet und nur mit grosser Schwierigkeit weggebracht werden kann. Wüllner und Grotrian fanden in der That, dass die Flüssigkeit in Gegenwart ihres eigenen Dampfes und in der Nähe des Sättigungspunktes nur sehr schwer verdampfe. Es vergingen zuweilen Stunden, bis ein Tropfen der Flüssigkeit, welcher an dem Fläschchen anhaftete, mittels welches sie in den Ballon gebracht worden war, verschwand, und dies trotzdem der Druck einige Millimeter unter dem der Sättigung entsprechenden stand.

Das ist der Grund, warum wir diese Art das Verhältnis $\frac{s}{c}$ zu variiren aufgaben.

Spitze vor der Lampe ausgezogen wurde. Es ist überflüssig zu bemerken, dass bei diesen Operationen die grösste Sorgfalt darauf verwendet werden musste, dass kein noch so kleiner Glassplitter verloren ging.

Hierauf wurde vor dem Gebrauche wiederholt destillirtes Wasser durch Aufsaugen in den Apparat gebracht, der dann in ein grosses Wasserbad gebracht wurde, das mit so viel Kochsalz gemischt war, dass es bei der beabsichtigten Temperatur siedete. Nachdem das Ausströmen von Dampf vollständig aufgehört, wurde die Spitze mit dem Löthrohre zugeschmolzen [1]).

Kleine specielle Vorrichtungen gestatteten das Niveau der Flüssigkeit und ihre Concentration constant zu erhalten, wie auch zu bewirken, dass das Aufsieden hinreichend kräftig blieb, um die Flüssigkeit aufzumischen, aber nicht zu stürmisch wurde. Die Temperatur wurde an drei Thermometern von Müller abgelesen, von denen das eine in fünftel, die andern in ganze Grade getheilt waren. Von jedem derselben wurde fast jedesmal der Punkt 100° vor und nach dem Versuche bestimmt.

Der nun mit Dampf gefüllte Apparat wurde wiedergewogen, hierauf bald in einem Gefässe voll ausgekochten kalten Wassers, bald in einem mit Quecksilber gefüllten die Spitze abgebrochen. Man beobachtete den Druck des Luftresiduums und wog dann den Recipienten erst theilweise mit Flüssigkeit, theilweise mit Luft, und dann ganz mit Flüssigkeit gefüllt, und bestimmte so das Volumen des Recipienten und des Luftresiduums. Die Correction war nothwendig, weil, infolge der in der vorhergehenden Note erwähnten Flüssigkeitströpfchen, das Gefäss noch lange nach vollendetem Ausströmen des Dampfes im Bade bleiben musste, und jede noch so kleine Temperaturschwankung ein Eindringen einer gewissen Menge Luft bedingte.

Bei den Wägungen wurde die geistreiche Methode von Regnault angewendet, um dieselben von Veränderungen des Druckes der Temperatur und der Feuchtigkeit der Umgebung unabhängig zu machen; es wurden daher auf die andere Wagschale Glasgefässe von gleicher Oberfläche wie die der Versuchsgefässe gebracht. Auch wurde eine besondere, wenn auch sehr kleine Correction (0,3 bis 0,4^{mg} ca.) angebracht, wegen der in das kleine abgebrochene Röhrenstück beim Machen der Spitze eingedrungenen Luft.

Die von uns verwendete Wage war von Sartorius. Wenn sie schwach belastet und mit Schirmen vor der Strahlung geschützt ist, gestattet sie

---

1) Als eine Eigenthümlichkeit der Versuche muss bemerkt werden, dass, nachdem das Ausströmen des Dampfes aufgehört, an dem Stücke der aus dem Bade hervorragenden Spitze ein Flüssigkeitstropfen zu erscheinen begann, welcher lange unverändert blieb, wenn er nicht durch eine leichte Erwärmung der Spitze vertrieben wurde. Solcher Tropfen erschienen der Reihe nach mehrere und die Spitze wurde erst geschlossen, wenn dieselben vollständig aufhörten sich zu zeigen. Zuweilen war es nothwendig, den Recipienten mehrere Stunden im Bade zu lassen, ehe die Flüssigkeitströpfchen aufhörten wieder zu erscheinen.

$0{,}1^{mg}$ abzuschätzen, man kann aber, wie wir uns überzeugen konnten, nur $0{,}2^{mg}$ garantiren.

Die Formeln, nach welchen die Dichte des Wasserdampfes berechnet wurde, sind folgende.

Bezeichnet man mit:

p das Gewicht des Dampfes und des Luftresiduums, gegeben durch die Differenz zweier Wägungen;

V das Volumen in Cubikcentimetern des Recipienten bei der Versuchstemperatur T;

p' das Gewicht des Luftresiduums;

Θ den Druck des letzteren;

H den Luftdruck im Augenblicke des Schlusses der Spitze;

α und π den Ausdehnungscoefficienten und das Normalgewicht eines Cubikcentimeters Luft;

d die Dichte des Dampfes;

so hat man

$$d = \frac{(p - p')(1 + \alpha T)\,760}{V\pi\,(H - \theta)}.$$

Um p' und θ zu bestimmen, sei v das Volumen des Luftresiduums bei der Temperatur t und dem Druck h und f das Maximum der Spannkraft des Wasserdampfes bei der Temperatur t. Es ist dann:

$$p' = \frac{v\pi\,(h - f)}{(1 + \alpha t)\,760}$$

$$\theta = \frac{v\,(1 + \alpha T)\,(h - f)}{V(1 + \alpha t)}.$$

Beispielshalber mögen hier die bei einem Versuche mit dem Ballon erhaltenen Zahlen folgen.

$p = 0{,}5168^{g}$ $v = 5{,}7^{ccm}$ $t = 21{,}3^{0}$ $h = 745{,}4^{mm}$
$t = 19{,}0^{mm}$ $T = 107{,}3^{0}$ $H = 760{,}4^{mm}$ $V = 875^{ccm}$
$p' = 0{,}0041^{g}$

$$d = 0{,}6361.$$

Mit dem Ballone haben wir bisher folgende Versuche ausgeführt.

T	p'	θ	d
$107{,}3^{0}$	$0{,}0231^{g}$	$21{,}67^{mm}$	0,6349
107,3	0,0041	6,11	0,6361
108,3	0,0199	18,70	0,6320

Mittel $d = 0{,}6343$.

Mit dem anderen Gefässe erhielten wir folgende Zahlen:

T	p'	θ	d
$107{,}6^{0}$	$0{,}0010^{g}$	$7{,}50^{mm}$	0,645
107,8	0,0015	10,98	0,641
108,0	0,0147	113,60	0,647
108,0	0,0014	10,52	0,635
108,5	0,0010	8,13	0,654

Mittel $d = 0{,}645$.

Die Schwankungen dieser zweiten Reihe sind dem kleinen Inhalte des Gefässes zuzuschreiben, welcher es sehr schwierig machte, genaue Bestimmungen auszuführen.

Fassen wir die Resultate zusammen, so haben wir:

$\frac{s}{c}$	d
0,59	0,634
3,79	0,645

Wir haben auch versucht, Bestimmungen bei dem Sättigungspunkte näher gelegenen Temperaturen, bei ca. 102° zu machen, aber es scheint, dass die Dumas'sche Methode nicht geeignet ist, besonders beim kleinen Gefässe, das wir anwendeten, solche Bestimmungen nahe am Sättigungspunkte auszuführen; die von uns erhaltenen Resultate waren in der That so von einander abweichend, dass man daraus nach keiner Seite einen Schluss ziehen kann.

Die oben gegebenen Werthe der Dichte des Wasserdampfes scheinen uns zu ermächtigen zu behaupten, dass eine Oberflächen-Condensation an den Glaswänden wirklich vorhanden sei, die bei einer Temperatur von ca. 108° zwar klein aber deutlich nachweisbar ist, und für tiefere und dem Sättigungspunkte nähere Temperaturen wahrscheinlich viel grösser sein dürfte.

Zugegeben nun, dass die Condensation für eine bestimmte Temperatur proportional sei dem Verhältnisse $\frac{s}{c}$, so kann man leicht auch schon aus den zwei von uns bestimmten Werthen finden, welches der Werth der Dampfdichte für $\frac{s}{c} = 0$ sein müsse, d. h. für den Fall, dass die Oberfläche gegen das Volumen vernachlässigbar ist, oder, was auf das Gleiche hinauskommt, wenn keine Oberflächencondensation stattfindet. Aus unseren Zahlen ergibt sich:

$$d = 0{,}6324,$$

ein Werth, der noch weit absteht von der theoretischen Dichte des Wasserdampfes $d = 0{,}622$, welche derselbe bei einer vom Sättigungspunkte sehr entfernten Temperatur besitzen müsste.

Wenn daher die Oberflächencondensation einen Einfluss hat auf die scheinbare Vergrösserung der Dichte des Wasserdampfes, so ist sie jedenfalls nicht die einzige Ursache der Differenzen zwischen dem experimentellen und dem theoretischen Werthe, welchen man erhält durch Anwendung der Gesetze von Gay-Sussac und Mariotte auf die Dämpfe, wie man es bei vollkommenen Gasen thut.

Photometrische Messung der Spectralstreifen von Wasserstoff[1].

Von

H. Lagarde.

Das Spectrum eines Gases ist bei bestimmten Temperatur- und Druckverhältnissen nicht allein durch die Wellenlängen der verschiedenen einzelnen Strahlen bestimmt, aus welchen es besteht. Aendert man den Druck und die Wärmeenergie der Entladung, so ändert sich die Intensität dieser Strahlen nach einem unbekannten Gesetze; diese Intensität kann unter bestimmten Verhältnissen für den einen oder anderen Strahl sogar gleich Null werden; andere Strahlen hingegen können für bestimmte Druck- und Temperaturverhältnisse sichtbar werden. Derartige Intensitätswechsel ändern je nach der experimentellen Anordnung den Charakter des Spectrums, welches nur dann ganz definirt werden kann, wenn man die Intensität der einzelnen zusammensetzenden Strahlen angibt. Solche Intensitätsmessungen habe ich nun begonnen.

In absoluten Werthen müsste die Strahlungsenergie einer Schwingung von bestimmter Wellenlänge in Wärme- oder mechanischen Einheiten ausgedrückt werden; die Schwäche der Gasspectren jedoch verbietet jeden direkten Versuch nach dieser Richtung und zwingt uns zu einer photometrischen Vergleichung.

Bei derartigen Bestimmungen bedarf man natürlich eines Spectrophotometers, welches so wie das von Crova[2]) angegebene zu genauen Vergleichungen eingerichtet ist. Der capillare Theil der Spectralröhre befindet sich in bestimmter Entfernung vor der einen Spalthälfte des Instrumentes, während von der Seite her auf die andere Hälfte des Spaltes mittels eines total reflectirenden Prismas das Licht einer Lampe geleitet wurde, welches ein System von zwei Nicols durchsetzte, deren einer in einem getheilten Kreise drehbar eingerichtet war. Oeffnete man

1) Uebersetzt aus C. R. vol. 95. 26. Dezember 1882.

2) C. R. vol. 93 (1881) p. 512 und Ann. de Chim. (5) vol. 22 p. 513.

die Spalte ein wenig, so waren die spectralen Streifen breit genug, um das ganze Gesichtsfeld auszufüllen und so unmittelbar mit den Lampenstrahlen gleicher Wellenlänge in Contact zu treten; man mass dann die Drehung des Nicols, welche die Intensität gleich machte. Bedient man sich eines guten Spectrophotometers, so lässt sich diese Messung bei einiger Geschicklichkeit mit genügender Genauigkeit vornehmen. Das neue Instrument, dessen ich mich bediente, war von Dubosq nach den Angaben von Crova construirt und liess in dieser Richtung nichts zu wünschen übrig.

Die verwandte Lampe war ein Normal-Carcel, auf einer automatischen Wage von Deleuil, deren Gang und Regulirung bereits früher untersucht worden war[1]), aufgestellt. Die erhaltenen Intensitäten wurden auf einen Normalölverbrauch von 42^{g} per Stunde zurückgeführt.

Meine Untersuchungen erstreckten sich auf das Spectrum von Wasserstoff, welches den Vortheil scharf bestimmter und in verschiedenen Regionen des Spectrums gelegener Linien bietet. Am Anfange meiner Arbeiten erhellte ich meine mit Aluminiumelektroden versehene Spectralröhre durch den Funken eines gewöhnlichen Ruhmkorffapparates, den 3 Bunsenelemente bedienten, und später dann durch eine Holtzische Maschine. Um die Wärmewirkung des Funkens zu variiren, wurden zunächst verschiedene Längen ($R = 14^{cm}$, 10^{cm}, 6^{cm}, 2^{cm}) dünnen Drahtes in die Inductorleitung eingeschaltet. Diese erste Anordnung liess den Sinn der Erscheinung ganz klar erkennen; dieselbe wurde bei den endgiltigen Messungen durch eine andere mehr präcisere Methode ersetzt.

Die Spectralröhre konnte durch einen Dreiweghahn entweder mit einem Röhrensystem, welches Phosphorsäureanhydrid enthielt und mit einem Apparat communicirte, der reinen Wasserstoff liefert, oder mit einer Luftpumpe verbunden werden. Zunächst wird mit Hilfe einer Quecksilberpumpe von Alvergniat ausgepumpt; zum Schlusse dieser Operation verwendete ich eine Quecksilberfallpumpe nach der Construction der Gebrüder Alvergniat. Mit Hilfe dieses schönen Apparates erhält man sehr schnell alle Drucke zwischen 7^{mm}, wo der Funke eben durchzugehen beginnt und $^{1}/_{1000000}$ einer Atmosphäre. Am Apparat ist ferner ein Manometer von Mac Leod angebracht und misst den Druck sehr genau.

Im Folgenden sind einige der Beobachtungsreihen für die Strahlen H_α, H_β, H_γ bei Aenderung des Druckes und der Entladungsstärke gegeben. Stehen die beiden Nicols parallel, so ist für jeglichen Theil des Spectrums die Intensität willkürlich als 1000 angenommen.

	Druck von $6{,}5^{mm}$	Strahlung roth	blau	violett
R	14	3,6	5,5	17,2
R	10	6,2	7,5	18,1
R	6	7,5	12,4	19,6
R	2	9,5	22,6	36,7

1) Journ. de Phys. (2) vol. 1. Exner's Rep. Bd. 19 S. 172.

	Druck von 0,542 mm	Strahlung roth	blau	violett
R	14	8,8	25,8	65,8
R	10	12,9	34,2	86,1
R	6	28,3	72,5	140,2
R	2	49,4	152,1	240,9

	Druck von 0,010 mm	Strahlung roth	blau	violett
R	14	12,6	39,3	110,9
R	10	17,8	55,0	133,8
R	6	38,5	94,9	176,4
R	2	76,1	183,2	289,6

Die nach dem Mittel dieser Werthe gezogenen Curven zeigen eine Ungleichheit in der Intensität der drei Strahlen, welche auch mit der angewandten Entladung sich ändert. In demselben Maasse als der Druck sich vermindert, steigen die Intensitäten beträchtlich. Für einen Druck von 6,5 mm reducirt sich die Curve für den rothen Strahl auf eine gerade Linie.

Bei den verschiedenen Arten, wie ich arbeitete, habe ich zahlreiche Beobachtungen machen können über den Einfluss von Verunreinigungen, über die Natur der Streifen und über die Erzeugung des sensitiven Zustandes[1]). Ich setze diese Versuche fort, indem ich die Potentialdifferenz an den beiden Elektroden der Glasröhre bestimme und die Röhre durch die Entladung einer Holtzischen Maschine beleuchte.

---

1) W. Spottiswoode et Woulton, Phil. Trans. 1879 p. 165.

Ueber die Verflüssigung von Sauerstoff und Stickstoff und über die Erstarrung von Schwefelkohlenstoff und Alkohol[1]).

Notiz

von

S. Wroblewski und **K. Olszewski.**

Die schönen Arbeiten von Cailletet und Raoul Pictet über die Verflüssigung der Gase berechtigten zu der Hoffnung, dass man es einmal dazu bringen könnte, den Sauerstoff als Flüssigkeit in einer Glasröhre zu beobachten, so wie man es jetzt mit der Kohlensäure macht. Die einzige Bedingung war, eine genügend tiefe Temperatur zu erreichen. Cailletet[2]) hatte vor einem Jahre eine Notiz veröffentlicht, worin er das verflüssigte Aethylen als Mittel empfiehlt, um sehr starke Kälte zu erhalten. Diese Flüssigkeit siedet bei einem Drucke von einer Atmosphäre bei — 105° C., wenn man die Temperatur mit einem Schwefelkohlenstoff-thermometer bestimmt. Als Cailletet Sauerstoff in einer etwas capillaren Röhre comprimirt und in dieser Flüssigkeit auf — 105° C. abgekühlt hatte, beobachtete er im Momente der Entspannung »ein stürmisches Aufkochen, welches durch merkliche Zeit anhielt und einem Emporschleudern einer Flüssigkeit in den Theil der abgekühlten Röhre glich. Dieses Sieden entstand in einer gewissen Distanz vom Boden des Gefässes. Ich habe nicht erkennen können«, fügt Cailletet hinzu, »ob diese Flüssigkeit bereits vorher da war, oder ob sie sich im Augenblicke der Entspannung bildet, denn ich habe noch keine Trennungsfläche zwischen Gas und Flüssigkeit sehen können.«

Unter Benutzung eines neuen, von einem von uns construirten Apparates, der es ermöglicht, verhältnismässig grosse Gasquantitäten unter den Druck von einigen 100 Atmosphären zu bringen, versuchten wir, die Temperaturen des Gases im Momente seiner Entspannung zu studiren. Diese Versuche führten bald zur Entdeckung einer Temperatur, bei welcher

1) Uebersetzt aus C. R. vol. 96, 13. April 1883.

2) C. R. vol. 94 pag. 1224—1226.

der Schwefelkohlenstoff und der Alkohol gefrieren und bei welcher der Sauerstoff sich mit sehr grosser Leichtigkeit vollständig verflüssigt.

Man erhält diese Temperatur, wenn man das Aethylen im Vacuum sieden lässt. Die Temperatur hängt von dem Grade des Vacuums ab; das Minimum, das wir bis jetzt erhalten konnten, war — 136° C. Wir bestimmten diese Temperatur, sowie auch alle anderen mit einem Wasserstoffthermometer.

Die kritische Temperatur des Sauerstoffes ist niedriger als diejenige, bei welcher das Aethylen unter Atmosphärendruck siedet. Diese letztere ist nicht, wie man bisher geglaubt, — 105° C., sondern sie liegt zwischen — 102° C. und — 103° C., wie wir mit unseren Thermometern fanden.

Aus einer Reihe von Versuchen, welche am 9. April ausgeführt wurden, mögen als Beispiele nachstehende Versuche angeführt sein:

Temperatur	Druck in Atmosphären, unter dem Sauerstoff sich zu verflüchtigen anfängt
— 131,6° . . .	26,5
— 133,4 . . .	24,8
— 135,8 . . .	22,5

Bei Publicirung dieser Zahlen behalten wir uns für eine folgende Notiz die Mittheilung der definitiven Werthe vor.

Der flüssige Sauerstoff ist farblos und durchsichtig wie die Kohlensäure. Er ist sehr beweglich und bildet einen scharfen Meniscus.

Was den Schwefelkohlenstoff betrifft, so friert er bei — 116° C. und schmilzt bei — 110° C. Der Alkohol wird zähe wie Oel bei — 129° und erstarrt bei — 130° C.; er wird ein weisser Körper.

Ueber die Verflüssigung von Stickstoff[1]).

Notiz

von

S. Wroblewski und **K. Olszewski.**

Nachdem wir den Sauerstoff vollständig verflüssigt hatten, versuchten wir den Stickstoff zu verflüssigen. Wir kühlten dieses Gas in einer Glasröhre bis auf — 136° C. ab und pressten es gleichzeitig bis auf 150 Atmosphären zusammen, ohne dass es sich verflüssigte. Man konnte in der Röhre nichts sehen.

Wenn man nun eine plötzliche Entspannung erzeugte, trat in der ganzen Röhre ein stürmisches Sieden ein. Dasselbe kann nur verglichen werden mit dem Sieden der flüssigen Kohlensäure in einer Natterer-schen Glasröhre, wenn man diese Röhre in Wasser taucht, welches etwas über den kritischen Siedepunkt der Kohlensäure erwärmt ist. Entspannt man hingegen das Gas allmählich, und geht man bei der Druckverminderung nicht über 50 Atmosphären hinaus, dann verflüssigt sich der Stickstoff in vollkommener Weise; die Flüssigkeit zeigt dann einen deutlichen Meniscus und verdampft sehr schnell.

Es bleibt also der Stickstoff nur einige Secunden in dem statischen Zustande stabiler Flüssigkeiten. Um ihn länger in diesem Aggregatzustande zu erhalten, müsste man eine Temperatur anwenden können, die noch niedriger ist als die, welche wir bis jetzt nach unserem Vorgehen erreichen konnten. Wir sind damit beschäftigt, die Mittel aufzusuchen, eine solche Temperatur zu erhalten.

Der flüssige Stickstoff ist farblos und durchsichtig wie der Sauerstoff und wie die Kohlensäure[2]).

---

1) Uebersetzt aus C. R. vol. 96, 23. April 1883.

2) In derselben Sitzung legte Debray folgende Depesche von Wroblewski vor: „Kohlenoxyd verflüssigt unter denselben Bedingungen wie Stickstoff, Meniscus sichtbar, Flüssigkeit farblos."

Eingesendete Bücher.

Th. Schwartze, Telephon, Mikrophon und Radiophon. Wien, Hartleben's Verlag, 1883. 3 Mk. 232 Seiten mit 119 Abbildungen. Nach einer Einleitung über die Geschichte des Telephons und über die Grundlehren der Elektricität behandelt das Buch ausführlicher die verschiedenen Arten des Telephons seit seiner Entstehung, sowie das Mikrophon und die Telephonanlagen. Auch das Radiophon und der Phonograph sind berücksichtigt.

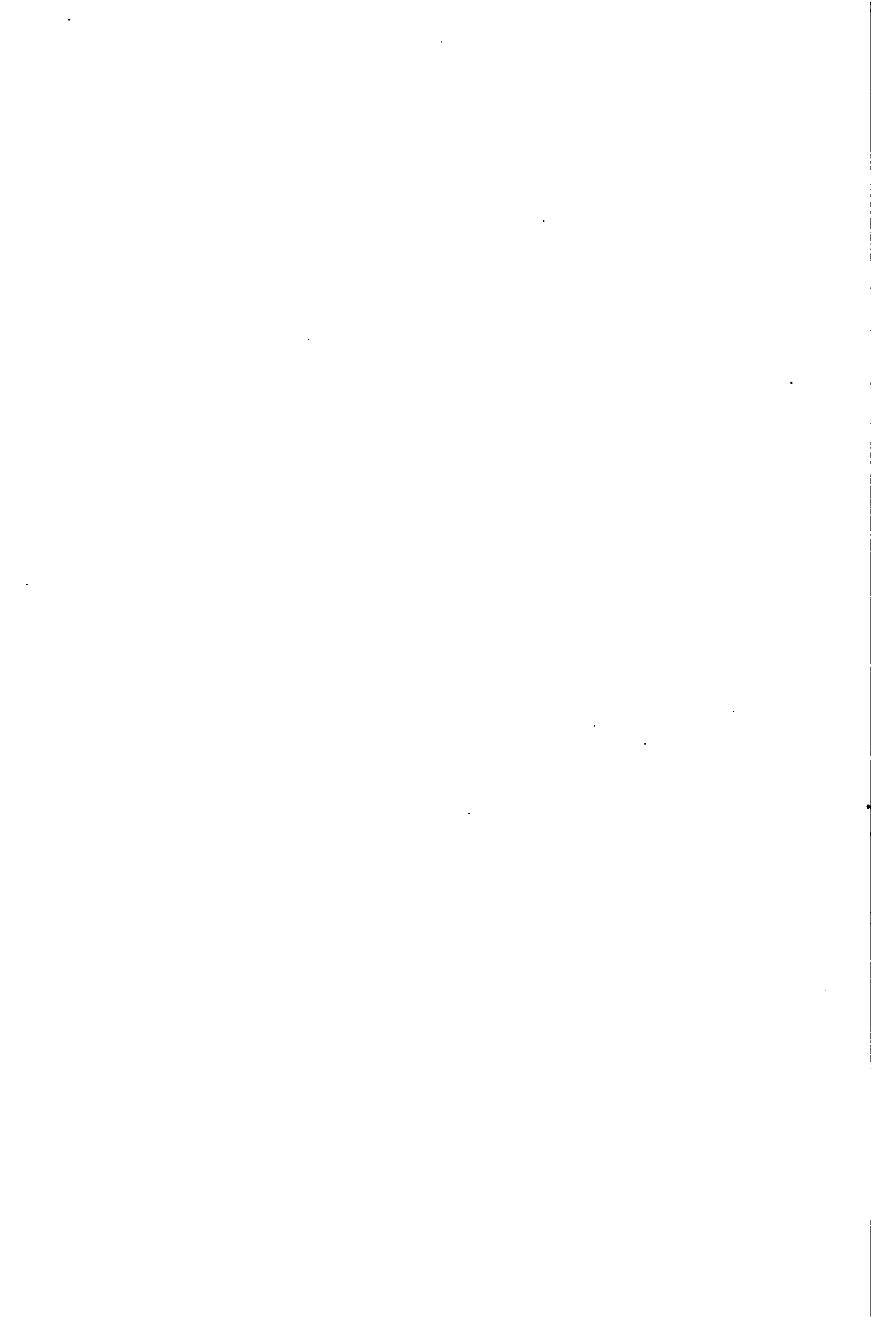
E. Japing, Die Elektrolyse, Galvanoplastik und Reinmetallgewinnung. Wien 1883. Hartleben's Verlag. 3 Mk. 260 Seiten mit 46 Illustrationen. Gibt, nach einer Einleitung über die Theorie der Elektrolyse nach Clausius, eine allgemeine Darstellung der zur Elektrolyse gebräuchlichen Batterien, magnet- und dynamoelektrischen Maschinen, sowie eine Beschreibung der Praxis in der Galvanoplastik und Elektrometallurgie.

A. Wilke, Die elektrischen Mess- und Präcisionsinstrumente. Wien 1883. Hartleben's Verlag. 3 Mk. 246 Seiten mit 59 Illustrationen. Enthält eine übersichtliche Darstellung der zur Messung der Stromstärke, des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft erforderlichen Methoden und Instrumente. Auch die Messung der Constanten der galvanischen Batterie, sowie der Leitungen werden berücksichtigt. Den Schluss bildet die Zurückführung der Messungen auf absolutes Maass.

P. Zech, Prof., Elektrisches Formelbuch. Wien 1883. Hartleben's Verlag. 3 Mk. 223 Seiten mit 15 Illustrationen. Das Buch dient infolge der alphabetischen Anordnung seines Stoffes als Nachschlagebuch und hat den grossen Vortheil, nicht bloss die Formeln, sondern in Kürze auch deren Bedeutung und Ableitung zu geben. Ein Anhang enthält die technischen Ausdrücke aus der Elektricitätslehre in deutscher, französischer und englischer Sprache alphabetiseh geordnet.

A. Wernicke, Dr., Grundzüge der Elementarmechanik. Braunschweig 1883, bei Schwetschke & Sohn. 445 Seiten mit 85 Illustrationen. Das Buch enthält in origineller Darstellung einen ausserordentlich reichen Inhalt. Nebst den geometrischen Grundlagen der Mechanik sind besonders ausführlich behandelt die Phoronomie und die Dynamik der Physik; letztere umfasst auch die tropfbar flüssigen und gasförmigen Körper.

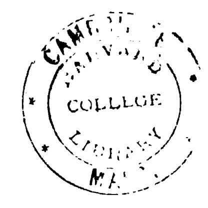
L. Meyer, Prof., Die modernen Theorien der Chemie. III. Buch. Breslau bei Maruschke und Berendt, 1883. 7 Mk. Das III. Buch enthält die Dynamik der Atome und betrachtet besonders ausführlich die Wärme als Ursache und Folge des chemischen Umsatzes, die chemische Massenwirkung und den chemischen Umsatz als Ursache und Folge der Elektricität. Den Schluss bildet ein Capitel über die Stabilität der chemischen Verbindungen.



REPERTORIUM

DER

PHYSIK.



HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 8. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Vorlesungsversuche mit einem Dynamometer.

Von

A. v. Obermayer.

Zwischen der Erhebung eines Gewichtes ohne merkliche Geschwindigkeit und jener mit grösserer Geschwindigkeit besteht bekanntlich ein wesentlicher Unterschied. Während im ersteren Falle die Kraft jederzeit gleich dem Gewichte ist, hat sie im zweiten Falle nebst dem Gewichte die mit der Beschleunigung proportionale Reaction der Trägheit zu überwinden.

Es scheint mir für das Verständnis der Wirkung einer Kraft und das Wesen der „Reaction der Trägheit, gegen Beschleunigung in der Bahn“, von nicht zu unterschätzender Bedeutung, diese Verhältnisse zur Anschauung zu bringen.

Die gewöhnlichen Burg'schen Dynamographen zeigen diese Verhältnisse zwar an, sind aber für sehr beträchtliche Kräfte construirt und daher für Laboratoriumsversuche weniger geeignet. Dagegen hat Marey[1]) eine Verbindung eines Dynamographen mit seinem Tambour à levier angegeben, welche die Veränderungen der Muskelkraft während des in Rede stehenden Vorganges aufzuzeichnen gestattet.

Ich pflege seit einiger Zeit in den Vorlesungen derartige Versuche zu zeigen und die erhaltenen Diagramme an das Auditorium zu vertheilen. Die Mittheilung dieser Diagramme scheint mir nicht ohne Interesse zu sein.

Die Apparate, welche ich zu diesem Zwecke aufwende, sind ein Marey'scher Tambour à levier, den ich von Rudolf Rothe (Wenzelsbad in Prag) bezogen habe und wovon ich der Vollständigkeit halber eine schematische Skizze (Fig. 1) beifüge.

1) La méthode graphique dans les sciences expérimentales p. J. E. Marey p. 298, 446.

Eine Kapsel aus Messing oder Neusilber ist mit einer feinen Kautschukmembran luftdicht überspannt. Auf der Kautschukplatte

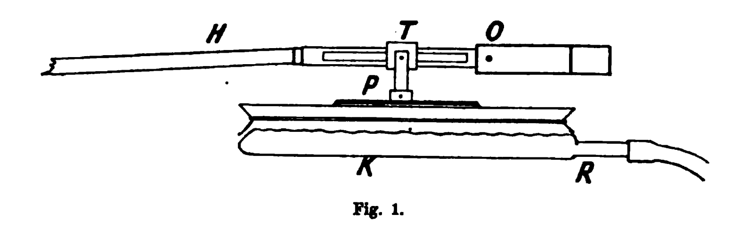


Fig. 1.

ruht ein Aluminiumblättchen *P*. welches mit Hilfe zweier Gelenke mit einer auf dem Hebel *H* verschiebbaren Tasche *T* verbunden ist. Der Hebel dreht sich um einen Stift *O*, welcher sammt seinem Träger näher über die Mitte der Membrane gebracht oder davon entfernt werden kann, wodurch die Empfindlichkeit des Instrumentes geändert wird. Aus der Kapsel tritt ein Röhrchen *R*, auf welches ein Schlauch aufgeschoben ist, welcher zum Dynamometer führt.

Das Dynamometer (Fig. 2), welches ich verwende, besteht aus einer, der Feder des Burg'schen Dynamographen ähnlichen, aber viel schwächeren Feder.

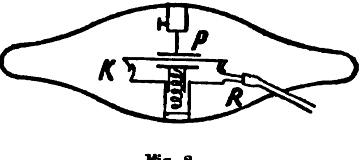


Fig. 2.

Der eine Arm trägt ein Plättchen *P*, welches an der Kautschukmembrane einer am andern Arme befestigten Marey'schen Kapsel *K* leicht anliegt. Der hohle Stiel dieser letzteren enthält ein mehrfach durchlochtes Röhrchen, welches mit einem dasselbe abschliessenden Plättchen an der Innenseite der Kautschukmembrane anliegt und durch eine schwache Spiralfeder in dieser Lage erhalten wird.

Das Röhrchen *R* dieser Kapsel ist mittels eines Kautschukschlauches mit dem Marey'schen Tambour à levier in Verbindung.

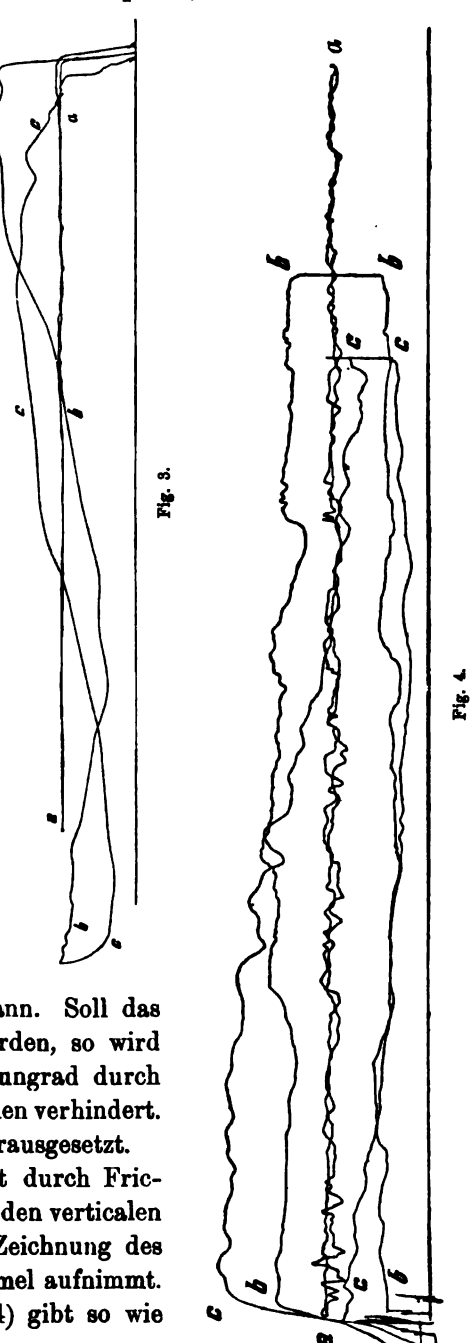
Wird die Feder gespannt, so hebt die zusammengepresste Luft den Hebel der Marey'schen Trommel nahe proportional dem spannenden Gewichte. Die Spitze des Hebels schreibt dabei auf einem mit berusstem Papier überzogenen, in Rotation befindlichen Cylinder.

Mit dieser Vorrichtung wurden folgende Versuche ausgeführt:

1. Die Erhebung eines Gewichtes aus freier Hand mit und ohne Geschwindigkeit.

Der Registrircylinder wird durch das Erheben und Senken des Gewichtes um Winkel gedreht, welche dem, vom Gewichte zurückgelegten Wege proportional sind. Es wird dies dadurch erreicht, dass sich beim Senken des Gewichtes eine lange schmale Uhrfeder von

einer, mit der Axe des Registrircylinders verbundenen Trommel abwickelt und dabei eine zweite Spiralfeder spannt, welche beim Erheben des Gewichtes die Drehung des Registrircylinders im entgegengesetzten Sinne bewirkt.



Das nebengezeichnete Diagramm (Fig. 3) gibt in *aa* die Curve der zur Erhebung ohne Geschwindigkeit nöthigen Arbeit; in *bbb* und *ccc* die dem Erheben und Herablassen mit Geschwindigkeit entsprechenden Curven.

Die Flächeninhalte zwischen der Abscissenaxe zweier Ordinaten und den Curven sind den geleisteten Arbeiten proportional.

2. Erhebung eines Gewichtes mit Hilfe einer Rolle. Auftreten von Reibung.

Um das Gleiten zu verhindern, ist der Umfang der Rolle mit Schraubengewinden versehen und die Schnur umschliesst den Umfang der Rolle ein und ein halb Mal. Die Rolle sitzt an einer Axe, mit welcher ein lose darauf bewegliches Schwungrad durch einen Stift verbunden werden kann. Soll das Schwungrad nicht mitbewegt werden, so wird der Stift entfernt und das Schwungrad durch einen anderen Vorstecker am Drehen verhindert. Dieser letzte Fall wird jetzt vorausgesetzt.

Die Axe der Rolle überträgt durch Frictionsscheiben ihre Bewegung auf den verticalen Registrircylinder, welcher die Zeichnung des Hebels der Marey'schen Trommel aufnimmt. Das erhaltene Diagramm (Fig. 4) gibt so wie früher Arbeiten an.

a) Zuerst wird bei ausgehangener Feder die Abscissenaxe geschrieben.

b) Dann wird die Feder zwischen Gewicht und Schnur geschaltet, das Gewicht erhoben und wieder herabgelassen; dies gibt die Curve *aa*.

c) Die Feder wird am freien Ende der Schnur befestigt und langsam gehoben und gesenkt. Es wird die Curve *bbbb* beschrieben. Beim Heben ist die Kraft um den Betrag der Reibung grösser, beim Senken um den Betrag der Reibung kleiner. Die von der Curve *bb* umschlossene Fläche gibt die durch die Reibung verlorene Arbeit an.

d) Die Feder befindet sich am freien Ende der Schnur, das Gewicht wird mit Geschwindigkeit gehoben. Es entsteht die Curve *cccc*.

3. Erhebung eines Gewichtes mit Hilfe einer Rolle, wenn gleichzeitig eine rotirende Masse in Bewegung gesetzt wird.

Das oben erwähnte Schwungrad wird mit der Axe verbunden. Beim Erheben mit Geschwindigkeit ist jetzt nebst der Bewegungsgrösse des Gewichtes noch das Moment der Bewegungsgrösse des Schwungrades zu überwinden; die zur Bewegung nöthige Kraft steigt daher weit über die Grösse des Gewichtes hinaus.

Nachdem das Schwungrad lebendige Kraft erlangt hat, besorgt es auf deren Kosten das schliessliche Erheben des Gewichtes.

Beim Herablassen muss die durch das fallende Gewicht erzeugte lebendige Kraft des Schwungrades wieder vernichtet werden, damit das Gewicht ohne Geschwindigkeit am Boden ankomme. Wegen der auftretenden Reibung ist die Arbeit zur Erzeugung der lebendigen Kraft beim Erheben des Gewichtes grösser, als jene zur Vernichtung der lebendigen Kraft beim Herablassen.

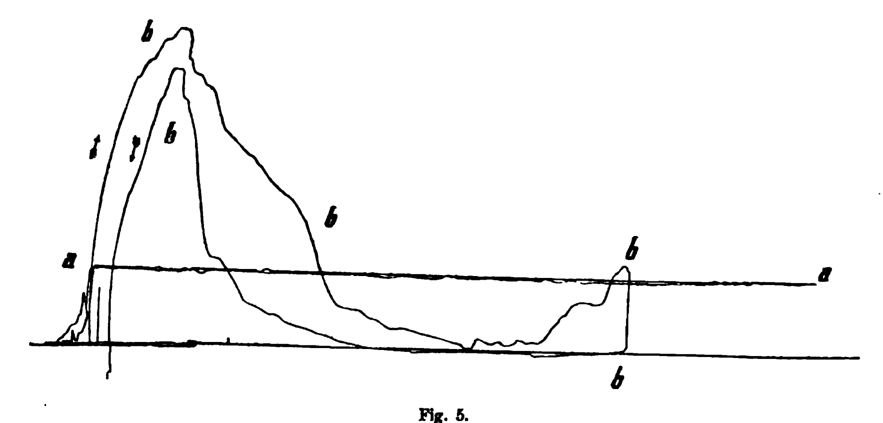


Fig. 5.

In Fig. 5 stellt *aa* die Curven beim Erheben des Gewichtes dar, wenn die Feder zwischen Gewicht und Schnur eingeschaltet ist.

Die Curve *bbbb* gibt die Arbeit der Kraft, welche am freien Ende der über eine Rolle laufende Schnur wirkt. Die Pfeile deuten den

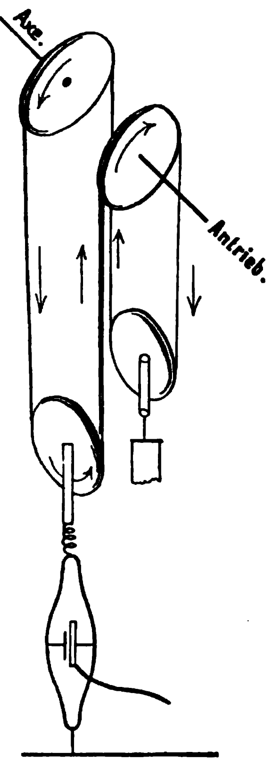


Fig. 6.

Sinn an, in welchem die Curven beschrieben werden.

4. Arbeit einer Influenzmaschine.

Schliesslich wurde eine Marey'sche Trommel combinirt mit der Feder zur Aufzeichnung der Arbeit einer Influenzmaschine verwendet. Hierbei zeigt sich 1. dass die Arbeit für die ungeladene Maschine kleiner als für die angeregte Maschine ist, 2. dass, im Falle mit der Maschine eine Flaschenbatterie verbunden ist, die treibende Kraft nach jeder Entladung ihrer mittleren Grösse nach sinkt.

Die Spannung der Dynamometerfeder wird durch die Art des Antriebes



Fig. 7.

der Maschine besorgt. Es ist ein Rollenantrieb von vorstehender Anordnung (Fig. 6).

Die starken Schwankungen der Kraftintensität sind durch eine zwischen Rolle und Dynamographenfeder geschaltete Spiralfeder abgeschwächt.

Die Aufzeichnungen geschehen hier auf einem durch ein Laufwerk in Bewegung gesetzten Registrircylinder. Mit den Dynamometeraufzeichnungen gleichzeitig wird mittels eines Thermometerinscripteur die, bei der Entladung einer, mit der Maschine verbundenen Batterie entwickelte Wärme aufgezeichnet. Es stellt dies die oberste Curve (Fig. 7) dar, und zwar wenn beziehungsweise 3 oder 6 Flaschen durch die gleiche Elektricitätsmenge hier 15 Funken einer Lane'schen Flasche geladen werden. Im Falle der doppelten Flaschenzahl ist die Erwärmung nahe die Hälfte. Die Curve der Arbeit beginnt bei ungeladener Maschine. Die Ordinaten steigen sofort an, sobald die Maschine geladen ist.

Das Abfallen der Kraftintensität nach der Entladung tritt hier nicht hervor, weil es sich bei den Entladungen um zu geringe Elektricitätsmengen handelt.

Die unterste Curve gibt die Anzahl der Umdrehungen der Maschine.

Versuche und Bemerkungen über das Blitzableitersystem des Herrn Melsens[1]).

Von

E. Mach.

Auf der Pariser Elektricitätsausstellung 1881 lernte ich unter der freundlichen Anleitung des Erfinders das Blitzableitersystem des Herrn Melsens kennen, dessen physikalisch interessanteste Seite, von technischen Fragen ganz absehend, ich hier einer kurzen Erörterung unterziehen möchte.

Herr Melsens schliesst das ganze zu schützende Gebäude in ein Netz von Drähten, so zu sagen in einen Drahtkorb ein, indem er von dem bekannten Satze ausgeht, dass die elektrische Ladung sich nur auf der äussern Oberfläche des Leiters befindet. Dieses System, welches bereits mehrfach praktisch ausgeführt ist, empfiehlt Herr Melsens besonders für Magazine von Explosivkörpern. Durch Versuche mit Drahtkörben, die kleine Thiere enthielten, hat er sich überzeugt, dass diese auf starke durch die Körbe geleitete Batterieentladungen durchaus nicht reagiren, ein Verhältnis, das sich schon aus Faraday's Versuchen ergibt[2]).

---

1) Aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 87 (1883) vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

2) Faraday, Experimental researches in electricity vol. I §§ 1173, 1174. — Bei Gelegenheit einer vor Jahren angestellten längeren Versuchsreihe, von welcher bisher nur ein kleiner Theil aus Rücksicht für einen jüngern Mitbeobachter publicirt worden ist, habe ich auch den Faraday'schen Versuch angestellt, und wahrgenommen, dass der Beobachter in einem isolirten leitenden Kasten die stärksten Entladungen nicht empfindet. (Sitzber. d. Wiener Akademie Bd. 80 Abth. II Juli 1879.) Auch der Faraday'sche Influenzsatz (welcher gewöhnlich in der Form $\int \frac{dV}{dn} dS = -4\pi Q$ ausgedrückt wird) lässt sich an einem solchen Kasten bestätigen. Eine in den Kasten eingeschlossene erregte Influenzmaschine verursacht an dem-

Die Sache liegt übrigens nicht ganz so einfach, als es bei flüchtiger Betrachtung den Anschein hat. Der erwähnte Oberflächensatz ist nämlich ein Satz der Elektrostatik, während der Fall der Entladung ein dynamischer Fall ist. Aus dem Oberflächensatz folgt auch gar nicht, dass durch das Innere eines Leiters keine Entladung stattfinden könne, wie denn ein galvanischer Strom in der That im Innern des Leiters der Laplace'schen Gleichung (nach Green'scher Bezeichnung) $\triangle V = 0$ genügt, und doch durch den ganzen Querschnitt des Leiters fliesst, und wie ja durch den Entladungsschlag einer Flaschenbatterie der ganze Draht und nicht bloss dessen Oberfläche geschmolzen wird. Niemand wird auch bezweifeln, dass ein Multiplicator in einer Querleitung, welche zwei Stellen des Drahtkorbes von ungleichem Niveau verbindet, bei Durchleitung eines Stromes durch den Korb eine Stromanzeige geben muss. Ja bei stationären Strömen, welche Inductions- und Oscillationsvorgänge ausschliessen, wird es sogar gänzlich gleichgiltig sein, ob jene Zweigleitung, bei unverändertem Widerstand dieselben Punkte verbindend, innerhalb oder ausserhalb des Korbes verläuft.

Dieser scheinbare Widerspruch zwischen den wohlconstatirten Thatsachen, auf welche Herr Melsens baute, und der zulässigen theoretischen Auffassung, muss sich nun, wie ich schon 1881 mündlich gegen Herrn Melsens bemerkte, sehr einfach aufklären lassen.

Vor allem wollen wir aber die Thatsachen genauer in Augenschein nehmen. Zur Anzeige schwacher Entladungen können wir uns mit Vortheil des für kleine elektrische Funken sehr empfindlichen Knallsilbers bedienen [1]). Eine Spur Knallsilber, zwischen die Spitzen zweier Nadeln eingeschaltet, von welchen die eine mit der Erde verbunden, die andere mit einem Metallknopf versehen ist, kann leicht durch eine dem letztern genäherte geriebene Hartgummistange zur Explosion gebracht werden. Verbinde ich die äussere Belegung einer geladenen Flasche mit der Gasleitung, und setze dann die innere Belegung mit der Wasserleitung in

---

selben keine elektrische Anzeige, auch wenn man die eine Elektrode direct mit der Oberfläche in leitende Verbindung bringt. Dagegen wird bei Ableitung der einen Elektrode nach aussen der Kasten sofort erregt. An einer von Herrn Ingenieur J. Popper construirten im hiesigen Institut ausgeführten hermetisch verschlossenen Influenzmaschine, bei welcher nur die Elektroden, die zugleich als Axe dienen, aus der Hülle hervorragen, zeigen sich analoge Erscheinungen. Bei dieser Gelegenheit wurde noch bemerkt, dass eine Voss'sche „selbsterregende" Influenzmaschine die Fähigkeit der Selbsterregung verliert, wenn sie längere Zeit in einer geschlossenen Metallhülle, also in einem unelektrischen Felde verbleibt.

1) Die ersten hierher gehörigen Beobachtungen haben sich mir dargeboten bei Gelegenheit einer 1880 mit Herrn Dr. G. Pick ausgeführten Versuchsreihe über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entzündung in Explosivkörpern. Ein Ergebnis dieser noch nicht publicirten Versuche ist erwähnt in „Séances de la société française de physique" (Paris 1881) p. 213.

Verbindung, so explodirt das Knallsilber schon durch die Seitenentladung, wenn nur die eine Nadel mit der Wasserleitung verbunden, die andere aber isolirt ist, obgleich die Wasser- und Gasleitung des Institutes durch zwei Gasmotoren direct in metallischem Contact stehen. Selbst in weitabgelegenen Zimmern genügt diese Seitenentladung noch, wenn die isolirte Nadel mit einem Metallkörper von hinreichender Capacität communicirt. Eine so sichere und laute Anzeige kleiner Funken haben wir von einem Thier nicht zu erwarten.

In Fig. 1 stellte *abcd* den verticalen Durchschnitt eines Drahtkorbes vor. Wird der Korb auf ein Stanniolblatt *cd* und mit diesem auf einen Isolirschemel gestellt, so gibt ein in demselben eingeschlossenes empfindliches Elektroskop keine Anzeige, wenn der Korb kräftig geladen und wieder entladen wird. Auch wenn das Stanniolblatt mit der äussern Flaschenbelegung verbunden ist und kräftige Flaschenfunken durch den Korb gesendet werden, besteht dieses Verhältnis fort. Dieselben Versuche mit demselben Erfolg lassen sich wiederholen, indem man den Drahtkorb durch einen Sturz aus Goldpapier ersetzt, der natürlich mit Drahtfenstern zur Beobachtung des Elektroskopes zu versehen ist.

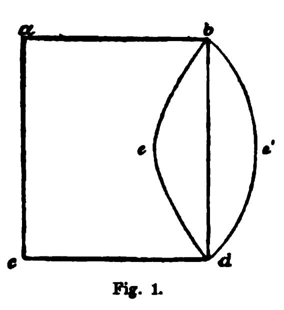


Fig. 1.

Wir bringen nun in dem Drahtkorb eine Zweigdrahtleitung *bed* aus 1mm dickem Kupferdraht an, in welcher bei *e* durch zwei Nadeln, deren Spitzen um etwa einen Millimeter von einander abstehen, eine Unterbrechung gebildet wird, die das Knallsilber enthält Leitet man eine kräftige Flaschenladung durch den Korb, so bleibt das Knallsilber von derselben unberührt.

Die Explosion bleibt aber auch aus, wenn wir die Zweigleitung, ohne sonst das Geringste an derselben zu ändern, ausserhalb des Drahtkorbes zwischen denselben Punkten *b* und *d* anlegen, so dass sie nun nach *be'd* verläuft. Die Explosion tritt hingegen mit Sicherheit ein, sobald wir den Drahtkorb durch den Goldpapiersturz ersetzen, und zwar sowohl wenn der Zweigdraht innerhalb, als auch wenn er ausserhalb des Sturzes verläuft.

Der Oberflächensatz ist also zunächst nicht allein maassgebend. Der wesentliche Unterschied zwischen dem Drahtkorb und dem Goldpapiersturz liegt vielmehr in dem bedeutend grösseren Leitungswiderstande des letzteren, der ein viel höheres Potentialgefälle bei der Entladung bedingt. Hierdurch werden die elektromotorischen Kräfte in der Zweigleitung genügend gross, um ein Ueberschlagen der kleinen Unterbrechungsstelle herbeizuführen.

Es würde sich nun zunächst darum handeln, eine Vorstellung über die Grösse der Potentialniveaudifferenzen zu gewinnen, welche in einem Draht bei der Blitzentladung auftreten können. Dies hat nun seine Schwierigkeit. Zwar finden sich hie und da Angaben über die

Schmelzung von Drähten durch Blitzschläge, aus welchen man einen Schluss auf die in einem Leiterstück gethane Arbeit QV_m ziehen könnte, in welchem Ausdruck Q die durchgeflossene Elektricitätsmenge und V_m die mittlere Potentialniveaudifferenz (in mechanischem Maasse) am Anfange und Ende des Leiterstückes bedeutet. Allein auch wenn Q bekannt wäre, könnten wir nur die mittlere und nicht die grösste auftretende Niveaudifferenz bestimmen. Auch Angaben über die Dauer der Blitzentladung im Falle einer Schmelzung liegen meines Wissens nicht vor. Wäre diese Dauer T gegeben, so würde diese fragliche Arbeit durch TWJ^2, wobei W den Widerstand und J die mittlere Stromstärke bedeutet, und die mittlere Niveaudifferenz durch $V_m = JW$ bestimmt würde. Die letzte Gleichung sagt nur, dass in demselben Draht mit der per Secunde entladenen Menge die Niveaudifferenz wächst. Schmilzt der Draht, so hört natürlich jeder Schutz gegen den Blitz auf. Die höchsten Niveaudifferenzen, welche für uns noch ein Interesse haben, sind jene, welche den grössten Stromstärken entsprechen, bei welchen der Draht glüht, ohne noch zu schmelzen. Die bezeichneten Wege können wegen zu grosser Unvollständigkeit der Beobachtungen, auf welche Lücke hier nur hingewiesen werden sollte, nicht betreten werden.

Auch die Niveaudifferenzen in einem galvanisch glühenden Draht sind für unseren Fall nicht maassgebend. Gewiss sind dieselben denjenigen gegenüber, welche wirklich in Betracht kommen, sehr klein, denn sie sind, wie bekannt, ohne feinere Veranstaltungen elektroskopisch gar nicht sichtbar. Das galvanische Glühen kommt auch bei sehr verschiedenen Differenzen in verschiedener aber immer verhältnismässig langer Zeit erst zu Stande, indem die durch den Strom erzeugte Wärme den gleichzeitigen Wärmeverlust überwiegt, und dadurch die Temperatur allmählich anwächst.

Der einzige Fall, welcher unserer Frage genügend nahe liegt, ist jener der Entladung einer Flaschenbatterie durch einen Draht. Eine grosse Flaschenbatterie, in Fig. 2 durch H angedeutet, entladet sich durch die Ausladerkugeln AB, durch den dünnen Platindraht CD von 30^{cm} Länge und durch die dicken Drähte DGH. Von den Enden CD des Platindrahtes führen noch dicke Drähte zu einem Funkenmikrometer EF. Die Schlagweite AB der Batterie (deren Capacität etwa 500^m beträgt) wird so abgeglichen, dass der Draht lebhaft glüht ohne zu schmelzen. Nähert man dann die Kugeln des Funkenmikrometers einander auf 3^{mm}, so hört der Draht auf zu glühen, und bei EF überspringt ein Funke. Hieraus dürfen wir schliessen, dass das

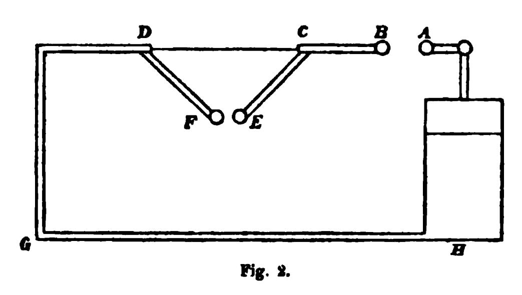


Fig. 2.

im vorliegenden glühenden Draht auftretende Potentialgefälle etwa hundertmal kleiner ist, als es zur Durchbrechung der Luft sein müsste. Die Potentialniveaudifferenz an den Enden des Drahtes ist hiernach in absolutem Maasse (*CGS*) etwa 33, wie ich nach Versuchen mit einem modificirten Thomson'schen absoluten Elektrometer angeben kann.

Das Potentialgefälle würde natürlich dasselbe bleiben, wenn wir einen dickeren Draht in derselben Zeit zum Glühen bringen könnten. Mit Rücksicht darauf nun, dass Leiter von grösserer Capacität (Wolken, Erde) eine längere Entladungszeit in Anspruch nehmen, dürfen wir voraussetzen, dass durch Blitzschläge glühende Drähte ein noch kleineres Potentialgefälle aufweisen. Allerdings hat das Material des Drahtes (bei Blitzableitern meist Eisen) einen beträchtlichen Einfluss. Einen für den Versuch passenden Eisendraht hatte ich nicht zur Hand. Doch werden wir für die folgende Ueberlegung ohne Schaden annehmen, dass die Potentialgefälle in Platin und Eisen von derselben Ordnung sind.

Wir sind nun im Stande, von den Verhältnissen bei der Entladung durch den Drahtkorb ein mehr zutreffendes Bild zu entwerfen. Durchschreiten wir in dem Schliessungsbogen eines stationären galvanischen Stromes den Widerstand dW im Sinne des positiven Stromes, so nimmt die Potentialfunction um $dV = \frac{V_1 - V_0}{W} dW$ ab, wobei $V_1 - V_0$ die gesammte elektromotorische Kraft, W den gesammten Widerstand bedeutet. Die Abnahme der Potentialfunction, welche einem bestimmten Theile des Widerstandes entspricht, wollen wir kurz den Abfall derselben nennen. In der offenen galvanischen Kette liegt der ganze Abfall zwischen den Poldrähten in der Luft. In der geschlossenen Kette vertheilt er sich nach dem Verhältnis der Widerstände. Aehnliche, wenngleich wegen der Oscillations- und Inductionsvorgänge complicirtere Verhältnisse bestehen vor und während der Funkenentladung.

Vor der Entladung liegt der ganze Abfall zwischen der inneren Flaschenbelegung und dem Drahtkorb. Der ganze Korb hat nur ein Niveau. Auch nach der Entladung, ob der Korb abgeleitet oder isolirt ist und geladen bleibt, hat er in der ganzen Ausdehnung wieder nur ein Niveau. Während der Entladung aber vertheilt sich der Abfall zwischen die Luftstrecke und den Korb. Unsere Versuche zeigen aber, dass, wenn der Korb keinen zu grossen Widerstand darstellt, auch dann noch der grösste Theil des Abfalles in der Luftstrecke liegt, und dass die Theile des Korbes immer nur kleine Niveaudifferenzen gegen einander erhalten. Befinden sich auch die in dem Korb enthaltenen Körper nicht in einem unelektrischen Felde, so sind sie doch in einem sehr schwachen elektrischen Felde (von kleinem Potentialgefälle) eingeschlossen [1].

---

1) Wenn also bei den S. 505 Anmerkung 2 erwähnten Versuchen der Beobachter die Entladungen nicht empfindet und das Elektroskop keine Anzeige gibt,

Die fraglichen Verhältnisse werden sehr anschaulich, wenn wir uns die Oberflächenpunkte des Korbes als unerschöpfliche Wärmequellen denken, deren Temperaturen den Werthen der Potentialfunction entsprechen, wenn wir den Innenraum des Korbes mit einem wärmeleitenden Medium ausfüllen und den stationären Temperaturzustand abwarten. Dann stellen bekanntlich die isothermischen Flächen zugleich die Potentialniveauflächen vor. Was uns das Green-Dirichlet'sche Princip sagt, tritt hierdurch dem Gefühl sehr nahe. Man sieht dann sofort, dass eine über die ganze Korbfläche gleiche Temperatur oder Potentialfunction auch die Gleichheit der Temperatur oder Potentialfunction in dem ganzen Korbraum zur Folge hat, welcher Fall dem Oberflächensatz entspricht. Bei Ungleichheit der Temperatur oder Potentialfunction auf der Korbfläche schlagen isothermische oder Niveauflächen durch den Korbraum hindurch, wie dies Fig. 3 *A* schematisch andeutet. Sind aber die Gefälle auf der Oberfläche überall klein, so sind sie auch klein in dem ganzen Raum, wenn nicht besonders unzweckmässige Veranstaltungen getroffen wurden etwa durch eine Querleitung mit kleiner Unterbrechungsstelle, durch welche alle Niveauflächen hindurchschlagen müssen, wie die schematische Zeichnung Fig. 3 *B* ersichtlich macht.

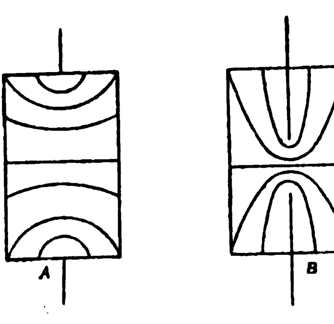


Fig. 3.

Oscillations- und Inductionsvorgänge der Funkenentladung können die dargelegten Verhältnisse nur unwesentlich ändern. Ueber die elektrischen Oscillationen, welche jedesmal auftreten, wenn bei genügendem Potentialgefälle die Isolatoren sich plötzlich in Leiter verwandeln (durchbrochen werden), und wenn nun sehr grosse elektromotorische Kräfte in Körpern von verhältnismässig kleinen Widerständen wirksam werden, muss aber doch noch eine Bemerkung hinzugefügt werden. Solche Oscillationen sind auch bei der Blitzentladung zu erwarten. Die Potentialniveauwerthe des Entladungsweges sinken dabei nicht einfach auf Null, sondern sie zeigen sehr rasche Schwankungen (mit Zeichenwechsel). Befindet sich ein Körper in der Nähe des Entladungsweges, der keine oder andere Niveauschwankungen durchmacht, so kann gegen denselben, wie dies bei den eingangs erwähnten Versuchen mit Knallsilber beobachtet wurde, eine »Seitenentladung« eintreten [1]). Gegen diese Eventualität ist ein in dem vollkommen geschlossenen Korb ent-

---

so kann dies nur daher rühren, dass sehr kleine elektromotorische Kräfte und auch diese nur durch sehr kurze Zeiten im Innern des Kastens wirksam sind.

1) Andere auf den Oscillationen beruhende Erscheinungen sind beschrieben worden von Mach und Gruss, Sitzungsber. d. Wien. Akad. Bd. 78 Juli 1878.

haltener Körper geschützt, da er von selbst alle Niveauschwankungen des Korbes mitmacht, und eine bedeutende Niveaudifferenz gegen die Theile der Korbfläche nicht annehmen kann.

Wir kommen demnach zu folgendem Schluss: Wenn auch die theoretische Auffassung des Systems des Herrn Melsens ein wenig modificirt werden muss, so kann man doch behaupten, dass dieses, selbst wenn die Leitungsdrähte durch die Blitzentladung glühen, beinahe einen absoluten Schutz gewährt. Die in dem Gebäude eingeschlossenen Körper befinden sich selbst dann noch zwar nicht in einem unelektrischen, aber doch in einem sehr schwach elektrischen Felde.

Ueber die Umwandlung meines Photometers in ein Spectrophotometer[1]).

Von

H. Wild.

In der Beschreibung meines neuen Krystallpolarisationsphotometers[2]) habe ich unter I § 3 (S. 217) darauf hingewiesen, dass dieses Photometer im Gegensatz zu den gewöhnlichen Instrumenten der Art auch eine Vergleichung etwas verschieden gefärbter Lichtquellen wie z. B. des elektrischen Lichts mit einer Gas- oder Petroleumlampe in einer für technische Zwecke meist ausreichenden Weise gestatte. Es heisst nämlich dort: »In der Technik kommt es in der Regel bloss darauf an, diejenigen Strahlen der beiden wenig verschieden gefärbten Lichtquellen, welche für das Auge die hellsten sind, d. i. die gelben und die grüngelben Strahlen des Spectrums, mit einander zu vergleichen. Während nun bei den gewöhnlichen Photometern der unmittelbare Vergleich verschieden gefärbter Lichtstrahlen fast unmöglich ist, indem das Auge bei verschiedener Farbennuance nur sehr unsicher die Gleichheit der hellsten Strahlen beurtheilt, macht das bei unserem Photometer und überhaupt bei allen Polarisationsphotometern (wo Interferenzfarben benutzt werden) keine grosse Schwierigkeit. Allerdings verschwinden in diesem Falle die Interferenzfarben im Polariskop bei keiner Stellung des Kalkspathpolarisators ganz, indem, wenn für eine gewisse Farbe die Bedingung der Neutralisation erfüllt ist, sie für die andern nicht auch zugleich erfüllt sein wird; man findet indessen beim Drehen des Polarisators stets, dass die übrig bleibenden Interferenzfarben bei einer gewissen Stellung des letztern ein Minimum der Intensität erreichen. Alsdann neutralisiren sich aber offenbar die hellsten

1) Vom Herrn Verfasser eingesendet aus dem Bull. de l'Acad. imp. de St. Pétersbourg T. XI April 1883.

2) Photometrische Untersuchungen. Pogg. Ann. Bd. 118 S. 193 (1863).

Theile der Spectren beider Lichtquellen; indem wir also diese Minimumstellung beobachten, werden wir daraus das Intensitätsverhältnis der für das Auge hellsten Strahlen beider Lichtquellen berechnen können, worauf es eben ankommt.«

Da die hellsten Strahlen in den Spectren der gewöhnlichen weissen Lichtquellen diejenigen an der Grenze von gelb und grün sind, so kommt dieses Verfahren praktisch überein mit dem von Crova angegebenen, wonach man beim Vergleich verschieden gefärbter Lichtquellen, z. B. der Sonne und einer Carcel-Lampe, vermittelst der gewöhnlichen Photometer für das Auge eine gleiche Färbung erzielt durch Vorsetzen entweder einer 9^{mm} dicken, senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte, die zwischen zwei gekreuzte Nicol'sche Prismen eingeschaltet ist[1]), oder einer ungefähr gleich dicken Schicht Flüssigkeit, welche durch passende Mischung einer Eisenchloridlösung mit einer Lösung von Nickelchlorür hergestellt ist und bloss orange-, gelb- und grüngefärbte Strahlen mit einem Maximum in der Nähe der Linie D (0,582$^{\mu}$) durchlässt[2]).

Nach der oberwähnten Methode habe ich z. B. seiner Zeit mit meinem Photometer ohne Schwierigkeit folgende Lichtquellen mit einander verglichen, wobei vor den Prismenapparat desselben eine durch ein Uhrwerk in rasche Rotation versetzte, durchscheinende (geölte) Papierscheibe so gestellt wurde, dass das Licht von der einen Hälfte derselben durch die eine und das von der andern Hälfte durch die zweite Oeffnung ins Photometer gelangte. Durch passend aufgestellte undurchsichtige Schirme wurde bewirkt, dass das Licht von der einen Lichtquelle nur auf die eine und das von der andern nur auf die zweite Hälfte der Papierscheibe auffallen konnte. Bei starkem Intensitätsunterschiede nahm ich zur Ausgleichung der Beleuchtung auch noch die verschiedene Entfernung der Lichtquellen von der Papierscheibe zu Hilfe.

Es werde bezeichnet die Beleuchtungsintensität bei gleicher Entfernung

einer Stearinkerze (5 auf 1 Pfund) . . . durch J_1,
einer Petroleumlampe mit Banddocht . . » J_2,
einer Petroleumlampe mit Runddocht . . » J_3,
derselben mit eingeleitetem Sauerstoff . . » J_4,
einer elektrischen Lampe von Duboscq mit
Strom von 40 Bunsen'schen Elementen » J_5,

so ergaben die unmittelbaren Beobachtungen zunächst:

$J_2 = J_1 . \; 5{,}13,$ also auch:
$J_3 = J_2 . \; 2{,}32,$ $J_3 = J_1 . 11{,}9;$
$J_4 = J_2 . \; 4{,}92,$ $J_4 = J_1 . 25{,}2;$
$J_5 = J_3 . 26{,}4 \;,$ $J_5 = J_1 . 316.$

---

1) Bulletin hebdomadaire de l'Assoc. scientifique de France du 23. octobre 1881 p. 56.

2) Comptes rendus T. XCV p. 1271, 18 Dec. 1882.

Die ersten drei Lichtquellen konnte ich auch noch mittels eines Bunsen'schen Photometers vergleichen, dagegen war mir dies mit Sicherheit bei den beiden andern des allzugrossen Farbenunterschiedes halber nicht mehr möglich. Mit diesem Photometer fand ich:

$$J_2 = J_1 \,.\, 6{,}12, \qquad \text{also:}$$
$$J_3 = J_2 \,.\, 1{,}83, \qquad J_3 = J_1 \,.\, 11{,}2;$$
$$J_3 = J_1 \,.\, 12{,}3;$$

wo die Differenz der beiden Werthe für das Verhältnis von $J_3 : J_1$ zugleich ein Maassstab für die Genauigkeit de. letztern Messungen ist, während die mit meinem Photometer erhaltenen Daten bis auf 1 % als ganz sicher zu bezeichnen sind.

Die streng wissenschaftliche Methode freilich zur Vergleichung verschieden gefärbter Lichtquellen, bei der allein auch die volle Leistungsfähigkeit unsers Instruments (0,1 %) ausgenutzt werden kann, besteht, wie ich ebenfalls schon in jener Abhandlung (S. 216) bemerkt habe, darin, dass man nach dem Vorschlag von Govi[1]) von den beiden Lichtquellen vermittelst ein und desselben Prismas zwei an einander grenzende Spectren derselben erzeugt und dann die Helligkeit der entsprechenden gleichgefärbten Theile derselben vergleicht. Ich schlug damals (a. a. O.) vor — und habe auch seither bezügliche Messungen in der Art angestellt —, zu dem Ende zwischen den Prismenapparat und das drehbare Nicol ein Prisma mit Linse und Spalte gegen den erstern hin einzuschalten und die Sehaxe in geeigneter Weise beim Prisma zu brechen. Diese Art des Gebrauchs meines Instrumentes als analysirendes Photometer ist indessen sehr unbequem, da sie eine Zerlegung desselben mit besonderer Aufstellung einzelner Theile erheischt.

Seither sind von verschiedenen Forschern eigentliche Spectrophotometer construirt worden, von welchen dasjenige von Glan[2]) und insbesondere das von Trannin[3]) nahe auf denselben Principien wie mein Photometer basirt sind. Doch scheint mir unter den bekannt gewordenen Instrumenten dieser Art keines die Grenze der möglichen Leistungsfähigkeit für den Fall zu erreichen, wo wir es mit dem Vergleich von Lichtquellen mit continuirlichen Spectren zu thun haben. Angeregt durch die bezüglichen Verhandlungen im Schoosse der dritten Commission (Bestimmung einer Lichteinheit) der internationalen elektrischen Conferenz, die im Oktober 1882 zu Paris tagte, habe ich daher gesucht, in einfacherer Weise als oben angegeben mein Photometer auch in ein analysirendes zu verwandeln und damit ein Spectrophotometer von grösserer Leistungsfähigkeit herzustellen. Inwiefern mir dies gelungen ist, wird die nachfolgende Beschreibung zeigen.

---

1) Compt. rend. T. L p. 156 (1860).
2) Wiedemann's Annalen Bd. 1 S. 351 (1877).
3) Journal de Physique vol. V p. 297 (1876).

Die verhältnismässig einfache Umwandlung meines Photometers in ein Spectrophotometer habe ich an einer modificirten Form des erstern vorgenommen, welche ich im Jahre 1876 von den Herren Hermann und Pfister, Mechaniker in Bern, ausführen liess. Es dürfte nicht bloss wegen des leichtern Uebergangs zum letztern, sondern auch deshalb am Platze sein, hier zuerst jene noch nicht publicirte Form des Photometers zu beschreiben, weil dasselbe in dieser Gestalt bereits Eingang in verschiedene physikalische Institute gewonnen hat. An der Hand der beistehenden zwei Figuren erinnere ich kurz an das dem Instrument zu Grunde liegende Princip.

Fig. 1 zeigt die Anordnung des Instruments als Photometer. Es sei ABC eine Fläche, welche auf der einen Hälfte AB von der einen Lichtquelle der Intensität J^2 und auf der andern BC von der zweiten

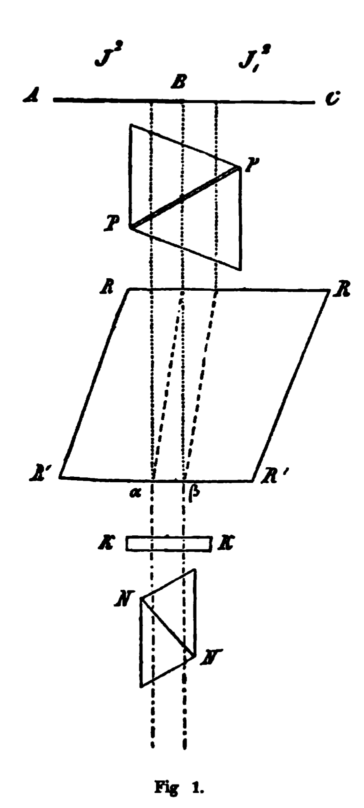


Fig 1.

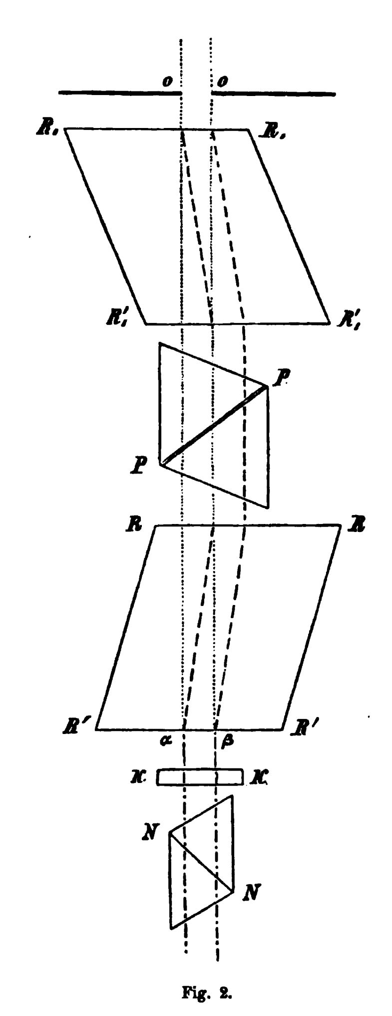


Fig. 2.

Lichtquelle der Intensität J_1^2 beobachtet wurde. Zwei Strahlenbündel von der einen und andern Hälfte der erleuchteten Fläche aus der Nähe der Trennungslinie B gehen zunächst durch einen Polarisator PP und

fallen dann senkrecht auf die vordere natürliche Begrenzungsfläche *RR* des Kalkspathrhomboeders RRR^1R^1. Beim Austritt aus diesem Rhomboeder werden im Raume $\alpha\beta$ die gewöhnlich gebrochenen, parallel zum Hauptschnitt des letztern polarisirten Strahlen von *AB* resp. J^2 her mit dem ungewöhnlich gebrochenen, senkrecht zum Hauptschnitt des Rhomboeders polarisirten von *BC* resp. J_1^2 her zusammenfallen. Dies vereinigte Strahlenbündel durchsetzt schliesslich, ehe es zum Auge des Beobachters gelangt, das aus der farbengebenden Krystallplatte *KK* und dem Polarisator *NN* bestehende Polariskop. Die Interferenzfarben im letztern verschwinden, wenn das vereinigte Strahlenbündel $\alpha\beta$ gleiche Quantitäten senkrecht zu einander polarisirten Lichtes enthält; dies ist aber der Fall, wenn man hat:

$$\frac{J^2}{J_1^2} = C \,.\, \text{tang}^2\, v, \tag{1}$$

wo v den Winkel darstellt, welchen die Polarisationsebene des Polarisators *PP* mit dem Hauptschnitt des Kalkspath-Rhomboeders einschliesst und C nach der Neumann'schen Theorie[1]) gegeben ist durch:

$$C = \frac{(1 + a^2)\sqrt{c^2 \sin^2 \nu + a^2 \cos^2 \nu}}{a(1 + c^2 \sin^2 \nu + a^2 \cos^2 \nu)}, \tag{2}$$

wo a das reciproke Brechungsverhältnis des gewöhnlich und c dasjenige des ungewöhnlich gebrochenen Strahls im Kalkspath, endlich ν den Winkel der Normalen der Rhomboederfläche *RR* mit der Hauptaxe oder optischen Axe des Krystalls darstellen. Sind diese letztern Grössen und damit C gegeben, so ist also das Intensitätsverhältnis der beiden Lichtquellen aus dem zu beobachtenden Winkel v nach Formel 1 zu berechnen. Der Winkel $2v$ aber wird erhalten, wenn man den Polarisator *PP* um seine Axe einmal nach der einen und dann nach der andern Seite dreht, bis jeweilen die Farben im Polariskop verschwinden, und dabei die Kreistheilung auf einer zu dieser Axe senkrechten Scheibe abliest.

Soll das Instrument zur allgemeinen Lösung einer photometrischen Aufgabe noch als Polarimeter verwendet werden, so hat man nach Fig. 2 vor dem Polarisator *PP* noch ein zweites Kalkspathrhomboeder $R_1R_1R_1^1R_1^1$ so anzubringen, dass seine parallelen Begrenzungsflächen

---

1) F. E. Neumann, Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird. Math. Abh. der Akad. der Wiss. zu Berlin von 1835. — Die Richtigkeit dieser Theorie im vorliegenden speciellen Fall habe ich mit diesem Instrumente selbst (siehe 2. Theil meiner Eingangs erwähnten Abhandlung) seiner Zeit nachgewiesen. Vor Kurzem hat Herr G. Krech (siehe wissenschaftl. Beilage zum Programm des Luisenstädt'schen Gymnasiums in Berlin. Ostern 1883) für nahezu denselben speciellen Fall einen neuen experimentellen Beweis der Richtigkeit und zwar mit ungefähr derselben Genauigkeit von $\pm$ 0,002 des Intensitätsverhältnisses beigebracht.

ebenfalls senkrecht zu den einfallenden Strahlen resp. zur Sehaxe des Polariskops sind und sein Hauptschnitt mit demjenigen des erstern einen Winkel von 180° einschliesst. Das zu untersuchende Lichtbündel muss hier durch einen Schirm mit Oeffnung von solcher Breite OO begrenzt werden, dass, wie die Figur es zeigt, die Rhomboeder durch Doppelbrechung eben zwei an einander grenzende Bilder derselben erzeugen. Richtet man nun den Versuch so ein, dass die Polarisationsebene des durch die Oeffnung OO einfallenden theilweise polarisirten Lichts mit dem Hauptschnitt der Rhomboeder zusammenfällt und dreht dann wieder den Polarisator *PP* bis zum Verschwinden der Interferenzfarben im Polariskop, so berechnet sich das gesuchte Verhältnis der Intensität *P* des polarisirten Lichts zur Intensität J^2 des natürlichen Antheils im partiell polarisirten Licht nach der Formel:

$$\frac{P^2}{J^2} = {}^1/_2\,(C^2 . \operatorname{tang}^4 v_1 - 1), \tag{3}$$

wo v_1 entsprechend wie oben v den beobachteten Winkel zwischen der Polarisationsebene des Polarisators und dem Hauptschnitt der Rhomboeder darstellt und C wieder durch Gleichung 2 gegeben ist, a, c und ν bei beiden Rhomboedern als gleich vorausgesetzt.

Beim neuen, in Fig. 3 perspectivisch dargestellten Instrument werden sämmtliche Theile des Apparates von vier Säulen 1, 2, 3 und 4 getragen, welche auf einem *T*förmigen Lineal *TT* aufgeschraubt sind. Dieses Lineal ist vermittelst eines Charniers *B* und einer Verticalaxe *B'* auf der Säule *A* mit Dreifuss befestigt, also im Horizont und in einer Verticalebene drehbar.

Von den vier Säulen trägt 1 das Polariskop *N*, welches jetzt wie bei meinem Polaristrobometer[1]) aus einem ungefähr fünf Male vergrössernden, auf die Unendlichkeit eingestellten Fernrohr mit einer Doppelplatte aus Kalkspath (statt Bergkrystall) vor dem Objectiv, einem andreaskreuzförmigen justirbaren Fadenkreuz im Focus des letztern und einem Nicol vor dem Ocular gegen das Auge zu besteht. Die Säule 2 dient dem Theilkreis *K*, in dessen Axe nach hinten zu der Polarisator *P* (Senarmont'sches Prisma oder Polarisator nach Hoffmann, beide mit geraden Endflächen) ebenfalls durch seitliche Schrauben justirbar befestigt ist, als Lager. Vermittelst des Knopfes *r* in der Nähe des Beobachters und eines am andern Ende dieser Stange sitzenden Getriebes, das in ein Zahnrad am Kreis eingreift, kann der letztere sammt Polarisator bequem um seine Axe gedreht werden. Die Kreistheilung aber ist am Nonius vermittelst des Fernrohrs *S* auf der andern Seite des Polariskops vom Beobachter abzulesen, ohne dass er sich von seinem Platze zu erheben braucht.

---

1) Ueber die neueste Gestalt meines Polaristrobometers (Saccharimeter, Diabetometer) Bull. de l'Acad. imp. de St. Pétersbourg T. XIV p. 149 (1869).

Innere, etwas weniger als halbkreisförmige Ansätze an den Säulen 1 und 2 sind als Lager für das in doppelter Metallfassung steckende Kalkspathrhomboeder *R* bestimmt. In der innern Röhre ist das Rhomboeder mit Korken und einem Wachsguss unveränderlich so befestigt,

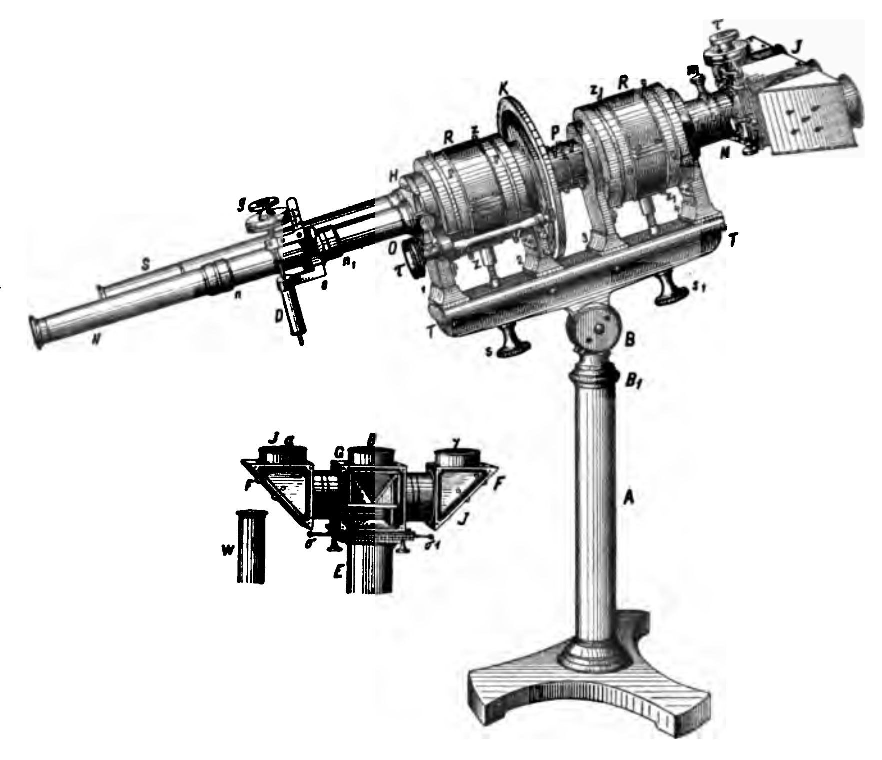


Fig. 3.

dass seine beiden polirten Endflächen nahe senkrecht zur Röhrenaxe sind und mit dieser Röhre ist dann das Rhomboeder in der äussern Fassung durch seitliche, in der Zeichnung sichtbare Schrauben justirbar eingesetzt. Zwei Deckel mit passender centraler Oeffnung, von welchen der eine fest, der andere drehbar und durch zwei vorragende Schrauben klemmbar angebracht ist, dienen als Schutz für die Kalkspathflächen und halten seitliches Licht davon ab. Um das Rhomboedergehäuse ist endlich noch eine Art Zaun *zz* gelegt, vermittelst dessen und der Schraube *s* dasselbe auf seinem Lager festgehalten wird.

In ganz gleicher Weise ist das zweite Rhomboeder R_1 gefasst und auf Lagern an der Innenseite der Ständer 3 und 4 befestigt. Beim Gebrauch des Instrumentes als Photometer wird statt desselben eine leere entsprechend geformte Trommel eingelegt.

Der Ständer 4 endlich trägt ausserdem noch eine Messingröhre *M*, in welche die Röhre *E* (siehe die Nebenfigur) des Prismenapparates *JJ*

einzuschieben und durch m festzuklemmen ist. Die innere Einrichtung des letztern ist aus der Nebenfigur leicht ersichtlich. Eine Abschlussplatte der Röhre E besitzt eine runde centrale Oeffnung, welche besonders für den Gebrauch des Instruments als Polarimeter durch zwei Schieber σ und σ_1 beliebig begrenzt werden kann. Darauf folgen in dem würfelförmigen Kasten G zwei auf einem Stuhl befestigte rechtwinklige Glasprismen, die mit ihren einen Kanten vis-à-vis der Axe der Röhre E zusammenstossen. In die seitlichen Röhrenansätze dieses Kastens sind diejenigen von zwei andern dreieckigen Kasten FF eingeschoben, die ebenfalls rechtwinklige, durch Schrauben justirbare Glasprismen enthalten. Die Oeffnungen α, β und γ (wo β nach eventueller Entfernung des einen oder andern Prismas im Stuhl benutzt wird) sind durch Deckel verschliessbar.

Diese von der frühern abweichende Construction des Photometers gestattet eine viel leichtere Zerlegung und Justirbarkeit der einzelnen Theile desselben und ebenso eine bequeme Umwandlung in das Polarimeter sowie in ein Spectrophotometer. Die Hauptfigur der Fig. 3 weist bereits die zum Gebrauch des Instruments als Spectrophotometer nothwendigen Zuthaten auf. Wie man sieht ist das Polariskop N mit seinem Ansatz n nicht direct in die am Ständer 1 befestigte Röhre O bis zum Anschlag n_1 eingeschoben, sondern zunächst in ein Zwischenstück D, welches seinerseits wieder in O eingeschoben ist. Dieses Zwischenstück D besteht aus zwei durch ein Charnier bei e verbundenen Theilen, von welchen der fixe, im Rohr O steckende ein fünffaches Amici'sches Prisma von Steinheil in München — brechende Kante der Prismen horizontal — enthält, während der, um eine horizontale Axe dagegen vermittelst der Mikrometerschraube ϱ verstellbare zweite Theil zur Aufnahme des Polariskops dient, so dass eben dieses auf die verschiedenen Theile des aus jenem Prisma — à vision directe — austretenden Spectrums central eingestellt werden kann. Um hierbei ein hinlänglich reines Spectrum zu erhalten, ist zunächst noch hinter den Schiebern $\sigma\sigma_1$ des Prismenkastens ein zweiter, leicht zu entfernender Schieber mit horizontaler Spectralspalte eingesetzt, dessen Spaltweite durch die Schraube τ regulirt, resp. mikrometrisch gemessen werden kann, und sodann ist beim Ständer 3 eine achromatische Linse von 110^{mm} Brennweite — Abstand von der Spectralspalte — in seine centrale Oeffnung eingeschraubt[1]).

1) Zur Rückverwandlung in das gewöhnliche Photometer ist also einfach die Linse bei 3 abzuschrauben, das Stück mit der Spectralspalte zu entfernen und durch einen Schieber mit runder centraler Oeffnung zu ersetzen, sowie endlich das Stück D beim Polariskop wegzunehmen und letzteres direct in die Röhre O einzuschieben. — Man ersieht hieraus, dass zu jedem fertigen Photometer die zu seinem Gebrauch als Spectrophotometer nöthigen Theile leicht besonders angefertigt und eingesetzt werden können. Herr Mechanikus Pfister in Bern (Nachfolger von Hermann und Pfister daselbst) hat mir zu meinem Instrument die fraglichen Theile zum Preis von 120 Fr. nachgeliefert.

Denken wir uns für einen Moment das Kalkspathrhomboeder *R* entfernt, so wird man im Polariskop-Fernrohr zwei neben einander liegende, in einer Verticalen sich berührende Spectren der beiden Lichtquellen erblicken, da die eine Hälfte der Spectralspalte von der einen und die andere von der andern Lichtquelle beleuchtet wird. Auf diesen Spectren werden sich die Interferenzfransen der Savart'schen Doppelplatte als horizontale schwarze Querlinien projiciren und bei Einsetzung des Rhomboeders jeweilen im centralen Theil des Gesichtsfeldes — resp. dem Raum $\alpha\beta$, wo jetzt die gewöhnlich und ungewöhnlich gebrochenen Strahlen der beiderlei Lichtquellen zusammenkommen — verschwinden, wenn für die betreffende Farbe durch Drehung des Polarisators die Intensitätsgleichheit dieser senkrecht zu einander polarisirten Strahlen erzielt ist. Dabei kann auch die Farbe, für welche die Vergleichung jeweilen stattgefunden hat, genau definirt werden, indem man bloss die Stellungen des Mikrometers ϱ unter Hinrichten des Instrumentes nach der Sonne ein für alle Male ermittelt, welche dem Einstehen der optischen Axe des Polariskop-Fernrohrs auf die verschiedenen Frauenhofer'schen Linien entsprechen.

Das Intensitätsverhältnis der beiden Lichtquellen für die fragliche Farbe ist dann aus dem beobachteten Winkel v ebenfalls nach der Formel 1 zu berechnen, wobei nur im Ausdruck 2 für die Constante C jeweilen für a und c die der betreffenden Farbe entsprechenden reciproken Brechungsverhältnisse einzuführen sind.

Bei der natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths, wie wir sie hier benutzen, ist aber:

$$\nu = 44^\circ\, 34'\, 38'',$$

und nach Rudberg's Bestimmungen am Kalkspath[1]) ergeben sich folgende Werthe von a, c und somit auch von C für die Frauenhofer-schen Linien:

Linie	a	c	C
B	0,60493	0,67398	1.0251
D	0,60295	0,67279	1,0256
E	0,60111	0,67174	1,0261
F	0,59951	0,67080	1,0266
G	0,59660	0,66911	1,0274

Man sieht schon aus der geringen Variation der Werthe von C für den grössten Theil des Spectrums, dass es sich nicht lohnt, die Constante C mit den seit meiner ersten Berechnung neu und wohl auch sicherer bestimmten Werthen der Brechungsindices der ordinären und extraordinären Strahlen durch Mascart[2]) und durch van der Willigen[3]) nochmals zu berechnen. Die Differenzen von Rudberg's Bestimmungen

1) Pogg. Ann. Bd. 14 S. 45.

2) Annales scientif. de l'école normale supérieure à Paris vol. I p. 237.

3) Archives du Musée Teyler vol. II p. 181 (1869) et vol. III p. 53 (1870).

und denen der letztern Forscher erreichen im Maximum eine Einheit in der 4. Decimale.

Es gibt noch eine zweite Benutzungsweise unseres so abgeänderten Apparates zu spectrophotometrischen Messungen, welche bei schwachen oder discontinuirlichen resp. durch Absorption stark modificirten Spectren mit Vortheil angewendet werden kann. Man ersetzt in diesem Fall den Schieber links (σ_1) beim Prismenapparat durch einen solchen, der in der Entfernung $\alpha\beta$ resp. 00 (Fig. 1 und 2 oben) von seinem Rande einen gleich breiten Längsschlitz besitzt, und schiebt ihn mit seinem Rande bis B (Fig. 1), i. e. bis zur Axe des Apparats vor. Alsdann werden wir beim Austritt aus dem Rhomboeder von J^2 und J_1^2 her nicht mehr zwei über einander fallende gewöhnlich und ungewöhnlich gebrochene, sondern zwei einander in β berührende getrennte Strahlenbündel dieser Art erhalten, deren Intensitätsverhältnis ganz in der bisherigen Weise durch Drehen des Polarisators verändert werden kann. Ersetzt man dann auch das Polariskop-Fernrohr durch ein gewöhnliches ohne Savart'sche Platte und ohne Nicol (oder entfernt diese respective), so sieht man zwei einander tangirende den Lichtquellen J^2 und J_1^2 angehörige Spectren. Hat man wieder an irgend einer Stelle, jetzt nach blosser Schätzung mit dem Auge, die Intensitätsgleichheit der benachbarten Theile durch Drehen des Polarisators PP erzielt, so ist das gesuchte Intensitätsverhältnis nach derselben Formel 1 aus dem gemessenen Winkel v abzuleiten.

Für diesen letztern Gebrauch des Instrumentes, sowie denjenigen als Polarimeter ist ferner noch auf einen Umstand besonders aufmerksam zu machen. Die Figur 1 zeigt, dass beim Gebrauch als Photometer das Polariskop-Fernrohr nicht centrisch, sondern um die halbe Breite $\alpha\beta$ excentrisch nach A hin anzubringen ist, wenn die Trennungslinie B, i. e. die Berührungskante der beiden Prismen in G, wie angenommen, centrisch zur Axe des ganzen Apparats eingerichtet ist. Für das Polarimeter behält das Polariskop dieselbe Lage bei, wenn, wie dies in Fig. 2 vorausgesetzt ist, das Licht von J^2 her auf seinen Polarisationszustand zu untersuchen ist, dagegen muss es um die volle Breite $\alpha\beta$ zugleich mit der Schirmöffnung 00 — durch Versetzen der beiden Schieber σ und σ_1 — nach C hin verschoben werden, wenn im Licht von J_1^2 her der polarisirte Antheil gemessen werden soll. Bei der eben erwähnten zweiten Modification der Benutzung als Spectrophotometer endlich muss das Polariskop-Fernrohr offenbar centrisch placirt werden. Aus dem allem folgt, dass die zur Aufnahme des Polariskops bestimmte Röhre O nicht fest, sondern horizontal verschiebbar am Ständer 1 anzubringen ist.

Die Figur lässt nun in der That erkennen, dass zu dem Ende die Röhre O bei H an einer Messingplatte mit abgeschrägten Rändern befestigt ist, welche auf dem Ständer 1 zwischen aufgeschraubten Lamellen verschiebbar ist und deren Lage dabei durch zwei seitliche Schrauben in vorspringenden Nasen fixirt wird. Eine Millimetertheilung auf der oberen Lamelle und ein Index an der Platte lassen jeweilen die Grösse der Verschiebung bestimmen. Solche Theilungen befinden sich auch

zur leichtern Einstellung bei den Schiebern σ und σ_1 des Prismenapparats.

In Betreff der Justirung der verschiedenen Theile des Instrumentes auf ihre richtige, durch die Theorie geforderte Stellung, welche ebenfalls durch die jetzige Construction wesentlich erleichtert und vervollkommnet wird, ist kurz folgendes zu bemerken.

Man entfernt aus dem Polariskop die Savart'sche Doppelplatte und ersetzt das Ocular mit Nicol'schem Prisma durch ein anderes, in der Nebenfigur mit W bezeichnetes, welches eine seitliche Oeffnung und dieser gegenüber im Innern statt des Nicol ein unter 45° zur Axe geneigtes dünnes Glasplättchen besitzt. Nachdem man sodann auch die Kalkspathrhomboeder und den Polarisator entfernt hat, visirt man mit dem direct in die Röhre O eingeschobenen Fernrohr, die man mit dem Schieber centrisch gestellt hat, nach der centralen Lichtlinie am Prismenapparat, die man durch Zusammenschieben von σ und σ_1 bis fast zur Berührung hergestellt hat. Das Ocular soll sich so weit ausziehen lassen, dass man ein hinlänglich scharfes Bild der Spalte erhält, um zu erkennen, ob sie die Mitte des Gesichtsfeldes wie das Fadenkreuz einnimmt. Justirungen am Fadenkreuz, resp. am Ständer 1, lassen so den Parallelismus der optischen Axe des Fernrohrs mit der Längenaxe des ganzen Instruments genügend genau erzielen. Schraubt man hierauf die Linse am Ständer 3 ein und zeigt sie bei jeder Stellung jene Spalte in Uebereinstimmung mit dem Fadenkreuz des wieder auf die Unendlichkeit eingestellten Fernrohrs, so ist man dieses Parallelismus noch besser für die Folge versichert und hat zugleich die richtige Stellung der Linse erkannt.

Nunmehr setzt man den Polarisator P ein und justirt ihn in seiner Fassung so, dass das von seiner Vorderfläche reflectirte Bild des beleuchteten Fadenkreuzes im Fernrohr — man stellt zu dem Ende vor der seitlichen Oeffnung des Oculars eine Kerzenflamme auf und bringt hinter dem Polarisator ein schwarzes Papier an — sich mit dem direct gesehenen Fadenkreuz deckt. Geschieht das auch bei einer Umdrehung des Polarisators zusammen mit seinem Kreis, so ist auch diese Axe, wie verlangt, parallel der optischen Axe des Fernrohrs; wenn nicht, muss der Ständer 2 corrigirt werden. Beim Hindurchsehen durch den Polarisator nach der centralen Lichtspalte soll jetzt auch, wenn dieser gut ist, keine erhebliche Verschiebung der letztern durch Drehung des Polarisators um seine Axe erfolgen.

In gleicher Weise werden darauf auch die beiden Rhomboeder nach Auflegen auf ihre Träger in ihren Büchsen so justirt, dass ihre Endflächen auf der optischen Axe des Fernrohrs resp. der Sehaxe senkrecht stehen.

Das Rhomboeder R wird nun eingelegt, nachdem man die Linse bei 3 entfernt, die Schrauben seines vordern Deckels etwas gelöst und auch den Zaun gelockert hat, und um seine Längsaxe so lange gedreht, bis es von der etwas erweiterten Spalte zwei möglichst genau in der Senk-

rechten zu ihr resp. horizontal neben einander liegende Bilder gibt [1]). Alsdann klemmt man Deckel und Zaun und kann so später das Rhomboeder immer wieder genau genug in dieselbe Lage beim Einlegen bringen, indem die eine der Deckelschrauben genau in eine Oeffnung der betreffenden Unterlage passt.

Bei geeigneter Stellung des Polarisators wird das Rhomboeder im Fernrohr zwei gleich helle neben einander liegende Bilder des verticalen Spaltes geben und man kann also dem Fernrohr die richtige Stellung für die Benutzung des Apparats als Photometer geben, wenn man es seitlich mit dem Schlitten H so lange verschiebt, bis das Fadenkreuz auf die Mitte zwischen den beiden Bildern einsteht. Selbstverständlich muss man hierbei das Ocular wieder ausgezogen haben.

Man ersetzt hierauf das Spiegelocular durch dasjenige mit dem Nicol'schen Prisma, und schiebt auch vor dem Objectiv die Savart-sche Doppelplatte mit ihrer Fassung so ein, dass die Marken an dieser und am Rohr coincidiren. Der Verfertiger soll nämlich bereits das Polariskop so justirt haben, dass in diesem Falle die Polarisationsebene des Nicol, welches durch einen seitlichen, in einem Schlitz sich bewegenden Stift in seiner Lage ebenfalls fixirt ist, unter 45° zum Hauptschnitt des Kalkspaths jener Doppelplatte geneigt ist.

Es soll weiterhin dieser Hauptschnitt auch unter 45° zum Hauptschnitt des Kalkspathrhomboeders R orientirt werden. Man öffnet zu dem Ende die Schieber σ und σ_1 vorn, so dass das ganze Gesichtsfeld hell wird oder nimmt noch besser den ganzen Prismenapparat ab und stellt den Polarisator so, dass sich lebhaft gefärbte Fransen zeigen. Durch Drehen des Polariskop-Fernrohrs um seine Axe können diese zum Verschwinden gebracht werden; dies ist der Fall, wenn die fraglichen beiden Hauptschnitte parallel sind. Eine Theilung an dem Ansatz n_1 in 45° und ein über n bei dieser Stellung herüber zu ziehender Strich erlaubt das Polariskop genau genug um 45° zurück zu drehen und ihm damit die gewünschte Stellung zu geben, auf welche man es dann auch zu jeder Zeit mittels der Marke wieder einstellen kann.

Die Justirung endlich des zweiten Rhomboeders für den Gebrauch des Instruments als Polarimeter kann am genauesten in folgender Weise erfolgen. Nach Entfernung des Prismenapparats richtet man ohne zweites Rhomboeder das Instrument nach einer gleichförmig beleuchteten Fläche, die natürliches Licht ausstrahlt und stellt den Polarisator auf das Verschwinden der Farbfransen ein. Legt man jetzt das zweite Rhomboeder mit losem Deckel auf sein Lager, setzt den Prismenapparat vor und verengt die Lichteinlassungsöffnung OO in der Fig. 2 entsprechenden Weise, so werden im Gesichtsfeld keine Farbfransen auftreten, wenn die

1) Wenn man zugleich die horizontale Spectralspalte einschiebt, lässt sich diese Justirung noch vollkommener erzielen. Dabei wird dann auch gleich die richtige Lage des Prismenapparats ein für alle Male durch Anbringung einer Marke zu fixiren sein.

Hauptschnitte beider Rhomboeder 180° mit einander einschliessen. Man hat also eventuell das zweite Rhomboeder um seine Axe nur so lange zu drehen, bis die allfällig wieder erschienenen Farbfransen ausgelöscht sind und alsdann den Deckel durch Anziehen der Schrauben zu fixiren, um auch für diesen Theil die normale Lage ein für alle Male bestimmt zu haben. Damit diese Justirung die Lage des Rhomboeders in anderer Beziehung nicht wesentlich verändere, hat man dasselbe schon gleich zu Anfang bei Justirung der Stellung seiner Endflächen entsprechend wie das erste Rhomboeder nach den Bildern der Spectralspalte angenähert in die richtige Lage gebracht.

Es bedarf schliesslich kaum noch der Erwähnung, dass die bei Aufstellung der Gleichung 1 gemachte Voraussetzung einer gleich starken Absorption resp. Reflexion des Lichts der beiderlei Lichtquellen beim Durchgang durch den Prismenapparat und durch eine durchscheinende Platte vor ihm resp. beim Reflex von einer weissen Fläche an ihrer Stelle, in Wirklichkeit nur annäherungsweise als erfüllt zu betrachten ist, dass man sich aber bei genauen Untersuchungen einfach durch Vertauschen der beiden Lichtquellen im Resultat davon unabhängig machen kann. Wo dies nicht angeht, kann man die Constante C, welche in diesem Falle auch noch diese unbekannte Relation einschliesst, wenigstens für die Dauer der augenblicklichen Versuche genau genug durch Hinrichten des Apparats nach einer ganz gleichmässig erleuchteten Fläche ($J^2 = J_1^2$) empirisch bestimmen. — Stehen die beiden zu untersuchenden Lichtquellen einander gegenüber, so dass man den Prismenapparat ohne die beiden äusseren Prismen F benutzt, so kann auch durch blosses Umkehren desselben um 180° der betreffende Fehler annähernd eliminirt werden. Hat man z. B. mattgeschliffenes Glas zur gleichförmigen Erleuchtung des Gesichtsfeldes als durchscheinende Schirme unmittelbar an den Eintrittsöffnungen des Prismenapparats fest angebracht, so wird überhaupt die Umkehr des letztern um 180° durchweg den fraglichen Fehler ganz beseitigen.

Ueber den Gebrauch meines Polaristrobometers (Saccharimeters) in weissem Lichte[1]).

Von

H. Wild.

Das Polaristrobometer (Saccharimeter), welches ich in seiner neuesten Gestalt im Bull. de l'Acad. imp. de St. Pétersburg (T. XIV p. 149, 1869) beschrieben habe, erfordert, ausser bei sehr schwach drehenden Substanzen, eine Beleuchtung mit homogenem Licht. Obschon nun die den Instrumenten von ihrem Verfertiger beigegebenen besondern Spiritus- und Gaslampen zur Erzeugung des homogenen gelben Lichts der Natriumdämpfe an Bequemlichkeit nicht viel zu wünschen übrig lassen, so scheint doch der Umstand, dass beim Soleil'schen Saccharimeter Dank dem Quarzcompensator eine gewöhnliche Petroleum- oder Gaslampe mit weissem Licht benutzt werden kann, bei den Technikern vielfach der Einführung meines Instrumentes an Stelle desselben hinderlich gewesen zu sein. Die Einführung eines Quarzkeilcompensators auch bei meinem Instrument hätte allerdings diesen Uebelstand beseitigen lassen; ich habe indessen zur Genüge in der oben citirten Abhandlung und besonders in meiner ersten Schrift über das Polaristrobometer[2]) die grossen mit diesem Compensator verbundenen Fehlerquellen erörtert, so dass ich diesen Gedanken von vornherein aufgeben musste.

Die im vorigen Aufsatz beschriebene Verwandlung meines Photometers in ein Spectrophotometer hat mich nun auf die Idee gebracht, durch die Hinzufügung ganz entsprechender Theile zum Polaristrobometer dieses zur Benutzung auch in weissem Lichte einzurichten und damit zugleich den weitern Vortheil vor dem Soleil'schen Sacchari-

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Bull. de l'Acad. imp. de St. Pétersbourg T. XI (April 1883).

2) Ueber ein neues Polaristrobometer (Saccharimeter, Diabetometer) und eine neue Bestimmung der Drehungsconstante des Zuckers (Bern 1865 bei Haller) S. 12 u. 13.

meter zu erzielen, dass es für beliebig gefärbte Substanzen zur Bestimmung der Drehung der Polarisationsebene verwendet werden könne.

Zu dem Ende habe ich bei dem früher beschriebenen grössern Instrumente zwischen die mit Zuckerlösung gefüllte Glasröhre und das Polariskop analog wie beim Photometer ein fünffaches Amici'sches Prisma à vision directe eingeschaltet, um dessen Ende das Polariskopfernrohr zur Einstellung auf die verchiedenen Theile des Spectrums vermittelst eines Charniers durch eine Mikrometerschraube mit Trommel und Theilung drehbar ist, und ausserdem am andern Ende des Instruments vom polarisirenden Nicol nach aussen statt der bisherigen Blendröhre eine Röhre aufgeschraubt, welche eine achromatische Linse von 110^{mm} Brennweite und um diese davon abstehend eine in der üblichen Weise in ihrer Breite zu variirende Spectralspalte enthält.

Richtet man das so abgeänderte Instrument nach der Sonne unter möglichster Verengerung der Spalte, so kann man entweder bei der Neutralisationsstellung des Polarisators (Verschwinden der Interferenzfransen) oder nach Entfernung desselben, resp. des Nicols, vor dem Auge die Frauenhofer'schen Linien erkennen und so die Ablesungen am Mikrometer des Charniers bestimmen, welche den verschiedenen Linien entsprechen. Stellt man also dann das Polariskop am Mikrometer auf die eine oder andere Zahl ein, so wird man durch Beobachtung in üblicher Weise, jetzt aber bei Beleuchtung des Instruments mit weissem Licht einer Petroleum- oder Gaslampe oder auch des hellen Himmels für die betreffende Farbe die Grösse der Drehung der Polarisationsebene durch die eingeschaltete Substanz finden.

Zur Prüfung des neuen Verfahrens habe ich dieselbe Zuckerlösung in einer 200^{mm} langen Röhre auf die Grösse ihrer Drehung untersucht, einmal nach der bisherigen Methode im Licht der Natriumdämpfe und sodann mit dem abgeänderten Instrument bei Beleuchtung mit einem Argandgasbrenner, einer Spaltweite von 1^{mm} und unter Einstellung des Polariskops auf die der Linie D im Sonnenspectrum entsprechende Mikrometerablesung. Dabei erhielt ich folgende Werthe des Drehungswinkels:

im homogenen Licht von Natrium . . .	50,45°
im weissen Licht für die Linie D . . .	50,48

d. h. Werthe, welche innerhalb der Fehlergrenze der Beobachtungen als identisch zu betrachten sind.

Will man andere Spectrallinien zur Messung benutzen, so kann man zur Berechnung des Zuckergehalts folgende von Stefan bestimmte Werthe der molecularen Drehungsvermögen des Rohrzuckers[1]) benutzen, resp. mittels derselben die beobachteten Drehungen auf die für die Linie D geltenden reduciren und dann die für diese Farbe berechneten Tafeln zu Ermittlung der Concentration der Lösungen benutzen.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 126 S. 660.

Moleculares Drehungsvermögen des Rohrzuckers nach Stefan:

Frauenhofer'sche Linie .	*A*	*B*	*C*	*D*
Drehungsvermögen . . .	38,47°	47,56°	52,70°	66,41°
Frauenhofer'sche Linie .	*E*	*F*	*G*	*H*
Drehungsvermögen . . .	84,56°	101,18°	131,96	157,06°

Hat das Saccharimeter ausser der Gradeintheilung wie mein Instrument noch eine besondere Theilung zur unmittelbaren Ablesung des Gehalts für die Linie *D*, so hat man die für eine andere Farbe, z. B. die Linie *E* direct abgelesene Zahl nur mit dem Verhältnis der molecularen Drehungsvermögen beider, in unserm Falle also z. B. mit $\frac{66,41}{84,56}$ zu multipliciren, um den wahren Gehalt zu bekommen.

Im übrigen verweise ich in Betreff neuerer Daten über das moleculare Drehungsvermögen des Rohrzuckers und die Saccharimetrie überhaupt auf das inzwischen erschienene vortreffliche Werk von H. Landolt, das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen und die praktischen Anwendungen desselben (Braunschweig bei F. Vieweg u. Sohn, 1879).

Ueber elektrolytische Condensatoren[1]).

Von

M. C. E. Guillaume.

Die Elektrolyse kann vom Gesichtspunkte des Gesetzes der Erhaltung der Energie behandelt werden. Wir finden dann, dass jene elektromotorische Kraft, d. h. jene Potentialdifferenz zwischen den beiden Elektroden, welche einen zur Zersetzung genügenden Strom liefert, zum mindesten das Aequivalent jener Wärmemengen sein muss, welche durch die Elektrolyse erzeugt und gewonnen werden. Die Elektrolyse z. B. von Kupfersulfat zwischen Platinelektroden kann nur bei einer elektromotorischen Kraft von etwa 1,2 Daniell vor sich gehen.

Ladet man die Elektroden mit Potentialen, deren Differenz kleiner ist als oben, dann wird die Zelle wie ein Condensator wirken; man kann sie wie eine Leydnerflasche laden und entladen.

Die merkwürdigste Eigenschaft dieser Condensatoren ist ihre immense Capacität.

Dieselben wurden bereits von verschiedenen Physikern verwendet, ihre Eigenschaften jedoch sind noch wenig bekannt.

Ich erhielt von Herrn Prof. H. F. Weber, dem ich mir an dieser Stelle meinen Dank ausdrücken erlaube, die Aufgabe, diese Condensatoren zu studiren und besonders die Unterschiede, welche sich zwischen denselben und den dielektrischen Condensatoren zeigten, hinwegzuräumen. Ich gebe hier die Resultate meiner Versuche.

Frühere Arbeiten.

Die ersten directen Experimentaluntersuchungen über den Gegenstand, den wir vor uns haben, wurden von Varley angestellt[2]). Er arbeitete mit Platinelektroden, welche in verdünnte Schwefelsäure tauchten und

1) Uebersetzt aus Archives des sc. phys. et nat. Genève vol. IX (Februar 1883).

2) Proceed. of Royal Society 12. Januar 1871.

fand, dass die Capacität für den Quadratzoll der Elektrodenfläche, wenn man das Potential von 0,02 zu 1,6 Daniell steigert, sich von 175 auf 542 Mikrofarads erhebt; er erklärt die Wirkung einer solchen Zelle, indem er zwischen der Flüssigkeit und den Elektroden eine sehr dünne Schicht (3^{mm}. 10^{-8}) eines Gases annimmt, das er nicht näher definirt; die Dicke dieser Schichte vermindert sich nach ihm, wenn das Potential steigt.

Clerk Maxwell stellt in seinem klassischen Buche »A Treatise on Electricity and Magnetism« eine Vergleichung zwischen der Secundärbatterie und der Leydnerflasche an (1^e edit., art. 271); er citirt die Versuche von Varley, nimmt aber keinen principiellen Unterschied zwischen dem elektrolytischen Condensator und der Secundärbatterie an; er sagt selbst (art. 258), dass in einer Zelle ein dem primären Strom entgegengesetzter Strom ein sicherer Beweis einer elektrolytischen Zersetzung ist.

Wir finden dann eine Untersuchung von Helmholtz in einem Artikel unter dem Titel: »Ueber elektrische Polarisation in gasfreien Flüssigkeiten[1])«. Zuerst zeigt der Autor mit all der Klarheit, welche ihn charakterisirt, dass sogar ein elektrischer Strom, der von einem Minimum des Potentiales herrührt, eine elektrolytische Zelle, welche unter ersichtlich analogen Unständen wie ein Zellencondensator aufgestellt war, ohne metallische Leitung durchsetzen kann und ohne dass dadurch ein Widerspruch mit den Gesetzen der Erhaltung der Energie entstehen würde. Dazu genügt, dass die Flüssigkeit und die Elektroden eine gewisse Menge Gas enthalten, welches die Elektrolyse hervorbringt. Er beschreibt die Ursache der Condensation in folgender Weise: »Wenn man nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise annimmt, dass Sauerstoff negativ und Wasserstoff positiv geladen sich den entgegengesetzten Elektroden nähern, aber in der Art, dass ein Ausgleich der Elektricitäten nicht möglich ist, dann kann eine der Elektricität von entgegengesetztem Zeichen entsprechende Quantität an den Elektroden sich anhäufen und so mit der benachbarten Flüssigkeit einen Condensator von sehr geringer Dicke und daher von enormer Capacität bilden«. Diese Explication ist einfach und klar, indes kann man im Detail eine Einwendung machen, auf welche ich bei Besprechung der Resultate meiner Versuche zurückkommen werde.

Hierauf ist zu erwähnen eine Abhandlung von Herwig: »Ueber die Bedeutung der Polarisation für das elektrische Verhalten der Flüssigkeiten[2]). Colley und Blondlot haben einige Fehler dieser Arbeit aufgedeckt; der Autor findet, dass die Capacität der Zelle nicht constant ist und geht aber bei Berechnung dieser Variation von einer Gleichung aus, welche nur bei Voraussetzung einer constanten Capacität bestehen kann. Er kommt so zu unbrauchbaren Resultaten.

---

1) Berliner Berichte 21. Juli 1873.

2) Wied. Ann. Bd. 2 S. 566 (1877).

Für ihn besteht die Aufgabe der Flüssigkeit in einer Fernwirkung der in der ganzen Masse orientirten Moleküle, in ähnlicher Weise wie man dies bei einem Dielektricum oder einem Magneten annimmt: diese Erklärung ist für den ersten Anfang sehr plausibel; der Autor aber spricht von remanenten Torsionen, welche man in einer Flüssigkeit nicht leicht annehmen kann und citirt dann folgende Experimente: Wenn man die geladenen Elektroden heraushebt und wieder in die Flüssigkeit zurücksetzt, so erhält man eine kaum geschwächte Entladung; nun wissen wir aber, dass die inneren Kräfte in einem orientirten Mittel dahin streben, diesen anormalen Zustand zu zerstören, woraus nach seiner Hypothese folgen müsste, dass nach Entfernung der Elektroden, welche zwischen sich ein Feld elektrischer Kräfte erhalten hatten, jegliche Orientation verschwinden musste. Er sagt auch, dass man keinerlei Condensation merkte, wenn man die Elektroden durch eine isolirende Wand, welche in die Flüssigkeit tauchte, trennte (diesen Versuch habe ich bestätigt); wenn nun seine Hypothese richtig wäre, dann könnte diese isolirende Schichte, welche nur einen kleinen Theil des Raumes einnimmt, das Condensationsvermögen der Zelle in nur ganz geringem Grade ändern.

In einer zweiten Abhandlung mit dem Titel: »Ueber die zur vollen Ladung einer condensatorischen Platinwasserzelle erforderliche Elektricitätsmenge, und über die Distanz der Moleküle im flüssigen Wasser«[1]) sind seine Voraussetzungen nicht mehr dieselben; dieselben sind ziemlich unklar und ich will es nicht unternehmen, sie zurückzuweisen; nur wäre zu bemerken, dass der Autor Wasser als Elektrolyten ansieht und dass er statt reinen Wassers angesäuertes verwendet, was nach den von mir angestellten Versuchen die Ergebnisse total ändert.

Colley liefert in einer Arbeit, welche den Titel: »Ueber die Polarisation in Elektrolyten«[2]) führt, eine theoretische und mathematische Studie dieser Frage; er zieht zwischen den beiden möglichen Hypothesen eine Parallele und entscheidet sich zu Gunsten einer Contactwirkung der Oberflächen.

René Blondlot[3]) hat in seiner Inauguraldissertation denselben Gegenstand behandelt; er verzichtet zunächst auf alle theoretischen Betrachtungen; doch scheint er an eine wirkliche Zersetzung des Elektrolyten zu glauben, welche eine elektromotorische Kraft erzeugt, die der des Elementes das Gleichgewicht hält; nun wissen wir aber, dass das nicht zugegeben werden kann. Der Autor hat eine Menge interessanter Thatsachen entdeckt und aus seinen Experimenten die hauptsächlichsten Fehlerquellen entfernt: man kann ihm aber trotzdem einige, wenn auch ziemlich kleine, nachweisen.

---

1) Wied. Ann. Bd. 4 S. 464 (1878).

2) Wied. Ann. Bd. 7 S. 206 (1879).

3) Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris: „Recherches expérimentales sur la capacité de polarisation voltaïque“ (1881).

Diese Arbeit ist, soviel ich weiss, die letzte, welche über diesen Gegenstand veröffentlicht wurde.

Versuche.*

Ich habe zunächst den elektrolytischen Condensator vom praktischen Gesichtspunkte aus untersucht, indem ich die Entladungen maass, ganz wie man es bei den Untersuchungen über die gewöhnlichen Condensatoren macht; wir werden später sehen, inwieweit diese Methode genaue Daten über die Capacität ergibt.

Mit Hilfe einer Abzweigung konnte die Zelle mit einer beliebigen Potentialdifferenz geladen und dann durch eine Leitung,* welche ein Galvanometer umfasste, entladen werden; ein Commutator diente dazu, den Ladungsstrom umzuwechseln; die Ablenkungen der Nadel wurden mit Fernrohr und Scala beobachtet und gemäss des Ausdruckes für Entladungen durch ein Gelvanometer reducirt:

$$E = 2 \sin\left(\frac{U}{2}\right)\frac{H}{G}\frac{T}{\pi}.$$

Zur Messung sehr starker Entladungen musste ich den Strom einige Male durch eine Abzweigung in zwei Partien theilen.

Das Galvanometer war in absolute Einheiten getheilt und es entsprachen nach einer Zeichnung, welche in Bezug auf Capacität entworfen wurde, 100 Theilstrichen der Scala 275 Mikrofarad per Dan. Die grössten Ablenkungen zeigten eine Capacität von 500 bis 1000 Mikrofarads per Quadratcentimeter. Doch ist, wie wir sehen werden, diese Capacität sehr variabel.

Die Elektroden waren aus Platin von ungefähr 1 Quadratdecimeter Oberfläche; dieselbe wurde durch Wärme von Gasen gereinigt und in einem Paraffingefässe befestigt, welches die zur Untersuchung bestimmte Flüssigkeit enthielt, die man vor dem Gebrauche hatte sieden lassen. Die obere Partie der Elektroden war mit einer isolirenden Substanz bedeckt. Das benutzte Element war ein Daniell

$$Cu - SO_4Cu \mid SO_4Zn - Zn.$$

Die Dichte der Lösungen war 1,15 und die elektromotorische Kraft des Elementes 1,106 × 10⁸ [$cm^{\frac{3}{2}} gr^{\frac{1}{2}} sec^{-2}$]; sein Widerstand wurde mehrere Male im Tage nach der Methode von Mance bestimmt.

Zahlreiche Vorversuche ergaben für die Aenderungen der Capacität der Zelle eine unerwartete Ursache: wenn man die Zelle immer im selben Sinne ladet und wenn man die Hauptentladung und auch die der Rückstände immer so lange andauern lässt als sie noch messbar sind, dann vermindert sich die Capacität fortwährend bis zu einer gewissen Grenze; wenn man hingegen jedesmal die Richtung der Ladung ändert oder die Rückstände durch eine Ladung im entgegengesetzten Sinne aufhebt, dann zeigt die Capacität ein Anwachsen, besonders bei gewissen Potentialen

der Ladung. Andrerseits verminderte sich während der Dauer meiner Versuche die Capacität meiner Zelle allmählich, erreichte aber jedesmal, wenn die Elektroden bis zur Rothgluth erhitzt wurden, ihren anfänglichen Werth wieder. Blondlot[1]) fand, dass der Verlust der Ladung genau denselben Variationen folgt; wir kommen darauf zurück.

Meine Hauptversuche, um den Einfluss der verschiedenen Factoren auf die Capacität zu finden, wurden mit einer Lösung von 22% Kupfersulfat gemacht.

Einfluss des Potential.

a) Entladungen mittels der Rückstände. — Es ist oft von Wichtigkeit zu wissen, ob die Capacität der Zelle durch die aufeinanderfolgenden Ladungen in der Weise, wie die Vorversuche zu zeigen schienen, wirklich vermehrt ist; um das zu sehen, verglich ich die Ladungen durch 0,1 Daniell mit jenen, welche durch ein anderes Potential hervorgebracht worden waren. Ich erhielt so die folgenden Mittelwerthe.

Potential	Ladungszeit 1″		Ladungszeit 5″	
	Erste Entladung	Letzte Entladung	Erste Entladung	Letzte Entladung
0,1 Dan.	131,5		152,8	
0,2	309,0		360,0	
0,3	574,0		681,5	
0,1	138,4		158,6	
0,4	1119	1256	1401	1482
0,1	140,8		163,0	
0,5	2044	2648	2639	3381
0,1	191		220	
0,6	4581	7120	5700	8460
0,1	252		289	
0,7	10350	10170	12215	12105
0,1	246		295	
0,8	12281	11320	12960	11980
0,1	201		245	
0,9	12335	11400	13200	11696
0,1	200		230	
1,0	12016	10560	12360	11580
0,1	195		227	

Die Ziffern dieser Colonne zeigen, dass die Capacität der Zelle durch den Gebrauch von gewissen Potentialen und unter den beschriebenen Umständen sich vermehrt; dieser Effect verliert sich allmählich. Fig. 1 lässt die Capacität der Zelle als Function des Potentials ausdrücken, dadurch dass man die Ladung durch das Potential, welches sie erzeugt,

1) A. a. O. S. 44.

dividirt. Man erhält so für die Ladungszeit von 1 und 5 Secunden Beziehungen, welche die Curven auf der untenstehenden Figur darstellen. Man bemerkt zunächst die erstaunliche Thatsache, dass zwischen 0,7

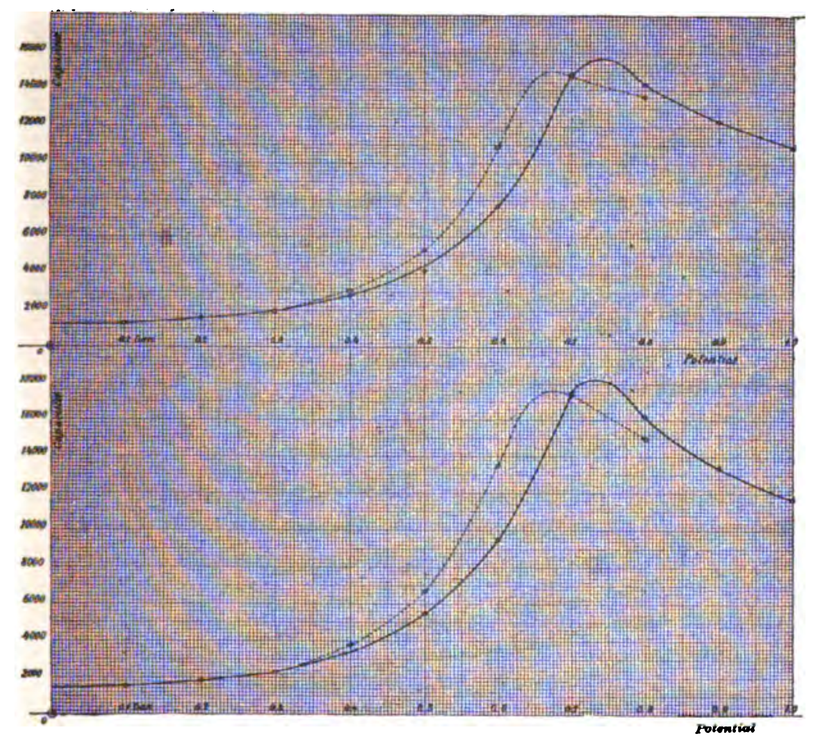


Fig. 1.

und 0,8 Daniell ein Maximum der Capacität existirt. Dieses Resultat, welches ich zuerst einem Irrthum zuschrieb, wurde durch eine grosse Zahl von Beobachtungsreihen unter den verschiedensten Umständen bestätigt. Ich konnte hiefür bis jetzt keinen Grund finden.

b) Entladungen, welche man durch Messung der Rückstände erhielt. — Ich setzte die Ladungen, Entladungen mit denselben Potentialen so lange fort, bis die letzteren allmählich constant geworden, eine Arbeit, die oft mehr als einen Tag für ein einziges Potential in Anspruch nahm; da die von selbst stattfindende Verminderung, von welcher ich oben sprach, sich dabei bemerklich machte, so war es mir unmöglich, vollkommen vergleichbare Zahlen zu erhalten. Im grossen Ganzen ist die Beziehung zwischen Capacität und Potential ungefähr die nämliche wie im ersten Falle; man bemerkt auch hier ein Maximum zwischen 0,7 und 0,8 Daniell. Was die Rückstände betrifft, so waren sie verhältnismässig beträchtlich; sie stiegen namentlich für die geringsten Ladungszeiten mit dem Potential der Ladung; das Ver-

hältnis zwischen dem ersten Rückstand und der Hauptentladung variirte für die kleinste Ladungszeit von 1 Secunde zwischen 0,01 und 0,07; für die Entladungszeit von 5 Secunden zwischen 0,09 und 0,13.

Wir haben also das Resultat, dass die Capacität der Zelle, wenn man sie durch die Entladungen misst, in grossem Maasse von dem Potential der Ladung abhängt, welche in nichts an das erinnert, was wir über die dielektrischen Condensatoren wissen.

Andrerseits kann man gewisse Eigenthümlichkeiten bemerken: wenn man bei einer Reihe von Entladungen mit gleichen Potentialen die Flüssigkeit zwischen den Elektroden heftig umrührt, so wird die Beobachtungsreihe kaum gestört; die Vermehrung oder Verminderung der Capacität, welche wir gefunden haben, ging ihren regelmässigen Gang; im Gegentheil, die erhaltenen Ziffern näherten sich immer dann, wenn die Elektroden nach ihrer ganzen Ausdehnung mit einem scharfen Instrument gerieben wurden, den ersten Werthen der betreffenden Reihe. Man kann daraus einige Consequenzen über die Art und Weise ziehen, wie sich die Oberflächen in Contact befinden.

Entfernung der Elektroden.

Ich habe die bereits theilweise (Herwig) bekannte Thatsache bestätigt, wonach die Entfernung der Elektroden beim Gebrauch von elektrolytischen Flüssigkeiten einen nur sehr geringen Einfluss auf die Capacität der Zelle ausübt. Wir haben daher nicht das Gefälle, sondern die Differenz der Potentiale zwischen den Elektroden zu betrachten. Ich erhielt unter anderm die folgenden Zahlen:

	Entfernung		
	1,25	3,08	7,39
Pot. 0,3 Dan.	674,5	650,0	637,6
0,7	3425	3300	3010

In diesen beiden Reihen war die Ladungszeit 5 Secunden.

Wir finden also weiters einen beträchtlichen Unterschied zwischen den beiden Gattungen von Condensatoren.

Temperatur.

Ich beschränkte mich auf einige Beobachtungsreihen, welche eine Vermehrung der Capacität von etwa 3 % für eine Temperaturerhöhung von 1° C. zeigten; die Messungen wurden in der Art ausgeführt, dass man so viel als möglich den Einfluss einer Capacitätsverminderung im Laufe einer Beobachtungsreihe ansschloss.

Dauer der Ladung.

Ich arbeitete in Zeiten, welche von 0,03" bis 10" variirten; allzulange Zeiten gaben uns aus verschiedenen Gründen zu Fehlern Anlass.

Für die Anwendung sehr kurzer Zeiten construirte ich einen Apparat, der sich mit Hilfe eines sehr schweren Pendels automatisch bewegte; das Pendel war auf einem leitenden Drahte aufgehängt und trug einen kleinen Pinsel von sehr feinen Kupferdrähten, welche geglüht und amalgamirt waren und so, indem sie über eine mit einer leichten Schichte von Quecksilber bedeckten Kupferplatte hinstreiften, den Stromkreis für die Ladung schlossen; durch den Stoss des Pendels gegen einen Barren wurde dann zwischen der Zelle und dem Galvanometer ein permanenter Contact geschaffen, gleichzeitig wurde die Kupferplatte von der Zelle isolirt, damit nicht durch die Oscillation des Pendels eine neue Ladung stattfinden könne.

Die der Platte zu gebende Länge kann man ableiten aus dem Ausdrucke für die Geschwindigkeit des Pinselendes am tiefsten Punkte seines Weges:

$$\frac{ds}{dt} = l_1 \sqrt{\frac{2g}{l}(1 - \cos\alpha)},$$

wo l die Länge des mathematischen Pendels, l_1 die Distanz zwischen dem Aufhängepunkte und dem tiefsten Punkte des Pinsels und α die Amplitude der Oscillationen ist. Diese Formel kann dadurch corrigirt werden, dass man die Geschwindigkeit des Pendels in jedem Punkte seiner Bewegung ins Auge fasst:

$$\frac{ds}{dt} = l_1 \sqrt{\frac{2g}{l}(\cos u - \cos\alpha)},$$

wo u der jeweilige Winkel zwischen Pendel und Verticale ist.

Man kann diese Formel für den praktischen Gebrauch umformen. Man hat zunächst:

$$\frac{ds}{dt} = 2 l_1 \sqrt{\frac{g}{l}\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{u}{2}\right)}.$$

Für die angewandten Amplituden kann man bis zu fast 0,001 schreiben:

$$\frac{\sin^2\frac{u}{2}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{u^2}{\alpha^2}.$$

Dies ist aber nur eine Correction, deren Werth 0,07 nicht überschreitet; man kann daher bis zu fast 0,0001 schreiben:

$$\frac{ds}{dt} = 2 l_1 \sin\frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{g}{l}\left(1 - \frac{u^2}{\alpha^2}\right)},$$

woraus man, nach dt auflösend und nach der Binomialformel entwickelnd, erhält:

$$dt = \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{1}{2 l_1 \sin\frac{\alpha}{2}} \left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{\alpha^2} + \dots\right).$$

Wenn man einerseits über die Zeit T des Contactes und andrerseits über die Länge der Platte λ integrirt, so erhält man mit hinlänglicher Annäherung

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{\lambda}{2 l_1 \sin \frac{\alpha}{2}} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda}{l_1 \alpha} \right)^2 \right].$$

Daraus ergibt sich nach Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung 0,0001

$$\lambda = \sqrt{\frac{g}{l}} . 2 T l_1 \sin \frac{\alpha}{2} \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda}{l_1 \alpha} \right)^2 \right].$$

λ wird aus dieser Formel entweder durch zwei oder drei Annäherungen oder durch eine Gleichung zweiten Grades aufgelöst.

Die gemachten Versuche ergaben bei Messung der Rückstände die folgenden Resultate:

Ladungszeit		Pot. 0,1 Dan.	Pot. 0,7 Dan.	Pot 1 Dan.
0,3″	Entladungen	101,6	1520	2280
0,5		103,0	1866	3080
0,1		131,7	2622	4550
0,2		148,7	3520	6680
1				12390

Für 1 Daniell nähert sich die Curve der Entladung im Verhältnis zur Zeit sehr einer Parabel, welche die Gleichung darstellt

$$e^2 = 200\, t.$$

Nehmen wir daher an, dass die ganze Ladung durch das Galvanometer abfliesst, was bei sehr schwachen Rückständen ziemlich genau ist, so wird eine Partie des Stromes der Ladung angenähert durch die Gleichung

$$\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{p}{2t}}$$

ausgedrückt sein.

Für die anderen Potentiale sind die Beziehungen andere.

Eigenthümlichkeiten der Entladung.

Bei den dielektrischen Condensatoren ist die Entladung eine fast augenblickliche, was aber bei elektrolytischen Condensatoren nicht der Fall ist.

Ich habe den Verlauf der Entladung dadurch studirt, dass ich die Elektricitätsmenge maass, welche während einer bestimmten vom Anfange an gerechneten Zeit abfloss.

Hier sind die Beobachtungsmittel bei einem Potential von 0,3 Daniell:

Dauer der Entladung	Dauer der Ladung 0,2″	Dauer der Ladung 5″
	Abgeströmte Mengen	
0,03″	507	530
0,05	586	604
0,1	626,4	723
0,2	—	826
1	—	1122
2	713,0	1243

Isolation.

Zuerst operirte ich wie mit einem gewöhnlichen Condensator; die Zelle wurde geladen, eine bestimmte Zeit sich selbst überlassen und dann entladen. Die Eigenthümlichkeiten des elektrolytischen Condensators und besonders der Umstand, dass die Capacität sich fortwährend verminderte, machte einige Vorsichtsmaassregeln nothwendig: man musste in jeder Beobachtungsreihe eine grosse Anzahl von unmittelbaren Entladungen einschalten, um Reductionsfactoren zur Eliminirung des Capacitätsverlustes zu erhalten.

Diese Reihen waren sehr regelmässig; ich gebe einige Zahlen auf 1000 bezogen, welches als willkürliches Vergleichsmaass für die unmittelbare Entladung genommen wurde; die Elektrodendistanz war $1{,}25^{mm}$.

Dauer der Isolation	Potential 0,3 Dan.		Potential 1 Dan.	
	Ladungszeit			
	1″	5″	1″	5″
0″	1000	1000	1000	1000
1	886	948	920	942
10	591	688	636	701
60	267	319	365	458
120	173	255	300	353

Man sieht, dass die Isolirung sehr schlecht ist; der Verlust ist um so grösser, je kürzer die Ladungszeit ist, was leicht vorauszusehen war, da die Ladung langsam erfolgt.

Was die Isolation betrifft, so kann man bei den dielektrischen Condensatoren den Widerstand der isolirenden Schichte mit Hilfe eines durch folgende Gleichung ausgedrückten logarithmischen Decrementes:

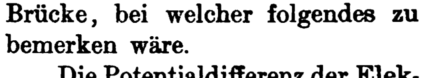
$$E = PC\left(1 - l^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

nach der gewöhnlichen Bezeichnungsweise berechnen. Die Existenz dieser Gleichung oder praktisch die Constanz des Decrementes beweist, dass die Leitung dem Ohm'schen Gesetze folgt[1]).

Diese Methode ist hier nicht leicht anwendbar, da C eine zu schlecht bestimmte Function von P ist; indessen glaubte ich aus den erhaltenen Reihen schliessen zu können, dass die Convectionsleitung dem Ohm'schen Gesetze nicht folgt; um mich davon zu überzeugen, unternahm ich directe Bestimmungen.

Messung des Widerstandes.

Es handelte sich darum, den Leitungswiderstand für verschiedene elektromotorische Kräfte zu messen; ich verwendete die Whealstone'sche


Brücke, bei welcher folgendes zu bemerken wäre.

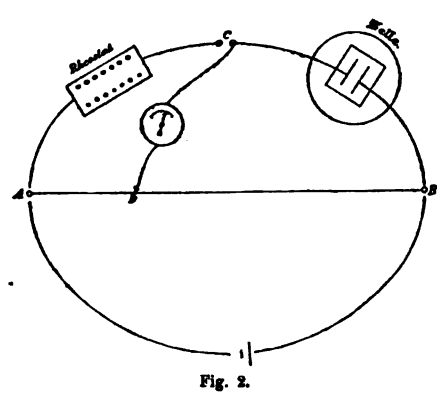


Fig. 2.

Die Potentialdifferenz der Elektroden (wobei man von den zu vernachlässigenden Widerständen der die Zelle mit den Punkten A und B verbindenden Drähte absieht) ist dieselbe wie in B und D, da ja die Brücke kein Strom durchfliessen darf und so die Punkte C und D dasselbe Potential besitzen müssen. Diese Differenz kann durch passende Regulirung des äusseren Widerstandes willkürlich gewählt werden. Die Grössenordnung der zu beobachtenden Quantitäten macht gewisse Vorsichtsmaassregeln nöthig.

Der Versuch zeigt zunächst, dass der Widerstand der Zelle ungemein steigt, wenn man den Strom in continuirlicher Weise wirken lässt. Ein anderer Umstand aber kann hier allerdings zu einem Irrthum Anlass geben und zum Glauben verleiten, dass eine nicht wirklich statthabende Vermehrung da sei: das Theorem der Brücke ist nämlich nur auf stationäre Ströme anwendbar. Man kann ja leicht sehen, dass der Convectionsstrom im Arme BC, indem die Zelle allmählich geladen wird, sich um den ganzen Werth des Ladungsstromes verstärkt; indem dieser sich aber vermindert, scheint es, als ob er einen Effect hervorbringen würde, der einer Vermehrung des Widerstandes analog wäre. Eine auf den Versuch basirte Rechnung jedoch hat mir gezeigt, dass der grössere Theil des sichtbaren Zuwachses einem wirklichen Zuwachsen des Widerstandes zuzuschreiben ist.

1) Es scheint bewiesen, dass die Leitung der Dielectrica im Ohm'schen Gesetze nicht mit inbegriffen ist. Siehe Journal télégraphique (Januar, Mai und Juli 1880) die Artikel von Dr. H. Schneebeli.

Hier einige der erhaltenen Resultate: (der als »anfänglich« bezeichnete Widerstand ist 5 Minuten vor Beginn des Versuches gemessen).

Entfernung der Elektroden	Dauer des Stromes	Potential	Anfänglicher Werth des Widerstandes in Siemens-Einheiten	Schluss- Werth des Widerstandes in Siemens-Einheiten
1,25 mm	41 Min.	0,23 Dan.	13500	36000
„	41	0,33	16650	32800
„	33	0,24	22500	65250
„	82	0,24	45000	99000
„	100	0,54	7650	63150
„	150	0,54	7650	90000
„	83	0,24	36000	105750
„	118	0,24	90000	337000
„	85	0,73	10000	75000
13,8	70	0,73	70000	85000
7,4	720	0,73	55000	115000

Der Widerstand gegen den den Elektrolyten zersetzenden Strom betrug bei einer Distanz von 1,25mm gegen 1/50 Siemens.

Zu Beginn endlich dieser Messungen bemerkt man eine Vermehrung des Widerstandes, ein schon von Blondlot beobachtetes, jedoch anders ausgelegtes Phänomen.

Zieht man diese Thatsache bei Discussion obiger Reihe in Betracht, so kommt man zu folgenden Schlüssen:

1. Der Convectionswiderstand (wenn man ihm diesen Namen beilegen kann) variirt mit dem Potential,

2. die Entfernung der Elektroden übt keinen merklichen Einfluss auf diesen Widerstand aus und findet daher der Hauptwiderstand an den Contactflächen statt.

Diese beiden Thatsachen werden uns später helfen eine Hypothese zu beweisen.

Die gefundenen Zahlen gestatten nicht den Eigenwiderstand der Flüssigkeit zu bestimmen, da die Fehlerquellen ebenso gross sind als die zu messenden Grössen. Eine derartige Bestimmung muss auf eine ganz andere Weise gemacht werden. Die Versuche werden ohne Zweifel dazu führen, einen specifischen Convectionswiderstand zu definiren, welcher möglicherweise von gleichem Werthe wie der Widerstand der Elektrolyse ist.

Ich erinnere daran, dass nach den Untersuchungen von Bouty die Flüssigkeiten nur einen einzigen Widerstand besitzen und infolge dessen nur in einer Art den elektrischen Strom leiten. Man kann indess bemerken, dass der Autor in der citirten Note die bei den Versuchen über Elektrolyse ohne Zweifel verwandten Flüssigkeiten und Elektroden

von aufgelösten Gasen nicht befreit zu haben scheint; man kann daher muthmassen, dass in diesen Untersuchungen durch solche Gase, indem sie sich an einer Elektrode absetzten und an der andern absorbirt wurden, eine nicht sichtbare Elektrolyse unterhalten wurde.

Einfluss der Natur der Flüssigkeiten.

Nachdem ich allgemeine Gesichtspunkte über die elektrolytische Zelle erworben hatte, studirte ich auch andere Flüssigkeiten, um Vergleichungen zu ermöglichen.

Reines Wasser.

Ich verwendete relativ reines Regenwasser, welches durch lang andauerndes Kochen von Luft befreit war. Ich gebe im Auszuge folgende Tabelle:

Potential und Ladungszeit
(Entfernung der Elektroden 1,25 mm).

Potential	Ladungszeit 1″ Capacität	2″	5″
0,1 Dan.	452	613	721
0,2	500	620	773
0,3	504	668	857
0,4	503	667	892
0,5	540	712	950
0,7	540	771	1057
0,8	550	850	1125
1,0	564	798	1125

Wir bemerken in den Colonnen einige Unregelmässigkeiten, wie sie in Experimenten, wo die Nebenumstände so zahlreich sind, beinahe unvermeidlich erscheinen; wir können aber nichtsdestoweniger den Schluss daraus ziehen, dass die Capacität mit dem Potential wenig variirt; die Ladungszeit hingegen übt einen grossen Einfluss aus; ferner geschieht die Entladung viel langsamer als wenn man einen Elektrolyten anwendet.

Distanz der Elektroden
(Potential 0,5 Dan.).

Entfernung	Ladungszeit 1″	3″	5″
1,25 mm	265,0	475	535
3,10	132,3	275	320
7,4	82,2	190	231
13,8	31,5	83	112
21,0	15,8	44,6	62,7

Wir sehen, dass die Elektrodendistanz einen grossen Einfluss auf die Capacität der Zelle ausübt. Nach den gefundenen Zahlen scheint die Capacität nicht in umgekehrtem Verhältnis mit der Elektrodendistanz zu variiren; ausserdem wird uns die mathematische Theorie der Zelle Fehlerquellen zeigen, welche man nicht vermeiden kann. Man könnte annehmen, dass sich das Wasser wie ein Dielektricum verhält; aber die einzige Thatsache, dass die Ladung unendlich viel langsamer vor sich geht, erlaubt diese Hypothese nicht; denn es müsste die Dielektricitätsconstante in allen Fällen grösser als 1000 sein.

Widerstand.

Die Versuche über den Widerstand wurden in ähnlicher Weise gemacht wie bei den Elektrolyten; sie haben gezeigt, dass das Wasser dem Durchgange des Stromes einen sehr beträchtlichen Eigenwiderstand entgegensetzt; über den Widerstand der Berührungsflächen kann ich keine vergleichbaren Daten angeben, da dieser in grossem Maasse von der Zeit abhängt, während welcher die Elektroden in die Flüssigkeiten getaucht sind.

Schwache Lösungen.

Um den sehr möglichen Einfluss des Wassers (welcher mit der Elektrodendistanz variirt) von dem der elektrolytischen Substanz zu variiren (welcher von dieser Substanz fast unabhängig ist), war es natürlich, die Elektroden soweit als möglich zu entfernen. Kupfersulfat und Schwefelsäure waren die einzigen untersuchten Substanzen.

Kupfersulphat.

Das angewendete Kupfersulfat war krystallisirt; um dem Krystallwasser Rechnung zu tragen, müssen daher die Ziffern, welche die Concentration abgeben, um ein $\frac{90}{249{,}5}$ ihres Werthes vermindert werden.

Ich citire folgende Tabelle:

Potential 0,5 Dan. Elektrodendistanz 13,8^{mm}.

Lösung nach dem Gewichte	Ladungszeit 1″	5″	10″
	Entladung		
1 Wasser + 0 Sulfat	43,0	111,5	138,5
„ + 0,0005 „	331,0	510	590
„ + 0,001 „	515	744	835
„ + 0,002 „	810	1096	1188
„ + 0,003 „	1060	1357	1495
„ + 0,005 „	1380	1820	1930
„ + 0,01 „	1750	2200	2300
„ + 0,05 „	2450	2925	3180

Der Einfluss der Concentration ist daher sehr gross, aber es existirt keinerlei Proportionalität zwischen Concentration und Capacität. Das folgende Beispiel ist noch frappanter.

Schwefelsäure.

Eine mässige Schwefelsäurelösung bietet genau dieselben Eigenthümlichkeiten wie eine Lösung von Kupfersulfat.

Die Versuche über die Concentration zeigten, dass sehr kleine Mengen von Schwefelsäure einen grossen Einfluss auf die Capacität ausüben; aber die Grenze dieses Einflusses ist bald erreicht.

Hier die gefundenen Zahlen:

Potential 0,5 Dan. Elektrodendistanz 13,8^{mm}.

Lösung nach dem Gewichte	Ladungszeit 1″	5″	10″
	Entladungen		
1 Wasser + 0 Säure	11,5	35,1	47,9
„ + 0,00050 „	1752	2405	2525
„ + 0,00102 „	2890	3640	3800
„ + 0,00204 „	3300	3990	4050

Eine Lösung zu 4% gibt ungefähr die Grenze des Einflusses der Schwefelsäure auf die Capacität; diese Lösung lässt nach der gewöhnlichen Methode keinen eigenen Convectionswiderstand erkennen.

Es war interessant zu wissen, welches die kleinste Quantität Schwefelsäure ist, deren Einfluss noch gut sichtbar ist; ich brachte die Elektroden in eine Entfernung von 24^{mm} und kam durch allmähliches Verdünnen bis auf eine Lösung von 1 Millionstel.

Der Versuch ergab folgende Zahlen:

Potential 0,5 Dan.

Lösung nach dem Gewichte	Ladungszeit 1″	5″	10″	20″	60″
	Entladungen				
1 Wasser + 0 Säure	1,9	6,6	11,0	16,5	24,8
„ + 0,000001 „	4,8	13,2	20,8	26,2	38,2
„ + 0,000004 „	15,2	52,0	73,8	89,2	112,0

Man sieht, dass die geringsten Spuren von Schwefelsäure die elektrischen Eigenschaften des Wassers beträchtlich modificiren; darauf scheint mir zur Genüge die seit langer Zeit bekannte, aber noch nicht allgemein zugelassene Thatsache hinzuweisen, dass man einen genauen Unterschied zwischen reinem Wasser und einem Elektrolyten machen muss.

Ich gewinne dadurch auch ein Argument zu jener Einwendung, von welcher ich bei Gelegenheit der Arbeit von Helmholtz gesprochen;

würde das Wasser die hervorragende Rolle spielen, welche ihm Helmboltz in seiner Erklärung beilegt, dann hätten mir diese Versuche andere Resultate liefern müssen. Ueberdies würden, wenn eine Polarisation der Flüssigkeiten in der Weise, wie er sie beschreibt, stattfinden könnte, die Moleküle eine Disposition aufweisen, welche nach der Theorie des Grotthus die Elektrolyse ermöglichte. Dieser Punkt dürfte eines genauen Studiums werth sein; ich kann denselben nur im Vorbeigehen berühren.

Wenn wir die gewöhnliche chemische Methode anwenden wollten, um für den gegenwärtigen Fall die im Wasser vorhandene Schwefelsäure zu entdecken, dann würde der Niederschlag von Bariumsulfat, welchen man aus einem Liter mit einem Millionstel von angesäuertem Wasser erhält, einen Raum von 0,524 Cubikmillimeter ausfüllen und man könnte denselben gewiss nur durch besondere Mittel erkennen.

Ich habe unter verhältnismässig ungünstigen Umständen gearbeitet; man kann viel reineres Wasser erhalten, als jenes war, dessen ich mich bediente, man kann Platinelektroden anwenden, die eine grosse Contactfläche haben und man kann dieselben in eine Entfernung setzen, welche zehn bis hundertmal grösser ist als die, über welche ich verfügte; ich zweifle dann nicht, dass man dahin gelangen wird, den Einfluss der Schwefelsäure noch in Quantitäten nachzuweisen, welche zu entdecken der Chemie unmöglich ist.

Ich musste die Versuche so abbrechen; sie sind sehr unvollständig und eine grosse Zahl der Resultate enthält Fehler, welche von all den zufälligen Umständen herrühren, deren Einfluss man nicht eliminiren kann. Wir werden bald sehen, wie man die hauptsächlichsten Fehlerquellen schätzen kann. Die Resultate sind indess sicher genug, um folgendes Resumé zu gestatten.

Resumé.

1. Die elektrische Eigenschaft des Wassers und die eines Elektrolyten sind total verschieden.

2. Potential. Die Capacität einer Wasserzelle ist fast unabhängig von dem Potential; in einer elektrolytischen Zelle hingegen ist sie von demselben in starkem Maasse abhängig.

3. Entfernung. Die Capacität einer Wasserzelle ist ungefähr umgekehrt proportional der Entfernung der Elektroden; in einer elektrolytischen Zelle ist diese Entfernung fast ohne Einfluss.

4. Widerstand. Der Leitungswiderstand ist im Wasser sehr beträchtlich und verhältnismässig gering in einem Elektrolyt; in beiden Fällen ist der Widerstand in Contactflächen sehr beträchtlich und steigt nach Erfolg der Einwirkung des Stromes; derselbe scheint dem Gesetze von Ohm nicht zu folgen, indem er sich vermindert, wenn das Potential steigt.

5. Ladungsdauer. Die Dauer der Ladung übt auf den Werth der Entladung einen grossen Einfluss aus: mit andern Worten die Ladung geschieht allmählich; sie ist viel stärker für Wasser als für eine elektrolytische Lösung und ihre Schnelligkeit variirt mit dem Potential der Ladung.

6. Entladung. Die Entladung folgt denselben Gesetzen wie die Ladung, sie ist um so grösser und um so langsamer je länger die Dauer der Ladung ist.

7. Temperatur. Die Capacität wächst mit der Temperatur.

8. Concentration. Sehr verdünnte Lösungen zeigen dazwischenliegende Eigenschaften; die Capacität steigt minder rasch als die Concentration; die geringsten Spuren von Schwefelsäure ändern in merklicher Weise die Eigenschaften des Wassers.

Verschiedenes. Es wird im grossen Ganzen jede Ursache, welche den Widerstand vermehrt, die Capacität vermindern und umgekehrt; der Widerstand steigt spontan, wenn man die Elektroden (von Platin) in der Flüssigkeit eingetaucht lässt; ein elektrischer Strom zeigt auch eine Vermehrung.

Die Isolation ist sehr schlecht und die Rückstände sind beträchtlich.

Eine isolirende Wand, welche die beiden Elektroden trennt, verhindert jegliche Condensation (im Vergleich zu jener, welche man ohne dieselbe erhält).

Es resultirt aus all diesem, dass man einen elektrolytischen Condensator unter gewöhnlichen Umständen nicht als Messinstrument gebrauchen kann; handelt es sich aber darum, eine grosse Menge von Elektricität mit geringer Spannung aufzuspeichern, deren Entladung man unmittelbar verwenden will, dann kann man sich desselben mit Vortheil bedienen.

Theoretische Betrachtung.

Wir haben, um die Wirkung der Flüssigkeit in einem Zellencondensator zu erklären, zwei Hypothesen kennen gelernt: die Wirkung eines Dielektricums oder die eines Oberflächencontactes.

Die Flüssigkeit als Dielektricum betrachtet.

Um sich von der Wirkung eines Dielektricums auf den Armaturen eines Condensators Rechnung zu geben, hat man sich im wesentlichen zweier elementarer Hypothesen bedient, von denen die eine eine Scheidung der Elektricitäten im Innern der Moleküle oder Atome annimmt, welche durch jene elektrischen Kräfte hervorgebracht wird, die in dem zwischen den Belegungen gelegenen und beinahe homogenen Felde thätig sind und von denen die andere Hypothese infolge derselben Kräfte eine Orientirung der Moleküle annimmt, in welchen die Elektricitäten von Anfang bereits durch den Contact der heterogenen Atome geschieden waren.

Die erste Hypothese kann nur angewendet werden bei Elementen und bei zusammengesetzten Körpern von symmetrischer Construction; sie führt unmittelbar zu Resultaten, welche den Versuchen conform sind.

In der zweiten Hypothese nimmt man an, dass die elastischen Kräfte, welche den elektrischen Kräften das Gleichgewicht halten, den Winkeldrehungen der Moleküle proportional sind und man kommt so durch Rechnung innerhalb der angewandten Grenzen zu einer genauen Proportionalität zwischen der Kraft, welche die Orientirung erzeugt und der elektrischen Wirkung des Mittels.

Die erste Hypothese führt bei Anwendung auf eine Flüssigkeit zu denselben Resultaten wie bei einem festen Körper. Bei Anwendung der zweiten muss man die elastischen Kräfte im Innern der Flüssigkeit in Betracht ziehen; die zunächst allereinfachste Annahme ist die, dass die geringsten Kräfte eine fast vollständige Orientirung des Mittels hervorbringen. Dieselbe muss zu Resultaten führen, welche sich nicht zu sehr von der Wirklichkeit entfernen, nämlich:

1) Die Wirkung einer ektrolytischen Flüssigkeit auf die Elektroden muss, wenn man dieselbe wie eine dielektrische Wirkung durch Orientirung betrachtet, wenig variiren mit dem Potential der Ladung; die Ladung der Zelle würde daher wenig mit dem Potential variiren und die Capacität wäre umgekehrt proportional dem Potential.

2) Der Effect einer Flüssigkeit wäre gleich dem der Summe seiner Bestandtheile und es ist daher wahrscheinlich, dass die Capacität sich in linearer Weise mit der Concentration ändert.

Wir haben überall andere Beziehungen gefunden; es wird daher die dielektrische Wirkung einer Flüssigkeit, welche gewiss existirt, durch eine andere viel kräftigere Wirkung verdeckt. Wir haben so zwei elementare und unabweisbare Einwände in Bezug auf die Arbeit von Herwig gefunden.

Erklärung durch die Wirkung eines Oberflächencontactes.

Diese im allgemeinen zulässige Erklärung ist durch die Thatsache sehr plausibel gemacht, dass die Capacität mit der Vermehrung des Widerstandes sich gleichmässig vermindert, indem nämlich dieser Widerstand sich besonders in den benachbarten Schichten finden wird und so in erster Linie von der Entfernung der benachbarten Oberfläche der Elektrode und der Flüssigkeit, mit andern Worten von der Dicke des Condensators abhängen wird.

Die beiden elementaren Einwendungen, welche wir oben citirt haben, dürfen hier infolge desjenigen nicht angewendet werden, was wir über die Art und Weise gefunden haben, wie sich die Flüssigkeitsschichten in der Nähe der Elektroden verhalten. Die Rechnung zeigt uns eine viel grössere Uebereinstimmung und gestattet uns einige Fehlerquellen zu entdecken.

Nehmen wir einen elektrolytischen Condensator an, der auf die Berührungsflächen einwirkt.

Seine Elektroden, deren Potential P_a und P_b ist, seien durch den Widerstand r_a' und r_b' mit Punkten verbunden, deren Potential P_a'' und P_b'' ist. Die den Elektroden benachbarten Schichten der Flüssigkeit sei mit diesen durch den Widerstand r_a und r_b verbunden und haben das Potential P_a' und P_b'; durch den Widerstand r seien sie mit einander verbunden. Es sind r, P_a, P_a', P_b, P_b' variabel; hingegen P_a'', P_b'', r_a', r_b' constant; r_a und r_b sind als constant angenommen.

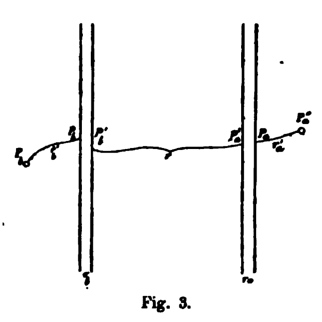


Fig. 3.

Dies ist ohne Zweifel nicht ganz exact, da diese Widerstände von P_a, P_b' und von P_b, P_b' abzuhängen scheinen. Da diese Abhängigkeit nicht bekannt ist, so kann sie nicht in die Rechnung eingeführt werden; wir müssen uns daher mit einem angenäherten Resultate begnügen.

Bezeichnen wir mit C_a und C_b die Capacität einer jeden Berührungsfläche zwischen Elektrode und Flüssigkeit, so können wir 4 simultane Gleichungen aufschreiben:

$$\frac{P_a''-P_a}{r_a'}-\frac{P_a-P_a'}{r_a}=C_a\frac{dP_a}{dt}$$

$$\frac{P_a-P_a'}{r_a}-\frac{P_a'-P_b'}{r}=C_a\frac{dP_a'}{dt}$$

$$\frac{P_a'-P_b'}{r}-\frac{P_b'-P_b}{r_b}=C_b\frac{dP_b'}{dt}$$

$$\frac{P_b'-P_b}{r_b}-\frac{P_b-P_b''}{r_b'}=C_b\frac{dP_b}{dt}$$

Diese Gleichungen haben wir dadurch erhalten, dass man jede an den 4 Oberflächen gewonnene Elektricitätsmenge als gleich ansieht.

Durch 3 aufeinanderfolgende Differentiationen nach t erhalten wir 12 neue Gleichungen, welche mit den 4 ersten 15 Unbekannten zu eliminiren gestattet, z. B.:

$$P_a',\quad \frac{dP_a'}{dt},\quad \frac{d^2P_a}{dt^2},\quad \frac{d^3P_a'}{dt^3},\quad \frac{d^4P_a'}{dt^4}$$

$$P_b,\quad \frac{dP_b}{dt},\ \ldots$$

$$P_b',\quad \frac{dP_b'}{dt}.$$

Es bleibt eine gewöhnliche Differentialgleichung 4. Grades über, welche P_a zu bestimmen gestattet.

Die Rechnung aber ist lang und führt zu complicirten Resultaten; wir können uns auf einen conventionellen Fall beschränken, wo wir nur eine Elektrode mit der benachbarten Flüssigkeitsschichte betrachten[1]), und ändern die Beziehung, so wie es die Figur anzeigt. Wir haben dann einen gewöhnlichen Condensator zu betrachten, bei dem jeder Punkt der Belegung mit einem constanten Potential verbunden ist. Die Gleichungen des Problemes sind:

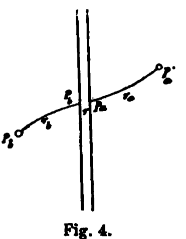


Fig. 4.

$$\frac{P_a' - P_a}{r_a} - \frac{P_a - P_b}{r} = C\frac{dP_a}{dt} \qquad (1^a$$

$$\frac{P_a - P_b}{r} - \frac{P_b - P_b'}{r_b} = C\frac{dP_a}{dt}. \qquad (1^b$$

Daraus haben wir:

$$-\frac{dP_a}{dt}\left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r}\right)+\frac{dP_b}{dt}\frac{1}{r} = C\frac{d^2P}{dt^2} \qquad (2^a$$

$$\frac{dP_a}{dt}\frac{1}{r} - \frac{dP_a}{dt}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_b}\right) = C\frac{d^2P_b}{dt^2}. \qquad (2^b$$

Die Gleichungen 1^a, 1^b und 2^a geben:

$$C^2 r\frac{d^2P_a}{dt^2} + C\left(2+\frac{r}{r_a}+\frac{r}{r_b}\right)\frac{dP_a}{dt} + \left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{r}{r_a r_b}\right)P_a -$$
$$-\left(\frac{1}{r_a}+\frac{r}{r_a r_b}\right)P_a' - \frac{1}{r_b}P_b'\frac{1}{r_b} = 0, \qquad (3^a$$

was man auch schreiben kann als

$$C^2 r\frac{d^2P_a}{dt^2} + C\left(2+\frac{r}{r_a}+\frac{r}{r_b}\right)\frac{dP_a''}{dt} + \left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{r}{r_a r_b}\right)P_a'' = 0, \qquad (3^{a'}$$

wo

$$P_a'' = P_a - P_a'\frac{r+r_b}{\Sigma r} - P_b'\frac{r_a}{\Sigma r}$$

$$\Sigma r = r + r_a + r_b.$$

Lösen wir diese Gleichung auf und setzen wir P_a'' für seinen Werth, so ist

$$P_a = P_a'\frac{r+r_b}{\Sigma r} + P_b'\frac{r_a}{\Sigma r} + C_1^a e^{\lambda_1 t} + C_2^a e^{\lambda_2 t}, \qquad (I^a$$

wo

$$\lambda = \frac{-\left(2+\frac{r}{r_a}+\frac{r}{r_b}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{r}{r_a}-\frac{r}{r_b}\right)^2+4}}{2Cr}.$$

---

1) Colley hat (a. a. O. S. 258) einen Einzelfall dieses Problemes behandelt.

Sind λ_1 und λ_2 negativ, dann sind die ersten und dritten Glieder der Gleichung 3' von gleichem Zeichen.

Um C_1^a und C_2^a zu bestimmen, haben wir die Bedingung: für $t = 0$, $P_a = 0$

$$P_a' \frac{r + r_b}{\Sigma r} + P_b' \frac{r_a}{\Sigma r} + C_1^a + C_2^a = 0. \tag{4a}$$

Es ist nothwendig, eine zweite Beziehung aufzusuchen und man findet zunächst aus Gründen der Symmetrie:

$$P_b = P_b' \frac{r + r_a}{\Sigma r} + P_a' \frac{r_b}{\Sigma r} + C_1^b e^{\lambda_1 t} + C_2^b e^{\lambda_2 t} \tag{1b}$$

und

$$P_b' \frac{r + r_a}{\Sigma r} + P_a' \frac{r_b}{\Sigma r} + C_1^b + C_2^b = 0. \tag{4b}$$

Indem man die Werthe von P_a und P_b für $t = 0$ in 1ª und 1ᵇ einführt, erhält man zwei Gleichungen, welche C_1^a, C_2^a, C_1^b, C_2^b enthalten, und kann sie mit Hilfe von 4ª und 4ᵇ reduciren; man kommt so auf zwei Systeme:

$$\begin{cases} \lambda_1 C C_1^a + \lambda_2 C C_2^a = \dfrac{P_a'}{r_a} \\ C_1^a + C_2^a = - P_a' \dfrac{r + r_b}{\Sigma r} - P_b' \dfrac{r_a}{\Sigma r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 C C_1^b + \lambda_2 C C_2^b = \dfrac{P_b'}{r_b} \\ C_1^b + C_2^b = - P_a' \dfrac{r + r_a}{\Sigma r} - P_b' \dfrac{r_b}{\Sigma r}. \end{cases}$$

Dies gibt

$$C_1^a = \frac{P_a'\left(\dfrac{1}{r_a} + \lambda_2 C \dfrac{r + r_b}{\Sigma r}\right) + P_b' \lambda_2 C \dfrac{r_a}{\Sigma r}}{(\lambda_2 - \lambda_1) C}.$$

Man erhält, wenn man die Werthe von λ_1 und λ_2 einführt:

$$C_1^a = \frac{1}{2\Sigma}\Bigg[P_a'(r + r_b) + P_b' r_a + P_a' \frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{r}{r_a} - \dfrac{r}{r_b}\right)^2 + 4}} \left(r - \frac{r r_b}{r_a} + \frac{r^2}{r_b} - \frac{r^2}{r_a} + 2 r_b\right)$$
$$+ P_b' \frac{1}{r_b \sqrt{\left(\dfrac{r}{r^a} - \dfrac{r}{r_b}\right)^2 + 4}} (2 r_a r_b + r_a r + r r_b)\Bigg].$$

C_2^a ergibt sich durch Wechsel des Wurzelzeichens und C_1^b und C_2^b, indem man die Indices a und b wechselt.

Im Speciellen ist für den stationären Zustand:

$$P_a = P_a' \frac{r + r_b}{\Sigma r} + P_b' \frac{r_a}{\Sigma r} \tag{II^a}$$

$$P_b = P_b' \frac{r + r_a}{\Sigma r} + P_a' \frac{r_b}{\Sigma r}. \tag{II^b}$$

Für die Entladung haben wir die gewöhnliche Differentialgleichung:

$$\frac{P_a - P_b}{r} + \frac{P_a - P_b}{r_a + r_b} = - C \frac{d(P_a - P_a)}{dt}, \tag{1'}$$

deren Lösung ist

$$P_a - P_b = A e^{-\frac{\Sigma r}{cr(r_a + r_b)} t}. \tag{I'}$$

A ist gleich $P_a - P_b$ für den Anfangsmoment der Entladung. Dieser Werth muss aus den Ausdrücken von P_a und P_b für die Ladung abgeleitet werden.

Mit Bezug auf den stationären Zustand hat man:

$$P_a - P_b = (P_a' - P_b') \frac{r}{\Sigma r} e^{-\frac{\Sigma r}{cr(r_a + r_b)} t}. \tag{II'}$$

Die gefundene Gleichung für die Ladung bietet keine allgemeine Discussion.

Nehmen wir, wie dies bei der elektrolytischen Zelle der Fall ist, an, dass r im Verhältnis zu r_a und r_b sehr gross ist, so hat man angenähert

$$P_a = P_a^1 + C_1 e^{-\frac{1}{cr_b} t} + C_2 e^{-\frac{1}{cr_a} t},$$

wo C_1 und C_2 von der Ordnung P_a' sind. Es ergibt sich aus dieser Gleichung, dass das Phänomen um so viel langsamer ist als r_a und r_b grösser sind; dies ist durch die Beobachtungen an der Wasserzelle vollständig bestätigt.

Der Ausdruck der Entladung führt zu einem analogen Resultate.

Wir können nun die Fehler der Versuche discutiren.

Die in den Tabellen angegebene Potentialdifferenz war $P_a' - P_b'$; das setzt voraus, dass $\Sigma r = r$ oder $r_a = r_b = 0$ wo $r = \infty$ und $\lambda t = \infty$; das heisst $r_a = r_b = 0$ oder $t = \infty$.

Die Fehler werden um so grösser sein, je mehr sich die Wirklichkeit von diesen Annahmen entfernt und alle werden in dem Sinne wirken, die Ladung zu vermindern, welche man für den angenommenen idealen Fall der Versuche erhalten hätte. Andrerseits wurde angenommen, dass die Entladung unendlich kurz dauere im Verhältnisse zur Schwingungszeit der Nadel; nun war aber bei der Wasserzelle die Entladungszeit beträchtlich grösser als die Schwingungsdauer der Nadel. — Die Elektricitätsmenge, welche durch das Galvanometer fliesst, wenn die Nadel ihre zurückgehende Bewegung angefangen, ist:

$$\int_0^T \frac{P_a - P_b}{r_a + r_b} dt = (P_a' - P_b') \frac{r}{(r_a + r_b) \Sigma r} \int_0^T e^{-\frac{\Sigma r}{cr(r_a + r_b)} t} =$$

$$= (P_a' - P_b') \frac{r^2 c}{(\Sigma r)^2} \left[1 - e^{-\frac{\Sigma r}{cr(r_a + r_b)} T} \right],$$

was unter gewissen Umständen nur einen kleinen Theil der ganzen Ladung ausmacht. Dieser Theil kann nur gerechnet werden, wenn man C kennt und C ist nur berechenbar, wenn man die der totalen Entladung entsprechende Ablenkung kennt. Man kann durch allmähliche Annäherungen zum Ziele kommen, indem man sich zur Auffindung des ersten in die Rechnungen einzuführenden Werthes eines Galvanometers bedient, dessen Schwingungsdauer sehr beträchtlich ist, oder dadurch, dass man mit sehr kleinen Capacitäten arbeitet.

Für alle Rectificationen aber ist die genaue Kenntnis des Widerstandes nothwendig; infolge seiner Veränderlichkeit aber ist eine Annäherung an den richtigen Werth für den Ladungsmoment sehr schwer.

Wir haben bisher nur die eine Hälfte der Zelle discutirt; es ist leicht zur Gesammtzelle überzugehen; wir sehen daher, dass die beschriebenen Versuche, welche zur Bestimmung der Capacität gemacht wurden, nur angenäherte Resultate liefern können; für die elektrolytische Zelle kann infolge des Verhältnisses der Widerstände diese Annäherung gross genug sein, für die Wasserzelle aber ist sie weit von der Wahrheit entfernt; ich habe trotzdem nicht gezögert, sie zu veröffentlichen, weil sie auch unabhängig von der Untersuchung der Capacität interessant sind; andrerseits lieferten sie Beispiele für die Discussion der Formeln; die Correction aber der Resultate wird eine sehr beträchtliche Arbeit geben, deren Ende man nicht voraussehen kann.

Die so rectificirten Resultate werden zunächst auf die Bestimmung der Entfernung jeder Elektrode von der nächsten Flüssigkeitsschichte angewendet werden können, indem man sich des Ausdruckes für die Capacität als Function der Dimensionen des Condensators bedient; es ist dann die Entdeckung möglich, dass die elektrolytische Zelle nicht symmetrisch ist und zwar infolge der Orientirung der Moleküle, deren Composanten zum Theile durch ihre Affinität zu der Elektrodensubstanz wirksam sind; man kann sich auch vorstellen, dass die im Wasser gelösten Körper sich einfach wie Leiter verhalten, und die Ladung und Entladung so einrichten, wie sie die mathematische Behandlung voraussieht; man kann gegenwärtig diese Hypothese ebenso annehmen wie die erste, weil ja 4% Schwefelsäure schon beinahe die Grenze des erzeugten Effectes bezeichnen.

Notiz über die angebliche Leuchtkraft des magnetischen Feldes[1]).

Von

W. F. Barrett.

Es ist bekannt, dass Baron Reichenbach behauptete, eine eigenthümliche Lichtausströmung, welche einer elektrischen Entladung in verdünnter Luft gleicht, an den Polen eines Magneten entdeckt zu haben. Diese eigenthümliche Leuchtkraft wurde nur in einem vollkommen dunklen Raume gesehen und war auch nur gewissen Personen sichtbar. Seit der Publication von Reichenbach's Arbeiten wurden von competenten Beobachtern zahllose Versuche gemacht, um diesen Lichtrauch zu sehen; diese Versuche waren gewöhnlich vergeblich[2]) und bei den wenigen Versuchen, wo ein Erfolg gemeldet wird (wie vom verstorbenen Professor Gregory und von Dr. Ashburner kann ich keine Gewährleistung finden, ob besondere Vorsichtsmaassregeln gegen die Wirkungen der Einbildung des Betrugs oder Zufalles getroffen waren. Es ist daher nicht zu verwundern, wenn die von Reichenbach behauptete Entdeckung unter den wissenschaftlichen Männern aller Länder im allgemeinen schlecht angeschrieben stand. Es erschien mir indess immer sehr schwierig, die zahlreichen und in einigen Fällen gewichtigen Zeugnisse zu erklären, welche Reichenbach anführt, ebenso die Beweiskraft der Beobachtung des Professor Endlicher und anderer Männer in hohen gesellschaftlichen Stellungen, welche, in vollkommen normalem Gesundheitszustand, diese Erscheinung mit den kleinlichsten Details beschreiben; die Leuchtkraft, versichern sie, wird sofort ersichtlich, wenn immer man den Magnet erregt, als ob plötzlich über den Polen desselben eine phosphorescirende Wolke geschaffen würde.

---

1) Uebersetzt aus Phil. Mag. 1883 (5) 94 Aprilheft.

2) Siehe z. B. die sehr sorgfältigen und ausgezeichneten Versuche von Dr. W. H. Stone, beschrieben im St. Thomas Hospital Report (1880) vol. I p. 100.

Vollkräftige Behauptungen dieser Art waren, wie sehr sie auch unserem Wissen fremd sind, sicherlich einer sorgfältigen Erprobung werth; obgleich meine Versuche, diesen Glanz zu sehen, erfolglos blieben, so wollte ich doch lieber glauben, dass gewisse unerlässliche Bedingungen — wie äusserste Empfindlichkeit der Retina — bei mir fehlten, als dass ich aus dem Fehlschlagen meiner Versuche die Existenz der Erscheinung selbst geleugnet hätte.

Derartige Betrachtungen bestimmten die erst kürzlich gebildete »Society for Psychical Research« ein Comité zu ernennen, um Reichenbach's Versuche in der Art zu wiederholen, dass deren Genauigkeit mit einer grossen Anzahl von zu untersuchenden Individuen geprüft würde. Als Mitglied dieses Comités war ich neulich bei einer Reihe von Experimenten zugegen, wo die Thatsache, dass für gewisse Augen die Schaffung eines kräftigen magnetischen Feldes mit einem leisen Lichtschimmer begleitet ist, eine merkwürdige Bestätigung erfuhr. Die Sicherheit — soweit diese möglich — erscheint mir so absolut vollkommen, dass ich Sie zu bitten wage, einen kurzen Bericht dieser so erhaltenen Thatsachen aufzunehmen. Die positive Sicherheit, welche durch die nun zu beschreibenden Versuche geboten wurde, kann durch die Thatsache, dass bei anderen Gelegenheiten, wie ich gefunden habe, die Versuche geringeren Erfolg hatten, nicht aufgehoben werden. Es hat, glaube ich, der Schluss nichts Unvernünftiges in sich, dass gewisse, jetzt noch unverstandene Bedingungen der Erscheinung manchmal günstig, manchmal ungünstig sind.

Die Versuche wurden in den Räumlichkeiten der Gesellschaft, Nr. 14 Deans Yard, Westminster, gemacht; einer dieser Räume war so eingerichtet, dass er nach Belieben in eine vollkommene Dunkelkammer umgewandelt werden konnte, kein Lichtschimmer konnte auch nach einstündigem Aufenthalte in der Dunkelheit bemerkt werden. Ein kräftiger Elektromagnet, auf einem schweren Holzgestelle montirt, stand in der Mitte des Zimmers und von diesem ging durch einen Commutator die Drahtverbindung in ein anderes Zimmer zu einer starken Smee'schen Batterie. Drei Beobachter (Herr W. Salter, Herr Coffin, der »Honorary Secretary« dieses Comités, Herr Edmund Gurney und Herr E. R. Pease) hatte die Aufsicht über den Commutator, indem sie nach Willkür den Strom unterbrachen und schlossen und dabei die Ausrufungen der Beobachter im benachbarten Dunkelraume notirten: die Stimmen drangen nämlich leicht durch die Zwischenwände hindurch. Im Dunkelraume waren die Herren W. H. Myers, Dr. A. T. Myers, H. N. Ridley, ich und ferner bei einer späteren Gelegenheit W. R. Browne zusammen mit zwei Personen, welche bei einem einige Tage vorher gemachten Vorversuche erklärt hatten, dass sie über den Polen eines permanenten Stahlmagneten einen Lichtrauch sehen könnten. Es waren dies Herr G. A. Smith und ein Knabe, Fred. Wells, welcher Gehilfe in einem Bäckerladen ist. Beide standen während der Zeit unserer Vorversuche diesen Experimenten ganz fremd gegenüber und behaupteten keinerlei Kenntnis von Reichen-

bach's Werk zu haben. Zunächst wurde denselben gar nicht mitgetheilt, was sie zu sehen hätten; sie sollten nur genau sagen, ob sie in der Dunkelkeit irgend etwas bemerkten, und, wenn dies der Fall, wie und wo.

Einige Zeit, nachdem sie in die Dunkelkammer getreten, sahen sie nichts, trotzdem während dieser Zeit der Elektromagnet sehr oft erregt wurde. Nachdem eine halbe Stunde verflossen war, erklärte Wells und bald nachher Herr Smith, dass sie einen schwach sichtbaren Nebel im Zimmer bemerkten; als sie gefragt wurden, wo, so wies mich jeder sogleich direct nach den Polen des Elektromagneten als dem Sitze der Leuchtkraft. Der eine (Nord-)Pol war heller als der andere. Die Lichterscheinung wurde als wogender Lichtkegel dargestellt, dessen breite Grundfläche jeder Magnetpol war; der Hauch war im Stande, diesen Schimmer abzulenken, nicht aber ihn auszulöschen[1]). Derselbe wurde, wie sie sagten, nicht aufgehalten, wenn man einen schwarzen Sammtfleck oder ein Stück Brett flach über den Magnetpol schob; beide aber erklärten, dass es plötzlich finster wurde, wenn man diese Körper zwischen das Auge des Beobachters und den Magneten hielt, wobei dann die absolute Finsternis natürlicher Weise ununterbrochen anhielt. Wurde der Strom aufgehoben, dann riefen beide Beobachter gleichzeitig aus, dass das Licht verschwunden sei.

Der Strom wurde nun in unregelmässigen Zeitintervallen mit Hilfe des Commutators im Nebenzimmer hergestellt und unterbrochen und die Aussprüche der im Dunkelraume befindlichen Beobachter von jenen notirt, welche die Obsorge über den Commutator hatten. Der Commutator arbeitete geräuschlos und keinerlei Angabe wurde über den Zeitmoment gegeben, wann der Strom geöffnet oder geschlossen wurde. Während der Versuche stand Herr Smith nahe dem Magneten, indem er einen von uns berührte, und entfernt von der Wand, welche den Dunkelraum von dem lichten Raume nebenan trennte.

Nach einigen vorläufigen Versuchen, um die Anordnungen zu prüfen, wurde eine Reihe von Beobachtungen durch länger als eine Stunde mit Herrn Smith gemacht. Während dieser Periode schlossen und unterbrachen die Beobachter leise und unerwartet von Zeit zu Zeit den Strom im Nebenzimmer, wobei die Intervalle absichtlich von wenigen Secunden bis zu mehreren Minuten geändert wurden. Auf diese Weise wurden vierzehn aufeinanderfolgende Versuche gemacht und immer stimmten mit einer einzigen Ausnahme die Ausrufungen des Herrn Smith wie »Jetzt sehe ich es«, »Jetzt ist es weg« vollkommen nach dem übereinstimmenden Berichte aller Zeugen im Nebenraume gleichzeitig mit den Bewegungen

1) So weit ich urtheilen kann, muss die Erscheinung Aehnlichkeit haben mit einem lang aufsteigenden Strom von schwach leuchtenden Wasserdämpfen über einer Wasserstoffflamme, wenn man diese in einem vollkommen verdunkelten Zimmer ansieht. Ich habe über diese Lichterscheinung in meiner Arbeit „Some physical Effects produced by a Hflamme" berichtet. Phil. Mag. November 1865.

des Commutators überein. Bei dem erwähnten einen Ausnahmsfall verfloss zwischen dem Ausschalten des Stromes und dem Ausrufe eine Frist von 5 Secunden: dies mag leicht durch ein momentanes Nachlassen der Aufmerksamkeit von Herrn Smith erklärt werden. Die Anstrengung der Aufmerksamkeit war in der That so stark, dass nach dem vierzehnten Versuche Herr Smith einen beträchtlichen Schmerz in seinem Auge und Kopfe verspürte und ersichtlich sehr erschöpft war. Während der folgenden halben Stunde wurden zwei oder drei weitere Versuche gemacht, die Resultate aber waren unsicher und können, wie ich denke, ehrlich ausgeschlossen werden. Es mag noch bemerkt werden, dass Herr Smith und Wells keinerlei ungewöhnliche Sehkraft für die anderen Objecte des Dunkelraumes zu haben schienen.

Es ist selbstverständlich, dass ein zufälliges Zusammenfallen zwischen dem Act des Strom-Schliessens und Oeffnens und den Ausrufen des Beobachters die hier mitgetheilten Thatsachen nicht erklären kann. Da eine Stunde 3600 Secunden hat, so ist es sehr unwahrscheinlich, hier einen richtigen Moment durch blossen Zufall zu errathen; diese Unwahrscheinlichkeit steigt noch in geometrischer Progression, wenn 14 richtige Momente hintereinander getroffen werden. Die Wahrscheinlichkeit steht also gegen die Erklärung eines blossen Zufalles wie viele Millionen gegen Eins.

Viel wichtiger ist die Möglichkeit eines Anzeichens des Actes der Magnetisirung und Entmagnetisirung, welcher sich dem Beobachter bemerklich macht und denselben zu der Täuschung veranlasst, Einbildung für Wirklichkeit zu halten.

Von diesen Anzeichen wäre der sogenannte »magnetic tick« zu erwähnen. Ich wusste, wonach ich zu lauschen hatte und war so viel achtsamer auf diesen Ton als Herr Smith, welcher voraussichtlich von diesem Moleculargeräusche nichts wusste, und trotzdem konnte ich beim Stromschlusse auch nicht den geringsten Ton entdecken; beim Stromöffnen wurde nur dann ein kaum hörbarer Ton vernommen, wenn ich mein Ohr unmittelbar mit dem Magnete oder dessen Gestelle in Berührung brachte. Es war dies eine Folge des massiven Charakters des Magneten und seines Gestelles, welcher jede wahrnehmbare Bewegung des Magneten beim Stromschlusse unmöglich machte. Ueberdies versicherte ich mich davon, dass in der Entfernung vom Magneten, wo Herr Smith stand, es unmöglich war, durch die Anziehung irgend einer magnetischen Substanz zu entdecken, ob der Strom geschlossen oder geöffnet wurde; überdies hielt Herr Smith seine Hände nach vorne. Es wäre jedoch vollkommen möglich, dass ein geschickter Experimentator, der darauf ausginge, uns zu täuschen, den Moment der Magnetisirung und Entmagnetisirung dadurch hätte entdecken können, dass er die Bewegung einer verborgenen Magnetnadel fühlte. Dagegen muss erwähnt werden, dass Herr Smith vorher keinerlei Information über die Natur der Versuche erhielt; er hatte auch keinerlei Nutzen davon, zu sagen, er sehe etwas, wo er nichts gesehen hat. Schliesslich beruhen alle wissenschaft-

lichen Beobachtungen auf dem guten Glauben des Beobachters und hier im gegenwärtigen Falle war nicht der geringste Grund, den guten Glauben an den Beobachter zu beargwöhnen.

Aehnliche Versuche wurden mit sehr zufriedenstellenden Resultaten an einem anderen Abende mit dem Knaben Wells gemacht. In diesem Falle erschien nach der Aussage des Knaben die Leuchtkraft stärker und heller. Beim Unterbrechen des Stromes löschte es nicht plötzlich aus, sondern starb rasch ab: sein häufiger Ausruf bei einer Stromunterbrechung war: »Oh, Ihr verderbt es.«

Wells wurde in der Dunkelkamer auch mit zwei permanenten Hufeisenmagneten geprüft, und sah an beiden deutlich den Lichtschimmer. Ohne dass es Wells wusste, änderte ich leise die Stellung der beiden Magnete; er entdeckte gleich, wo sie hingebracht wurden. Wenn ich den einen Magnet in der Hand hielt, so sagte mir Wells ganz genau, ob ich denselben hinauf oder herunter bewegte oder ob ich ihn ruhig hielt; dies wurde mehreremale mit Erfolg versucht. In diesem Falle waren die beiden Pole des Magneten so nahe an einander, dass nur ein schmales magnetisches Feld geschaffen wurde; infolge der Auseinanderlagerung der beiden Pole konnte in ein Zehntel der Distanz, in welcher, wie ich mich versicherte, Wells stand, keinerlei Einwirkung auf eine kleine Compassnadel ausgeübt werden — vorausgesetzt, dass Wells die Absicht und die Fähigkeit gehabt hätte, uns zu täuschen.

Zahlreiche Fragen von Interesse drängen sich hier auf nach der photographischen und prismatischen Erforschung dieses Lichtes, ob es polarisirt ist oder die Fähigkeit besitzt, polarisirt zu werden, und ob die Verdünnung und Entfernung der Luft um die Pole die Leuchtkraft afficire oder nicht. Die Antwort auf diese und verwandte Fragen, ebenso wie die Ausführung einiger ähnlicher Versuche, welche sich von selbst ergeben — über die Aenderung der Intensität des Lichtes, wenn man unter verschiedenen Azimuthen, längs oder senkrecht der magnetischen Achse hinblickt, dann den Einfluss von gewissen Körpern auf dieses Licht — wird den Gegenstand einer Untersuchung von Seite des Comités bilden, wenn einmal die einfache Thatsache selbst durch zahlreiche Beobachter hinlänglich erhärtet ist. Die Aufgabe der gegenwärtigen Notiz ist es, mehr zu zeigen, dass hier ein strenger prima facie Fall ist zu Gunsten einer eigenthümlichen und unerklärten Leuchtkraft, welche der Phosphorescenz gleicht, in den Theilen unserer Atmosphäre unmittelbar über den magnetischen Polen erregt wird und welche nur von gewissen Personen wahrgenommen werden kann.



Bezugsquellen.

XIX. Band. 9. Heft.



REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Der das Prisma durchsetzende Strahlenbüschel[1]).

Von

A. Kurz.

Ich nenne den Einfallswinkel α, den Brechungswinkel β, den Prismenwinkel γ; der Brechungsexponent desselben sei $n > 1$; der bekannte Grenzwinkel, dessen Sinus gleich $\frac{1}{n}$, werde mit β_{max} bezeichnet. Dann ist auch

$$\gamma_{max} = 2 \cdot \beta_{max},$$

indem ein grösserer Prismenwinkel das optische Prisma illusorisch machen würde. Es könnte nämlich durch dieses Maximalprisma theoretisch nur ein einziger Strahl hindurchgehen, derjenige, der streifend (gegen die brechende Kante hinlaufend) einträte und streifend (von derselben weglaufend) austräte. Der innerhalb dieses Prismas hindurchgehende zugehörige Strahl schneidet von demselben (in unserer Zeichnungsebene) ein gleichschenkliges Dreieck ab. Es ist dies diejenige Stellung des (einmal gebrochenen) Strahles, welche der Strahl der bekannten kleinsten Gesammtablenkung befolgt.

Die Gesammtablenkung überhaupt gelte uns als vierter Winkel von Bedeutung und werde mit δ bezeichnet. Dieselbe ist im vorigen Specialfalle gleich $(180 - \gamma_{max})$ und werde immer in dem dieser Angabe entsprechenden Sinne gezählt. In den Lehrbüchern wird der gewöhnliche Fall

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha' - \beta')$$

erwähnt, wo α' und β' an der Austrittsfläche analog den α und β genommen sind. Es kann aber auch der eine jener zwei Summanden,

1) Hiervon habe ich zuerst, aber ohne den im nachfolgenden gesperrt gedruckten Satz, in Pogg. Ann. Bd. 140 S. 658 Mittheilung gemacht.

wir wollen sagen $(\alpha - \beta)$, Null sein, und zwar kann dies vorkommen bei Prismen von $\gamma \leqq \beta_{max}$; auch kann $(\alpha - \beta)$ mit dem negativen Vorzeichen auftreten in letzter Gleichung, und dieser Fall kann vorkommen bei Prismen von $\gamma < \beta_{max}$.

Für den Fall der Minimalablenkung δ_{min} ist freilich immer

$$\delta_{min} = 2\alpha_0 - \gamma,$$

wobei $\alpha = \alpha' = \alpha_0$ genannt werde. Das zugehörige $\beta_0 = \frac{\gamma}{2}$ definirt den schon oben, bei Erwähnung des gleichschenkligen Dreieckes, vorgekommenen Strahl, von dem ich nun beweisen will, dass er den Winkel des Strahlenbüschels halbirt, dessen Spitze in einer Prismenfläche und dessen Strahlen innerhalb des Prismas so liegen, dass sie noch austrittsfähig sind.

Zu diesem Ende führe ich das zugehörige Strahlenbüschel von derselben Spitze, aber im umgebenden (dünneren) Medium ein und nenne dessen Winkel, also den Winkel der beiden äussersten Strahlen, die noch durch das Prisma hindurchgehen können, unseren fünften Winkel ε. Dieses letztere Büschel hat als den einen Grenzstrahl den streifenden, zur brechenden Kante hingehenden Strahl und als den anderen Grenzstrahl denjenigen, welchen man erhält, wenn man den obengenannten streifenden Strahl bis zum Wiederaustritte verfolgt und diesen austretenden Strahl als eintretenden so verzeichnet, dass beide von der brechenden Kante aus betrachtet die symmetrische Richtung befolgen. So z. B. für $\gamma = 0$ ist $\varepsilon = 180$, für $\gamma = \beta_{max}$ wird $\varepsilon = 90$; für $\gamma = 2 \cdot \beta_{max}$ ist $\varepsilon = 0$ in Uebereinstimmung mit dem im obigen ersten Absatze Gesagten.

Für $\gamma = \beta_{max}$ zunächst haben wir also die Incidenzen 0 bis 90° zu betrachten, also die Brechungswinkel β an der Eintrittsfläche 0 bis β_{max} und die Ablenkungswinkel $(\alpha - \beta)$ an dieser Fläche von 0 bis $(90 - \beta_{max})$. Trägt man nun diese β als Abscissen und die zugehörigen $(\alpha - \beta)$ als Ordinaten auf, so erhält man, wie man auch ohne vorherige Berechnung der $(\alpha - \beta)$ aus der Natur der Sinusfunction weiss, eine von 0 bis zur Höhe $(90 - \beta_{max})$ aufsteigende, zur Abscissenaxe convexe Curve. Der Ablenkung $(\alpha - \beta)$ an der Eintrittsfläche entspricht nach obiger 2. Gleichung diejenige $(\alpha' - \beta')$ an der Austrittsfläche, wobei stets $\beta + \beta' = \gamma = \beta_{max}$ sein muss. Demnach ergibt sich die Curve der Gesammtablenkungen δ, indem man die Curve der $(\alpha - \beta)$ nochmals, aber symmetrisch zur schon gezeichneten aufträgt, wobei die mittlere Ordinate (für die Abscisse $\frac{1}{2}\beta_{max}$) die Symmetrieaxe vorstellt. Aus der, wie gesagt, convexen Form der beiden

zu einander symmetrischen Curven für $(\alpha - \beta)$ und $(\alpha' - \beta')$ folgt dann sofort die convexe Form der δ-Curve, welch letztere aus zwei symmetrischen Aesten besteht, also ihre kleinste Ordinate in der Mitte (bei der Abscisse $\frac{1}{2}\beta_{max}$) hat und auch den Beweis zu dem obigen, gesperrt gedruckten Satze liefert.

Letzteres allerdings zunächst erst für den speciellen Fall $\gamma = \beta_{max}$. Es ist aber nur eine geringe, eine zusätzliche Rücksicht nothwendig für $\gamma > \beta_{max}$. Alsdann ist nämlich das vorhin construirte Bild mit den drei Curven der $(\alpha - \beta)$, $(\alpha' - \beta')$ und δ nur links und rechts um gleich viel zu verschmälern, da $\varepsilon < 90$, also $(\alpha - \beta)$ mit einem höheren Werthe als 0 beginnt. An der Stärke und Einfachheit des Beweises über die Existenz, Lage und oben besagte Eigenschaft des Minimums der Ablenkung wird offenbar nichts geändert.

Und dies auch dann nicht, wenn $\gamma < \beta_{max}$, also $\varepsilon > 90$, wobei in oben gesagter Weise auch negative Werthe von $(\alpha - \beta)$ vorkommen, die Curve der $(\alpha - \beta)$ also nicht mit Null, sondern unterhalb der Abscissenaxe beginnt. Den näheren Zusammenhang dieser mit der $(\alpha' - \beta')$ und der δ-Curve kann man sich durch eine graphische Skizze leicht versinnlichen.

Wenn man die wiederholten Anläufe zur elementaren Beweisführung des Minimums der Gesammtablenkung betrachtet — diejenige in Müller-Pfaundler's Lehrbuch ist im wesentlichen dieselbe wie oben — und dazu ferner noch den oben angeführten Satz hereinbeziehen will, so rechtfertigt sich die Einführung des fünften Winkels ε, mit welchem ich die Lehre vom Prisma abzuschliessen pflege[1]).

Von da zur Linse, aber zur elementaren nur, bei welcher $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{p}$ angenommen wird, ist der Schritt nur eine Vereinfachung des Vorigen. Es muss nämlich, in Consequenz der Ableitung, also Giltigkeit der letztern Formel, das einfachere angenäherte Brechungsgesetz $\alpha = n\beta$ angewendet werden, so dass von den Curven der $(\alpha - \beta)$, $(\alpha' - \beta')$ und δ nur die kleinen Mittelstücke übrig bleiben, welche man als Gerade betrachten darf, so dass das ganze Bild ein Rechteck vorstellt, dessen zwei Diagonalen die beiden ersteren Curven, dessen untere Seite die Abscissenaxe und dessen obere Seite die Curve der δ vorstellen. δ ist also in dieser beschränkten Anwendung als constant zu betrachten.

1) Abgesehen natürlich von der Farbenzerstreuung. Dieser wegen kann man als sechsten den Streuungswinkel $\zeta = \delta' - \delta$ einführen, welcher in dem Falle des letzten obigen Absatzes wird $(n' - n)\gamma$, wobei sich δ und n auf das rothe und diese indicirten Grössen auf das violette Licht beziehen.

Ueber magnetische Astasie und verwandte Messungen.

Von

A. Kurz.

Jener nähert man sich bekanntlich durch Anwendung der Doppelnadel und mittels des Compensationsstabes. Eine dritte Methode verdient wenigstens theoretisch erwähnt zu werden: Nadelschwingungsebene senkrecht zur Richtung des totalen Erdmagnetismus (T').

Allgemein: Bildet das Loth jener Ebene mit T' den Winkel φ, so ist $T' \cdot \sin\varphi$ die Grösse des magnetischen Feldes[1]), oder $\frac{T' \sin\varphi \cdot \mu}{1^2}$ die Kraft, mit welcher der Nadelpol von der Stärke μ durch die Erde gelenkt wird; die Richtung dieser Kraft ist durch den Schnitt der Schwingungsebene mit der Ebene des Winkels φ bestimmt. Die üblichen Beispiele sind: 1. die horizontale Nadel, welche vom horizontalen Erdmagnetismus $T = T' \cos i$ bewegt wird ($\varphi = 90 - i$); 2. die Inclinationsnadel, wenn ihre Schwingungsebene im magnetischen Meridian ($\varphi = 90$); 3. dieselbe, wenn ihre Schwingungsebene vertical und senkrecht zum magnet. Meridian, venn sie also von $V = T' \sin i$ ($\varphi = i$) regiert wird. Gute Inclinatorien sind mit Horizontalkreisen versehen. Bildet die verticale Schwingungsebene mit dem Meridian den Winkel β, so ist $\sqrt{(T \cos\beta)^2 + V^2}$ der rascher herstellbare Ausdruck für das magnetische Feld, welcher sich in $T' \sqrt{\cos^2\beta \cos^2 i + \sin^2 i}$ umsetzen lässt.

1) Dieser Ausdruck ist dem Maxwell'schen Analogon in der Elektrik, der „Kraftintensität", weit vorzuziehen. Immerhin macht auch der letztere Name noch den Unterschied zwischen dieser und der Kraft, welche in Masse und Länge anders dimensionirt ist, geltend. Vgl. deshalb den Schluss dieser Mittheilung.

Versuche über Astasie nach der zweiten Methode (Compensation).

Dieselben zerfallen in zweierlei Arten.

I. Der Compensationsstab werde parallel unter- oder oberhalb der horizontalen Nadel (also im magnetischen Meridian) mit homologen Polen festgelegt; d sei der Abstand des Nadel- und Stabmittels. Ist d hinreichend gross, so überwiegt die Erdstärke und wir erhalten für die Schwingungsdauer der Nadel den Ausdruck

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{M(T-S')}},$$

worin K das Trägheitsmoment, M das magnetische Moment und S das magnetische Feld des Stabes bedeutet. Ohne die Nähe des Stabes gelte $t = \pi \sqrt{\frac{K}{MT}}$.

In einer hinreichend kleinen Entfernung d der beiden genannten Mittelpunkte überwiegt dagegen die Stabwirkung über die Erdwirkung; die Nadel schwingt mit verwendeten Polen und der Dauer

$$t'' = \pi \sqrt{\frac{K}{M(S''-T)}}.$$

Für $S = T$ hätte man die reine Compensation oder Astasie (wird $t = \infty$).

Nimmt man beispielsweise in den Gauss'schen Einheiten (Milligramm, Millimeter, Secunde) für T in runder Zahl 2,0, so ist S' unter und S'' über diesem Betrage zu gewärtigen und die Gleichung der combinirten Schwingungszeiten

$$\left(\frac{t}{t'}\right)^2 = 1 - \frac{S'}{T} \text{ oder beziehungsweise } \left(\frac{t}{t''}\right)^2 = \frac{S''}{T} - 1.$$

Dieselben Werthe von S muss man aber auch erhalten für die zugehörigen Werthe von d, wenn man den Stab umlegt, so dass sein Südpol nach dem magnetischen Norden gewendet ist. Alsdann unterstützen sich Erd- und Stabwirkung auf die Nadel und die Schwingungsdauer wird

$$t''' = \pi \sqrt{\frac{K}{M(S+T)}}.$$

Also, wenn man d so lange variirt, bis $t''' = \frac{t}{\sqrt{2}}$ wird ($S = T$), so hat man die Distanz der vollständigen Com-

pensation für den wieder umzulegenden Stab. So z. B. wurde beobachtet

$$d = 300^{mm},\ t' = 20{,}0 \text{ Sec.},\ t''' = 12{,}2,$$

was mit $t = 14{,}6$ vereint lieferte die Rechenresultate:

$$S' = 0{,}94 \text{ Sec.},\ S''' = 0{,}86,$$

welche als 0,9 übereinstimmend genannt werden mögen.

Dagegen war für

$$d = 200^{mm},\ t'' = 30{,}0 \text{ Sec.},\ t''' = 9{,}4,$$

woraus die viel besser übereinstimmenden Zahlen

$$S'' = 2{,}48 \text{ Sec.},\ S''' = 2{,}46$$

erhalten wurden.

Die Compensationsweite liegt also zwischen 300 und 200^{mm} und näher der letzteren Zahl.

Compensationsmethode II. Die Anordnung dieser stimmt überein mit der auch in manchen Lehrbüchern aufgeführten Nachweisung der Giltigkeit des quadratischen Anziehungsgesetzes, welche ich auch in Carl's Repertorium Bd. 18 S. 566 reproducirt habe. Nur habe ich damals versäumt, diese Compensation gleich als einen dritten Zusatz aufzuführen. Verwendet man also eine sehr kurze Nadel und einen sehr langen Stab, den man vertical stellt und mit der Nadel in denselben magnetischen Meridian, so dass der eine Stabpol von der Nadel die kleinste (horizontale) Entfernung r hat und die Wirkung des anderen Stabpoles auf die Nadel als verschwindend klein betrachtet werden kann, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{M\left(T \pm \frac{\nu}{r^2}\right)}},$$

je nachdem man z. B. vom Süden her den Nordpol ν des Stabes oder den Südpol, diesen aber dann in hinreichend grosser Entfernung, nahe bringt. In letzterem Fall müsste wie in I bei kleinerer Entfernung

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{M\left(\frac{\nu}{r^2} - T\right)}}$$

geschrieben werden.

Ich unterlasse die Ausbeutung der Schulversuche mit $r_1 = 54$ und $r_2 = 108^{mm}$ zwischen einer ringförmigen „Nadel" von 15^{mm} Durchmesser und einem Stabe von 300^{mm} Länge zum gelungenen Nachweise des Gesetzes (r^2) und bestimme jetzt nur noch ν in dem Gaussischen

Maasse: Es waren $n_1 = 2{,}08$ und $n_2 = 1{,}14$ die den r_1 und r_2 entsprechenden Schwingungszahlen, wenn der Stab mit seinem freundlichen Pole nahestand, und $n = 0{,}49$ ohne den Stab. Man findet durch Combination von n und n_1 mit Benutzung von $T = 2{,}0$ analog wie in I

$$\nu = 17 \text{ mal } 5832$$

und durch Combination von n und n_2

$$\nu = 17{,}5 \text{ mal } 5832,$$

also rund nahezu $100000 \frac{\sqrt{\text{Milligr. Cubikmillim.}}}{\text{Secunde}}$, wenn die horizontale Erdstärke $T = 2{,}0 \frac{\sqrt{\text{Milligr.} : \text{Millim.}}}{\text{Secunde}}$ beträgt. Das magnetische Moment jenes Stabes $(\nu \cdot L)$ ist also 30 Millionen $\frac{\sqrt{\text{Milligr. Millim.}^5}}{\text{Secunde}}$.

Das magnetische und Torsionspendel.

Von

A. Kurz.

In Carl's Repertorium Bd. 18 S. 566 hatte ich vom ersteren gehandelt mit der Schwingungszeit

$$t = \pi \sqrt{K : MT}, \tag{1}$$

und in Exner's Repertorium Bd. 19 S. 247 vom letzteren, Schwingungszeit

$$t = \pi \sqrt{K : D}, \tag{2}$$

wobei ich heute statt des conventionellen gleich das absolute Torsionsmoment einführe (die Erdbeschleunigung g einrechne). Dieses Moment ist eigentlich, bei irgend einem Verdrehungswinkel φ des cylindrischen Drahtes oder Fadens ($\pi r^2 L$), gleich $G \cdot \frac{\pi}{2} r^4 \cdot \varphi : L$, wo G den Torsionsmodul bezeichnet. Aber φ muss bekanntlich in Gl. 2 weggelassen werden, so dass

$$D = G \cdot \frac{\pi}{2} r^4 : L. \tag{3}$$

Wenn nun auch in Gl. 1 die Torsion nicht vernachlässigt werden soll, so ist

$$t = \pi \sqrt{[K : (MT + D)]}. \tag{4}$$

Um D mittels MT zu aichen, dreht man das obere Ende des Fadens durch einen Winkel α (vielleicht mehrere Umgänge) und misst die Abweichung β aus dem magnetischen Meridian, in der die Nadel alsdann stehen bleibt. Man hat für diesen Gleichgewichtszustand, wenn μ die Polstärke, $2l$ die Nadellänge,

$$\mu T \cdot \beta \cdot 2l = D(\alpha - \beta),$$

also

$$D = MT \cdot \beta : (\alpha - \beta). \qquad (5$$

Gl. 4 und 5 ist mit der Gaussischen Nomenclatur z. B. in Kohlrausch's Leitfaden der prakt. Physik Art. 59 und 55 enthalten. Dass man für Gl. 1 resp. 4 die Nadel im magnetischen Meridian torsionslos macht, indem man statt derselben ein (ungefähr) gleich grosses (unmagnetisches) Gewicht an den Faden hängt und das obere Ende entsprechend einstellt, ist daselbst nicht erwähnt[1]).

Dies ist nothwendig, wenn die Nadel die richtige Declination (Abweichung vom geogr. Meridian) angeben soll. Die Gleichung 4 gilt aber auch, wenn die Nadel nicht torsionslos (im magnet. Meridian) aufgehängt ist. Diese Giltigkeit und die Grenze für dieselbe soll noch erwiesen werden.

Zu diesem Zwecke sei wieder β die Abweichung der Ruhelage vom magnet. Meridiane, so dass β und α die Bedeutung wie in Gl. 5 haben. Dann ist für eine beliebige Ausbeugung φ von dieser Ruhelage aus gegen diesen Meridian hin das Drehungsmoment, welches φ zu annulliren strebt, gleich $D(\alpha - \beta + \varphi) - MT(\beta - \varphi)$ oder mittels Gl. 5 gleich

$$(MT + D)\varphi,$$

und für ein φ auf der entgegengesetzten Seite jener Ruhelage (β) wird das entsprechende Drehungsmoment $MT(\beta + \varphi) - D(\alpha - \beta - \varphi)$, also auch dem vorigen Werthe gleich. Somit ist die Giltigkeit von Gl. 4 erwiesen, so lange $(\beta + \varphi)$ statt $\sin(\beta + \varphi)$ gesetzt werden darf und auch die Proportionalität des Torsionsmomentes mit der Winkelgrösse gilt.

In diesem gesperrt gedruckten allgemeinen Falle ist so zu sagen die Gleichung 4 die primäre und wird 1 daraus nur durch Motivirung mittels 5, während im genannten Falle der Torsionslosigkeit 1 dominirt und 4 als, oft unnöthige, Verbesserung auftritt. Für den ersten Unterricht ist daher dieser Fall vorzuziehen.

---

1) Nebenbei bemerkt widerstrebt die Benennung „Directionskraft" für D in Gl. 3 a. a. O. wegen ihrer letzten Silbe dem Dimensionencalcul und wäre mindestens „Directionsmoment" noch besser. Ich vermeide beides durch die aus der Ableitung der Pendelformel entnommene Regel des Weglassens von φ.

Zur Messung der Schwingungsdauer.

Von

A. Kurz.

Anlässlich der Bestimmung der Dämpfung von Schwingungen haben W. Braun und ich (s. Carl's Rep. Bd. 15, 17, 18) so viele Schwingungszeiten t gemessen, dass folgende Zusätze zu Kohlrausch's Angaben in Art. 52 seiner prakt. Physik vielleicht auch anderwärts dienen könnten.

Hat man 7 Durchgangszeiten aufgeschrieben und daraus 6 Umkehrzeiten berechnet, die ich mit $abcdef$ bezeichne, so ergibt sich t aus

$$\frac{(d+e+f)-(a+b+c)}{9},$$

bei Kohlrausch beispielsweise zu 13,34.

Häufig genügt auch $\frac{f-a}{5}$, was im gegebenen Beispiel auch 13,34 liefert.

Es lässt sich übrigens auch die gesonderte Berechnung jener 6 Zahlen ersparen, indem $(a+b+c)$ die halbe Summe der ersten 4 und $(d+e+f)$ die halbe Summe der letzten 4 Durchgangszeiten vorstellt. Die 4. Durchgangszeit schien da zwei Mal in Rechnung zu kommen. Aber in Wirklichkeit kommt sie gar nicht vor. Denn man findet sofort, indem man die Durchgangszeiten mit $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta$ bezeichnet, weil $a=\frac{\alpha+\beta}{2}$ u. s. w.

$$t=\frac{2\,[(\varepsilon+\zeta)-(\beta+\gamma)]+(\eta-\alpha)}{18}.$$

Häufig genügt auch $\frac{\eta-\alpha}{6}$, welches im selben Beispiele 13,33 liefert.

Gehen wir nun zur dritten Decimale über, die man erhält, wenn man wie a. a. O. zwei solche Beobachtungsreihen anstellt, aber von je 6 Durchgangszeiten

$$\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta \ \varepsilon \ \zeta$$

und

$$\alpha' \ \beta' \ \gamma' \ \delta' \ \varepsilon' \ \zeta',$$

welche durch ein etwa 5 Mal so grosses Zeitintervall, als $(\zeta - \alpha)$ ist, von einander getrennt sein mögen. Dann sind meine vorigen Annäherungswerthe $\frac{\eta - \alpha}{6}$ und $\frac{f - a}{5} = \frac{(\zeta + \eta) - (\alpha + \beta)}{10}$ um so mehr der umständlicheren Berechnung (mit Divisor 18) vorzuziehen. Ohne Benutzung der 7. Durchgangszeit η heissen dieselben $\frac{\zeta - \alpha}{5}$ und $\frac{e - a}{4} = \frac{(\varepsilon + \zeta) - (\alpha + \beta)}{8}$ und liefern beispielsweise 13,32 und 13,34.

Zur Verbindung der beiden genannten Reihen ist es das Kürzeste, deren Summen, die ich zur Abkürzung mit σ und σ' bezeichne, zu bilden und

$$\frac{\sigma' - \sigma}{6}$$

mit dem vorhin erhaltenen Annäherungswerthe für t zu dividiren. Man erhält dann die angenäherte Zahl n der im Zeitintervalle $(\alpha' - \alpha)$ verflossenen Schwingungen, welche natürlich eine ganze sein muss (eine gerade oder ungerade, je nachdem α und α' zu gleich- oder gegenstimmigen Durchgängen gehörten. Also ist

$$t = \frac{\sigma' - \sigma}{6n}.$$

(Kohlrausch hat in dem hierfür angezogenen Zahlenbeispiel auch $\frac{e - a}{4}$ als erste Annäherung für t benutzt.)

Macht man mehr als zwei Aufschreibungen, insbesondere in wachsenden Zeitintervallen, so kann man auch jene Summen (σ) ganz entbehren und je bloss eine einzige Durchgangszeit notiren.

Ueber die Bestimmung des Diffusionscoefficienten des Wasserdampfes in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure[1].

Von

Dr. Johann Guglielmo.

In einer vergangenes Jahr veröffentlichten Notiz[2]), welche zum Zwecke hatte, die Verdunstungsformel von Stefan zu erklären, wurde ich veranlasst, den Diffusionscoefficienten des Wasserdampfes in Luft zu berechnen, um unter verschiedenen Bedingungen ausgeführte Versuche mit einander zu vergleichen.

Die in jeder einzelnen Reihe von Experimenten erhaltenen Resultate waren für den Zweck, zu dem sie dienten, genügend übereinstimmend, sie differererirten aber nicht wenig von einer Versuchsreihe zur andern. Und in der That handelt es sich um Vergleichsversuche, so trug ich den äusseren Bedingungen nicht besonders gern Rechnung, wie da sind: Druck und Temperatur, welche gleichwohl in den zu vergleichenden Versuchen einen gleichen Einfluss ausübten; überdies könnten andere Fehlerquellen, auf welche in der genannten Notiz hingewiesen wird, sich geltend machen.

Ich behielt mir damals vor, bei einer anderen Gelegenheit Versuche auszuführen, um einen möglichst genauen Werth des fraglichen Coefficienten zu bestimmen, der, abgesehen von der theoretischen Seite) von Wichtigkeit ist auch für die Berechnung der Verdunstung und die Bestimmung der Psychrometerconstanten.

---

1) Aus den Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino Vol. XVIII (1882) vom Herrn Verfasser eingesendet.

2) Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino Vol. XVII (1881).

Die von Stefan[1]) gegebene Formel für das Dampfvolumen bei 0^0 und 760^{mm}, welches in der Zeiteinheit die Einheit des Querschnittes eines Cylinders durchsetzt, ist:

$$v_1 = \frac{k}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'},$$

worin h die Tiefe des Cylinders, p'' und p' die Dampfspannung an seinen Grenzen, p den äusseren Druck bedeutet und die Logarithmen natürliche sind. Für den Fall, dass s der Querschnitt des Cylinders und t die Versuchsdauer ist, wird:

$$v_1 = \frac{kst}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'}.$$

Diese Formel ist in Bezug auf die Dimensionen des Cylinders dieselbe wie die für die Wärmeleitung und die Ausbreitung der Elektricität, und der Kürze halber wollen wir die Grösse $\frac{h}{ks}$ den Widerstand der Luft nennen.

Der von mir benutzte Apparat bestand, wie in den vorigen Untersuchungen, aus einer einerseits geschlossenen Röhre, welche Wasser enthielt und sich in der Mitte eines weiten Glases befand, das am Boden Schwefelsäure enthielt, wodurch daselbst die Dampfspannung gleich Null wird. Die Anwendung der Schwefelsäure statt der Salzlösungen hat, ausser dass dadurch die Differenz der Spannungen des Wasserdampfes grösser wird, den Vortheil, jeden Fehler der aus der Dampfspannung der Salzlösungen selbst entstehen könnte, zu vermeiden.

Die verschiedenen Röhren hatten einen Querschnitt von nahe $191^{mm}2$, der mit Sorgfalt und in verschiedener Höhe bestimmt wurde; der Rand war geglättet und senkrecht zur Axe; sie wurde in dem Glase aufrecht gehalten von einer Röhre von grösserem Boden, wodurch auch verhindert wurde, dass sie von der äusseren Flüssigkeit benetzt wurde. — Die Gläser hatten einen Querschnitt von nahe $80^{cm}2$, und die Ränder waren mit Sorgfalt geschliffen; und nachdem die abgewogenen Röhren eingefügt waren, wurden sie mit einer geschliffenen Glasplatte geschlossen und mit Fett verschmiert; so wurden sie dann in ein grosses Wasserbad gebracht, um bei allen die Temperatur möglichst bekannt und constant zu erhalten. Letztere wurde durch ein Thermometer bestimmt, das in fünftel Grade getheilt und mit einem guten Normalthermometer von Fastré in Paris verglichen war. — Das Bad stand auf einem

1) Stefan, Versuche über die Verdampfung. Sitzungsb. d. k. Akad. d. Wiss. Bd. 68 (1873).

festen Marmortischchen, welches in einer Hauptmauer des Gebäudes befestigt war und so die grösstmögliche Stabilität besass.

Indem man die Röhren, bevor und nachdem sie durch eine bekannte Zeit in den Gläsern sich befanden, abwog, hatte man die Dampfmenge, welche von Wasser in die Schwefelsäure übergegangen war und konnte man so v berechnen.

In meinen früheren Versuchen maass ich direct die Distanz des vom Wasser gebildeten Meniscus von dem Rande der Röhre und brachte dann die Correction wegen des Meniscus gleichzeitig mit der wegen der äusseren Luft an, indem ich gleichzeitige Versuche mit Wasser bei verschiedenen Tiefen anstellte; diesmal bestimmte ich die mittlere Tiefe des Wassers mit grösserer Genauigkeit, indem ich das Volumen des leeren Raumes der Röhre durch den mittleren Querschnitt dividirte, das man natürlich erhält, wenn man den Unterschied zwischen dem Gewichte der Röhre nimmt nach ihrer Capacität (durch Quecksilber bestimmt), die Röhre mit Wasser genau gefüllt gedacht, und dem Gewichte derselben mit dem Wasser, wie man es bei dem Versuche findet.

Indem ich den Widerstand des Luftcylinders von dieser Höhe und den des wirklichen Cylinders, der von einem kreisförmig supponirten Meniscus und einem die Wände wenige Millimeter hinauf benetzenden Wasserstreifen, begrenzt wird, berechnete, überzeugte ich mich, dass der Unterschied zu vernachlässigen ist. Da die Aenderungen der Tiefe im Laufe eines Versuches gewöhnlich sehr gering waren, begnügte ich mich, das Mittel aus der anfänglichen und schliesslichen Tiefe zu berechnen.

Die Luftschichte, welche vom Wasserdampfe durchsetzt wird, besteht aus zwei cylindrischen Schichten, nämlich dem Innenraum der Röhre und dem ringförmigen Raume zwischen den Wänden der Röhre und des Glases, und überdies einer Luftschichte, welche sich über der Röhre befindet und die beiden ersten verbindet. Es ist leicht, den zweiten auf einen Cylinder vom innern Querschnitte der Röhre zurückzuführen und die dritte Luftschichte kann man durch vergleichende Versuche bei verschiedenen Tiefen reduciren; man erhält so mehrere Gleichungen von der Form:

$$v = \frac{kst}{h+x} \log \frac{p}{p-p'},$$

worin x eben die Höhe eines Luftcylinders vom inneren Querschnitte der Röhre und dem Widerstande der dritten Luftschichte ist. — Berechnet man den Einfluss eines Fehlers in v auf den Werth von x, so sieht man, wie dies auch a priori zu erkennen ist, dass man, um

die möglichst grosse Genauigkeit im Werthe von x zu erhalten, die Werthe von h in den Vergleichsversuchen möglichst verschieden nehmen muss und dass einer so klein als möglich sei. Kennt man einen genügend angenäherten Werth von k, so kann man durch einen einzigen Versuch x aus der vorhergehenden Gleichung erhalten.

Die Versuche, um x zu bestimmen, wurden mit 3 oder 4 Röhren angestellt, in welchen sich das Wasser in einer Tiefe von 40^{mm}, 20 bis 25 und 3 oder aber beziehungsweise 40^{mm}. 40^{mm}. 3^{mm}. 3^{mm} circa befand.

Da man in diesen Versuchen keine äusserste Genauigkeit erhält und dieselbe auch nicht nöthig ist, so leitete ich x aus der 3. oder 4. Gleichung ab, indem ich beim Vergleiche graphisch vorging, das Netz, welches durch die Gleichungen dargestellt wird, construirte und das Mittel aus den Durchschnittspunkten nahm. Das bietet auch den Vortheil, dass man falsche Versuche gleich erkennt und häufig auch sieht, wo der Fehler steckt. — Die so erhaltenen Mittelwerthe sind: $2{,}8^{mm}$, 2,65, 2,8, 2,5, 2,5; — 2,6, 3,1, 3,6; — 2,85, 3,0, 2,9, 2,8. Die zwischen den zwei Strichen enthaltenen Werthe wurden erhalten, indem statt Schwefelsäure Salzwasser angewendet wurde. Indem ich den letzten unter bessern Bedingungen erhaltenen Werthen grösseres Gewicht beilegte, nahm ich als Mittelwerth $2{,}9^{mm}$.

Bei Anwendung der Formel von Stefan auf diese Versuche wird vorausgesetzt, dass in den Schichten, welche an den Flüssigkeiten anliegen, der Dampf die den Flüssigkeiten entsprechende Spannung habe, wie dies wegen der langsamen Diffusion, wie sie in unserem Falle auftritt, sehr wahrscheinlich ist. Eine andere Fehlerquelle könnte darin bestehen, dass die feuchte Luft der unteren Schichten der Röhre, da sie specifisch leichter ist als die der mehr trocknen der oberen Schichten, Strömungen hervorrufen könnte, welche eine Vermehrung des überführten Wasserdampfes erzielen würden. Dass dies nicht eintritt, scheint mir genügend erwiesen aus der Uebereinstimmung der Werthe für k bei verschiedener Tiefe des Wassers in den Röhren und aus der kleinen Differenz, welche für x bei Anwendung von Schwefelsäure und Salzwasser erhalten wurde; es ist ja zu beachten, dass die unteren leichteren Schichten von keiner Seite von der dichteren Luft umgeben sind und so lange keinen Antrieb nach aufwärts bekommen, als die Schichten ihre regelmässige Form beibehalten, was wahrscheinlich eintrifft Dank der Stabilität der Unterlage, auf welcher der Apparat ruht[1]).

---

1) Hat die Fehlerquelle auch keinen merklichen Einfluss in unseren Versuchen, so glaube ich doch nicht, dass man das Gleiche sagen kann in Bezug auf die experimentelle oder theoretische Bestimmung der Menge des verdampften Wassers in

Um zu entscheiden, ob diese oder andere Ursachen einen merklichen Einfluss haben, habe ich weitere Versuche mit drei Röhren gemacht, einer mit reinem Wasser in einem Glase mit Salzwasser, einer zweiten mit gleichem Salzwasser in einem Glase mit Schwefelsäure, einer dritten mit reinem Wasser in einem Glase mit Schwefelsäure. — Wenn wir in der Formel von Stefan statt der Differenz der Logarithmen $\log(p-p'') - \log(p-p')$ die Differenz der Zahlen nehmen (welche bei ihrer kleinen Verschiedenheit den früheren proportional genommen werden können), d. h. $p'-p''$, so findet man bei Anwendung auf diese Versuche, dass die Menge Wasser, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes der dritten Röhre geht, gleich sein muss der Summe der Mengen, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes in den beiden andern Röhren geht, vorausgesetzt, dass die Tiefe des Wassers in allen drei Röhren gleich sei, oder dass man die betreffende Correction angebracht habe. — In der folgenden Tabelle bezeichnen q_1, q_2, q_3 die Gewichte des in den drei Röhren verdampften Wassers, nach Anbringung der Correction wegen des kleinen Unterschiedes der Querschnitte und der Tiefe und reducirt auf die Zeiteinheit.

q_1	0,243	0,387	0,402
q_2	0,760	1,15	1,22
q_3	0,990	1,535	1,663
q_1+q_2	1,004	1,537	1,62

Die Uebereinstimmung der Zahlen der beiden letzten Horizontalreihen ist befriedigend, und bietet so einen weiteren Beleg, dass obengenannte Fehlerquellen gleich Null oder vernachlässigbar sind.

Es folgen hier in der nächsten Tabelle die Resultate einer ersten Versuchsreihe; in der ersten Colonne findet sich die Entfernung des Wassers von der Schwefelsäure, die ganze Distanz auf den Querschnitt der Röhre reducirt; in der zweiten Colonne ist die Dauer der Verdampfung, in der dritten die Temperatur, in der vierten das Gewicht des verdampften Wassers in Milligrammen, in der fünften der Diffusionscoefficient k_8 dem Gewichte nach oder das Gewicht des verdampften Wassers für den Fall, dass $h+x=1^{\text{cm}}$, $s=1{,}2^{\text{cm}}$, $t=1^{s}$, $\log\frac{p}{p-p'}=1$ ist, reducirt auf die Temperatur von 8^0, indem mit Stefan angenommen

freier Luft, auf welchen Fall sich nicht schlechtweg die Theorie der Diffusion anwenden lässt, welche für die verdampfte Menge zu kleine Werthe geben müsste. — So würde auch die Psychrometerconstante, welche durch die mechanische Theorie der Diffusion gegeben wird, zu klein ausfallen; in der That erhält Stefan theoretisch für den Diffusionscoefficienten 0,18, während Maxwell glaubt 0,24 annehmen zu sollen (Zeitschr. der österr. Gesellschaft für Meteorologie Bd. 16 S. 181).

wurde, dass k der absoluten Temperatur proportional sich ändere. Der Einfachheit und der Rechnung halber wurden die gemeinen statt der von der Formel verlangten natürlichen Logarithmen angewendet, und die bezügliche Reduction ist dann für den im Volum ausgedrückten Diffusionscoefficienten am Mittelwerthe angebracht. Die Horizontallinien trennen die Gruppen von Versuchen, die gleichzeitig ausgeführt wurden.

	$h+x$	τ	t	q	k_3
734,8 mm	23,6 mm	428′	9,45°	42,6 mg	0,02355
	28,30	457	"	38,6	237
	18,7	392	"	49,5	235
733,5	23,9	873	9,3	86,8	237
	28,55	842	"	71,1	238
	19,1	900	"	112,1	235
732,5	24,6	1017	9,37	98,1	235
	29,1	1040	"	85,0	234
	19,85	1040	"	122,8	233
732,9	26,35	1704	9,15	151,9	240
	24,6	1705	"	165,6	235
	21,2	1700	"	185,7	235
741,2	43,7	589	6,85	26,8	242
	32,9	561	"	33,6	236
	23,3	532	"	44,4	234
740,0	43,85	868	6,95	39,6	239
	33,18	895	"	54,5	240
	23,64	922	"	77,0	235
738,0	44,1	1393	6,95	63,6	240
	33,5	1391	"	83,5	238
	24,1	1390	"	112,7	231
734	43,7	335	7,07	15,5	236
734	43,8	241	7,25	11,25	235
760,9	43,6	316	7,28	14,8	243
	43,65	326	"	15,15	2396
760,9	43,67	242	7,96	11,6	236
	43,7	226	"	11,0	238
754,6	43,7	717	8,5	36,4	2374
	29,6	353	"	27,0	241
754,6	29,74	347	8,6	27,1	2466
	29,7	700	"	54,1	2446

Das Mittel dieser Werthe ist 0,02363; der entsprechende Werth des Diffusionscoefficienten im Volum ausgedrückt, oder das Volum des Gewichtes k des Dampfes bei 0° und 760^{mm} (als Einheiten sind Cm. Gr. Minute genommen), indem gleichzeitig die Reduction wegen des Ueberganges von den gemeinen zu den natürlichen Logarithmen gemacht wird, ist: $k_8' = 12,74$.

In diesen Versuchen, die die ersten waren, berücksichtigte ich nicht die kleine Verschiedenheit der Querschnitte der Gläser, die von 76 bis $81^{cm}2$ variirten. Dieser Unterschied hat besonders bei der Bestimmung von x einen Einfluss. In den folgenden Versuchen berücksichtigte ich auch diese; überdies hatten hierbei kleine Fehler im Werthe von x, wegen der grossen Länge der Luftschichte, einen kleineren Einfluss; der angenommene Werth $2,9^{mm}$ bezieht sich speciell auf die folgende Reihe

	$h+x$	τ	t	q	k_8
$760,9^{mm}$	43,6	316′	$7,28^{0}$	14,8	0,0243
	43,65	326	„	15,15	239
760,9	43,67	242	7,96	11,6	236
	43,7	226	„	11,0	238
754,65	43,7	717	8,5	36,4	2374
	29,6	353	„	27,0	241
754,6	29,74	347	8,6	27,1	246
	29,7	700	8,55	54,1	244

Das Mittel dieser Werthe ist 0,0241 für k_8 und der entsprechende Werth für k_8' ist 12,99; nimmt man zwischen diesen und den vorhergehenden Werthen das Mittel, so hat man für k_8 0,0239 und für k_8' 12,86.

Einige Monate später machte ich neue Versuchsreihen; hierbei war die Temperatur 15^{0}.

Da das Eintauchen der Gläser in das Wasserbad einen genauen Verschluss mit Fett verlangte, was ausser der Langwierigkeit eine langsam zunehmende Temperatur der Gläser voraussetzte, so brachte ich die Röhren auf dem Boden eines grossen Gefässes an, wo sich eine etwa 5^{cm} hohe Schwefelsäureschichte befand, und stürzte über jede derselben das betreffende Glas nach Art eines Recipienten. Das Gefäss war mit einem Deckel versehen, der eine Oeffnung hatte für das Thermometer, dessen Gefäss in die Schwefelsäure tauchte. So wurde das Gefäss bis hart an den Rand in ein grosses Wasserbad getaucht. Ich berücksichtigte die neue Entfernung der Schwefelsäure vom Rande der Röhre und erhielt so die folgenden Werthe für k_{15} und k_{15}', welche auf die

Temperatur von 15⁰ reducirt sind, eine Temperatur, die nahe die der Versuche war.

$h+x$	τ	t	q	k_{15}
43,6	390′	15,67⁰	33,4	0,0251
23,86	367	"	56,4	2444
43,85	716	16,04	60,5	241
24,3	720	"	110,8	2416
23,5	197,5	15,74	31,7	247
44,34	225	"	19,0	2455
23,74	379	15,97	60,0	242
44,47	361	"	30,7	244
44,35	1315	15,65	110,9	253
44,9	1290	"	107,1	241
44,15	1321	"	110,8	249
44,4	516	15,96	44,7	248

Das Mittel dieser Werthe ist 0,02456 für k_{15} und man erhält $k_{15}' = 13,05$. Wenn man aber k_{15} aus k_8 ableitet, indem man annimmt, dass k mit der absoluten Temperatur proportional wachse, so ergibt sich $k_{15} = 0,0245$. Die Uebereinstimmung ist, mit Rücksicht auf das kleine Temperaturintervall, sehr befriedigend, da hierbei der Temperatureinfluss leicht durch zufällige Fehler verdeckt sein könnte.

Versuche über die Diffusion in Wasserstoff und Kohlensäure.

Ich benutzte den gleichen Apparat und brachte nur an jedes Glas zwei mit gut schliessendem Hahn versehene U-Röhren an, die einen Ast im Glase, den andern aussen hatten; eine derselben, diejenige, durch welche der Wasserstoff ein- und die Kohlensäure austrat, hatte den inneren Ast bis nahe am Boden des Glases; die andere aber, durch welche der Sauerstoff aus- oder die Kohlensäure eintrat, reichte mit dem inneren Aste bis nahe an die Oberfläche der Schwefelsäure und war oben im rechten Winkel gebogen. Dies um die Vermischung des Gases mit der Luft zu verlangsamen und in der kürzesten Zeit die grösste Menge Luft auszutreiben.

Nichtsdestoweniger ist eine wenngleich kleine Correction für die Zeit, während welcher noch Luft im Glase bleibt, anzubringen. Nennen wir V das Volum der Mischung der Luft und des Gases im Glase, und sei y das Volum der zurückgebliebenen Luft und $V-y$ das des Gases und setzen wir der Einfachheit wegen voraus, dass beim Eintritt

eines Gasvolums dv ein Volum dv der vollkommenen Mischung austrete, die in den Proportionen y der Luft und $V-y$ des Gases vorausgesetzt ist, so wird das ausgetretene Luftvolum sein $\frac{y}{V}\,dv$ und das Volum der zurückgebliebenen Luft $y-\frac{y}{V}\,dv$; man hat daher $dy = -\frac{y}{V}\,dv$ und

$$ly = -\frac{v}{V} + c \text{ oder } y = Ve^{-\frac{v}{V}}$$

und für $V = 1$, $y = e^{-v}$. Nach einem Durchgang vom Gasvolum $3V$ wird daher, in diesem gewiss nicht günstigen Falle, das Verhältnis der zurückgebliebenen Luft nur $\frac{5}{100}$ sein.

Um bei diesen Versuchen gewiss zu sein, dass die Luft ausgetrieben sei, liess ich 6 bis 10 Liter Gas in beiläufig 10 Minuten durchstreifen, V war nahe ½ Liter und so konnte ich annehmen, dass nach zwei Minuten das Verhältnis der zurückgebliebenen Luft zu vernachlässigen und ohne Einfluss in dieser Correction sei. Ich berechnete annäherungsweise die nothwendige Zeit, um das Verhältnis der Luft vernachlässigbar zu machen, und nahm an, dass für den Wasserstoff 3 Minuten lang in dem Glase eine merkliche Menge Luft vorhanden sei; ich setzte dann voraus, dass 1,5 Minuten lang das Glas nur mit Luft und 1,5 Minuten lang nur mit Wasserstoff gefüllt bleibe.

Da ich überdies befürchtete, dass, weil beim Wasserstoff die Versuchsdauer eine kleinere war, bei der Berührung der Röhre mit den Fingern und, nach der Wägung, bei der Reinigung die Erwärmung des Wassers von Einfluss sein könnte, so brachte ich eine Handhabe von Kupferdraht mit Siegellack an und bestimmte x aufs neue.

Der Wasserstoff wurde mit Zink, wie es im Handel vorkommt, und verdünnter Schwefelsäure entwickelt; ich trug jedoch Sorge, dass er möglichst rein sei, trocknete ihn durch ein Gefäss mit Schwefelsäure und führte ihn durch eine Röhre, die mit in Schwefelsäure getränktem Bimstein gefüllt war. Ich beachtete auch, dass das Röhrenende während des Durchganges des Gases sich im völlig trocknen Gas befinde statt in dem das etwas Wasserdampf enthält, wie das während der Versuchsdauer wohl vorkommt, obwohl dies von nur geringem Einfluss auf das Resultat sein kann. — Ich trug Sorge, dass keine Spalten vorhanden seien, durch welche sich Luft mit dem Wasserstoffe mischen könnte, sowohl im Entwicklungsapparate, als auch in den Gläsern, deren Röhren gut eingefettete Hähne besassen und die überdies mit Glasstöpseln verschlossen waren, welche in die Gummischläuche, die als Röhren-

verbindung dienten, hineingesteckt waren. — Ich stellte überdies Versuche an, indem ich verschiedene Volume Wasserstoff durchtrieb, um mich zu vergewissern, dass dieselben nicht etwa ungenügend seien um alle Luft aus den Gläsern zu vertreiben.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,1	839′	17,10°	78,8	0,02505
43,7	454	18,69	47,1	2475
43,8	1724	18,25	174,3	248
43,7	561	16,54	50,5	242
43,7	447	17,98	44,8	250
43,7	465	18,48	47,9	251
43,3	220	18,33	22,3	247
43,3	391	22,82	53,3	244
43,6	361	23,08	49,2	244
43,6	249	18,6	27,0	251

Das Mittel dieser Werthe für k_{18} ist 0,02475 und für k_{18}' erhält man 13,33; leitet man aber den Werth k_{18} aus k_{15} ab, so ergibt sich $k_{18} = 0,0248$; die Uebereinstimmung ist auch in diesem Falle befriedigend.

Verdampfung im Wasserstoff.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,0	407′	18,7°	148,0	0,0881
44,0	389	"	139,8	865
44,3	552	19,25	209,4	879
43,0	263	18,40	100,4	915
44,0	258	"	97,7	923
43,7	344	16,58	109,8	874
44,1	338	"	105,1	855
44,1	172,5	16,53	54,3	871
44,3	336	17,97	135,4	872
44,3	391	"	135,4	882
44,1	431	18,48	150,8	862
44,2	401	"	140,8	862
43,6	137	18,34	65,1	861
43,7	172	"	59,9	858
44,3	448	22,8	207,2	855
44,5	362	"	167,3	853
45,4	93,2	23,5	44,6	852
43,8	55,3	"	27,7	863

Das Mittel dieser Werthe von k_{18}, welche trotz meiner Sorgfalt für Beseitigung der Fehlerquellen ziemlich merkliche Differenzen auf-

weisen, ist: 0,0871, welchem der im Volum ausgedrückte Coefficient $k_{18}' = 46,95$ entspricht. Das Verhältnis dieses Coefficienten zu dem der Luft unter denselben Bedingungen ist: 3,52.

Ich stellte auch noch Versuche an über die Diffusion in Kohlensäure, und in der folgenden Tabelle finden sich die am meisten übereinstimmenden Werthe; aber wie sehr ich auch Sorge trug, reines Gas anzuwenden, indem ich den Eintritt von Luft in die Gefässe auszuschliessen bestrebt war, so erhielt ich trotzdem zuweilen viel grössere Werthe, ja zuweilen grössere als für die Luft, obwohl der Apparat schon beim Wasserstoff, der doch so schwierig vollständig abzusperren ist, gedient hatte und wenngleich am Schlusse der Versuche das Gas an seinen charakteristischen Eigenschaften deutlich als Kohlensäure sich zu erkennen gab. Ich glaube, dass diese Schwankungen davon herrühren können, dass, weil die Dichtigkeitsunterschiede zwischen den unteren Schichten in der Röhre und den oberen mehr trockenen und dichteren in diesem Gase grösser seien als in der Luft, dieses labile Gleichgewicht leichter gestört werde, und sich so Strömungen bilden, während zuweilen die Störung dieses Gleichgewichts nicht eintritt und die Diffusion genügend regelmässig vor sich gehen kann.

Das Gas wurde aus Calciumcarbonat mit Salzsäure entwickelt; eine Lösung von Natriumcarbonat hielt die Dämpfe der Salzsäure zurück; eine Flasche mit Schwefelsäure und eine U-Röhre, die mit in Schwefelsäure getränktem Bimstein gefüllt war, trockneten das Gas. Es folgen hier die am meisten übereinstimmenden Resultate, um eine Vorstellung des Werthes des Coefficienten zu geben.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
43,55	940′	17,13°	56,6	0,0159
43,59	901	"	55,3	162
43,63	925	17,1	52,8	151
44,1	839	"	78,8	148
43,72	264	18,7	17,1	153
44,07	272	"	17,3	151

Das Mittel dieser Werthe ist 0,01554, und der entsprechende Coefficient im Volum ausgedrückt wäre 8,38 und sein Verhältnis zum Diffusionscoefficienten in Luft wäre 0,678.

Bei Berechnung dieser Versuche ging ich nach der Formel von Stefan vor, eine Formel, welche sowohl durch die Experimente von Stefan selbst als durch von mir ausgeführte Versuche, die in besagter Notiz mitgetheilt sind, bestätigt wird.

Mittels der gleichen Erwägung, die Meyer[1]) anwendet, um im Falle von zwei Gasen die Anzahl der Molekeln eines jeden Gases, die in der Zeiteinheit die Einheit des Querschnittes passiren, zu finden, kann man den Diffusionscoefficienten auch in unserem Falle ableiten. Infolge der Partialdrucke in den verschiedenen Querschnitten hat man einen Ueberschuss von Dampfmolekeln, die gegen die Schwefelsäure und einen Ueberschuss von Luftmolekeln, die gegen das Wasser gehen; der Totaldruck gegen die Schwefelsäure hat das Bestreben zuzunehmen um den ersten Ueberschuss vermindert um den zweiten und weiter vermindert um die Anzahl x der Molekeln, welche von der Schwefelsäure absorbirt werden; infolge dieses Bestrebens trachtet eine entsprechende Anzahl Molekeln der Mischung im entgegengetzten Sinne sich zu bewegen. Indem man so die Summe der Molekeln bildet, welche in Wirklichkeit den Querschnitt durchsetzt, findet man, dass dieselbe gleich sein muss der Anzahl x der Molekeln, welche von der Schwefelsäure absorbirt werden. — Der Ausdruck für diese Anzahl der Molekeln ergibt gleich dem für den Fall zweier Gase, mit der Umänderung der Zahl N der Molekeln der Mischung für die Volumeinheit bei 0° und 760^{mm} in die Zahl N', das Gasmolekel ebenfalls für die Volumeinheit bei 0° und 760^{mm}.

Man hat daher:

$$x = \frac{\pi n}{8 N_1}(N_1 L_2' \Omega_2 + N_2 L_1' \Omega_1),$$

wo n die Differenz der Anzahl der Molekeln für die Volumeinheit bei 0° und 760^{mm} in zwei um die Einheit von einander entfernten Querschnitten; N_1 und N_2 die Anzahl der Molekeln für die Volumeinheit bei 0° und 760^{mm} des Gases und des Dampfes in einem bestimmten Querschnitte, L_1', L_2' die mittleren Weglängen zwischen zwei Zusammenstössen der Gasmolekeln, beziehungsweise Dampfmolekeln, in der Mischung, Ω_1, Ω_2 die Geschwindigkeiten der Molekeln selbst sind. Man hat ferner:

$$L_1' = \frac{1}{N_1 \pi \varrho_1^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}}$$

$$L_2' = \frac{1}{N_2 \pi \varrho_2^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}},$$

1) Meyer, Die kinetische Theorie der Gase (1877) S. 165.

wo m_1, m_2 die Masse, ϱ_1 und ϱ_2 die Radien der Wirkungssphäre der Gas- und Dampfmolekeln sind und $\sigma = \frac{1}{2}(\varrho_1 + \varrho_2)$. Man hat daher für den Diffussionscoefficienten:

$$D = \frac{\varkappa}{n} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{\Omega_1}{\frac{N_1}{N_2} N_1 \pi \varrho_1^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}} + \right.$$
$$\left. + \frac{\Omega_2}{\frac{N_2}{N_1} N_1 \pi \varrho_2^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}}\right).$$

Der Diffusionscoefficient variirt also auch in diesem Falle mit der Aenderung von N_2, (obwohl zu beachten ist, dass er mit wachsendem N_2 im ersten Bruche $\frac{N_1}{N_2}$ abnimmt und im zweiten $\frac{N_2}{N_1}$ wächst, weshalb die Totaländerung geringer ausfallen wird). — Versuche von Stefan mit Aether bei verschiedenen Temperaturen, bei welchen die Dampfspannung zwischen 302 und 605^{mm} variirt, würden dagegen beweisen, dass der Coefficient constant und durch seine Formel bestimmt ist; und man müsste daher annehmen, dass in der That zwischen den Molekeln eine Abstossung in verkehrtem Verhältnisse der fünften Potenz der Entfernung besteht[1]).

Wie dem immer sei, der aus der Meyer'schen Formel abgeleitete Coefficient kann in unserem Falle angewendet werden, da in diesem die Druckänderungen in jeder Versuchsreihe fast Null sind. — Indem ich einen Versuch bei 15,74^0 und 740^{mm} Druck (dessen Resultat mit dem Mittel aus den Versuchen zusammenfällt) wählte und dem Verhältnisse $\frac{k}{n}$ das Verhältnis der entsprechenden Volume bei 0^0 und 760^{mm} substituirte, fand ich für D bei 15,74^0 und 740^{mm} Druck den Werth 0,2443, worin die Einheiten Centimeter, Gramm, Secunde sind. — Indem ich dann statt des Verhältnisses von N_1 zu N_2, das der entsprechenden Drucke, welche denselben proportional sind, wählte (und für diese Drucke, welche in den verschiedenen Querschnitten variiren, die betreffenden Mittelwerthe nahm), substituirte ich für $N_1 \pi \varrho_1^2 \sqrt{2}$ den reciproken Werth der mittleren Weglänge des Sauerstoffes und setzte voraus, dass $N_1 \pi \varrho_2^2 \sqrt{2}$ der reciproke Werth der mittleren Weglänge des Wasserdampfes $= x^2$ sei, und erhalte so die Gleichung:

$$\frac{283200}{183560000 + 5(306 + x)^2} + \frac{502900}{0,1958\,x^2 + 5(306 + x)^2} = 0,2443.$$

1) Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte 1872.

Dieselbe ist vom 4. Grade für x; betrachtet man jedoch den zweiten Theil des Nenners des ersten und den ersten Theil des Nenners des zweiten Bruches, so sieht man, dass sie gegen die andern zwei Theile sehr klein sind, und man kann in ihnen den aus den Versuchen von Kundt und Warburg gefundenen Werth einsetzen, wodurch die Gleichung vom 2. Grade wird. Es ergibt sich so $x = 342$ und indem man diesen neuen Werth in die zwei obgenannten Ausdrücke einsetzt, so erhält man $x = 341$ oder für den Werth der mittleren molecularen Weglänge des Dampfes in Dampf bei nahe 16^{0} und 740^{mm}: $L = 0{,}00000891$, während die mehr unmittelbaren Versuche von Kundt und Warburg[1]) $L = 0{,}00000649$ geben. Die Uebereinstimmung ist nicht eben sehr gross, dennoch überschreitet der Unterschied nicht die Grenzen, welche Stefan auch bei vollkommenen Gasen erhielt.

1) Pogg. Ann. (1876) Bd. 155 S. 540.

Ueber die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene[1]).

Von

W. C. L. van Schaik.

I.

Natur der Lichtbewegung.

Bekanntlich hat man die optischen Phänomene auf eine Bewegung zurückgeführt, welche die Natur des Lichtes durch Gleichungen von der Form

$$\xi = c \cdot \cos \frac{2\pi t}{T}, \quad \eta = c \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \tag{1}$$

charakterisiren, wo ξ und η für einen bestimmten Punkt des Strahles die auf die Fortpflanzungsrichtung z senkrechten Verschiebungen, T die der betreffenden Lichtart entsprechende Schwingungsperiode und t eine variable Zeit bedeutet.

Diese Gleichungen, welche die »transversale« Schwingung definiren, lassen die Art der Bewegung, welche im Lichtstrahle zum Ausdruck kommt, unbestimmt. Es können verschiedene Bewegungsmodelle obiger Definition genügen.

Stellen wir uns zuerst einmal vor, dass eine Reihe von materiellen Punkten senkrecht auf die Fortpflanzungsrichtung einfache Schwingungen ausführe (Fig. 1).

Fig. 1.

Es ist das die gewöhnliche Vorstellungsweise der Luftschwingung; die Punkte sind Theile des »Aethers«, welche die Verschiebungen ξ und η

---

1) Uebersetzt aus Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles (1883) Bd. 1.

senkrecht zur z-Axe erleiden und welche bei einem gerade polarisirten Strahl in einer Ebene liegen.

Dann aber können wir uns auch in der Ebene der Zeichnung eine Reihe kleiner Linien vorstellen, welche zunächst parallel einander gereiht sind, dann aber periodisch um eine durch ihre Mitte gehende Gerade und senkrecht zur Ebene der Zeichnung hin und her schwingen. Wenn sie sich in dieser Weise und in solcher Aufeinanderfolge bewegen, dass sie in einem gewissen Momente die in Fig. 2 angedeutete Stellung

Fig. 2.

einnehmen, so können sie gleichfalls als Modell für einen gerade polarisirten Strahl gelten, dessen Bewegung in der Ebene der Zeichnung (yz) vor sich gehend gedacht wird.

Dieselbe Bemerkung gilt für ein drittes Modell der Bewegung, welches Fig. 3 darstellt. Hier sind es kleine runde Scheiben, welche

Fig. 3.

einander parallel so angeordnet sind, dass die z-Achse senkrecht durch ihre Mitte geht und welche beispielsweise um eine der x-Axe Parallele (welche wir immer als eine zur Polarisationsebene Senkrechte annehmen wollen) periodisch hin- und herschwingen. Wenn andrerseits diese Scheibchen auch eine schwingende Bewegung um eine zur y-Axe parallele Gerade ausführen, so ist klar, dass diese beiden verschiedenen Bewegungen einander nie neutralisiren oder gegenseitig nie verstärken können. Eine Interferenz kann nur dann eine Verstärkung oder Schwächung hervorbringen, wenn die Axen, um welche die Schwingungen stattfinden, nicht senkrecht auf einander stehen, da ja eine vollständige Uebereinanderlage der Bewegungen nur möglich ist, wenn die beiden Schwankungen, welche ein Scheibchen ausführt, um dieselbe Axe vor sich gehen, d. h. wenn die gegebenen Schwingungen in derselben Ebene polarisirt sind.

Errichten wir jetzt im Mittelpunkt jedes Scheibchens dieses Modelles (Fig. 4) eine Senkrechte, und geben wir allen diesen Senkrechten eine bestimmte Länge. Es sei M diese Länge

M
η
z
ξ

Fig. 4.

und es seien ξ und η die Coordinaten dieses Endpunktes. Wenn wir dann die Gleichungen 1 auf den Punkt M anwenden, so wird dieser Punkt durch seine Bewegung die Schwingung eines jeden Scheibchens repräsentiren.

Ein viertes Modell z. B. kann man dann in folgender Weise construiren: Stellen wir uns vor, dass das Mittel, in welchem die Lichtbewegung sich fortpflanzt, locale Rotationen um eine zur y-Axe senkrechte Linie ausführe. Der Sinn und die Geschwindigkeit dieser Bewegungen kann dargestellt werden durch die Richtung und Länge der nach den Axen der Rotation gezogenen Linien (Axen von Poinsot). Die Ordinate η des Endes M einer solchen Axe hat auf verschiedenen Punkten des Lichtstrahls verschiedene Werthe und variirt mit der Geschwindigkeit und dem Sinne der Rotation. Diese Rotationen können niemals durch das Zusammentreffen mit anderen ähnlichen Rotationen, welche um eine zur x-Axe parallele Gerade vor sich gehen, annullirt oder vermindert werden. In gleicher Weise wird immer das Ende M der resultirenden Rotationsaxe durch seine Schwingungsbewegung die Bewegung der Rotation des Mittels bestimmen.

In dieser Weise kann man eine Menge anderer Modelle construiren, welche alle einen Mechanismus darstellen, der durch seine Bewegung den optischen Phänomenen Genüge leistet.

Selbst nach den Arbeiten von Young, Arago und Fresnel ist man nicht berechtigt, einem dieser Modelle den Vorzug vor dem andern zu geben.

In allen diesen Beispielen lässt sich die Bewegung des Ganzen durch einen Punkt M definiren, dessen Transversalbewegung für ein homogenes Licht und an einen bestimmten Punkt des Mittels durch die oben gegebenen Gleichungen 1 bestimmt ist.

Diese Gleichungen verlangen andrerseits unbedingt, dass man setze

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -a\xi \text{ und } \frac{d^2\eta}{dt^2} = -a\eta, \tag{2}$$

wo a eine Constante bedeutet.

Diese Formeln nun zeigen an, dass die auf den Punkt M ausgeübte Acceleration der Verschiebung dieses Punktes proportional sein muss. Das ist auch der Charakter der Acceleration, welcher sich bei den durch Elasticität verursachten Bewegungen zeigt. Infolge dessen nennt man auch die Lichtbewegung ein Phänomen der Elasticität und so oft man ihm diesen Namen beilegt, geschieht es immer, weil den obigen Gleichungen Genüge geleistet werden muss. Gewöhnlich sagt man, dass das Licht aus einer transversalen Hin- und Herbewegung des »Aethers« bestehe und man nimmt an Stelle des Punktes M in den erwähnten Modellen ein Aethermolekül an. Will man z. B. das Licht als Resultat von Bewegung elektrischer Natur auffassen, so müssen sich diese Bewegungen immer vollständig durch die Bewegung des Punktes M bestimmen lassen und diese ist eine periodische Transversalbewegung.

Man weiss, dass die Theorie, wie sie in ihren Details von Fresnel, Neumann und Cauchy entwickelt wurde, in Bezug auf die Quantitäten des reflectirten und gebrochenen polarisirten Lichtes zu gewissen Resultaten führt, welche der Versuch nicht bestätigt. Diese Ungenauigkeit

in theoretischen Consequenzen kann nicht immer daher kommen, dass diese Mathematiker das Licht als Elasticitätsphänomen aufgefasst haben; denn mit diesem Wort haben sie allein die oben erwähnten Gleichungen für Acceleration übersetzt.

Die Ungenauigkeit der erhaltenen Resultate hängt mit dem relativen Werthe zusammen, welcher in den Entwicklungen dieser »Elasticität« des Aethers in den verschiedenen Mitteln beigelegt wurde. Die Formeln der Theorie haben so bestimmte Formen angenommen, welche zu diesen Resultaten führten.

Die gewöhnliche Vorstellungsweise der Lichtbewegung ist durch den Umstand charakterisirt, dass man unter den Modellen, welche den gewollten Bedingungen Genüge leisten, eines willkürlich herausgewählt hat, unser Modell Nr. 1; in andern Ausdrücken, man hat durch eine bestimmte Materie, den Lichtäther, den mathematischen Punkt M materialisirt.

Die Natur des Lichtes kann aber auch in Schaukelbewegungen, wie bei den Modellen 2 und 3, bestehen. Das was hin- und hergeht, kann auch ein Zustand sein, so wie man in Fig. 5 sieht, wo wir eine Reihe

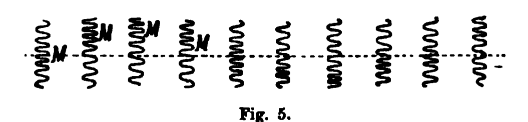


Fig. 5.

von Spiralen dargestellt haben, deren jede schon eine Schwingung aufweist: Ein Zustand des Maximums, der Compression oder eine Condensation im Punkte M durchläuft nach beiden Richtungen abwechselnd alle Spiralen. Man kann in gleicher Weise die Frage unentschieden lassen, ob man unter »Lichtäther« eine Materie oder lieber den Zustand einer Materie oder Körper verstehen soll. Ebenso ist es vollkommen erlaubt, ein »Aethermolekül« an Stelle des Punktes M zu setzen, ohne anderweitig darüber, was dieser Aether selbst sein kann, irgend etwas anzugeben.

Wir wissen also absolut nicht, was das eigentlich ist, was eine hin- und hergehende oder eine Schaukelbewegung im Lichtstrahle vollführt. Es ist jedoch gewiss, dass uns die Natur dieser Bewegung bekannt ist, und zwar in dem Sinne, welcher als periodische und transversale Bewegung definirt wurde, welche, selbst gut bekannt, oben dem mathematischen Punkte M zuerkannt wurde. Die gewöhnliche Lichttheorie hat aber in Wirklichkeit nichts anderes gethan, als diese letztere Bewegung in diesen speciellen Fällen zu umschreiben. Alles, was folglich auf die Natur dieser Bewegung Bezug hat, bleibt unberührt und muss rückhaltslos von jeder neuen Lichttheorie zugegeben werden, welche man bezüglich des Lichtes sich bilden will.

Man kann also die Bewegung eines solchen Punktes *M* (Aethermolekül) zu beschreiben fortfahren. Alles das was Huygens[1]) über die Wellen gesagt hat, all das, was später die französischen Optiker als nothwendige Consequenzen aus der Bewegung des Punktes *M* abgeleitet haben (die Erscheinungen der Färbung durch Interferenz und Polarisation, die Drehung der Polarisationsebene u. s. w.) bleibt wahr und unvergänglich.

Mit Bezug auf die Veränderungen, welche die Trajectore des Punktes *M*, sei sie nun elliptisch, rund oder geradlinig, beim Uebergang aus einem Mittel in ein anderes, bei der Reflexion und Brechung erleiden muss, hat man sich in der gewöhnlichen Optik gleichfalls mit Hypothesen geholfen. Nun haben aber diese Veränderungen mit Recht grosse Bedeutung in Bezug auf die Lichtintensität[2]).

Wenn man in seinen Rechnungen annimmt, dass das Licht in periodischen und transversalen Bewegungen der Elektricität besteht — ohne übrigens anzugeben was Elektricität ist —, dann können die Specialannahmen über die »elastische Kraft« des Punktes *M*, ferner über die Umstände, welche beim Uebergang aus einem Mittel in ein zweites auftreten, auch viel genauer mittels der durch das Experiment gegebenen Kenntnis der Bewegung der Electrität in Leiter und Nichtleiter gefasst und bestimmt werden.

Eine Theorie, welche von diesem Gesichtspunkte ausgeht, ist ihrer Natur nach viel reicher; sie hat den Vortheil, unter einem einzigen Blicke zwei Erscheinungsgruppen zu umfassen, die Bewegung des Aethers und die Bewegung der Elektricität, so dass das, was wir über die einen wissen, dazu dienen kann, unsere Ideen über die zweite aufzuklären und unsere Kenntnisse zu vermehren.

Eine solche Theorie, wie sie Clerk Maxwell gegeben hat, liegt also keineswegs ausserhalb der gewöhnlichen Undulationstheorie, welche sich einzig und allein mit der Bewegung des Punktes *M* befasst. Auch sagt Maxwell: »Prof. Rankine hat entgegengesetzte Rotationen der Moleküle um ihre Axen angenommen, während ich entgegen gerichtete Magnetisationen und elektromotorische Kräfte angenommen habe; die Annahme aber einer jeden dieser Hypothesen wird keineswegs den eigentlichen Charakter der Undulationstheorie ändern.« Theory of Heat (1875) p. 236.

Andrerseits versucht man heutzutage die elektrischen Erscheinungen durch die Existenz einer einzigen Flüssigkeit, welche man mit dem Lichtäther identificirt, zu erklären: dies that u. A. Edlund. Andrerseits setzt man die Kenntnis der elektrischen Bewegungserscheinungen als bekannt voraus und untersucht, bis zu welchem Punkte die Consequenzen,

1) Traité de la lumière (Leyde, 1690) p. 17, 22, 33, 34, 59, 72.

2) Hier findet z. B. gar keine Uebereinstimmung zwischen den verschiedenen Physikern statt.

durch welche man zu der Annahme solcher periodischen Bewegungen kommt, sich vereinigen lassen mit den Forderungen der Optik.

Es sind hauptsächlich die Arbeiten von Faraday und William Thomson, welche zu der zweiten der obigen Theorien geführt haben. Indem Maxwell von der Theorie der dielektrischen Polarisation ausgeht, berechnet er die Geschwindigkeit, mit welcher sich periodische elektrische Bewegungen in einem isolirenden Körper fortpflanzen müssen, und findet so für Luft eine Geschwindigkeit ähnlich derjenigen des Lichtes. Er erkennt gleichzeitig, dass, wenn die Luftschwingungen als schwingende Bewegungen des Aethers angesehen werden, ein gewisser Zusammenhang zwischen einer elektrischen Constante (Dielektricitätsconstante) und einer optischen Grösse, dem Brechungsindex, bestehen muss.

Nun ist die Exactheit dieser Beziehung durch den Versuch im allgemeinen bestätigt worden.

Im Jahre 1862 wurden diese Rechnungsresultate veröffentlicht (Phil. Mag. vol. XXIII). Zunächst fanden sie keinerlei Beifall. 1865 gab sie Maxwell (Phil. Trans.) unter einer andern Form, und ein wenig später stellten sich andere Gelehrte, wie z. B. Helmholtz und Lorenz (von Kopenhagen) auf seine Seite. Im Jahre 1876 erschien eine wichtige Abhandlung von Grinwis über die Absorption des Lichtes nach der Theorie von Maxwell, und 1881 gab Rowland von einem elektromagnetischen Gesichtspunkte aus eine Erklärung der Wirkung der Magnete auf Licht. Unter jenen, welche nächst Maxwell am meisten zur elektromagnetischen Theorie des Lichtes beigetragen haben, muss zuerst Lorenz (aus Leyden) genannt werden, welcher ungefähr zwei Jahrhunderte, nachdem Huygens das Undulationssystem durch seine Theorie der Reflexion und Brechung gegründet hatte, sich mit denselben Grundphänomenen der Optik beschäftigte und von einem neuen Gesichtspunkte aus in Betreff der Mengen des reflectirten und gebrochenen polarisirten Lichtes zu zufriedenstellenden Resultaten gelangte.

Nach Maxwell besteht die Lichtbewegung in periodischen Transversalströmen (displacement-currents), welche sich in dem Mittel über einen sehr kleinen Raum erstrecken, welcher mit jenen elementaren Leitern zusammenfällt, die nach der Annahme Faraday's in den dielektrischen Körpern bestehen sollen. Diese Bewegung führt zu einer (transversalen und periodischen) fortschreitenden Aenderung der dielektrischen Polarisation.

Versuchen wir für einen einfachen Fall uns einige klare Vorstellungen über diese elektrische Bewegung zu bilden.

Nehmen wir Fig. 6 eine kleine leitende Spindel an, welche in der Richtung der y-Axe aufgestellt ist und durch deren Mitte die z-Axe hindurchgeht. Ein Bogen ABC von einer nichtleitenden Substanz, an dessen Enden zwei metallische Kugeln P und Q befestigt sind, kann um eine der x-Axe parallele Axe AA' in der Art gedreht werden, dass die beiden Kugeln um die leitende Spindel herum einen Kreis beschreiben. Nehmen wir an, P sei positiv und Q sei negativ geladen. Es

wird dann an der obern Spitze der Spindel durch Influenz ein Ueberschuss an negativer Elektricität vorhanden sein, an der untern ein Ueberschuss an positiver Elektricität. Wenn man den Bogen nun um seine Axe AA' dreht, so werden sich die Mengen der influenzirten Elektricität gleichmässig vertheilen; wenn nun der Bogen eine continuirliche Rotation erhält, so werden sich die beiden Elektricitäten in der verticalen Spindel continuirlich von oben nach unten und von unten nach oben, eine durch die andere hindurch bewegen. Es finden also in dieser metallischen Spindel,

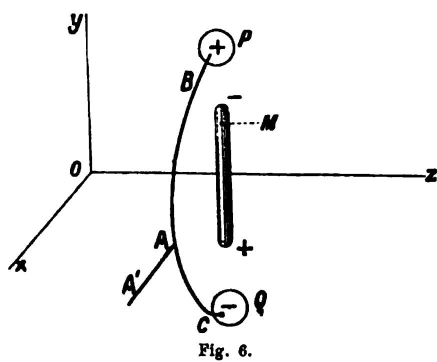


Fig. 6.

welche uns eine von den von Faraday für die dielektrischen Körper angenommenen Elementarleiter darstellt, periodische Strömungen statt. Wir müssen nur das betrachten, was in dieser Spindel vor sich geht; denn der Bogen mit seinen inducirenden Kugeln ist nichts anderes als ein Hilfsmittel, um unsere Ideen zu fixiren, dem jedoch schliesslich gar keine physicalische Bedeutung zukommt.

Es sei p die Menge positiver Elektricität in der oberen Hälfte der Spindel und n die negative Elektricität auf ebenderselben Hälfte; setzen wir nun $p - n = q$, so hat q einen negativen Werth für die in der Figur angezeigte Stellung, hingegen ist q positiv, wenn die Kugel P unten und Q oben ist, und es ist $q = 0$, wenn der Bogen sich in der Ebene xz befindet. Die Bewegung kann eine solche sein, dass man hat $q = c \sin \frac{2\pi t}{T}$, wobei T die ganze Dauer einer Periode (die Zeit einer Umdrehung des Bogens) bedeutet. In diesem Falle ist die Bewegung geeignet, die Lichtbewegung darzustellen; man kann sich dann vorstellen, dass eine grosse Anzahl solcher elementarer Leiter neben einander im Dielektricum aufgestellt sind und dass dieselben (durch einen uns unbekannten Grund) hinter einander den gleichen Polarisationszustand einnehmen, und zwar in Abhängigkeit von der Zeit in der oben angedeuteten Weise $\left(\sin \frac{2\pi t}{T}\right)$.

Wenn wir nun in der Ebene yz, auf der Längsaxe der Spindel, einen Punkt M annehmen, dessen Lage in der Weise bestimmt ist, dass seine Ordinate η gleich ist der Menge q und dass man daher auch hat

$$\eta = c \sin \frac{2\pi t}{T},$$

so definirt uns die Eigenbewegung dieses Punktes M gleichzeitig die Bewegung des elektrischen Fluidums in der Spindel. Der Werth von η zeigt uns andrerseits den Grad von elektrischer Polarisation an. All

das Gesagte kann auch dann giltig sein, wenn man nur eine elektrische Flüssigkeit, die positive z. B., annimmt. Man hat dann $n = 0$ und $\eta = q = p$.

Wenn wir diese Betrachtungen auf die Schwingungsbewegungen des Aethers ausdehnen, welche das Wesen des Lichtes ausmachen sollen, so finden wir in diesem Punkte M das »Aethermolekül« der gewöhnlichen Theorie wieder. Dieser Punkt M kann im allgemeinen die Ordinaten ξ und η haben, welche dann den Componenten der dielektrischen Polarisation proportional sind (die Grössen f und g im Kapitel XX des Treatise on Electr. and Magn. von Maxwell); er wird uns dann das eine elektrische Partikelchen in der unitarischen Theorie (Edlund) darstellen.

Erinnern wir uns noch einmal, dass das oben gebrauchte Modell nichts als ein künstliches Hilfsmittel ist, um der Vorstellungskraft zu Hilfe zu kommen; die auf einander folgenden Variationen der dielektrischen Polarisation können direct angesehen werden als eine Erscheinung der elektrischen Influenz oder der Elasticität des Aethers.

Fig. 7 zeigt ein analoges Modell; es unterscheidet sich vom vorhergehenden nur dadurch, dass die Spindel der Fig. 6 durch einen Metallring ersetzt ist, dessen Ebene senkrecht auf der Axe der z steht und der seinen Mittelpunkt auf dieser Geraden hat. Auch hier werden die beiden Elektricitäten, wenn der Bogen sich dreht, auf- und absteigen, und das in jeder der beiden Hälften des Ringes, zur Rechten und Linken einer Verticalen, welche durch sein Centrum geht. Das resultirende Phänomen ist von neuem wieder

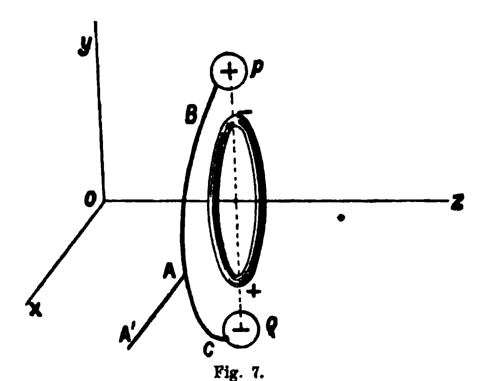


Fig. 7.

eine Bewegung, welche äquivalent ist der Bewegung eines gerade polarisirten Lichtstrahls, wo das »Aethermolekül« in der Richtung der y so schwebt, dass die Bewegung mit Hilfe des Punktes M allein definirt ist. Man kann sich immer die Sache in einer anderen Weise auch so vorstellen, dass man für jede der beiden Hälften (rechts und links) des Ringes einen gleichen Punkt M annimmt. Nennen wir diese beiden Punkte M' und M'' und lassen wir dieselben sich auf dem Ringe so bewegen, dass z. B. M' auf der linken Seite, M'' hingegen auf der rechten Seite auf- und absteigt. Infolge einer derartigen Bewegung werden sich die beiden Punkte immer in gleicher Höhe befinden und sind z. B. oben, wenn die influenzirende Kugel Q gleichfalls oben ist. Verbinden wir jetzt den Punkt M' mit dem Centrum des Ringes durch eine Gerade, welche wir als Durchmesser bis auf die andere Seite verlängern und führen wir gleichzeitig einen ähnlichen Durchmesser durch M'' und die z-Axe, so wird jeder dieser Durchmesser ersichtlich eine

Richtung der dielektrischen Polarisation angeben; es wird ferner während der Dauer der Bewegung des Bogens sich jede dieser Linien gegen die andere hinbewegen und es können so diese beiden Linien die einander entgegengesetzten circularen Strahlen darstellen, deren Resultat nach Fresnel der gerade polarisirte Strahl ist.

Wir wollen keineswegs behaupten, dass die elementaren Leiter in den dielektrischen Körpern eine Form haben, ähnlich wie in der Figur; wenn aber das Licht in einer periodischen Elektricitätsbewegung besteht, dann muss die Bewegung in den Hauptpunkten übereinstimmen mit der in dem obigen Modell dargestellten Bewegung.

Wenn die Axe des Bogens AA' längs der z-Axe gelegt wird (Fig. 8) während der Ring genau so bleibt wie in Fig. 7, so erkennt man leicht, dass dieses Modell ein Beispiel für den circular polarisirten Strahl darstellt. Der Grad der elektrischen Polarisation in dem Ringe ist constant, aber seine Richtung variirt und dreht sich um die z-Axe; dieselbe definirt ein Aethermolekül, welches sich so bewegt, dass $\xi^2 + \eta^2$ constant bleibt.

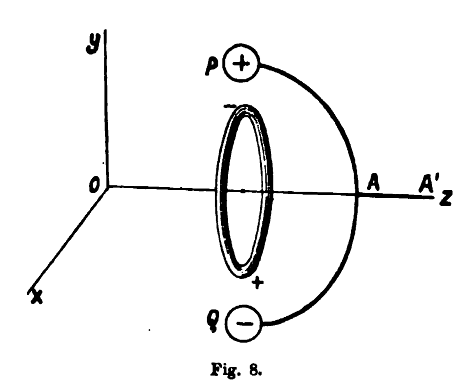


Fig. 8.

Maxwell macht die Bemerkung, dass, wenn die Elementarströme (displacement-currents), welche nach ihm das Licht bilden, sich z. B. in der Richtung der y-Axe bewegen, sich gleichzeitig nach der x-Axe magnetische Kräfte so entwickeln, dass sie immer dort am stärksten sind, wo die elektrischen Verschiebungen ihr Maximum erreichen. Die eine und die andere Grösse sind in diesem Fall für einen einfachen und gerade polarisirten Strahl durch die Sinusoïde der Fig. 9 (Fig. 66 der 1. Auflage des Werkes von Maxwell, Fig. 65 der 2. Auflage[1]) dargestellt.

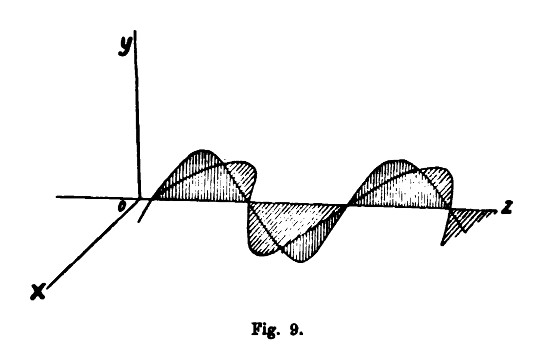


Fig. 9.

1) Treatise on Electr. and Magn. Art. 790 und 791. Wenn das Sinusoïd in der xz-Ebene graphisch die magnetische Kraft a in dieser Richtung darstellt, so ist klar, dass das Sinusoïd in der yz-Ebene nicht die Quantität G, welche in den Bewegungsgleichungen Maxwell's vorkommt, darstellen kann; denn man hat

Dieses Resultat wurde dadurch erhalten, dass man die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} 4\pi u &= \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \\ 4\pi v &= \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \\ 4\pi w &= \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \end{aligned}\right\} \qquad (3$$

anwandte, wo u, v, w die Stromcomponenten bezeichneten, α, β, γ jene der magnetischen Kräfte. Man kann diese Gleichungen finden, indem man die Arbeit ausdrückt, welche ein magnetischer Punkt ausübt, wenn er um einen elektrischen Stromkreis herumbewegt wird (Treatise on Electr. and Magn. Art. 491, 498, 607). Die Berechnung dieser Arbeit, welche proportional der Stromstärke ist, gründet sich auf die Beobachtung bei geschlossenen Strömen oder doch mindestens auf die Ströme, welche in Leitern erregt werden.

Wenn man sich daran erinnert, dass jeder Strom um sich herum ein magnetisches Feld hervorbringt, so ist vorauszusehen, dass das obige Resultat Maxwell's viel directer erhalten werden kann, wenn man, wie er, annimmt, dass die Regel über die Wirkung von Strömen auf Magnete sich auch anwenden lässt auf jene Ströme, welche seiner Voraussetzung nach das Wesen des Lichtes ausmachen sollen.

Betrachten wir zu diesem Zwecke die Figur 10. Die Sinusoïde zeigt uns hier den Lauf der Verschiebungen der Aethermoleküle gemäss den obigen Definitionen; diese Verschiebungen sind immer proportional der localen dielektrischen Polarisation. Die Aenderung dieser letztern ist das Anzeichen für einen elektrischen Strom, und überall dort, wo diese Variation sehr schnell vor sich geht, wo die Geschwindigkeit des Aethermoleküls in der Richtung der Verschiebung am grössten ist, dort sind auch die fraglichen Ströme am stärksten, indem die Elektricität

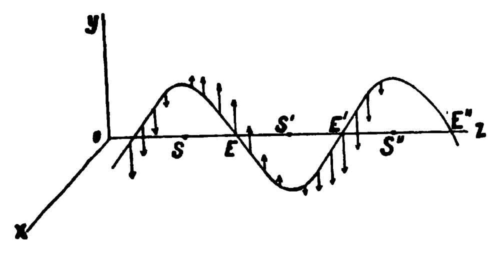


Fig. 10.

$\alpha = -\frac{dG}{dz}$, und infolge dessen erreichen α und $-\frac{dG}{dz}$ ihr Maximum am gleichen Punkte. Das Sinusoïd, welches G darstellen wird, differirt in seiner Phase um ein Viertel Wellenlänge von jenem, welches g oder η darstellt; auch werden im allgemeinen immer die Gleichungen in F und G einen Zustand definiren, der eine Viertel Wellenlänge später stattfindet, als der durch die gewöhnlichen Gleichungen in ξ und η ausgedrückte.

längs der y-Axe $v = \frac{d\eta}{dt}$ ist. Nun ist, wie man aus der Figur erkennen kann, diese Geschwindigkeit ein Maximum in den Punkten $E, E', E'' \ldots$ an Punkten des Gleichgewichts. Dieser Werth ist durch die Länge der Pfeile dargestellt, welche auch andrerseits die Richtung der Bewegung und die Richtung des Stromes der positiven Elektricität anzeigen, sowie dies sich aus der Definition der Grösse η ergibt. In jenem Momente, welcher durch unsere Figur repräsentirt wird, kann man daher resultirende Ströme in den Punkten E, E', E'' annehmen, wobei z. B. derselbe Strom, der in E nach aufwärts, in E' nach abwärts geht.

Nehmen wir jetzt in S' (dem Mittel zwischen E und E') einen magnetischen Pol an, so wird dieser Punkt nach der Regel Ampère's durch die Ströme bei E und E' hinter die yz-Ebene getrieben; gleichzeitig wird ein magnetischer Pol in S'' (Mittel zwischen E' und E'') unter dem Einflusse der zunächst stehenden Ströme nach vorwärts getrieben und zwar mit einer Kraft, die genau so gross ist wie die auf S' wirkende. Ein magnetischer Punkt in der Nähe von S' wird immer eine geringere magnetische Wirkung als S' erreichen; und auf einen Punkt in der Nähe von E oder E' wird ersichtlich keinerlei magnetische resultirende Kraftwirkung. Die magnetischen Kräfte wirken hier, wie man sieht, in der Richtung der x und es folgt daraus, dass diese Kräfte graphisch dargestellt werden können durch ein Sinusoïd, welches in der Ebene xz liegt und welches seine Nullpunkte in E, E', E'', d. h. dort hat, wo das Sinusoïd, welches die Aetherbewegung in der yz-Ebene darstellt, die z-Axe durchschneidet. Wir finden daher die Figur 9 wieder, wo als positive Richtung der magnetischen Kraft jene Richtung angenommen worden ist, in welcher ein magnetischer Nordpol getrieben würde.

Nach Faraday geben die elektrischen Kraftlinien, welche sich innerhalb des Leiters ausdehnen, immer die Richtung der elektrischen Polarisation an, welche in den Elementarleitern der dielektrischen Körper erzeugt wird. Man sieht, dass diese dielektrische Theorie eine Bestätigung in der Theorie von Maxwell findet, in sofern dieselbe gleichfalls gewisse kleine Räume im Innern der Körper annimmt, innerhalb welcher eine elektrische Polarisation vor sich gehen kann; diese letztere Theorie beschäftigt sich überdies eingehend mit den Veränderungen, welche diese Polarisation in einer Richtung erfährt, die senkrecht steht auf jener Richtung, längs welcher sich diese Störungen fortpflanzen.

Schliesslich bemerkt Helmholtz in seiner berühmten Abhandlung »Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität« (Crelle 1870), dass die Analogie zwischen der Elektricitätsbewegung und der Bewegung des Lichtäthers keineswegs von der speciellen Form der Maxwell'schen Hypothese abhängt, sondern dass man dieselbe auch finden kann, wenn man die ältern Ideen bezüglich einer Fernwirkung der Elektricität annimmt.

Es scheint uns immer, dass die elektromagnetische Theorie des Lichtes natürlicherweise dazu führen müsse, die eigentliche Natur der

Nichtleiter zu erforschen. Der Interferenzversuch von Fresnel zeigt, dass auf verschiedenen Punkten des Schirmes der jeweilige Zustand abhängig ist von der Entfernung dieser Punkte von der Lichtquelle und dass in der Mitte des Schirmes sich eine nach der Entfernung sich ändernde Interferenz herausfinden müsse. Es ist wahr, dass dieser Versuch uns keineswegs zeigt, ob eine Interferenz auch auf dem Wege im transparenten Mittel stattgefunden hat. Eine Thatsache aber wie die folgende, dass die Drehung der Polarisationsebene im Quarz der vom Lichte im transparenten Medium durchlaufenen Wegstrecke proportional ist, zeigt an, dass die erzeugte Veränderung sich auf der Bahnstrecke selbst wiederholen muss; in dem Lichtstrahl selbst müssen daher unaufhörlich Zustandsinterferenzen im entgegengesetzten Sinne stattfinden, so dass für einen gegebenen Moment jeder dieser Zustände in den verschiedenen Punkten der Bahn durch Vectoren von verschiedenem Werthe und verschiedener Richtung dargestellt erscheint. Diese Zustandsänderungen nun bedingen nach der elektromagnetischen Theorie des Lichtes die dielektrische Polarisation des Mittels.

Faraday gibt schliesslich keineswegs den Grund an, infolge dessen sich zwei auf einander folgende Elementarleiter gegenseitig polarisiren, obschon die Annahme dieses Phänomens zu einer vollkommenen Erklärung der Influenz zwischen zwei Conductoren von endlichen Dimensionen, wie wir sie beobachten, führt. Die dielektrische Theorie Faraday's lässt also immer noch Raum für eine Hypothese in Betreff einer unvermittelten Wirkung in die Ferne, zwischen elektrischen Massen, die einander sehr nahe sind; und es ist sehr möglich, dass, wenn man diese Wirkung mittels einer passenden Formel ausdrückt, man mit Hilfe derselben das Fundamentalprincip der elektromagnetischen Wirkung des Lichtes aussprechen kann.

(Fortsetzung folgt im nächsten Hefte.)

Ueber ein Verfahren elektrische Widerstände unabhängig von Zuleitungswiderständen zu vergleichen[1].

Von

F. Kohlrausch.

Wenn die Bedeutung der obigen Aufgabe im allgemeinen schon nicht näher begründet zu werden braucht, so erscheint dies um so weniger nöthig in einem Augenblicke, in welchem die Copirung von Quecksilberwiderständen von erhöhter Bedeutung ist. Diese Arbeit würde durch eine von Uebergangswiderständen ganz unabhängige Vergleichsmethode in mehrfacher Hinsicht erleichtert werden, sowohl was die Gestalt und die Dimensionen der Quecksilbersäule als was das Material der Elektroden betrifft.

Ausser den elektrostatischen Methoden, welche für die feinsten Widerstandsmessungen nicht empfindlich genug sind, arbeitet meines Wissens nur das von Matthiessen und Hockin auf kurze Drähte angewandte sinnreiche Verfahren von Uebergangswiderständen ganz unabhängig. Aber auch hier dürfte die für fundamentale Aichungen geforderte Genauigkeit kaum zu erreichen sein, da zur Messung Hilfsgrössen eingeschoben werden und da die Beobachtungen aus mehreren Theilen bestehen, welche verschiedene Manipulationen und Zeit beanspruchen.

Die von W. Thomson gegebene werthvolle Modification der Wheatstone'schen Brücke für kleine Widerstände lässt den Einfluss von Zuleitungswiderständen bekanntlich sehr klein werden. Dieselben Dienste kann, wie Hr. Kirchhoff gezeigt hat, in einfacherer Weise das Differentialgalvanometer leisten, wenn man die Multiplicatoren gegen- und hintereinander schaltet. Kirchhoff hat dabei ein Verfahren

---

1) Aus den Sitzungsberichten der Berliner Akademie Bd. 18 (1883) vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

entwickelt und angewandt, welches mit einfachen Mitteln sogar ungleiche sehr kleine Widerstände mit einander scharf vergleichen lässt [1]).

Die vorliegende Mittheilung betrifft eine äusserlich geringfügige Abänderung der Hintereinanderschaltung des Doppelmultiplicators, welche man den übergreifenden Nebenschluss nennen kann und durch welche nun die Zuleitungswiderstände vollkommen eliminirt werden. Das Verfahren arbeitet sehr rasch und genau. Man wird unten ein Beispiel finden, in welchem sehr kleine Widerstände mit einer Genauigkeit bis auf Hunderttausendtel ihres Betrages, nämlich bis auf Zehnmilliontel der Siemens'schen Einheit verglichen werden.

I. Widerstandsvergleichung mittels über einander greifender Abzweigungen durch das Differentialgalvanometer.

Wir schalten die zu vergleichenden Widerstände w und r zwischen A und B bzw. A' und B' in dieselbe Stromleitung ein. Abzweigungen dieses Hauptstromes werden in entgegengesetzter Richtung durch die beiden Hälften eines Differentialmultiplicators von grossem Widerstande geführt, aber so, dass die Anfangspunkte A und A' des Stromes in beiden Widerständen mit dem einen, die Endpunkte B und B' mit dem anderen Multiplicator verbunden seien, so dass also das Verbindungsstück BA' auf beiden Seiten mit gemessen wird.

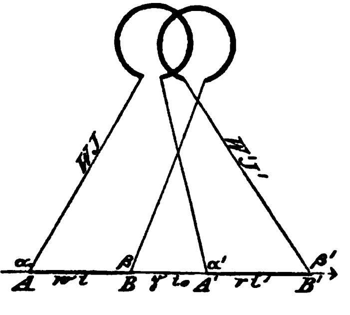


Fig. 1.

Der Widerstand dieses Mittelstückes heisse γ, derjenige der Multiplicatorhälften bzw. W und W'; $\alpha\beta\alpha'\beta'$ seien die unbekannten Uebergangswiderstände. Die Stromstärken in w, γ und r mögen i, i_0 und i' heissen, diejenigen in den Multiplicatoren J und J'.

Setzen wir zunächst die beiden Multiplicatoren bezüglich ihres Widerstandes $W = W'$ und ihrer Lage gegen die Nadel als ganz gleich voraus, dann sagt die Ruhe der Nadel bei dem Stromschluss aus:

$$J = J', \text{ also auch } i = i';$$

ferner

$$wi + \gamma i_0 = (W + \alpha + \alpha')J; \; ri + \gamma i_0 = (W + \beta + \beta')J,$$

worin

$$i_0 = i - J.$$

1) G. Kirchhoff, Monatsber. d. Berl. Akad. 1880 S. 601 und Wied. Ann. Bd. 13 S. 410. Vgl. auch Dieterici, Wied. Ann. Bd. 16 S. 234 (1882). Auf die Hintereinanderschaltung hat unter anderen Gesichtspunkten zuerst Heaviside hingewiesen, Phil. Mag. (4) vol. 45 p. 245 (1873).

Hieraus findet sich

$$\frac{w+\gamma}{r+\gamma}=\frac{W+\gamma+\alpha+\alpha'}{W+\gamma+\beta+\beta'}. \tag{I}$$

Nun werden die Verbindungen so vertauscht, aber ohne an den Zuleitungen zu den Multiplicatoren etwas zu ändern, dass die Punkte, welche vorher die inneren bildeten, die äusseren werden und umgekehrt, so dass jetzt auch die Uebergangswiderstände α und β' von ihrer äusseren Lage nach innen kommen und umgekehrt. Wir nehmen an, dass wir einen der Widerstände, z. B. r, um kleine bestimmte Beträge abändern können (vgl. unter 4). Es sei jetzt derjenige Widerstand, welcher mit w zusammen den Ausschlag Null der Nadel ergibt, gleich r_1. Dann ist wie oben

Fig. 2.

$$\frac{w+\gamma}{r_1+\gamma}=\frac{W+\gamma+\beta+\beta'}{W+\gamma+\alpha+\alpha'}. \tag{II}$$

Aus Gl. I und II folgt unter Wegfall aller Uebergangswiderstände

$$w+\gamma=\sqrt{(r+\gamma)(r_1+\gamma)}.$$

Sind nun r und r_1 nur wenig verschieden, so kann man anstatt des geometrischen Mittels das arithmetische nehmen und hat

$$w=\frac{1}{2}(r+r_1).$$

(Der dabei begangene relative Fehler beträgt $\frac{1}{2}\left(\frac{r-r_1}{r+r_1}\right)^2=\frac{1}{8}\left(\frac{r-r_1}{w}\right)^2$ und ist, wenn $r-r_1$ etwa $=0{,}01w$, was ziemlich hoch gegriffen ist, praktisch zu vernachlässigen.)

Man hat also in einfachster Weise zwei Bestimmungen mit ausgewechselten Verbindungen vorzunehmen und das arithmetische Mittel gleich dem gesuchten Widerstande zu setzen.

II. Herstellung des Differentialmultiplicators.

Für lange feine Drähte einen constanten Querschnitt zu erzielen, scheint sehr schwierig zu sein, wahrscheinlich weil die Ziehlöcher sich abnutzen. Selbst bei Draht (von Obermaier in Nürnberg), der angeblich durch Diamantlöcher gezogen war, fanden sich Differenzen des Widerstandes beider Hälften bis gegen 10%.

Eine Schwierigkeit erwächst hieraus nicht, denn nach der Herstellung des Doppelmultiplicators verbindet man mit dem einen Theile constant einen ausgleichenden Widerstand in Gestalt einer bifilar gewickelten Rolle aus derselben Drahtsorte (vgl. unten).

Was zweitens die Gleichheit der Wirkungen desselben Stromes in beiden Hälften auf die Nadel betrifft, so ist diese genügend nahe zu erreichen, wenn man in bekannter Weise die beiden Drähte mit einander auf den Rahmen auflaufen lässt. Weil bei raschem Wickeln die Drähte gern etwas aus einander laufen, wodurch also zwei Multiplicatoren entstehen würden, welche gegen einander verschoben sind, so gebraucht man die Vorsicht, in regelmässigen Intervallen, d. h. nach je einigen hundert Umwindungen, die Drahtrollen, von denen man abwindet, in Bezug auf links und rechts auszuwechseln.

Strecker hat so ohne Mühe einen Doppelmultiplicator aus $0{,}15^{\mathrm{mm}}$ dickem doppelt besponnenem Kupferdraht von zweimal 3000 Windungen hergestellt, der keinen merklichen Contact zwischen beiden Theilen besass und dessen eine Hälfte nur etwa um $^1/_{200}$ stärker auf die Nadel wirkte als die andere. Rahmen und Nadel sind angeordnet, wie ich vor kurzem beschrieben habe[1]).

Nimmt man sich zu dem Aufwinden Zeit, so kann man die Gleichheit noch weiter treiben. Es ist dies aber nicht nöthig, denn man kann die Ausgleichung durch den Widerstand vornehmen. Hierin zeigt sich ein fernerer Vortheil der Anordnung des Differentialgalvanometers von grossem Widerstande als Nebenschliessung.

Denn unsere Aufgabe ist, dass der Doppelmultiplicator keinen Ausschlag gebe, wenn die Potentialdifferenz an beiden Paaren von Endpunkten gleich gross ist. Um dem Instrument diese Eigenschaft zu geben, verzweigen wir also den Strom einer Säule direct durch beide Hälften in entgegengesetztem Sinne und fügen der einen Hälfte so viel Widerstand hinzu, dass der Ausschlag Null wird.

Streng genommen darf man die Angaben eines so justirten Differentialmultiplicators nur dann als richtig ansehen, wenn die zu vergleichenden Widerstände gegen diejenigen der Multiplicatoren verschwinden. Betragen die letzteren übrigens, wie bei uns, etwa 700 Q.-E., so würden bei dem oben genannten Unterschied beider Multiplicatorfunctionen um $^1/_{200}$ selbst Stücke von je 10 Q.-E. bis auf weniger als 0,001 Q.-E. genau bestimmt werden.

Im folgenden soll nun noch nachgewiesen werden, wie man die Fehler, welche von beliebigen aber kleinen Ungleichheiten der Multiplicatoren herrühren, einfach durch den Versuch selbst eliminirt.

III. Elimination von Ungleichheiten des Differentialgalvanometers.

Bei jeder Widerstandsvergleichung lassen sich bekanntlich Ungleichheiten der Anordnung dadurch eliminiren, dass man die zu vergleichenden Widerstände auswechselt, so wie bei einer Doppelwägung die Gewichte.

---

1) Wied. Ann. Bd. 15 S. 554 (1882).

Die ausgewechselten Widerstände sind gleich, wenn die Einstellung des Galvanometers ungeändert bleibt.

So einfach dieses Verfahren im Princip ist, bieten sich doch bei der Ausführung einige Uebelstände. Denn da die Umlegung des Commutators nicht ohne Zeitverlust, nicht ohne Unterbrechung oder einseitige Schlüsse geschehen kann, so handelt es sich thatsächlich nicht nur um eine plötzliche Beobachtung, ob keine Aenderung eintritt, sondern man muss zwei Einstellungen beobachten und sehen, ob dieselben gleich sind. Das langweilige Probiren, welches aus der wörtlichen Befolgung dieser Vorschrift entspringt, lässt sich allerdings durch ein Interpolationsverfahren vermeiden. Aber es bleibt ein anderer Uebelstand, nämlich der mit diesen Beobachtungen verbundene längere Stromschluss mit seinen Fehlerquellen der Erwärmung. Um diese zu vermeiden, habe ich deswegen früher kurze Inductionsstösse constanter Wirkung im Differentialgalvanometer angewandt [1]), was aber zu einer längeren Beobachtungsreihe und Rechnung führte.

Es gewährt daher grossen Vortheil, dass die Nullmethode beibehalten werden kann. Die kleinen Ungleichheiten eliminiren sich nämlich von selbst, indem wir ja bei unserem Verfahren (S. 466, 467 Fig. 1 und 2) nicht nur die Eintritts- und Austrittspunkte des Stromes in die beiden Widerstände w und r, sondern zugleich w und r gegen die beiden Galvanometerzweige auswechseln. Einer der beiden Widerstände, etwa r, möge wie oben kleine bekannte Aenderungen gestatten. Ueber die Anordnung vgl. Nr. 4.

Bleibt dann die Nadel in Ruhe, wenn neben w das eine Mal r, das andere Mal r_1 eingeschaltet ist, so ist wieder [2])

$$w = \frac{1}{2}(r + r_1).$$

---

1) Pogg. Ann. Bd. 142 S. 418 (1871).

2) Dies ist für sehr kleine Aenderungen ohne weiteres klar; um den zulässigen Betrag der letzteren zu erkennen, wollen wir den vollständigen Ausdruck ableiten.

Die beiden Galvanometerzweige (Fig. 1 S. 466) mögen den Widerstand W bzw. $W' = W + \delta$ haben. Die beiden Galvanometerfunctionen mögen im Verhältnisse $1 : 1 + \sigma$ stehen, so dass die Ruhe der Nadel die beiden Stromstärken J und $J(1+\sigma)$ anzeigt. $\alpha\beta\alpha'\beta'$ seien wieder die zu eliminirenden Uebergangswiderstände.

Dann ist also bei der ersten Verbindung

$$(W + \alpha + \alpha')\, J = wi + \gamma i_0;\ (W + \delta + \beta + \beta')\, J(1+\sigma) = ri' + \gamma i_0,$$

wo

$$i_0 = i - J(1+\sigma) = i' - J.$$

Hieraus findet man

$$\frac{w+\gamma}{r+\gamma} = \frac{W + \alpha + \alpha' + \gamma(1+\sigma)}{(W + \delta + \beta + \beta' + \gamma)(1+\sigma) + r\sigma}. \qquad \text{(I}$$

Nach dem Umschalten wird ebenso erhalten

$$\frac{w+\gamma_1}{r_1+\gamma_1} = \frac{(W + \delta + \beta + \beta')(1+\sigma) + \gamma_1}{W + \alpha + \alpha' + \gamma_1 - r_1\sigma}. \qquad \text{(II}$$

IV. Ausführung.

1. Commutator. Um die Verbindungen bequem und sicher zu wechseln, dienen sechs Quecksilbernäpfe, von denen man je drei Paare überbrücken kann. Die in der Figur ausgezeichnete Ueberbrückung lässt die unteren Abzweigungspunkte der Widerstände als äussere auftreten, die punktirte macht dieselben zu inneren. Die beiden Paare von Zuleitungsdrähten zum Commutator hat man von gleichem Widerstande zu nehmen.

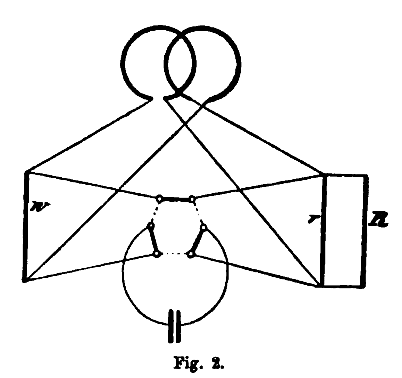


Fig. 2.

2. Die nothwendigen kleinen Abänderungen eines der zu vergleichenden Widerstände bildet man dadurch, dass man an den grösseren von beiden einen gewöhnlichen Stöpselrheostaten R als Nebenschliessung anlegt, so wie z. B. schon Rayleigh gethan hat[1]), wobei vorausgesetzt ist, dass der Betrag von r genähert bekannt sei. Bei der Copirung von Quecksilberwiderständen werden höchstens Stücke von wenigen Einheiten gebraucht werden. Ueberhaupt wird die Methode vorwiegend auf kleine Widerstände angewandt werden. In diesem Falle reicht die gebräuchliche Form der Stöpselrheostaten bis zu 10000 unter allen Umständen aus; denn wenn durch Zufall eine Ungleichheit von

---

Wir haben hier γ_1 statt früher γ gesetzt, also angenommen, dass der Widerstand des Verbindungsstückes sich bei dem Umschalten ändere, um zu untersuchen, wie weit man hierauf Rücksicht nehmen muss.

Multipliciren wir I mit II, so erhält das Product rechts die Form

$$\frac{W+x}{W+x_1}\frac{W+y}{W+y_1} \text{ oder } 1+\frac{x-x_1+y-y_1}{W},$$

insofern $x\ldots$ gegen W klein sind. So bekommen wir einfach

$$\frac{(w+\gamma)(w+\gamma_1)}{(r+\gamma)(r_1+\gamma_1)}=1+\frac{r_1-r}{W}\sigma.$$

Das Correctionsglied, dessen Zähler das Product aus zwei sehr kleinen Grössen und dessen Nenner gross ist, wird gegen Eins vernachlässigt und man hat

$$(w+\gamma)(w+\gamma_1)=(r+\gamma)(r+\gamma_1).$$

Hieraus findet man unter Vernachlässigung höherer Glieder

$$w=\frac{r+r_1}{2}\left[1-\frac{(r-r_1)(\gamma-\gamma_1)+\frac{1}{2}(r-r_1)^2}{(r+r_1)^2+(r+r_1)(\gamma+\gamma_1)}\right].$$

Setzt man z. B. $r-r_1=0{,}01$, $\gamma-\gamma_1=0{,}01$, $w=1$, so beträgt das Correctionsglied weniget als $^1/_{20000}$.

1) Phil. Trans. Roy. Soc. 1882 vol. II p. 679.

weniger als einigen Zehntausendteln vorläge, so kann man durch eine kleine Temperaturänderung von einem der Vergleichsstücke nachhelfen.

3. Anwendung auf Quecksilberwiderstände. Wenn es gelingt, in die Glasröhre, ohne Beeinträchtigung ihrer Gestalt, seitlich einen Platindraht oder eine sonstige Zuleitung einzuführen, so kann einfach die mit Quecksilber gefüllte Röhre gebraucht werden, indem man ausserhalb der Platindrähte den Hauptstrom zu- und ableitet. Nimmt man die gewöhnlich gebrauchte Siemens'sche Form, nämlich die Röhre, welche beiderseitig mit den Endpunkten in Gefässe hineinragt, so müssen die Abzweigepunkte nach dem Differentialgalvanometer so weit von der Röhrenmündung abstehen, dass einige Millimeter Unsicherheit in der Stellung keinen Einfluss haben. Es hat keine Schwierigkeit, den Widerstand, welcher zwischen der Rohrmündung und der Aequipotentialfläche der Ableitung liegt, hinreichend genau zu schätzen. Haben aber die Hauptelektroden eine Oberfläche von einigen Quadratcentimetern, so kann man ohne merklichen Fehler einfach den Ausbreitungswiderstand des Stromes in das Quecksilbergefäss zu dem Widerstand der Röhre zurechnen[1]). Da Uebergangswiderstände herausfallen, so kann man alle Elektroden aus Platin herstellen.

4. Thermoströme. In Bezug auf Fehler durch thermoelektromotorische Kräfte ist die obige Anordnung so günstig wie sie nur sein kann; denn in den zu vergleichenden Widerständen werden die Ströme bei der Umschaltung gewendet, in den Galvanometerzweigen aber behalten sie ihre Richtung bei.

5. Extraströme dagegen würden, wenn man mit momentanem Stromschluss arbeiten will, Schwierigkeiten bieten. Wollte man die Methode also z. B. gebrauchen, um die Spulen, welche zur absoluten Widerstandsbestimmung gedient haben, unmittelbar mit Quecksilber zu vergleichen (was übrigens kaum rathsam wäre), so gibt es kein anderes Mittel, als entweder mit längerem Stromschluss zu arbeiten, oder die Spulen aus zwei mit einander gewundenen Drähten bestehen zu lassen, die man dann gegen einander einschaltet. Diese Trennung des Spulendrahtes empfiehlt sich, wie ich an einem anderen Orte bemerkt habe, allerdings auch aus sonstigen Gründen[2]).

V. Versuche mit Quecksilber.

In der eben beschriebenen Weise wurde der Widerstand w einer Quecksilbersäule mit einem Neusilberdrahte verglichen, welcher selbst 1,4 Q.-E. besass und ein wenig grösser war als der Widerstand der Quecksilbersäule. Die Ausgleichung geschah mit Hilfe eines Stöpselrheostaten, der dem Neusilberdraht als Nebenschluss beigegeben wurde.

---

1) Kirchhoff a. a. O. Maxwell, Lehrb. d. Elektr., übers. v. Weinstein, Bd. 1 S. 447 (1883).

2) Wied. Annalen Bd. 18 S. 514 (1883).

Die Beträge dieses Rheostaten, bei denen die Galvanometernadel bei momentanem Stromschluss in Ruhe blieb, sollen mit R bezeichnet werden, dann ist

$$r = \frac{1{,}4 \, . \, R}{1{,}4 + R}.$$

Um die Uebereinstimmung zu prüfen, wurden mehrere Abwechslungen eingeführt:

1. gab ein zweiter Commutator von zwei mal vier Quecksilbernäpfen mit vier überbrückenden Drähten von der Anordnung XII die Möglichkeit, die Galvanometerhälften gegenüber den Widerständen w und 1,4 auszuwechseln. Die beiden Stellungen des letzteren Commutators werden mit A und B bezeichnet, während I und II die beiden Stellungen des Umschalters der Widerstände gegen das Element (1 Smee) bedeuten. Man erhielt so

Temperatur Quecksilber	Neusilber	Commutatoren	R	$\frac{1{,}4 \cdot R}{1{,}4 + R}$	$w = \frac{r + r_1}{2}$
17,18°	18,00°	A I	104,9 Q.-E.	r = 1,38156	1,38324
		A II	128,7	r_1 = 1,38493	
		B I	128,4	r = 1,38490	1,38327
		B II	105,4	r_1 = 1,38164	

2. Man schaltete in die eine Ableitung vom Quecksilber einen Uebergangswiderstand von etwa 2 Q.-E. ein.

Temperatur Quecksilber	Neusilber	Commutatoren	R	$\frac{1{,}4 \cdot R}{1{,}4 + R}$	$w = \frac{r + r_1}{2}$
17,13°	17,96°	A I	128,5 Q.-E.	r = 1,38491	1,38323
		A II	104,9	r_1 = 1,38156	
		B I	167,4	r = 1,38839	1,38328
		B II	88,4	r_1 = 1,37818	

Die Uebereinstimmung ist eine vollständige zu nennen.

3. Im vorigen fanden die Abzweigungen vom Quecksilber nach dem Differentialgalvanometer mittels Platinblechstreifen von 5^{mm} Breite statt, welche in die Quecksilbergefässe eintauchten. An denselben Ort (etwa mitten zwischen die 4^{qcm} grossen Elektroden und die von diesen letzteren etwa 15^{mm} weit abstehenden Mündungen der Röhren in die Gefässe) wurden statt der Blechstreifen Drahtspitzen gebracht, die aus Glasröhrchen hervorragten. Die hiermit erhaltenen Resultate sind unten mit einem * bezeichnet.

4. Es wurden auch die Stromstärken gewechselt, was ausser auf die Grösse der Ausschläge keinen merklichen Einfluss hatte.

So wurden, theilweise an verschiedenen Tagen, mehrere Versuchsreihen angestellt. ** bedeutet, dass der Uebergangswiderstand eingeschaltet worden war.

Um der unmittelbaren Vergleichbarkeit willen sollen die gefundenen Resultate mit dem von Strecker bestimmten Temperaturcoeffi-

cienten 0,00064 des betreffenden Neusilberdrahtes auf gleiche Temperatur (16°) des letzteren reducirt angegeben werden. w_{16} gibt dann die Widerstände der Quecksilbersäule auch bei 16° reducirt mit dem von Rink angegebenen[1]) Temperaturcoefficienten 0,00094.

Temp. des *Hg*	w_t	w_{16}
t = 18,20	1,3865	1,3837
18,19	1,3866	1,3837
17,20	1,3850	1,3834
**17,20	1,8851	1,3835
17,18	1,3851	1,3835
**17,13	1,3850	1,3835
**14,18	1,3813	1,3836
14,19	1,3813	1,3836
*14,18	1,3812	1,3835
*14,19	1,3811	1,3835
*14,06	1,3810	1,3835

Die grössten Abweichungen vom Mittel betragen etwa $^1/_{10000}$ des Ganzen und würden vielleicht noch kleiner ausfallen, wenn die Verhältnisse mit aller Sorgfalt vorbereitet werden.

VI. Vergleichung sehr kleiner Widerstände.

Ich habe endlich noch den Versuch gemacht, die Methode auf sehr kleine Widerstände anzuwenden. Dazu dienten drei gleiche Stücke Neusilberdraht von 0,19^{m} Länge, 1,4^{mm} Durchmesser, welche je nahe 0,01 Q.-E. darstellten. Diese Drähte waren in je zwei 3,5^{mm} dicke Kupferdrähte von 5^{cm} Länge eingelöthet. Endklemmen führten den Strom in die Kupferdrähte ein; die zu vergleichenden Widerstände waren abgegrenzt durch kleine an die dicken Kupferdrähte seitlich angelöthete dünnere Drähte, von denen aus die Abzweigungen nach dem Differentialgalvanometer mit gewöhnlichen kleinen Klemmen stattfanden. Die Stücke sollen mit I II III bezeichnet werden. Sie wurden jedes mit jedem verglichen. Den Strom lieferte ein Smee'sches Element.

Die Beobachtungen wurden übrigens gerade wie früher angestellt. Die Ergebnisse von drei an verschiedenen Tagen ausgeführten Reihen, bei denen alle Verbindungen, nämlich mit dem Commutator, mit dem Galvanometer und mit dem Rheostaten, welcher als ausgleichender Nebenschluss an dem grösseren von beiden Widerständen diente, gewechselt worden sind, folgen unten. Die Stücke befanden sich neben einander in demselben Luftkasten, hatten also jedesmal gleiche Temperatur.

1) Beiblätter Bd. 2 S. 277 (1878).

Das Maass für die Genauigkeit wird aus der Uebereinstimmung beider Reihen unter einander ersehen. Insofern kleine spontane Aenderungen der Drähte oder kleine Unterschiede der Temperaturcoefficienten vorhanden sein könnten, ist eine noch directere Probe für die Genauigkeit in der Annäherung der Summe der drei Unterschiede an den Werth Null gegeben. Beide Proben stellen der Methode ein vorzügliches Zeugnis aus, denn es wurden gefunden in Millionteln der Q.-E.:

		1. Beob.	2. Beob.	3. Beob.	
I — II	=	+ 1,20	+ 1,26	+ 1,33	$\frac{\text{Q.-E.}}{10^6}$
II — III	=	+ 10,98	+ 10,89	+ 10,86	„
III — I	=	— 12,17	— 12,30	— 12,22	„
Summe	=	+ 0,01	— 0,15	— 0,03	$\frac{\text{Q.-E.}}{10^6}$

Es wurde also von einem Hundertel der Siemens'schen Quecksilbereinheit mit ziemlicher Sicherheit noch der hunderttausendste Theil bestimmt und zwar ohne irgend eine Schwierigkeit und mit den einfachsten Hilfsmitteln. Grössere Genauigkeiten sind bei Widerstandsbestimmungen unmöglich, denn auch unter den günstigsten Verhältnissen erreichen die Unsicherheiten der Temperatureinflüsse einen solchen Betrag.

Ueber einige Bestimmungsweisen des absoluten Widerstandes einer Kette, welche einen Erdinductor und ein Galvanometer enthält[1].

Von

F. Kohlrausch.

Wilhelm Weber hat zwei Verfahren der absoluten Widerstandsmessung mit seinem Erdinductor gegeben. Das eine, welches ein Galvanometer mit weiten Windungen benutzt, ist neuerdings von ihm und Zöllner ausgeführt worden[2]. Von dem anderen Verfahren mit engem Galvanometer hat Weber eine Probe in seiner Abhandlung »Zur Galvanometrie« gegeben[3]. Später habe ich dasselbe im magnetischen Observatorium zu Göttingen zu einer absoluten Bestimmung der Quecksilbereinheit gebraucht[4].

Dieses letztere Verfahren ist, wie ich glaube, einiger vortheilhafter Abänderungen fähig.

1. Die ursprüngliche Form besteht darin, dass ausser dem Ausschlage, welchen ein Inductionsstoss der Galvanometernadel ertheilt, die Dämpfung der Nadel durch den Multiplicator beobachtet und mittels der letzteren im Verein mit der Schwingungsdauer und dem Trägheitsmoment die Galvanometerfunction abgeleitet wird.

Es bedeute

F die Windungsfläche des Inductors,
H die horizontale erdmagnetische Componente,
K das Trägheitsmoment der Nadel,

---

1) Aus den Sitzungsberichten der Münchener Akademie 1883 Heft II vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

2) W. Weber und F. Zöllner, Sitzungsberichte der kgl. sächs. Ges. d. Wiss. (1880) S. 77.

3) Abhandl. d. kgl. Gesellschaft d. Wiss. zu Göttingen Bd. 10.

4) Poggendorf's Annalen Erg.-Bd. 6 S. 1.

t ihre Schwingungsdauer,

λ ihr logarithmisches Decrement,

α ihren Ausschlag durch einen Inductionsstoss, ohne die Dämpfung[1]).

Dann ist, von kleineren Einflüssen abgesehen, der Widerstand der Kette gegeben durch

$$w = \frac{8}{\pi^2} \frac{F^2 H^2}{\alpha^2} \frac{\lambda t}{K}. \qquad \text{(I}$$

Die Schwierigkeiten dieses Verfahrens waren beträchtlich. Ueber die Fehlerquellen der Ausmessung einer Windungsfläche, welche letztere obendrein im Quadrate auftritt, ist seitdem von mehreren Seiten gehandelt worden. Auch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus tritt in der zweiten Potenz auf und endlich ist das Trägheitsmoment eine nur schwierig genau zu bestimmende Grösse.

Ich glaube, dass die von mir ausgeführte Messung einer Windungsfläche auf galvanischem Wege[2]) diese Bestimmung wesentlich erleichtert. Das Trägheitsmoment wird sich nach Erfahrungen, die ich in der letzten Zeit gemacht habe, vielleicht auf einem anderen Wege, nämlich mittels bifilarer Aufhängung bequemer auswerthen lassen als durch das Gauss'sche Belastungsverfahren. Jedenfalls lässt das letztere sich auf diesem Wege controliren. Es wird endlich Sache des Versuchs sein, festzustellen, ob die verschiedenen jetzt vorliegenden Methoden der Messung des Erdmagnetismus zu hinreichend übereinstimmenden Ergebnissen führen.

2. Es ist möglich, das Trägheitsmoment zu eliminiren, indem man statt dessen eine andere Grösse bestimmt, nämlich das Product MH, wo

M den Nadelmagnetismus bedeutet.

Zu diesem Zwecke bringt man den Stab in eine ostwestlich orientirte bifilare Aufhängung und misst die Ablenkungen, wie ich in Wiedemann's Annalen Bd. 17 S. 765 beschrieben habe.

Insofern nun

$$K = \frac{t^2}{\pi^2} \cdot (MH),$$

so wird

$$w = 8 \frac{F^2 H^2}{\alpha^2} \frac{\lambda}{t} \frac{1}{(MH)}. \qquad \text{(II}$$

Die Beziehung kann zur Controle der ersten Methode, namentlich betreffs des Trägheitsmomentes dienen.

---

1) Wie α bestimmt wird, ob durch einen einzelnen Stoss, ob durch Multiplication oder durch Zurückwerfung, welche letztere bei der Weber'schen Methode angewandt wurde, braucht nicht festgestellt zu werden.

2) Gött. Nachr. 1882 S. 654; Wiedemann's Annalen Bd. 18 S. 513 (1883). Neuerdings habe ich zur Tangentenbussole eine Glasscheibe mit aufgezogenem Kupferdrahte benutzt. Ein solcher Kreis lässt sich in sehr grossen Dimensionen ausführen. Die Nadel ist auf einem leichten Spiegel befestigt, der selbst als Töpler'scher Luftdämpfer wirkt.

3. Eine gründlichere Umgestaltung des Ausdruckes I, durch welche nicht nur das Trägheitsmoment herausfällt, sondern auch der Erdmagnetismus aus der zweiten in die erste Potenz versetzt wird und nun obendrein nur im Verhältnis zum Nadelmagnetismus vorkommt, folgt aus II ohne weiteres, wenn man Nenner und Zähler durch H theilt. Dann wird

$$w = 8 \frac{F^2}{a^2} \frac{H}{M} \frac{\lambda}{t}. \tag{III}$$

Das Verhältnis M/H ist bekanntlich durch Ablenkungen verhältnismässig leicht zu bestimmen.

Allerdings muss der erdmagnetische Inductionscoefficient des Stabes bekannt sein.

Ein astatisches Nadelpaar zu gebrauchen, wie bis jetzt bei der Methode I geschah, wird hier kaum möglich sein. Man wird wohl ein Galvanometer von sehr grossen Dimensionen mit einfacher Nadel anwenden.

4. Eine fernere wesentliche Abänderung des Verfahrens lässt sich einführen, wenn man die Galvanometerfunction anstatt aus der Dämpfung durch Vergleichung mit einem Galvanometer von bekannter Function ermittelt, ähnlich wie bereits von Dorn geschehen ist[1]).

Freilich wird hier nicht die dynamische Galvanometerfunction C, sondern die statische c bestimmt. Es ist

$$C = M.c = \frac{\pi^2}{t^2} \frac{K}{H} c.$$

Nun ergibt sich aus dem Neumann'schen Grundgesetz der Magnetoinduction und aus der Bewegungsgleichung einer gedämpften Nadel nach Weber[2]), wenn man wie oben von Correctionsgliedern absieht,

$$\lambda = \frac{1}{2w} \frac{t}{K} . C^2 = \frac{\pi^4}{2} \frac{1}{w} \frac{K}{t^3} \frac{c^2}{H^2}.$$

Dies in I eingesetzt liefert

$$w = 2\pi \frac{F}{a} \frac{c}{t}. \tag{IV}$$

Der Ausdruck enthält alle Grössen nur in erster Potenz und ist vom Trägheitsmoment und vom Erdmagnetismus unabhängig. In der Ausführung tritt allerdings noch das Verhältnis der erdmagnetischen Intensitäten an dem Orte des Inductors und des Galvanoskopes herein. Dieses Verhältnis lässt sich auf dem von mir der kgl. bayerischen Akademie im Januar ds. Js. vorgelegten Wege genau ermitteln[3]).

---

1) W. Weber, Zur Galvanometrie S. 21, wo $F = C/K$ zu setzen ist.

2) E. Dorn, Die Reduction der Siemens'schen Einheit auf absolutes Maass. Wied. Ann. Bd. 17 S. 775 (1882).

3) Vgl. auch Wiedemann's Annalen Bd. 19 S. 130 (1883).

5. Endlich erhält man aus dem obigen Ausdruck für λ noch

$$w = \frac{\pi^2}{2} \frac{c^2}{\lambda t} \frac{M}{H} \qquad \text{(V}$$

unabhängig von dem Erdinductor.

Durch die verschiedenen hier vorgeschlagenen Bestimmungsweisen ist also die Möglichkeit gegeben, die sämmtlichen einzelnen beobachteten Grössen durch andere zu ersetzen, ohne an der angewandten Kette eine Aenderung eintreten zu lassen. Diese Möglichkeit ist von grosser Bedeutung bei einer Messung, welcher man, wie die Erfahrung gezeigt hat, sich im höchsten Grade kritisch gegenüberstellen muss.

Schliesslich bemerke ich noch, dass die beiden unter 4 und 5 erwähnten Methoden in der Hauptsache bereits von Weber angegeben sind, mit dem Unterschiede allerdings, dass die Galvanometerfunction bei ihm aus den Dimensionen des Multiplicators berechnet wird, während wir dieselbe empirisch bestimmen wollen.

Eingesendete Bücher.

J. Glaser - De Cew, Die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen. Wien, Hartleben's Verlag. 3 Mk. 270 Seiten mit 54 Abbildungen. — Nach einer Einleitung über die historische Entwicklung der magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen behandelt das Buch zunächst die beiden Hauptgruppen, nämlich 1. Maschinen mit Wechselströmen und 2. solche mit gleichgerichteten Strömen. Nach einer Erörterung der Vorzüge der verschiedenen Systeme werden die gebräuchlichen Formen der Umschalter, Regulatoren und Secundärbatterien besprochen, sowie die Construction der einzelnen Maschinentheile. Ein Anhang gibt schliesslich die hauptsächlichsten Formeln zur Construction von Elektromagneten, sowie die Messinstrumente an, welche sich besonders zu Messungen an elektrischen Maschinen eignen.

A. Tobler, Die elektrischen Uhren und die elektrische Feuerwehr-Telegraphie. Wien, Hartleben's Verlag. 3 Mk. 191 Seiten mit 88 Figuren. — In der ersten Abtheilung des Buches werden hauptsächlich die elektrischen Uhren besprochen, nämlich sympathische Zeigerwerke, Stundensteller und elektrische Pendeluhren. Die zweite Abtheilung behandelt die elektrische Feuerwehr-Telegraphie und zwar besonders die automatischen Melder, die Einrichtung der Centralstationen und die elektrischen Wächteruhren.

J. Zacharias, Die elektrischen Leitungen und ihre Anlage für alle Zwecke der Praxis. Wien, Hartleben's Verlag. 3 Mk. 230 Seiten mit 72 Abbildungen. — Im vorliegenden Werke werden zunächst sowohl das Material als auch die Herstellung von ober- und unterirdischen resp. unterseeischen Leitungen behandelt; sodann die Einführung der Leitungen, Anlage der Erdleitungen und Anlage von Blitzableitungen.

Bezugsquellen.

Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.

XIX. Band. 10. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 10. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Messung der Luftreibung mittels drehender Schwingungen.

Von

Dr. A. Kurz.

Dritte Mittheilung[1]).

§ 1. Im letzten Augustmonate erfüllte ich meinen schon länger gehegten Wunsch, die Scheibenversuche von O. E. Meyer (s. I S. 569) in grösserem Stile, wenn auch unter einfacheren experimentellen Umständen, zu wiederholen. Ich brachte deshalb drei Hartholzscheiben (mit Oelfarbe überstrichen) von $R = 15^{cm}$ Halbmesser und 1^{cm} Dicke auf einer mit Gewinde versehenen Messingstange zusammen, die mittels einer Rolle von $1\,^1/_2{}^{cm}$ Durchmesser an zwei Neusilberdrähten von ungefähr 2^{m} Länge (resp. einem Draht von 4^{m} Länge) aufgehängt wurde.

Zur messenden Bestimmung des Trägheitsmomentes jenes Apparats war der Messingring in Bereitschaft, dessen Trägheitsmoment in I § 5 zu $96900 \pm 100^{gr.\,cm.\,cm.}$ angenommen worden war und im letzten Juli von Braun und mir aus besonderen Messungen gleich 97586 gefunden wurde.

Damit aber auch ohne diesen Ring die gleiche Belastung obwalte, ward in diesem Falle an das untere Ende der genannten Messingachse eine Eisenstange von wenig über 30^{cm} Länge, 2,5 Dicke, 1253^{g} Gewicht axial angeschraubt, deren Trägheitsmoment zu 1026 berechnet wurde.

Es möge gleich eine Reihe von Beobachtungen, wie sie zur Erlangung des logarithmischen Decrements und der Schwingungsdauer aufgeschrieben wurden, mitgetheilt werden.

---

1) Die erste und zweite Mittheilung, von Dr. W. Braun und mir, s. Carl's Repertorium Bd. 18 S. 569 und diesen Band S. 343. Ich bezeichne dieselben der Kürze wegen förderhin mit I und II nebst Angabe der Paragraphen- oder Seitenzahl.

A. Die drei Scheiben ohne Abstand.

9^h 36^m 23,8$^{sec.}$		46^m [25]		56^m [24]		10^h 6^m [25]	
	10,17$_5$		8,70		7,51		6,42
10,11$_5$	10	8,62	65	7,41	47	6,31	39
03	03	58	59$_5$	37	41	28$_5$	37
9,99	9,98	51$_5$	54	32	38	22$_5$	31
92	91	47	49	28	32	19$_5$	28
85	85	41	43$_5$	22	22$_5$	16$_5$	23
9,981	10,008	8,519	8,568	7,320	7,396	6,236	6,333
0,027		0,049		0,076		0,097	
19,989		17,087		14,716		12,569	
1,30079		1,23267		1,16779		1,09931	
	0,06812		0,06488		0,06848		

Hierin bedeuten in der ersten Zeile (der Zeitangaben) die eingeklammerten Zahlen die ganzen Schwingungen, welche vom 1. zum 2., vom 2. zum 3. und vom 3. zum 4. Satze verflossen sind. Es wurde nämlich je der erste Umkehrpunkt links nicht aufgeschrieben (s. die leeren Stellen in der zweiten Zeile), sondern dafür am Chronoskop die Secundenzahl markirt; desgleichen auch beim ersten und etwa noch beim zweiten Satze die Secundenzahl und an der Uhr die Minutenzahl des siebenten Umkehrens links (dieses Geschäft ist durch die leere Zeile angedeutet). So erhält man einen ersten Näherungswerth der Schwingungszeit aus 6 ganzen Schwingungen und zuletzt einen besseren Werth aus 74 Schwingungen, die vom 1. bis zum 4. Satze verflossen sind.

In der folgenden Zeile stehen die arithmetischen Mittelwerthe aus je 5 und 6 Umkehrpunkten auf der Scala, die in der Mitte Null und rechts 20 rothe, sowie links 20 schwarze Doppelcentimeter (in je 10 Theile getheilt) aufweist.

Die folgende Zeile enthält die Differenz der zwei Mittelzahlen, in deren Mitte geschrieben, nur nebenbei zur Bemerkung der Wanderung des Schwingungsmittelpunktes, die darauffolgende die Summen jener 2 Zahlen, die weitere Zeile die Briggischen Logarithmen dieser Summen, und in der untersten Zeile stehen die Differenzen dieser Logarithmen, für beziehungsweise 25, 24 und 25 ganze Schwingungen.

Die letzteren 3 Differenzen dienen zunächst auch nur zur Uebersicht über den mehr oder minder regelmässigen Verlauf. Das loga-

rithmische Decrement, zunächst Briggisch und für eine ganze (Doppel-) Schwingung, wurde dagegen in folgender Weise berechnet:

2. und 3. Satz ergibt 0,06488 : 24 = 0,00270,

1. „ 4. „ „ 0,20148 : 74 = 0,00272,

ersterer Werth ein Mal, letzterer drei Mal gezählt, gibt als Mittelwerth 0,00272.

Die Schwingungszeit ergab sich aus 74 ganzen Schwingungen als 24,101 Secunden.

B. Die unterste Scheibe um nahe 10^{cm} tiefer.

Auf analoge Weise wurde gefunden das Briggische Decrement 0,00392 (pro ganze Schwingung)
und die Schwingungsdauer 24,108 „ „ „

C. Die drei Scheiben in zwei solchen Abständen.

Das analoge Decrement war 0,00493 und in einem Controllversuch 0,00491, also zu 0,00492 angenommen (die letzte Ziffer solcher Decremente steht ohnehin nur zur Sicherung der vorletzten da).

Die Schwingungsdauer war 24,108, im Controllversuch 24,096, Mittel 24,102.

§ 2. Das Trägheitsmoment K dieses Scheibenapparats (Gewicht 1350 ohne die Stange) ergibt sich rechnerisch als etwas über 150000 gelegen und durch Messung der ganzen Schwingungszeit, welche der Apparat nebst dem genannten Messingring aufwies (30,50, welche ich mit 24,10 combinirte) ergibt sich[1]) 126300, wozu gemäss § 1 noch 1026 zu fügen war, also

$$K = 127300^{2)}.$$

§ 3. Nun setze ich nach Meyer a. a. O. für eine einzige solche Kreisscheibe, oder, unter Vernachlässigung der Randreibung, für die drei einander ganz genäherten Scheiben

$$\delta' = \frac{\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} + x',$$

wo δ' das betreffende natürlich-logarithmische Decrement für eine halbe oder einfache Schwingung, deren Zeit T beträgt, $\mu = 0,0012$ die

1) Da der Ring noch um $118,2^g$ leichter war als die in § 1 erwähnte Eisenstange, so wurde demselben noch ein solches Gewicht, vom Trägheitsmoment 92, beigegeben, so dass statt 97586 in Rechnung kommt 97678.

2) Die Differenz von 150000 und 127000 rührt hauptsächlich von der centralen Metallarmatur her, mittels welcher die Holzscheiben an die Messingscheiben angeschraubt wurden.

Luftdichte und k den gesuchten Reibungscoefficienten bedeuten; x' habe ich wegen der noch anderen a priori zu supponirenden Reibungswiderstände beigefügt. Für die drei aus einander gerückten Scheiben, mit welchen Meyer das Decrement noch beobachtete, ist

$$\delta''' = \frac{3\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} + x',$$

und für den in § 1 B von mir beobachteten Zwischenfall

$$\delta'' = \frac{2\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} + x';$$

$\delta'\ \delta''\ \delta'''$ entstehen aus den in § 1 A, B, C angegebenen Decrementen durch Division der letzteren mit 2, wie auch $T = 12{,}05$ Secunden bedeutet, und durch Multiplication mit dem bekannten Modul 2,30.... So lange nur Verhältnisse der Decremente, wie in § 4, in Betracht kommen, kann diese Umrechnung unterlassen und gemäss § 1 mit

$$0{,}00272, \quad 0{,}00392, \quad 0{,}00492$$

gerechnet werden, als wären diese die $\delta'\ \delta''\ \delta'''$.

§ 4. Wäre x', das in den drei Fällen dasselbe sein soll, gegen das erste Glied in § 3 nahe verschwindend, so müsste gemäss der theoretischen Formel $(\delta''' - \delta') : \delta''' = 2 : 3$ sein; aus der Messung dieser Decremente geht aber hervor $\frac{22}{49}$ oder $\frac{22}{33+16}$; also

$$(\delta''' - \delta') : (\delta''' + x') = 22 : (33 + 16),$$

woraus sich, wenn man zur Abkürzung setzt

$$W = \frac{\pi R^4}{K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T,}$$

$\frac{x'}{W} = \frac{16}{22}$ ergibt; ebenso liefert $\frac{\delta''' - \delta'}{\delta''}$ den Werth $\frac{x'}{W} = \frac{17}{22}$ und $\frac{\delta''' - \delta'}{\delta'''}$ wieder $\frac{16}{22}$. Analog liefert die Differenz $(\delta'' - \delta')$ mit den Nennern $\delta'\ \delta''\ \delta'''$ die drei Werthe

$$\frac{x'}{W} = \frac{17}{20},\ \frac{19}{20},\ \frac{19}{20}$$

und die letzteren drei erhält man auch mit $(\delta''' - \delta'')$ durch $\delta'\,\delta''\,\delta'''$ in derselben Reihenfolge.

Wegen dieser viermaligen Wiederkehr empfiehlt sich

$$\frac{x'}{W} = \frac{19}{20}$$

als der beste Werth; bedenkt man, dass die einzelnen Scheiben je 1^{cm} dick sind, so kommt auch dabei die störende Randreibung von 3^{cm} Dicke zwei Mal gar nicht vor und zwei Mal mit der näher liegenden von 2^{cm} Dicke zur Subtraction, gar nicht aber mit derjenigen von 1^{cm} (je einer Einzelnscheibe).

Eliminiren wir ferner das x' gänzlich, indem wir nur die Verhältnisse der drei Differenzen

$$\begin{array}{lccc} & \delta''' - \delta'' & \delta''' - \delta' & \delta'' - \delta', \\ \text{gemessen:} & 10 & 22 & 12, \end{array}$$

ins Auge fassen, so findet sich dafür theoretisch

$$\frac{1}{2}W \qquad W \qquad \frac{1}{2}W,$$

also eine nahe Uebereinstimmung zwischen Messung und Theorie.

§ 5. Zur Berechnung des Reibungscoefficienten möchte zunächst aus dem soeben angegebenen Grunde (Fehlen der 3^{cm} dicken Scheibe) das erste Paar

$$\delta''' - \delta'' = \frac{1}{2}W$$

als das vertrauenswürdigste erscheinen. Man erhält, jetzt die Umrechnung anwendend, welche am Schlusse des § 3 angedeutet worden ist,

$$\frac{0{,}0010 \cdot 2{,}30}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi 15^4}{127300} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot k \cdot 0{,}0012 \cdot 12{,}5}.$$

Mit Weglassung des Divisors 2 auf beiden Seiten erhält man links

$$0{,}00230$$

und rechts, wenn man versuchsweise $k = 0{,}0002$ einsetzt,

$$0{,}00266;$$

also ist dieser Werth von k zu gross und man erhält

$$k = 0{,}0002 \cdot \left(\frac{230}{266}\right)^2 = 0{,}000130,$$

etwas unterhalb der Grenze 0,000137, welche in II als die unterste Grenze gefunden worden war ($k = 0{,}000184$ dort als die oberste).

Mit Benutzung von $\delta''' - \delta' = W$, welche Combination dem Meyer'schen Versuche entspricht, wird

$$k = 0{,}000130 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^2 = 0{,}000157,$$

ein mittlerer Werth zwischen dem vorigen und demjenigen aus $\delta'' - \delta = \frac{1}{2} W$, welcher

$$k = 0{,}000130 \cdot \left(\frac{12}{10}\right)^2 = 0{,}000187$$

wird.

Dieser Werth käme der bisherigen Annahme von k am nächsten. Nimmt man aber im vorigen Paragraphen statt 10 und 12 das Mittel 11, wodurch die Uebereinstimmung erzeugt würde

$\delta''' - \delta''$	$\delta''' - \delta'$	$\delta'' - \delta'$
11	22	11
$\frac{1}{2} W$	W	$\frac{1}{2} W$,

so gewinnt auch da das mittlere 0,000157 an Ansehen, abgesehen von der schon angedeuteten Uebereinstimmung mit unseren Resultaten der Messungen an der Hohlkugel (in II).

Mit noch grösseren (dünnen) Scheiben lassen sich voraussichtlich noch bessere Resultate erhoffen.

§ 6. Gelegentlich zu § 2 hatte ich auch die Decremente beobachtet, welche der Dreischeibenapparat mit dem aufgelegten Messingringe (dieser nicht ganz 1^{cm} dick oder hoch) lieferte, und ich fand in analogem Sinne zu den drei am Schlusse von § 3 angegebenen Werthen

0,00239 0,00323 0,00396 mit den ganzen

Schwingungszeiten 30,472 30,482 30,555.

Aus letzteren drei Werthen habe ich in § 2 das Mittel genommen. Erstere drei Werthe weisen viel grössere Differenzen auf als diejenigen im § 3 (siehe § 4)

73 157 84;

deren Verhältnisse stimmen aber noch einigermassen mit denjenigen im § 4.

§ 7. Ich machte hernach noch einschlägige Versuche mit einem Rotationsellipsoide und zwei ungleich grossen Kugeln (alle drei massiv). Um des Vergleiches willen mit diesen mag auch das obige x' in § 3 noch numerisch betrachtet werden. Es ist deshalb

$$\frac{0{,}00272 \cdot 2{,}30\ldots}{2} = \frac{1}{2} W + x'$$

$$\frac{0{,}00392 \cdot 2{,}30\ldots}{2} = \frac{2}{2} W + x'$$

$$\frac{0{,}00492 \cdot 2{,}30\ldots}{2} = \frac{3}{2} W + x'.$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhält man

$$0{,}00444 = W + x'.$$

W wurde in § 5 gleich 0,00230 berechnet mit dem kleinsten k daselbst. Mit dem mittleren k wird es $\frac{11}{10}$ mal so gross oder 0,00253; und unter dieser Annahme

$$x' = 0{,}00191,$$

d. h. es kommt bei dem Scheibenapparate nicht ganz die Hälfte des beobachteten Decrementes auf Rechnung der anderen Widerstände (als die Luftreibung)[1]).

§ 8. Eine Holzkugel von 19cm Durchmesser und 1918g Gewicht, an derselben Rolle mit Neusilberdraht wie in § 1 aufgehängt, zeigte das Trägheitsmoment $K = 71297$ (theoretisch $\frac{2}{5}Mr^2 = 69240$) und in der halben Schwingungszeit $T = 8{,}866$ das natürlich-logarithmische Decrement $\delta = 0{,}00251$.

Ich bemerke noch, dass ich hierbei bloss zwei Schwingungszeiten maass (wegen K), es waren dies 7,377 mit der Eisenstange und 11,276 mit dem Messingring, und bloss das Decrement δ der Kugel ohne diese Zuthaten, wobei die schon angegebene Schwingungszeit nach Art der in § 1 angeführten Tabelle resultirte. Die beiden anderen Schwingungszeiten ergaben sich in folgender Weise:

Kugel mit Messingring.

$5^h\ 15^m$	20^m [26]	25^m [28]	35 [52]	55 [108]
40	18	71	26	84
77		109	63	121
115		147	101	160
153		185	140	199
191		224	179	236
230		261	215	274
806		997	724	1074

Die Zahlen in der Colonne bedeuten die (laut) gezählten Metronomschläge (205 in 60 Sec.), welche mit den Durchgängen durch den Nullpunkt zusammentrafen, wobei immer mit einem von links nach rechts gehenden Durchgange begonnen wurde, so dass die zwischen je zwei Sätzen verflossenen Schwingungszahlen stets gerade ausfallen müssen.

1) Streng genommen gehört auch noch die Luftreibung an der in § 1 u. 2 erwähnten Eisenstange zu x', welche aber wegen der geringen Dicke derselben wenig ausmacht.

Im zweiten Satz war ein Zählfehler untergelaufen; da aber die erste Durchgangszeit richtig aufgeschrieben war, konnte man denselben dennoch brauchen; statt nämlich mit dem sechsten Theil der zu unterst angegebenen Summen wurde da nur mit der ersten Durchgangszeit gerechnet. So erhielt man die wie in der Tabelle des § 1 eingeklammerten Schwingungszahlen, und die resultirende Schwingungszeit wurde

$$11{,}276 = \left(40 \cdot 60 + \frac{1074 - 806}{6} \cdot \frac{60}{205}\right) : (26 + 28 + 52 + 108).$$

Wenn man nun die Rechnung stellt nach der Kirchhoff'schen Formel

$$\delta = \frac{2\pi R^4}{3K}\sqrt{2\pi k \mu T} + x' \text{ (vgl. Formel in § 3)},$$

so erhält man mit $k = 0{,}0002$ wie im § 5

$$0{,}00251 = 0{,}000875 + x'.$$

Das x' ist also hier mehr wie doppelt so gross als der maassgebende Summand. Die Kugel ist zu klein, vielleicht auch zu leicht für den Neusilberdraht.

§ 9. Dagegen lieferte eine grössere Holzkugel von 30^cm^ als Durchmesser und 8392^g^ schwer, an eine gleiche Rolle, aber mit Stahldraht gehängt, das Trägheitsmoment $K = 799300$ (theoretisch 755300), ferner $\delta = 0{,}000657$, $T = 14{,}859$, die Beobachtungen wie im § 10 angeführt.

Hieraus berechnet sich, wenn man das x' ganz unterdrücken würde (und dürfte)

$$k = 0{,}000220.$$

Im Zusammenhalte mit dem in § 5 angegebenen Resultate lässt sich also nur so viel sagen, dass die ersten vier Decimalstellen oder ein grösserer Bruchtheil als die Hälfte von k durch diese Annahme $x' = 0$ hiermit erreicht werden können.

§ 10. Vergleicht man die beiden Formeln, δ und δ', des § 10 und 3 unter letzterer Annahme, so sieht man, dass sich diese beiden Decremente bei gleichem $\frac{R^4\sqrt{T}}{K}$ wie $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ zu $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ oder wie 8 zu 3 verhalten. Ein (massives) Rotationsellipsoid, dessen geometrische und factische Rotationsaxe kleiner ist als der Aequatordurchmesser, steht geometrisch inmitten jener Kugel und des Kreises; es wird also auch der zur entsprechenden Formel, die ich mit δ^N

kennzeichnen will, gehörige Factor einen Mittelwerth zwischen 8 und 3 einnehmen.

Da ein solch abgeplattetes Sphäroid schon vorhanden war, so hängte ich es an der Stelle der vorigen Kugel (§ 11) auf. Es ist aus Hartholzstücken zusammengesetzt, 5585^g schwer und hat als äquatorialen Radius auch 15, als polaren 10^{cm}.

Ich rechnete zunächst wieder probeweise mit der für die Kugel passenden Formel und mit $k = 0{,}0002$ und erhielt analog wie in § 7

$$0{,}000838 = 0{,}001777 + x'.$$

Daraus folgt wirklich auch, dass der erste Summand der rechten Seite um mehr als die Hälfte verkleinert werden muss, wobei noch $x' = 0$ sein würde. Im Vergleiche mit der Angabe des § 11 ist aber letztere Annahme nicht mehr ganz zutreffend und demgemäss eine noch stärkere Reduction der Zahl 0,001777 zu erwarten, die aber auch noch gemäss § 5 durch $k < 0{,}0002$ veranlasst wird.

Zum Schluss füge ich noch bei, dass die Temperatur bei allen obigen Versuchen 17° C., in maximo 17,5 betragen hat.

Ueber die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene.

Von

W. C. L. van Schaik.

(Schluss.)

II.

Die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene.

Das Phänomen, mit welchem wir uns jetzt beschäftigen wollen, wurde zum ersten Male von Sir William Thomson in einer so erschöpfenden Weise dargestellt, dass dadurch die Grundlage der mechanischen Theorie vollständig angegeben ist.

In den Proceedings of the Royal Soc. vom Juni 1856 und in den Phil. Mag. von 1857 p. 200 entwickelt dieser grosse Physiker gewisse »dynamische Illustrationen«, welche eine Idee davon geben, was mit der Lichtbewegung in einer activen oder unter den Einfluss eines Magnets gebrachten Materie geschieht. In dieser Abhandlung befindet sich jene Stelle, welche Maxwell zu seiner Theorie geführt und welche wir später citiren werden.

Versuchen wir zunächst das Phänomen so vollständig als möglich zu beschreiben, wobei wir — was wir mit Rücksicht auf das oben Gesagte immer noch thun dürfen — das Licht als eine Transversalbewegung der Aethertheilchen auffassen wollen.

Wenn ein Lichtstrahl von bestimmter Vibrationsdauer »geradlinig« polarisirt erscheint, so liegen in einem gewissen Momente die Aetherpartikelchen auf einer Sinuslinie (Fig. 1). Wir nehmen an, dass die Richtung des Strahles immer mit der der z-Axe zusammenfällt.

Der Magnetismus wirkt nun so auf die transparente Materie, dass er eine Componente nach der Axe der z erzeugt, die Polarisationsebene und infolge dessen auch die Vibrationsebene werden »gedreht«, d. h. in einer Schraubenfläche gewendet. Die Vibrationsrichtungen der Aether-

moleküle sind dann längs den Generatrices dieser Fläche gelegen, welche parallel der xy-Ebene sind und durch die ursprüngliche Position der Aethermoleküle hindurch gehen.

Um eine Vorstellung von dem Zustand in dem gegebenen Moment zu haben, muss man auf diesen Generatrices vom Ausgangspunkte der Axe der Schraube aus Längen auftragen, welche den Verschiebungen der Aetherpartikel proportional sind und welche man infolge dessen eben so lang nehmen kann wie die Ordinaten der erwähnten Sinuslinie.

Es ist leicht zu erkennen, dass die Projection aller dieser Partikel parallel nach z in einem gegebenen Momente auf der xy-Ebene eine Curve darstellen werden, welche eine Form hat ähnlich der von Fig. 11; eine rosettenartige Figur nämlich, bei der die Anzahl der Blätter gleich ist der Anzahl von Halbschwingungen, welche im Lichtstrahl vorkommen. Ist einmal die Drehung der Polarisationsebene vollendet, so bleibt die Schraubenfläche selbst fest, während die rosettenartige Projection mit ihren Blättern ersichtlich um ihr Centrum rotirt.

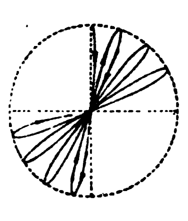


Fig. 11.

Die Erscheinung kann indes noch in einer andern Weise, wie dies Fresnel gezeigt hat, beschrieben werden. Diese Methode beruht, wie man weiss, darauf, dass man die geradlinig polarisirte Bewegung auffasst als das Resultat zweier entgegengesetzter Circularbewegungen. Nun ist für einen gegebenen Moment die Configuration eines circularpolarisirten Lichtstrahles eine Schraube, auf welcher die Aetherpartikelchen gelegen sind; indem man diese Schraube um ihre Axe dreht, erhält man eine Darstellung der Lichtbewegung selbst, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle dargestellt wird durch die scheinbare Längsbewegung der Schraube.

Nehmen wir nun zwei geometrisch gleiche Schrauben P und Q, von denen die eine das Spiegelbild der andern ist und von denen die eine eine rechts und die andere eine linksgehende Schraube darstellt; diese beiden Schrauben werden uns die beiden entgegengesetzt circularen Strahlen vorstellen. Dreht man dieselbe in entgegengesetzter Richtung und mit gleicher Geschwindigkeit, so kann der geradlinig polarisirte Strahl als das Resultat der beiden Drehungen aufgefasst werden.

Man kann jetzt die Drehung der Polarisationsebene in der Weise herausbekommen, dass man die eine Schraube P ein klein wenig schneller dreht als die andere Q; dadurch führt man für P eine (ein klein wenig) differirende Schwingungsdauer ein, was nämlich die Geschwindigkeit der Fortpflanzung so ändert, dass die Wellenlänge (das Vorrücken der Schraube) gleich bleibt. Dies ist z. B. die Erscheinung wie sie Maxwell darstellt.

Dieses Zusammengehen der beiden gleichartigen circularen Bewegungen aber, welches zwischen den beiden im entgegengesetzten Sinne gleichen Strahlen vor sich geht, kann bei einer geradlinigen Bewegung nur stattfinden, wenn die beiden Geschwindigkeiten gleich sind; wenn

sie verschieden sind, so durchläuft der Punkt eine krumme Curve wie sie etwa Fig. 11 darstellt, eine Art von Hypotrochoïd, welche im allgemeinen nicht in sich selbst zurückkehrt.

Diese Curve und die fragliche gerade Linie lassen sich z. B. in folgender Weise construiren. Ein Punkt A (Fig. 13) beschreibt einen

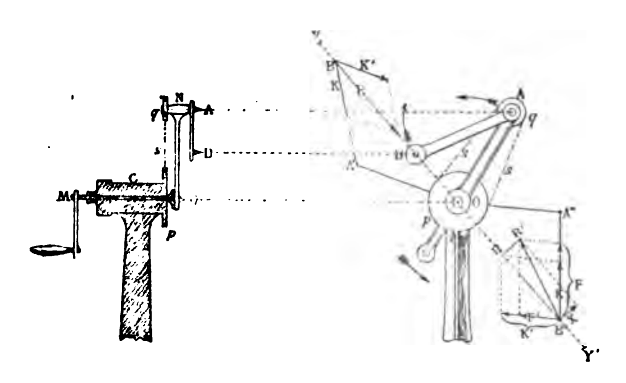


Fig. 12 und 13.

Kreis vom Radius $AO = a$ um einen festen Punkt O. Gleichzeitig beschreibt ein Punkt B einen Kreis um A mit einem gleichen Radius $DA = a$ und im entgegengesetzten Sinne. Wenn diese beiden Winkelgeschwindigkeiten, von einer bestimmten Richtung aus gezählt, gleich sind, dann beschreibt der Punkt B eine Gerade von der Länge $= 4a$. Sind die beiden Geschwindigkeiten nicht genau gleich, so durchläuft der Punkt B die erwähnte Hypotrochoïde (Fig. 11).

Das in Fig. 12 und 13 dargestellte Instrument verwirklicht dieses Princip.

Auf einer Stütze C ist eine Rolle p befestigt; durch das Centrum derselben geht eine Achse MO hindurch, welche man mit Hilfe einer Kurbel drehen kann und an welche ein Hebel ON befestigt ist. Das Ende dieses Hebels ist von einer Achse A durchsetzt, welche auf einer Seite die Rolle q und auf der andern Seite einen mit einer Spitze B versehenen Hebel AB trägt. Die Länge AB ist eben so gross genommen, wie die Entfernung der Achse A von MO. Wenn nun der Durchmesser der festen Rolle p zweimal so gross ist wie der Durchmesser der Rolle q und wenn über die Welle ein Seil s in derselben Richtung darüber läuft, so ist leicht ersichtlich, dass die Rotation von B und A in entgegengesetzter Richtung stattfinden wird, wie die von A und O, und dass beide Bewegungen mit gleicher Winkelgeschwindigkeit vor sich gehen werden. B bewegt sich dann gerade. Wenn man nun hingegen für q ein Wellrad, das ein wenig kleiner oder grösser ist, so dass die Durchmesser nicht genau im Verhältnis von $2:1$ stehen, so beschreibt der Punkt B ein Hypotrochoïd. Dieses Instrument kann also dazu dienen, die Hypothese von Fresnel zu versinnlichen; die Amplitude $4a$ der resultirenden Bewegung, welche zweimal so gross ist als

die Amplitude der circularen Bewegung, gibt genau Rechenschaft über das Anwachsen der Lichtintensität, welches aus der Combination zweier gleich starker und in entgegengesetzter Richtung circularpolarisirter Strahlen resultirt.

Wenn die Beschreibung, welche wir über die Drehung der Polarisationsebene geben wollen, genau ist, so müssen in jedem Punkte des aus diesen zwei circularen Strahlen zusammengesetzten Lichtstrahles die Aethertheilchen ähnliche Hypotrochoïden durchlaufen. Wir müssen daher unsere Aufmerksamkeit nicht nur darauf richten, dass das Licht nicht vollständig geradlinig polarisirt bleibt, sondern auch darauf, dass die Ebene, welche man hier Polarisationsebene nennen kann, sich ohne Unterbrechung dreht, daher das Partikelchen sich jedesmal auf einem andern Blatte der Kurbel befindet.

Der Versuch indes zeigt, dass die Polarisationsebene, wenn sie einmal »gedreht« ist, in diesem Zustande stationär verbleibt, und wir haben daher nicht mehr das Recht anzunehmen, dass das gerade polarisirte Licht nicht gerade polarisirt bleibe.

Wenn wir daher aus dem Vorhergehenden annehmen müssen, dass die Schwingungsdauer, nachdem die magnetische Modification des Lichtes vollendet ist, in beiden circular polarisirten Strahlen dieselbe ist, so müssen wir den Grund des Unterschiedes der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden circularen Strahlen (ein Unterschied, der von H. Becquerel und von Cornu direct erkannt wurde) in der Differenz der Wellenlänge suchen, die Erklärung des Phänomens also, wie sie Maxwell gibt, muss aufgegeben werden.

Nehmen wir daher sogleich an Stelle der Schraubenlinie P eine andere P', welche z. B. eine etwas kleinere Schraubenhöhe hat, so dass dadurch ein Strahl von kleinerer Wellenlänge dargestellt wird, welche im sonstigen aber der Linie P gleich sein soll. Wenn wir nun P' mit einer Geschwindigkeit drehen, welche gleich und entgegengesetzt ist der von Q, so gibt uns die resultirende Bewegung von P' und Q eine Drehung der Polarisationsebene. Diese resultirende Bewegung ist jetzt für jedes Partikelchen geradlinig und diese Trajectorien geben nach einander die verlangte Differenz. Wir haben hier, indem wir von P zu P' übergingen, dieselbe Schwingungsdauer beibehalten, wir haben aber eine andere Wellenlänge eingeführt, was die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ändert. Um vollständig der Wirklichkeit zu entsprechen, müssen wir nunmehr Q durch eine andere ähnliche Schraubenlinie Q' ersetzen, deren Schraubengang um eben denselben Werth grösser ist, um welchen P' kleiner angenommen wurde als P. In der Art muss das Phänomen der Rotation aufgefasst werden.

Das, was der Magnetismus bewirkt, besteht in einer Aenderung der Configuration des Lichtstrahles und in einer Erhaltung dieser Aenderung unter Mitwirkung der »elastischen Kräfte«, welche in der Lichtbewegung erregt werden.

Die dynamische Untersuchung dieses Problemes führt darauf, die Gleichungen der Lichtbewegung durch Hinzufügung eines Ausdruckes zu vervollständigen, welcher anzeigt, dass die Acceleration nach einer gewissen Richtung einen andern Werth erhält als wie vor der Wirkung des Magnetismus. Diese Aenderung der Acceleration wird für einen Strahl proportional sein der Kraft, welche infolge des magnetischen Einflusses auf das Aetherpartikelchen wirkt. Bezeichnen wir diese Kraft, welche die Aenderung in der Configuration des Lichtstrahles erhält, durch M; sei andrerseits E die elastische Kraft, welche auf der Verschiebung aus der Gleichgewichtslage resultirt, und f die Gesammtacceleration in dieser Richtung. Dann hat man ohne Einwirkung des Magnetismus

$$f = E,$$

und mit Einwirkung desselben

$$f = E + cM, \tag{4}$$

wo c proportional ist der Intensität des magnetischen Feldes.

Dies ist der Haupttypus der Differentialgleichungen einer Lichtbewegung unter magnetischem Einflusse. Die Gleichungen von C. Neumann und von Maxwell unterscheiden sich beispielsweise nur durch die Form, welche sie der Kraft M beilegen. Die von Neumann haben die Form

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} &= A\frac{d^2\xi}{ds^2} + m\frac{d\eta}{dt} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= A\frac{d^2\eta}{ds^2} - m\frac{d\xi}{dt} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

und die von Maxwell folgende:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} &= A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\frac{d^3\eta}{dz^2dt} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\frac{d^3\xi}{dz^2dt} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Die Partikelchen müssen sich in der circularen Lichtbewegung, währenddem die Aenderung in der Configuration des Strahles vor sich geht, auf eine etwas kleinere oder grössere Schraubenlinie hinbewegen, weil die Wellenlänge sich so ändern muss, dass gleichzeitig die Winkelentfernungen der Partikelchen sich ändern.

Diese Aenderung selbst muss also von einer Aenderung der Geschwindigkeit auf der Kreislinie (infolge dessen auch, temporär, der Umdrehungsgeschwindigkeit) begleitet sein, während später, wenn die Wellenlänge hinlänglich geändert wurde, diese Geschwindigkeit, wie wir oben gesehen haben, wieder ihren ursprünglichen Werth annimmt. Das beweist, dass die Kraft M, welche die Configuration ändert, schliesslich im Gleichgewichte gehalten wird durch eine Kraft, welche durch diese

Aenderung geweckt wird. Die Lichtintensität ist in der That dieselbe geblieben und der Radius des Kreises wird daher nicht weiter variirt. Wenn ein Punkt sich gleichförmig in einer kreisförmigen Bahn bewegt, so hängt die resultirende Centripetalbeschleunigung allein ab von der Geschwindigkeit und dem Radius; hier nimmt diese Centripetale Beschleunigung wieder ihren ursprünglichen Werth an, wenn dasselbe mit der Geschwindigkeit selbst geschieht. Diese Kraft aber, welche infolge der Aenderung der Configuration des Lichtstrahles entsteht und nach Erlangung des Gleichgewichtes mit der Kraft M aufhört, ist ersichtlich senkrecht gegen den durchlaufenen Kreis gerichtet[1]); infolge dessen muss auch die Kraft M senkrecht gegen diesen Kreis sein.

Es wurde oben bemerkt, dass, wenn die Configuration des Lichtstrahles keine Aenderung erfährt, die Schwingungsdauer aber eine andere wird, dass dann das Aethermolekül, welches an den zwei entgegengesetzt circularen Bewegungen Theil nimmt, nicht mehr eine geradlinige Bewegung ausführt, sondern eine Hypotrochoïde durchlaufen würde. Da jedoch in Wirklichkeit die Configuration des Strahles eine Aenderung erleidet, infolge welcher gerade die Kräfte erscheinen, welche schliesslich der magnetischen Kraft (M) das Gleichgewicht halten, so wird eine solche Hypotrochoïde die Trajectorie des Aethermoleküles sein, das unter magnetischem Einflusse steht und das sich den Schwingungsrichtungen der vor- und nachstehenden Moleküle nicht anzupassen braucht. Während die Veränderung der Configuration des Lichtstrahles vor sich geht, müssen auch die Moleküle ähnliche Trajectorien durchlaufen, deren aufeinander folgende Blätter immer gerader werden.

Wenn also ein schwingender Punkt sich auf einer derartigen Curve bewegt, so kann man sagen, dass er einerseits dem Einflusse einer radial attractiven Kraft, welche proportional der Entfernung vom Mittelpunkte, und andrerseits einer Kraft senkrecht auf die Bewegungsrichtung ausgesetzt ist, welche ihr Maximum in der Gleichgewichtslage erreicht.

Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur die Construction dieser Curve, wie sie oben durch Fig. 13 gegeben wurde, und wie man sie mit Hilfe des in Fig. 12 und 13 dargestellten Instrumentes erhält, zu betrachten. Wenn die resultirende Bewegung des Punktes B eine geradlinige ist, so haben die beiden composanten circularen Bewegungen gleiche Winkelgeschwindigkeit, von einer fixen Ausgangsrichtung an gerechnet. Wenn nun ein Punkt eine gleichförmige circulare Bewegung besitzt, so geht bekanntlich die resultirende aller jener Kräfte, welche

1) Wenn man drei Theilchen a, b, c betrachtet, welche eines neben dem andern auf einer Schraubenlinie gelegen sind, so ist die resultirende der von a und c auf das zwischenliegende Partikelchen b ausgeübten Kräfte längs des Krümmungsradius von b gerichtet, welcher Radius für die Schraube dieselbe Richtung hat, wie der Radius des Cylinders, auf dem die Schraube construirt ist. Die Aenderung, welche in dieser Resultirenden die Aenderung des Schraubenganges hervorbringt, hat die nämliche Richtung.

auf ihn wirken, durch den Mittelpunkt: es ist das die »Centripetalkraft«. Die resultirende Bewegung des Punktes B kann gleichfalls mittels der centripetalen Accelerationen beschrieben werden, welcher die beiden Punkte A und B in Betreff der Mittelpunkte O und A ausführen. Betrachten wir zu diesem Behufe die Figur 13 und die beiden Punkte A und B in den Positionen A' und B'.

In Bezug auf die eine Bewegungscomponente von B, der Rotation nämlich um A, sei die gegen A gerichtete Centripetalbeschleunigung z. B. $= K$. Wenn die andere Componente in Bezug auf die Rotation um O allein vorhanden wäre in der Art, dass die Stange AB sich parallel zu sich selbst verschieben würde, so würde B eine centripetale Beschleunigung $= K'$ besitzen, welche parallel sein müsste zu AO (hier $A'O$), d. h. gegen den Mittelpunkt des Kreises gerichtet, welchen der Punkt B in diesem Falle beschreibt. In Wirklichkeit nun erleidet B (oder B') die Wirkung der Resultirenden von K und K'. Gehen die beiden componirenden Bewegungen mit gleicher Geschwindigkeit vor sich, so hat man $K' = K$. Das Kräftenparallelogramm ist dann ein Rhombus; die Resultirende R fällt in die Bewegungsrichtung YY'. Andrerseits zeigt die Aehnlichkeit der Dreiecke, dass die Grösse der Kraft R immer der Verschiebung OP (hier OP') in der Art proportional ist, dass B eine einfache Pendelbewegung besitzt.

Gibt man im Gegentheil den beiden Bewegungscomponenten ungleiche Geschwindigkeiten, so dass der Punkt die oben erwähnte Curve beschreibt, so wechseln die Kraftwerthe ebenso. Wenn die eine der Geschwindigkeiten um ebenso viel vermehrt als die andere vermindert wurde und wenn diese Aenderungen klein sind, so wächst die eine der Kräfte, K z. B., um dieselbe Grösse, um welche die andere H' sich verringert[1]).

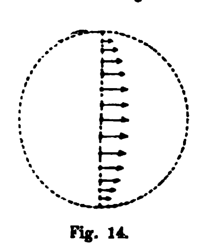
Nehmen wir nun (Fig. 13 B'') die Kraft K ein wenig grösser an, gleich F, und die Kraft K' um ebenso viel kleiner, gleich F'. Wir erhalten dann eine Resultirende R', welche nicht mehr in der Richtung YY' gelegen ist. Die Componente von R' nach dieser Richtung wird indes gleichwohl der Resultirenden R der oben betrachteten gleichen Kräfte K und K' gleich sein, geradeso wie es aus der Figur erhellt, wo es ganz deutlich wird und wo $F - K = K' - F'$. Es gibt aber überdies

---

1) Das geht unmittelbar aus der Differenzirung der Formel $K = \frac{4\pi^2 a}{T^2}$ hervor. In dem Phänomen, welches uns beschäftigt, ist der fragliche Unterschied der Geschwindigkeiten ohne Zweifel besonders klein; wenn die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene stark ist, so erhebt sich dieselbe trotzdem für jede Wellenlänge nicht über ein Paar Secunden, so dass die Blätter der betreffenden Hypotrochoïde überaus enge sein werden. Weil nach den Beobachtungen von Cornu die Wellenlänge des einen der beiden circularen Strahlen sich ebenso viel verkleinert zeigt als die Wellenlänge des andern vergrössert erscheint (nachdem die magnetische Modification des Lichtes constant geworden) — so haben wir dann auch gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeitsänderungen zu beobachten.

hier noch eine senkrechte Componente X, welche gewiss am grössten sein wird, wenn der Punkt B durch O hindurch geht. Dieselbe ist andrerseits dem Cosinus der Zeit proportional, wenn die Kraft R dem Sinus dieser Grösse proportional ist. Eine gleiche auf die Bewegungsrichtung senkrechte Kraft wirkt infolge des magnetischen Einflusses auf das Aethermolekül und dreht die Schwingungsebene [1]).

Ist die Polarisationsebene einmal gedreht, so bleibt die Trajectorie eines jeden Punktes in der ganzen Ausdehnung des Lichtstrahles auf einer Schraubenfläche geradlinig; die Kraft M wird dann constant im Gleichgewicht gehalten durch die Kraft, welche seit der Aenderung der Configuration des Strahles aufgetreten ist. Aus dem Gesagten folgt sogleich, dass diese Kraft M allenthalben senkrecht ist auf die Bewegungsrichtung und proportional der Geschwindigkeit des Aethermoleküles. Dieselbe ist in Fig. 14 angezeigt.


Fig. 14.

Der Umstand, dass der Magnetismus eine Kraft erweckt, welche senkrecht auf die Richtung der Lichtbewegung sein muss, wurde schon von Verdet erkannt, wie folgende Stelle bezeugt, der wir jedoch keineswegs vollständig beistimmen. »Weil die Wellenflächen mit circularer Polarisation die einzigen sind, welche sich in einem transparenten, unter einem magnetischen Einfluss stehenden Mittel frei fortpflanzen können, so kann man ersichtlich sehen, dass die Kraft, welche infolge dieses Einflusses auf ein schwingendes Aethermolekül thätig ist, constant senkrecht auf die Geschwindigkeitsrichtung einwirkt. Eine derartige Kraft kann in der That nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der circularen Wellen vergrössern oder verkleinern ohne die Form zu verändern,

1) Die fragliche Curve ist z. B. die Trajectorie einer Pendellinse in einem kräftig gedrehten Gyroskop (Thomson und Tait, Natural Philosophy art. 74). Die Kräfte, welche infolge der Aenderung der Richtung des Gyroskops auf das Pendel wirken, sind senkrecht auf die Schwingungsebene und sie erhalten dort ihren grössten Werth, wo die Richtung der Axe sich am stärksten ändert, wenn also das Pendel durch die verticale Lage hindurchgeht. Ein anderes Experiment, welches zur Aufklärung dienen kann, ist das folgende: Wenn man ein Gewicht, welches an einem Faden aufgehängt ist, unter der Einwirkung der Schwere mit Oscillation versetzt, so kann man mit Hilfe einer passenden Handbewegung dieselbe so ausführen, dass der schwingende Punkt eine Trajectorie beschreibt, welche ungefähr der in Fig. 11 dargestellten ähnlich ist. Ein Beobachter erkennt dann leicht, dass jene Person, welche das Experiment macht, durch die Handbewegung (indem man den Faden mehr oder weniger schief hält) senkrecht auf die Schwingungsebene eine Componente der Schwerkraft erweckt, welche eine Abweichung von dieser Ebene bezweckt. Diese Componente ist am grössten in dem Momente, wo der Punkt durch die Gleichgewichtslage hindurchgeht. Der Experimentator kann das, was vorgeht, sehr schwer beobachten, weil seine Aufmerksamkeit zu sehr von der Ausführung des Versuches beansprucht ist. Die Richtung der Oscillation ändert sich hier continuirlich, ungefähr so, wie bei einem conischen Pendel.

während sie bei einer geradlinigen oder elliptischen Schwingung letzteres unmittelbar thun muss« [1]).

Da die beiden entgegengesetzten circularen Lichtbewegungen, welche sich in derselben Richtung fortpflanzen, in entgegengesetztem Sinne so modificirt werden, dass bei einem Schraubengang die Höhe vergrössert, beim andern verkleinert wird, so folgt daraus, dass die in diesen Modificationen gelegte Kraft in jedem Falle entgegengesetzte Richtung hat (s. Anmerkung 1 S. 620). Infolge dessen muss auch die Kraft M, welche durch die erwähnte Kraft im Gleichgewichte gehalten wird, in gleicher Weise für die beiden Bewegungsarten im Vorzeichen differiren. Dies zeigt an, dass die Lichtbewegung selbst dazu beiträgt, die Kraft M zu entwickeln.

Jene bemerkenswerthe Stelle von William Thomson, auf welche wir oben anspielten und die wir im vorhergehenden nie aus dem Auge verloren, welche ferner mit beinahe zwingender Consequenz zu einer bestimmten Auffassung der Natur des Magnetismus führt, ist folgende:

»Der magnetische Einfluss auf das Licht, welchen Faraday entdeckt hat, hängt ab von der Bewegungsrichtung der bewegten Partikelchen. In einem Medium, wo dies stattfindet, werden die Theilchen, welche in einer geraden Linie parallel den Linien des magnetischen Feldes sich befinden, auch eine Schraubenlinie um diese Linie als Axe herum displacirt und dann tangential mit solchen Geschwindigkeiten weiter bewegt, dass dieselben Kreise beschreiben mit verschiedenen Geschwindigkeiten, je nachdem ihre Bewegungen in der einen Richtung (dieselbe wie die sog. Stromrichtung in der magnetisirenden Spirale) oder in der andern Richtung vor sich gehen. Die elastische Gegenwirkung des Mediums muss aber für gleiche Verschiebungen die gleiche sein, wie immer auch die Geschwindigkeit und Richtungen der Theilchen verschieden sind, d. h. die Kräfte, welche durch die Centrifugalkraft der circularen Bewegungen im Gleichgewicht gehalten werden, sind gleich, während die Lichtbewegungen ungleich sind. Da die absolute circulare Bewegung weder gleich ist, noch so, dass sie den anfänglich betrachteten Partikelchen gleiche Centrifugalkräfte ertheilt, so folgt daraus, dass die Lichtbewegung nur eine Componente der ganzen Bewegung ist und dass eine schwächere Lichtbewegungscomponente nach der einen Richtung, verbunden mit einer Bewegung, welche im Medium vorhanden ist wenn kein Licht hindurchgeht, eine gleiche Resultante ergibt wie eine stärkere Lichtbewegung in entgegengesetzter Richtung in Verbindung mit der gleichen lichtlosen Bewegung.«

---

1) Ann. de Chim. et de Phys. (3) t. LXIX p. 462. Man kann bemerken, dass all das, was oben über die Richtung und die Grösse dieser Kraft gesagt wurde, sich auch anwenden lässt auf die Kraft, welche die Lichtbewegung im Bergkrystall und in den activen Flüssigkeiten modificirt.

Wir wollen jetzt versuchen, die Erscheinung der magnetischen Drehung der Polarisationsebene vom Gesichtspunkte der elektromagnetischen Theorie des Lichtes aus zu betrachten.

Die Erklärung von Maxwell hat ihre Charakteristik darin, dass sie auf transversalen Aenderungen der magnetischen Kraft beruht, welche der Elektromagnet erzeugt. Diese Kraft wird angenommen als parallel zur Fortpflanzungskraft des Lichtes (parallel der z-Axe), ein Fall, in dem, wie man weiss, das Phänomen am meisten Intensität hat. Sind die Componenten der magnetischen Kraft im allgemeinen α, β, γ, so sind α und $\beta = 0$.

Maxwell führt dann noch die Mengen $d\alpha$ und $d\beta$ ein, welche die Lichtbewegung aus der gegebenen magnetischen Kraft entstehen lässt, indem sich die Rotationsbewegung, welche nach dem Autor das eigentliche Wesen des Magnetismus ausmacht, ändert.

So ist ein mechanischer Zusammenhang zwischen den beiden Bewegungen aufgestellt und dadurch der Einfluss des Magnetes auf das Licht erklärt.

Die Lichtbewegung bestimmt aber auch infolge der relativen Verschiebung der Aethertheilchen gewisse Rotationen im Mittel, welche für einen geradlinig polarisirten Strahl am Gipfel der Sinuslinie der Fig. 1 am stärksten sind, wo sie in der Ebene der Zeichnung vor sich gehen. Wenn nun die Rotationsbewegungen des Mittels, so wie Maxwell annimmt, das Wesen der magnetischen Kraft ausmachen, so liegt der Gedanke nahe, dass die Lichtbewegung magnetische Kräfte erzeugt, deren Art durch die in der xz-Ebene gelegene Sinuslinie (Fig. 9 des vor. Heftes) dargestellt wird.

Man muss indes nach dem Vorhergehenden muthmaassen, dass diese Theorie der magnetischen Drehung der Polarisationsebene auch in einer andern Weise construirt werden kann, wobei man keinerlei bestimmte Hypothese über die Natur des Magnetismus ausspricht, indem man nämlich andrerseits (entsprechend der elektromagnetischen Theorie des Lichtes) annimmt, dass die Lichtbewegung magnetische Kräfte erregt, welche sich mit dem vom Elektromagneten kommenden Magnetismus combinirt.

Diese Art der Vorstellung vereint sich vollständig mit der Berechnung von Maxwell und ist vielleicht einfacher als die erstere. Wir werden versuchen, sie hier im allgemeinen darzulegen, nachdem wir jedoch vorher den Zustand eines Körpers, der sich im magnetischen Feld befindet, näher bestimmt haben.

Die magnetische Kraft erzeugt im allgemeinen in verschiedenen Mitteln zwei einander entgegengesetzte Zustände. Diese beiden Zustände haben das Gemeinschaftliche, dass sie eine bestimmte äussere Wirkung ausüben und durch die der Polarisationsebene ertheilte Rotation charakterisirt sind, eine Rotation, welche gewöhnlich dem Zeichen nach entgegengesetzt ist, je nachdem die Körper dem Zeichen nach magnetisch oder diamagnetisch sind. Diese Zustände pflanzen sich

durch das Mittel hindurch, längs den Kraftlinien von Faraday fort, welchen man daher je nach der Art des Zustandes selbst ein verschiedenes Zeichen geben muss. Die Kraftlinien können aufgefasst werden als zusammengesetzt aus den elementaren Theilen magnetischer Natur, welche vergleichbar sind kleinen Magnetnadeln[1]) und welche unter dem Einfluss der magnetischen Transversalcomponenten der Lichtbewegung gewisse Drehungsmomente erleiden und sich so zu drehen streben, wie es eine Nadel thut unter Einwirkung eines andern Magneten oder eines elektrischen Stromes.

Lassen wir nun das Licht sich längs der z-Axe fortpflanzen, welche wir gleichzeitig als Axe des Elektromagneten annehmen, und betrachten

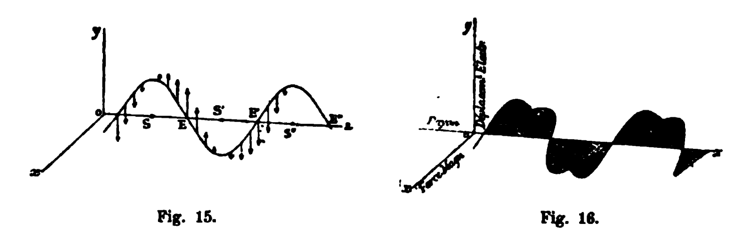


Fig. 15. Fig. 16.

wir, wie in Fig. 15, einen geradlinig polarisirten Strahl, wobei die Aetherbewegung in der yz-Ebene vor sich geht.

Nun sind, wie wir früher gesehen haben, die magnetischen Kräfte dieser Lichtbewegung am grössten in den Punkten S, S' und S'', wo die Verschiebungen in der yz-Ebene immer ihr Maximum erreichen und wo für die verschiedenen Halbwellen diese Kräfte abwechselnd gegen die Richtung der positiven und der negativen x gerichtet sind, wie dies Fig. 16 darstellt. Wir haben dieselbe in Fig. 17, wo die x-Axe in der

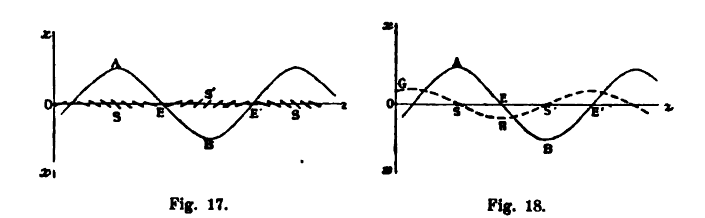


Fig. 17. Fig. 18.

Ebene der Zeichnung gelegen ist, durch die Sinuslinie $AEBE'$ dargestellt.

Unter dem Einflusse dieser Kräfte entwickeln sich in den Elementartheilen dieser Kraftlinie Drehungsmomente, welche diese Elemente in

1) Nach der Hypothese von Maxwell bestehen diese magnetischen Elemente in „vortices“, deren Rotationsaxe immer in der Richtung der magnetischen Kraftlinie liegt, während die magnetische Kraft selbst ausgedrückt werden kann durch jene Kräfte, welche aus dieser Rotation entstehen.

der Art von kleinen Nadeln in der xz-Ebene und um der y-Axe parallele Gerade zu drehen strebt. Die Drehungsmomente sind proportional der Intensität der magnetischen Kräfte der Lichtbewegung; sie sind daher am grössten in den Punkten S, S', S'' und sie wirken je nach dem Zeichen dieser Kräfte im entgegengesetzten Sinne.

Würden diese magnetischen Elemente den Drehungsmomenten frei folgen können, so würden sie auf der z-Axe jene Richtungen annehmen, wie die kleinen Striche in Fig. 17. Dann würden aber ihre Ende (Pole) nicht mehr einer an dem andern liegen; die gegenseitige Anziehung dieser Pole wird zur Folge haben, dass sie sich so viel als möglich nähern. Infolge dessen wird sich eine solche Verschiebung der magnetischen Elemente herausstellen, dass sich dieselben, wie es die Curve $GSHS'$ in Fig. 18 anzeigt, in eine Sinuslinie anordnen werden, deren Gipfel in den Punkten E, E', E'' liegt.

Das Resultat ist nun, dass die anziehenden Kräfte, welche in den Partien der Kraftlinie thätig sind, zusammen mit den fraglichen Drehungsmomenten eine Entwicklung von Kräften parallel der x-Axe mit wechselndem Werthe und wechselnden Zeichen an den verschiedenen Punkten der Linie bewirken. Sie sind ersichtlich am grössten in den Punkten E, E', E'', und 0 an den Punkten S, S', S'' und haben eine sinusähnliche Form.

Diese Seitenkräfte verlangen eine Specialbezeichnung für die Lichtbewegung, wenn man die Hypothese einer einzigen elektrischen Flüssigkeit annimmt; das Licht, welches sich in einem Mittel fortpflanzt, wo sich magnetische Kraftlinien befinden, besteht dann in einer Transversalschwingung dieser Flüssigkeit [1]) und dieses erleidet dann gleichzeitig die Einwirkung der Kräfte, welche in den magnetischen Kraftlinien thätig sind.

Die fraglichen Kräfte bestimmen nach dem oben Gesagten eine Bewegung auf einer Trajectorie, welche analog der in Fig. 11 dargestellten ist, wo die Schwingungsrichtung (und die Polarisationsebene) continuirlich wechseln, bis diese Kräfte selbst im Gleichgewicht gehalten werden durch jene Reactionen, welche aus der Aenderung der Configuration des Lichtstrahles resultiren. Die Polarisationsebene ist dann »gedreht«, wie man sagt; die Trajectorie eines jeden Moleküles unterscheidet sich von der Lage jener des vorhergehenden Moleküls in

1) Eine ähnliche Hypothese findet man in jeder mechanischen Theorie. So besteht nach der Rotationstheorie von Maxwell das Licht in einer derartigen periodischen Bewegung des Mittels, deren Geschwindigkeit nach einer mechanischen Weise im Verhältnis ist mit den „vortices", welche den Magnetismus erklären müssen (Treatise on Electr. and Magn. art. 823, 824). Lommel nimmt an, dass der mechanische Widerstand, welchen ein Molekül von allen Seiten infolge der Gegenwart seiner Aetherumhüllung erleidet, nach verschiedenen Richtungen verschiedene Werthe annimmt, wenn ein elektrischer Strom um dieses Molekül herumgeht (Pogg. Ann. 1881); man kann sich das mechanisch nicht vorstellen, wenn man nicht annimmt, dass dieser Aether eine Geschwindigkeit durch eine bestimmte Substanz, welche hier eine Rotationsbewegung besitzt, erhält.

der Art, dass die Acceleration längs einer gewissen Richtung auch einen andern Werth hat als vorher.

Man erkennt gleich, dass die Erscheinung proportional ist der Intensität des Magnetismus, wie es das Gesetz von Verdet verlangt; es genügt hier die Bemerkung, dass die gegenseitige Anziehung der magnetischen Elemente der Kraftlinie, welche Anziehung als Factor in dem Phänomen auftritt, um so grösser ist, je stärker der gegebene Magnetismus ist. Das resultirende Drehungsmoment, welches auf ein magnetisches Element wirkt, wird gleichwohl nicht unabhängig sein von der Intensität des Magnetismus; denn je stärker die Elemente der Kraftlinie sind, desto stärker wird auch das durch den transversalen Magnetismus der Lichtbewegung erzeugte Drehungsmoment sein, und in demselben Maasse wächst das Drehungsvermögen infolge des Magnetismus. Es ist daher das Drehungsmoment unabhängig von der magnetischen Intensität der erwähnten Elemente, in derselben Weise, wie dies für die Nadel der Tangentenbussole der Fall ist. Die Rotation der Polarisationsebene wird andernfalls unabhängig sein von der Lichtintensität: Je stärker das Licht ist, desto stärker sind die magnetischen Transversalkräfte; gleichzeitig sind aber infolge der grösseren Verschiebung die Verschiebungsströme, welche gedreht werden müssen, in gleicher Weise intensiver. Das oben beschriebene Pendel (S. 621) hat hier eine grössere Amplitude und in derselben Weise ist die auf die Schwingungsebene senkrechte Kraft vergrössert; die Rotation bleibt die gleiche.

Wenn ein Lichtstrahl das magnetische Feld in entgegengesetzter Richtung durchsetzt, so haben die Seitenkräfte für denselben Punkt das Zeichen gewechselt; das ist aber in diesem Punkte auch für die Richtung der Aetherbewegung der Fall. Es folgt daraus, dass die absolute Richtung der Drehung der Polarisationsebene unabhängig ist von der Richtung des Lichtstrahles, so dass diese Drehung für das Auge eine verschiedene Richtung besitzt, je nachdem der Beobachter sich am Nordende oder Südende des Magnetes befindet.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen geht hervor, dass der von der Flüssigkeit ausgeübte Seitendruck senkrecht zur ursprünglichen Schwingungsebene am grössten ist in den Punkten E, E', E'' (Fig. 17, 18), wo er in der Richtung der x-Axe wirkt[1]). Diese Kräfte, welche aus der Lichtbewegung entstanden sind, sind daher dort am grössten, wo die nach der y-Richtung gegebenen Ströme $\left(\frac{d\eta}{dt}\right)$ am grössten sind, während sie gleich 0 sind in den Punkten S, S', S'', wo die Ströme verschwinden.

Nimmt man daher an, dass die elastischen Kräfte, welche sich local nach der x-Richtung entwickeln, proportional seien der Intensität der Ströme, parallel zu y, so hat man

---

1) Das heisst für eine kleine Strecke des Strahles ist als Richtung der ursprünglichen Vibration die y-Axe genommen.

$$\frac{d^2\xi}{dz^2} = \text{Const.}\, x \frac{d\eta}{dt}$$

und daraus

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = C \frac{d^3\xi}{dz^2 dt}$$

für den Theil der Acceleration längs der y-Axe, entsprechend der Kraft, welche in der x-Axe auftritt.

Im gewöhnlichen Falle hat man

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A \frac{d^2\eta}{dz^2},$$

wenn man sich an den einzigen der Ausdrücke von Cauchy hält; im gegenwärtigen Falle haben wir für das magnet-optische Phänomen

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A \frac{d^2\eta}{dz^2} - C \frac{d^3\xi}{dz^2 dt},$$

wo C proportional dem gegebenen Magnetismus ist.

Man kann dann auch zu den beiden Bewegungsgleichungen kommen

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} &= A \frac{d^2\xi}{dz^2} + C \frac{d^3\eta}{dz^2 dt} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= A \frac{d^2\eta}{dz^2} - C \frac{d^3\xi}{dz^2 dt} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

und daraus resultirt, wie man weiss [1]), eine Formel für die elektromagnetische Dispersion

$$C_1 = C \frac{n^2}{\lambda^2}\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right), \tag{8}$$

---

1) Siehe Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. (3) t. LXIX. Die Theorie von Maxwell, welche eine grosse Stütze in den Rechnungen von Rowland findet, entspricht, wie Verdet gezeigt hat, nicht vollständig den Beobachtungen, aber es ist möglich in dieser Theorie (welche auf der Annahme der vortices beruht) einen Grund zu finden für die Einführung höherer Differentialquotienten in die Gleichungen 7 in der Art, dass sie folgende Formen annehmen:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{A d^2\xi}{dz^2} + C\left(\frac{d^3\eta}{dz^2 dt} + C' \frac{d^5\eta}{dz^2 dt^3}\right)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A \frac{d^2\eta}{dz^2} - C\left(\frac{d^3\xi}{dz^2 dt} + C' \frac{d^5\xi}{dz^2 dt^3}\right).$$

Dieselben führen für die Rotation auch eine Formel mit zwei Constanten

$$C_1 = n^2\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}\right),$$

wo a und b durch den Versuch bestimmt werden müssen. Diese Formel leistet, wie ich in meiner Arbeit: De electromagnetische dispersie der polarisatie-vlakken van het Licht (Bréda 1882) § 14 gezeigt habe, den Beobachtungen vollkommen Genüge.

welche genau so ist, wie die von Maxwell. Wenn man in physicalischer Weise die Rotation der Polarisationsebene erklären will, so erscheint es uns am einfachsten, die Ursache in dem zu suchen, was in dem Lichte und in der gegebenen magnetischen Kraft gemeinsam ist. Nachdem nun Maxwell die magnetischen Bestandtheile der Lichtbewegung angegeben hat, so können wir sagen, dass diese gemeinsame Partie durch den Magnetismus gegeben ist.

Wiederholen wir hier, was Faraday über seine Entdeckung geschrieben hat:

»I believe that, in the experiments I describe in the paper, light has been magnetically affected, i. e. that that which is magnetic in the forces of matter has been affected and in turn has affected that which is truly magnetic in the force of light.«

Anmerkung.

Rowland hat im Phil. Mag. 1881 eine Theorie der elektromagnetischen Drehung gegeben, deren Ausgangspunkt den von Hall entdeckten Phänomenen entlehnt ist. Er nimmt an, dass die periodischen elektrischen Ströme, welche nach der Theorie von Maxwell das Licht ausmachen und die magnetischen Kraftlinien in derselben Weise gedreht werden, wie die galvanischen Ströme in dem Hallischen Phänomen. Auf die Weise erhält er für die elektromagnetische Rotation eine Formel, welche mit der von Maxwell identisch ist. Dieses Resultat besitzt eine grosse Wichtigkeit. Ist nämlich die Theorie von Maxwell richtig, so ist es nach der Theorie von Rowland sehr wahrscheinlich, dass die magnetische Rotation und das Hallische Phänomen identisch sind.

Eine einzige Bemerkung von Rowland scheint uns nicht evident zu sein, die nämlich, dass die magnetischen Kräfte a und b, welche durch die Lichtbewegung entwickelt werden, in dieser Theorie ihrer Kleinheit wegen vernachlässigt werden müssen. Sie dürfen in Wirklich keit gar nicht in Betracht gezogen werden, aber aus einem andern Grunde.

Wenn wir annehmen, dass der gerade polarisirte Lichtstrahl der z-Axe folgt und dass die Axe des Elektromagnetes genau dieselbe Richtung hat, so bestehen infolge dessen nur die »Verschiebungsströme«, d. h. die Ströme, welche Rowland durch a' und b' bezeichnet und die der x-Axe und der y-Axe folgen. Auf diese Ströme nun muss das Phänomen von Hall angewendet werden. Dieselben sind zwar Grund für die magnetischen Kräfte a und b, aber sie können nicht von sich selbst diese Ströme drehen. Wäre dieses der Fall, so müsste in jedem gerade polarisirten Strahle, selbst wenn er keinem magnetischen Einflusse unterworfen wäre, die Lichtbewegung in der besagten Weise durch die magne-

tischen Kräfte, welche er selbst entwickelt, modificirt werden; das geschieht aber nicht.

Die Verschiebungsströme befinden sich gegenüber den magnetischen Kräften, welche sie erzeugen, in einem ganz andern Verhältnisse als die elektrische Strömung im Hall'schen Phänomen, gegenüber der gegebenen magnetischen Kraft (welche nicht durch diesen Strom erzeugt wird).

Daraus resultirt, dass, wenn man die Drehung der Polarisationsebene durch die Substitution des Hall'schen Phänomens erklären will, man sich nur der gegebenen magnetischen Kraft (welche durch den Magnet erzeugt wird) bedienen darf und diese ist hier $= c_1$. Infolge dessen verschwinden die Grössen b, c' und $c'a$ und die Rechnung von Rowland bleibt vollständig genau [1]).

Diese Theorie ist physicalischer Natur, so wie jene, welche wir oben aus einander gesetzt haben. Für die Drehung der Polarisationsebene substituirt man hier ein Phänomen, welches selbst einer mechanischen Erklärung bedarf. Es folgt aber daraus, dass, wenn die Formel von Maxwell auf einer richtigen Grundlage beruht, das magnet-optische Phänomen und das von Hall aus derselben Ursache herstammt. Das ist das wichtige von Rowland erhaltene Resultat.

Das Phänomen von Hall und die von uns angegebene bekannte magnetische Wirkung der Ströme können gleichwohl sehr gut einen gemeinsamen Grund haben. Rowland hatte sogar vorausgesehen, dass bei den von Hall studirten Bedingungen eine Wirkung erfolgen müsste. Daraus folgt direct, dass man mit gleicher Berechtigung das eine oder das andere Phänomen in der Theorie der Drehung der Polarisationsebene anwenden kann.

Diese beiden Phänomene selbst lassen sich andrerseits mechanisch erklären durch Combination der Wirkung des vom Magneten herstammenden magnetischen Feldes und desjenigen, welches der Strom bestimmt. Man muss alsdann noch eine Hypothese aufstellen in Betreff der mechanischen Natur des Magnetismus im allgemeinen, so wie dies Thomson und Maxwell in der Theorie der magnetischen Drehung der Polarisationsebene gethan haben.

Utrecht 1882.

---

1) Die Bemerkung, dass $c' = 0$ ist, genügt nicht, um a priori die Ausdrücke $a_1 c'$ und $b_1 c'$ verschwinden zu machen, denn, müsste man das Hall'sche Phänomen auf die Verschiebungsströme anwenden, in dem Sinne, dass diese durch die magnetischen Composanten, zu welchen sie Veranlassung sind, gedreht würden, so würden longitudinale Composanten (c') der Lichtbewegung entstehen.

Versuche über Diffusion von Gasen[1]).

Von

Albert v. Obermayer.

In zwei längeren Versuchsreihen[2]) habe ich den Nachweis geliefert, dass der Diffusionscoefficient der Gase keine constante, sondern eine veränderliche Grösse sei und dass die Unterschiede der Mittelwerthe der Diffusionscoefficienten nach verschiedenen Versuchszeiten und für verschiedene Gascombinationen verschieden sind. Die Vermuthung, dass das Moleculargewicht hierbei maassgebend sei, bestätigt sich nicht; es scheint vielmehr, dass die Mehratomigkeit der Moleküle sowie die absolute Grösse des Diffusionscoefficienten hierzu in Beziehung stehen.

Die Anzahl der untersuchten Gascombinationen ist noch immer nicht hinreichend, um allgemeine Schlüsse ziehen zu können. Ausserdem stellen sich dieser Untersuchung besondere Schwierigkeiten entgegen, welche darin liegen, dass die zu suchenden Abweichungen der Diffusionscoefficienten häufig nahe an den Fehlergrenzen liegen, welche durch die Einrichtung der Apparate, die Manipulationen bei den Analysen und die Unreinheit der angewendeten Gase bedingt sind.

In der vorliegenden Abhandlung werden zuerst Versuche mit dem Apparate II und der Combination Luft-Kohlensäure angeführt, welche sich auf den Einfluss beziehen, den die Temperatur auf die Veränderlichkeit des Diffusionscoefficienten nimmt.

Diese Versuche sind:

Versuch vom 28. December 1881.

	20 Min.	$k_t = 0{,}068890$		
$t = 61{,}5^0$ C.		$0{,}068684$	$n_1 = 1{,}83$	$n_2 = 1{,}87$
$b = 76{,}0^{cm}$				
	90 Min.	$0{,}070775$	$n_1 = 1{,}80$	$n_2 = 1{,}83$

1) Aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 87 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

2) Sitzungsberichte der Wiener Akad. Bd. 85 S. 147 und Bd. 85 S. 749 (1882).

Versuch vom 2. Januar 1882.

$t = 61{,}5^0$ C.	20 Min.	0,069381	$n_1 = 1{,}83$	$n_2 = 1{,}90$
$b = 76{,}0^{cm}$				
	120 Min.	0,072112	$n_1 = 1{,}93$	$n_2 = 1{,}84$
		0,071160	$n_1 = 1{,}88$	$n_2 = 1{,}87$

Der Apparat gibt den Werth des Diffusionscoefficienten Luft-Kohlensäure bei 61,5 C. kleiner, als er in der Untersuchung über die Abhängigkeit des Diffusionscoefficienten vor der Temperatur gefunden wurde. Dies scheint davon herzurühren, dass das durch die Bleiröhren strömende Gas das Erstarren des Paraffins befördert und so die Temperatur im Apparate etwas niedriger ist.

Die n_1 und n_2 beziehen sich auf Combinationen der vorliegenden Werthe von k bei 61,5° C. und den Werthen von k bei niedrigen Temperaturen, die verschiedenen Versuchsreihen entnommen sind.

Hieran reihen sich Versuche mit dem Apparat I, welche sich mit der Abhängigkeit des Diffusionscoefficienten O — CO von der Temperatur beschäftigen und welche bereits im Jahre 1880 ausgeführt wurden.

Es wird gefunden:

$$k_0 = 0{,}067383 \qquad n = 1{,}7853.$$

Um die Combinationen der Gase mit Wasserstoff untersuchen zu können, wurde der Apparat III construirt, welcher etwa um ein Drittel länger ist als der Apparat II.

Derselbe functionirt nach der Stefan'schen Methode. Es wurden damit die Diffusionscoefficienten für grössere und kleinere Zeiten bestimmt.

Es ergab sich:

	30 Min.	60 Min.	150 Min.
Luft — CO_2	0,046561	0,04759	0,048319
	10 Min.	50—60 Min.	
H — O	0,24080	0,24516	
	0,23869	0,24068	

Die tiefer stehenden Werthe werden erhalten, wenn auf die grössere Contraction Rücksicht genommen wird, welche der nicht ganz reine Wasserstoff gibt.

H — CO_2	0,18208	0,19381
H — N_2O	0,17890	0,19250
H — CO	0,23190	0,23358
H — C_2H_4	0,15864	0,17379
H — CH_4	0,18978[1]	0,22516

Es wird weiter an einem Apparat IV, welcher einen 9^{mm} weiten Diffusionscylinder von $87{,}085^{cm}$ Länge hat und nach der Stefan'schen

1) Die Zahl 0,18978 scheint etwas zu klein zu sein, da die Versuche H — CH_4 für die kleinen Diffusionszeiten besondere Abnormitäten zeigen.

Methode functionirt, gezeigt, dass die Weite des Diffusionscylinders keinen merkbaren Einfluss auf den Werth des Diffusionscoefficienten ausübt.

Es wird für $H — CO_2$ erhalten:

10 Min.	60 Min.
0,18089	0,19508

Zur weiteren Untersuchung der Abhängigkeit des Diffusionscoefficienten vom Dichtigkeitsgefälle wird der Apparat V construirt. Derselbe functionirt nach der Stefan'schen Methode, lässt sich aber durch einen Hahn in zwei Hälften theilen, so dass der Inhalt jeder Hälfte gesondert aufgefangen und analysirt werden kann.

Es wird mit diesem Apparat für die Combination $H — CO_2$ gefunden:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
25 Min.	0,19059	0,17843	0,18451
60 Min.	0,19455	0,18475	0,19118

Mit dieser Gascombination wurden noch zum Schlusse der ganzen Versuchsreihe einige Beobachtungen angestellt. Dieselben ergaben:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
14 Min.	0.19334	0,17818	0,18593
60 Min.	0,19460	0,18478	0,18970
14 Min.	0.17832		
60 Min.	0,19118		

Weiter wurde die Gascombination $CO — C_2H_4$ wegen der Gleichheit der Moleculargewichte der beiden Gase, bei dem Umstande, dass das eine coercibl, das andere permanent ist, untersucht.

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
120 Min	0,042362	0,041695	0,042077

Ueberdies gibt der Apparat I $k_0 = 0{,}041716$ bei einer Stunde Diffusionszeit, der Apparat V, wenn dessen Gesammtinhalt entleert wird, $k_0 = 0{,}042165$.

Die Combination $H — C_2H_4$ gibt:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
30 Min.	0,17586	0,17136	0,17391
70 Min.	0,17991	0,17272	0,17632

Wenn der Gesammtinhalt des Apparats aufgefangen und analysirt wird:

30 Min.	0,17168
12 Min.	0,15940

Die Combination $H — C_2H_6$ gibt, wenn der Gesammtinhalt des Apparates aufgefangen und analysirt wird:

80 Min.	0,16536
15 Min.	0,15173

Hierbei ist allerdings zu beachten, dass in den Versuchen von 15 Minuten Dauer das angewendete Aethan nicht rein war, sondern bis zu 7 % Luft, oder ein anderes, mit O nicht verbrennbares Gas enthielt.

Für Wasserstoff - Sauerstoff gibt der Apparat V:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
48 Min.	0,24366	0,23551	0,23849
20 Min.	0,24235	0 22343	0,23289

Wird der Gesammtinhalt des Apparats aufgefangen, so wird gefunden:

48 Min. $s_0 = 0{,}24108.$

Wasserstoff - Luft gibt:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
52 Min.	0,23245	0,22026	0,22636
24 Min.	0,23194	0,21791	0,22492
12 Min.	0,23241	0,21750	0,22495

Wird der Gesammtinhalt des Apparats aufgefangen:

12 Min.	0,23014
60 Min.	0,21933

Bei den Versuchen Wasserstoff-Luft und Wasserstoff-Sauerstoff gibt der wirklich aufgefangene Gesammtinhalt bei einer grösseren Diffusionszeit einen etwas grösseren Werth, als der Mittelwerth ist, welcher aus den gesondert aufgefangenen Gasgemengen der beiden Hälften des Apparates abgeleitet wird.

Bei Wasserstoff - Luft und Wasserstoff - Kohlensäure tritt bei sehr kleinen Diffusionszeiten gerade das Entgegengesetzte ein. Es ist dies offenbar durch Fehler im Apparat bedingt. Welcher Art diese Fehler sind, konnte ich nicht ermitteln.

Um noch zu untersuchen, ob die Fehler, welche die Resultate beeinflussen, nicht etwa grösser sind als die wirklichen Abweichungen, habe ich noch nach einer dritten Methode operirt, welche etwa die abgeänderte Stefan'sche Methode genannt werden könnte. Es wird dabei die untere Hälfte des Apparats V mit dem Gase A, die obere Hälfte mit dem Gase B gefüllt und das Gas B über die obere Oeffnung der oberen Hälfte streichen gelassen. Es wird durch diese Versuchsanordnung das Dichtigkeitsgefälle in der oberen Hälfte des Apparats herabgedrückt und es ist zu erwarten, dass alsdann der Diffusionscoefficient in dieser Hälfte grösser gefunden wird.

Es wird nach dieser Methode mit der Gascombination $H—CO_2$ gefunden:

Diff.-Zeit	Unt. Hälfte	Ob. Hälfte	Mittel
65 Min.	0,18912	0,19187	0,19050
65 Min.	a. d. Gesammtinhalt	0,19245	
25 Min.	a. d. Gesammtinhalt	0,18788	

Ein Resultat, welches thatsächlich zu bestätigen scheint, dass den kleineren Dichtigkeitsgefällen ein grösserer Werth von k_0 entspricht.

Die Resultate dieser Versuche lassen sich etwa in folgenden Sätzen zusammenfassen und gestatten einige weitere Folgerungen zu ziehen.

Die Veränderlichkeit des Diffusionscoefficienten mit der Temperatur ist dieselbe für kurze und längere Diffusionszeiten.

Die Diffusion geht dort, wo die kleinen Dichtigkeitsgefälle herrschen, schneller, und dort, wo die grossen Dichtigkeitsgefälle vorkommen, langsamer vor sich, als dies nach der Theorie zu erwarten wäre.

Wenn die Werthe des Diffusionscoefficienten, die für eine Gascombination aus grossen und kleinen Versuchszeiten abgeleitet werden, auch nicht merklich differiren, so darf daraus noch nicht geschlossen werden, dass in verschiedenen Stellen des Apparats der Diffusionscoefficient den gleichen Werth besitze.

Die Gase mit drei- und mehratomigen Molekülen geben in Wasserstoff diffundirend grössere Abweichungen als die Gase mit zweiatomigen Molekülen. So sind die in Rede stehenden Abweichungen grösser für

$$H - CO_2, \quad H - N_2O, \quad H - CH_4, \quad H - C_2H_4, \quad H - C_2H_6$$

als für

$$H - O, \quad H - CO, \quad H - \text{Luft}.$$

Die Gascombination $CO - C_2H_4$ liefert gleichfalls nicht unerhebliche Abweichungen, trotzdem die Moleculargewichte der Gase nahezu gleich sind.

Die Moleküle der Kohlensäure und des Stickoxyduls scheinen sich nahezu gleich zu verhalten, da sie in Wasserstoff diffundirend nicht nur dieselben Abweichungen vom Diffusionsgesetz, sondern auch dieselben absoluten Werthe geben.

Unter allen Gascombinationen kommt jener Wasserstoff-Sauerstoff der grösste Diffusionscoefficient zu.

Wenn Wasserstoff in Luft diffundirt, so hat dies eine geringe Entmischung der Luft zur Folge.

Wie aus den von Loschmidt und mir gefundenen Werthen des Diffusionscoefficienten zu erkennen ist, gilt die Regel, dass die Diffusionscoefficienten zweier Gase verkehrt proportional dem Producte ihrer Dichten sei, in höchst unvollständiger Weise.

Eine von Stefan angegebene Formel lässt genau erkennen, was die Grösse des Diffusionscoefficienten bestimmt, wenn ein Gas mit einer Reihe anderer Gase combinirt wird.

Diese Formel ist:

$$k = \frac{3\pi}{32} \frac{v\sqrt{m}}{N_0 \pi s^2_{12}} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}.$$

In derselben bedeutet N_0 die Anzahl der Moleküle in der Volumseinheit bei Null Graden und dem Normalbarometerstande; m_1 und m_2 sind die Moleculargewichte der in einander diffundirenden Gase; v und m Geschwindigkeit und Gewicht des Wasserstoffmoleküls.

Bezeichnet man ferner durch s_1 und s_2 die Durchmesser der Moleküle der in einander diffundirenden Gase, so ist

$$s_{12} = \frac{s_1 + s_2}{2}.$$

Die Grösse $\frac{1}{4} N_0 \pi s'_{12}$ stellt somit die Querschnittssumme aller in einer Volumseinheit enthaltenen Moleküle vor, deren Durchmesser das arithmetische Mittel der Durchmesser der Moleküle der beiden in einander diffundirenden Gase wäre. Dieser Grösse ist der Diffusionscoefficient nahezu verkehrt proportional.

Wird also dasselbe Gas, z. B. Wasserstoff, in eine Reihe anderer Gase diffundirend gedacht, so ist zu erwarten, dass die Moleküle mit den grösseren Querschnitten kleinere Diffusionscoefficienten bedingen werden. Dass dies thatsächlich so ist, lässt sich dadurch erkennen, dass mit Hilfe der gefundenen Werthe von k, aus der Stefan'schen Formel, die Querschnittssummen für die verschiedenen Gase berechnet und diese Zahlen etwa mit jenen verglichen werden, welche aus Reibungsversuchen abgeleitet sind.

Werden zu dieser Berechnung $v = 169800^{cm}$ und statt den Moleculargewichten die Dichten und zur Abkürzung der Schreibweise eine Grösse Q_{ij} eingeführt, so gibt die Formel:

$$\frac{1}{4} N_0 \pi s^2_{ij} = Q_{ij} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3\pi v \sqrt{d}}{32} \cdot \frac{1}{k_{ij}} \sqrt{\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j}}.$$

Beachtet man ferner, dass

$$s_{ij} = \frac{s_i + s_j}{2}$$

ist, so kann aus den Combinationen je dreier Gase 1 2 3 gerechnet werden:

$$\frac{1}{4} N_0 \pi s^2_1 = Q_1 = (\sqrt{Q_{12}} + \sqrt{Q_{31}} - \sqrt{Q_{23}})^2$$

$$\frac{1}{4} N_0 \pi s^2_2 = Q_2 = (\sqrt{Q_{23}} + \sqrt{Q_{12}} - \sqrt{Q_{31}})^2$$

$$\frac{1}{4} N_0 \pi s^2_3 = Q_3 = (\sqrt{Q_{31}} + \sqrt{Q_{23}} - \sqrt{Q_{12}})^2.$$

Hierbei ist noch zu beachten, dass der Diffusionscoefficient in $\frac{\text{Cm.}^2}{\text{Sec.}}$ in die Formel eingeführt werden muss.

In der nachfolgenden Tabelle sind die bezüglichen Rechnungsdaten zusammengestellt:

	d	$k_0 \frac{\overline{\text{Mtr}}^2}{\text{Stunde}}$	$k_0 \frac{\overline{\text{Cm.}}^2}{\text{Sec.}}$	Q_{ij}	$\sqrt{Q_{ij}}$
H	0,0692	—	—	—	—
H — O	1,1056	0,240	0,667	19550	139,85
H — Luft	1,0000	0,232	0,645	20060	141,61
H — CO	0,9673	0,233	0,647	20000	141,41
H — CH_4	0,5531	0,225	0,625	21220	145,67
H — CO_2	0,5202	0,192	0,532	24030	155,00
H — N_2O	1,5241	0,192	0,532	24050	155,07
H — C_2H_4	0,9678	0,175	0,486	26630	163,17
H — C_2H_6	1,0370	0,165	0,458	28180	167,87
CO_2 — Luft	—	0,0486	0,135	31370	177,11
CO_2 — O	—	0,0489	0,136	30330	174,17
CO_2 — N_2O	—	0,0330	0,193	40750	201,88
O — Luft	—	0,0640	0,178	25530	159,79
O — CO	—	0,0674	0,187	24460	156,38
CO — C_2H_4	—	0,0420	0,122	38710	196,74

Mit diesen Daten folgt nun für $Q_i = \frac{1}{4} N_0 \pi s^2_i$

für die Gase	aus den Combinationen			
	H — O — Luft	H — O — CO_2	H — Luft — CO_2	H — O — CO
H	14841	14565	14288	15620
O	24965	25288	—	23502
Luft	26108	—	26815	—
CO	—	—	—	24914
CO_2	—	35843	36180	—

Nimmt man für Wasserstoff $Q_1 = 14565 \overline{\text{Cm}}^2$, so lässt sich nach der Formel:

$$Q_2 = \frac{1}{4} N_0 \pi s^2_2 = (2\sqrt{Q_{12}} - \sqrt{Q_1})^2$$

die Querschnittssumme des Gases berechnen, welches in den Wasserstoff diffundirt.

Man erhält nach dieser Formel die folgenden Zahlen für Q_2, denen jene, welche O. E. Mayer in seiner kinetischen Theorie der Gase S. 207 aus der inneren Reibung der Gase berechnet hat, an die Seite gestellt sind.

Gas	Q_2	Q_2 nach O. E. Mayer	$\frac{2}{3} Q_2$
H	14665	9500	9710
O	25285	16700	16860
Luft	26435	17700	17623
CO	26285	18000	17520
CH_4	29122	20800	19420
CO_2	35837	26000	23891
N_2O	35893	26000	23930
C_2H_4	40387	30400	26925
C_2H_6	46238	—	—

Die absoluten Werthe, die nach der Stefan'schen Formel mit den von mir gefundenen Werthen der Diffusionsconstanten gerechnet sind, betragen für die 2atomigen Moleküle nahe das 3—2fache der von Mayer angegebenen Werthe, wie aus der vierten Columne der obigen Tabelle zu ersehen ist; sie ordnen sich aber ihrer Grösse nach, mit Ausnahme von CO und Luft, die mit einander verwechselt sind, in dieselbe Reihe wie die Mayer'schen Zahlen.

Wird für die drei Combinationen CO_2—Luft, CO_2—O, CO_2—N_2O dieselbe Rechnung wie für die Combinationen, die Wasserstoff enthalten, durchgeführt und hierzu $Q_1 = 36012 \sqrt{Q_1} = 189,77$ genommen, so ergibt sich:

Luft	$Q_2 = 27044$
Sauerstoff . . .	25140
Stickoxydul . .	45791

Die Zahl 45791 sollte nahe gleich 36012 gefunden werden. Diese bedeutende Abweichung weist darauf hin, dass in dem Versuch Kohlensäure-Stickoxydul Einflüsse merklich sind, welche bei den beiden anderen Versuchen nicht in demselben Maasse wirksam waren.

Rechnet man weiter die Querschnittssummen Q_i aus den Combinationen H — CO_2 — N_2O und H — CO — C_2H, so findet man:

	Q_i		Q_i
H . . .	11705	H . . .	11630
CO_2 . .	40728	CO . .	30618
N_2O . .	40785	C_2H_4 . .	47742

Diese Versuche geben für Wasserstoff das Q_i erheblich kleiner. Verfolgt man die Art der Berechnung, so zeigt sich, dass in dem einen Fall Q_{ij} für CO_2 — N_2O, in dem andern Fall Q_{ij} für CO — C_2H_4 aus den Versuchen grösser gefunden wurden als dieselben der obigen Formel entsprechen.

Es wäre zur weiteren Aufklärung dieser Abweichungen wünschenswerth, noch mehr Combinationen zu untersuchen, namentlich solche, in denen H nicht mehr vorkommt. Ich gedenke dies auch bei einer späteren Gelegenheit auszuführen.

Es dürfte übrigens jetzt schon die Bemerkung nicht übereilt erscheinen, dass es sich bei allen diesen Abweichungen höchst wahrscheinlich, wenigstens zum Theil, um die Wirkung einer nicht ganz verschwindenden inneren Arbeit der Gase handelt, eine Wirkung, die insbesondere bei den mehr als 2atomigen Gasen hervor zu treten scheint.

Nach den vorliegenden Versuchen über Diffusion drängt sich mir weiter die Ansicht auf, dass der Unterschied, welchen die als permanent und die als coercibl bezeichneten Gase bezüglich der Abhängigkeit ihrer Reibungs- und Diffusionscoefficienten von der Temperatur zeigen, wahrscheinlich auch durch die Mehratomigkeit ihrer Moleküle bedingt ist.

Von besonderem Interesse schienen mir in dieser Beziehung Versuche, in denen die Abhängigkeit der inneren Reibung des Sumpfgases und

etwa des Acetylens von der Temperatur bestimmt würden. Ist obige Ansicht richtig, so müssten die Temperaturexponenten grösser als 0,75 gefunden werden.

Während ich mit den vorliegenden Versuchen über Gasdiffusion beschäftigt war, hat H. Waitz auf optischem Wege die Diffusion von Luft in Kohlensäure untersucht[1]).

Er bediente sich hierzu eines Blechkastens von 50,3 cm Länge, 50,3 cm Tiefe und 7 cm Breite, welcher 10, 20 und 35 cm unter der oberen Oeffnung des Kastens Fenster hatte, die durch Glasplatten bedeckt waren, welche über die Rückwand des Kastens hervorragten. Mit Hilfe einer dicken Glasplatte wurden von einer Lichtquelle zwei Lichtstrahlen erzeugt, deren einer durch den Kasten, der andere ausserhalb vorbeilief. Mit Hilfe einer zweiten Glasplatte wurden diese Lichtstrahlen vereinigt und durch ein Fernrohr die entstehende Interferenzerscheinung beobachtet. Da sich die Zusammensetzung des Gases im Kasten während der Diffusion fortwährend ändert, so setzen sich die Interferenzstreifen in Bewegung und die Anzahl von Streifen, welche in einer bestimmten Zeit durch das Gesichtsfeld geht, gibt ein Maass für die Aenderung der Zusammensetzung des Gasgemisches.

Wie man hieraus ersieht, wird nach dieser Methode die Aenderung des Diffusionscoefficienten an einer und derselben Stelle des Gefässes untersucht, während aus den von Loschmidt und mir angestellten Versuchen ein Mittelwerth von der Form:

$$\overline{k} = \frac{\int\limits_0^l \int\limits_0^t k\,dx\,dt}{l\,.\,t}$$

sich ergibt, welcher alle Werthe, die der Diffusionscoefficient an allen Stellen des Apparates seit dem Beginne des Versuches angenommen hat, umfasst.

H. Waitz findet nun, dass an einer bestimmten Stelle des Apparats der Diffusionscoefficient anfänglich den grössten Werth besitzt, sich aber mit wachsender Zeit einem Grenzwerthe nähert, welcher proportional dem Abstande des zur Beobachtung benutzten Querschnittes vom oberen Ende des Diffusionsgefässes ist.

Diese Grenzwerthe lassen sich durch die Formel

$$k = k_0 + ax$$

darstellen, worin $k_0 = 0{,}12887 \frac{\overline{\text{Cm.}}^2}{\text{Sec.}}$ $a = 0{,}000220$ ist. Sonach hat der Diffusionscoefficient an verschiedenen Stellen des Apparates folgende Grenzwerthe:

---

1) Wied. Ann. Bd. 17 S. 201.

x^{cm}	$\frac{\overline{Cm.}^2}{Sec.}$
0	0,12887
$10,0^{cm}$	0,13107
20,1	0,13326
35,2	0,13660

Hieraus leitet H. Waitz einen Mittelwerth ab, welcher sich mit dem von mir gefundenen in guter Uebereinstimmung befindet. Der aus diesem Grenzwerthe abgeleitete Mittelwerth ist aber nicht genau dasjenige, was meine Versuche gaben, wie aus der oben gegebenen Definition von k sofort zu erkennen ist.

Es scheint mir weiter nicht zulässig anzunehmen, dass für einen Apparat von anderer Länge derselbe Verlauf der Grenzwerthe mit der Tiefe stattfindet. Es müsste denn in einem zehnmal längeren Apparat der Diffusionscoefficient bereits auf $0{,}23887 \frac{\overline{\text{Cm.}}^2}{\text{Sec.}}$ oder $0{,}085992 \frac{\overline{\text{Mtr.}}^2}{\text{Stunde}}$, d. i. nahe das Doppelte des gewöhnlich beobachteten Werthes gewachsen sein.

Die Zunahme des Diffusionscoefficienten mit der Tiefe scheint an die herrschenden Dichtigkeitsgefälle gebunden zu sein, dürfte also in verschiedenen Apparaten in ähnlicher Weise verlaufen.

Dass in den unteren Theilen des Diffusionsapparats der Diffusionscoefficient grössere Werthe hat, habe ich mit dem Apparat V gezeigt, und dafür, dass die Zunahme des Diffusionscoefficienten für verschiedene Apparate in ähnlicher Weise erfolgt, scheinen die mit den verschiedenen langen Apparaten

Apparat II $l = 64{,}98^{cm}$
III $l = 86{,}847$
V $l = 86{,}62$

angestellten Versuche zu sprechen, welche von einander nur um die Grösse der Beobachtungsfehler differirende Resultate ergeben.

Würde der Diffusionscoefficient mit der Tiefe der Apparate in der Weise zunehmen, wie dies H. Waitz voraussetzt, so müsste Apparat III für Luft-Kohlensäure $k_0 = 0{,}0492 \frac{\overline{\text{Mtr.}}^2}{\text{Stunde}}$ geben, wenn bei Apparat II 0,0485 gefunden wurde. Dieser Unterschied ist so beträchtlich, dass es mir kaum entgangen wäre. Ebenso wenig zeigen einen solchen Unterschied die mit Wasserstoff-Kohlensäure angestellten Versuche.

Dass die von mir bei kleinen Versuchszeiten gefundenen Mittelwerthe kleiner sind, als die bei grösseren Versuchszeiten erhaltenen, während H. Waitz die anfänglichen Werthe grösser findet, erklärt H. Waitz dadurch, dass der einzelne Werth des Diffusionscoefficienten zwar abnehmen, der Mittelwerth jedoch zunehmen könne, wenn sich die verschiedenen Schichten in verschiedener Weise an der Diffusion betheiligen, was ja thatsächlich der Fall ist. Denn nach den Beobach-

tungen des H. Waitz sinkt zu Beginn des Versuches der Werth des Diffusionscoefficienten in den oberen Schichten des Apparats rasch zu kleineren Werthen herab; aber gerade aus diesen Schichten stammt das meiste Gas, welches aus dem Apparate tritt, weil in demselben das grösste Dichtigkeitsgefälle herrscht. Die grossen Werthe des Diffusionscoefficienten in den unteren Schichten des Apparates sind wegen des dort herrschenden geringen Dichtigkeitsgefälles von geringem Einfluss.

Es lässt sich gegen diese Erklärung nichts einwenden. Die Versuche, welche ich bei ganz kleinen Diffusionszeiten mit dem Apparat V und der Gascombination Luft-Wasserstoff anstellte — bei denen also die Diffusion in der unteren Hälfte gerade beginnt —, ergaben nahezu dieselben Mittelwerthe des Diffusionscoefficienten in der unteren Hälfte des Apparats, wie die Versuche von grösserer Dauer, bei denen die Diffusion bereits weiter fortgeschritten ist. Nachdem die aus der oberen Hälfte in die untere Hälfte des Apparats wirklich übertretende Gasmenge geringer ist als die theoretische und infolge dessen die wirklichen Dichtigkeitsgefälle in der unteren Hälfte kleiner als die theoretischen bleiben, ist es wahrscheinlich, dass die Diffusion hier thatsächlich etwas rascher stattfindet.

Die oben erwähnten Versuche mit dem Apparat V scheinen also darauf hinzudeuten, dass in den tieferen Schichten des Apparats die Diffusion etwas später beginnt, dagegen etwas rascher verläuft, als nach der Theorie zu erwarten wäre. Es ist leicht möglich, dass der Mittelwerth des Diffusionscoefficienten durch einen solchen Vorgang nur sehr wenig beeinflusst wird. Ich glaube hiernach in meinen Versuchen eine theilweise Bestätigung der von H. Waitz gefundenen Resultate zu erblicken.

Ich habe mir von den Abweichungen des thatsächlichen Diffusionsvorganges vom theoretisch vorausgesetzten die Vorstellung gebildet, dass die Diffusion in einem bestimmten Querschnitte so lange etwas schneller vor sich gehe, als die ganz kleinen Dichtigkeitsgefälle den Querschnitt durchlaufen, dass mit dem Anlangen der grösseren Dichtigkeitsgefälle die Diffusion minder rasch vor sich gehe und dass in den tieferen Schichten, wegen des dort herrschenden kleineren Gefälles, immer grössere Werthe des Diffusionscoefficienten gefunden werden müssen als in den oberen Schichten, wo die Dichtigkeitsgefälle stets grösser bleiben. Die Fähigkeit der Querschnitte, mit den kleinen Dichtigkeitsgefällen eine raschere Diffusion zu ermöglichen, bleibt natürlich nicht ohne Rückwirkung auf die oberen Schichten und beschleunigt in geringem Maasse den Process in denselben.

Dieser Vorstellung gemäss müsste in den oberen Schichten des Apparates der Diffusionscoefficient rascher von seinem grösseren Anfangswerthe herabsinken, als in den unteren. H. Waitz findet nun das gerade Entgegengesetzte, weist aber ausdrücklich darauf hin, dass er in der Luftbewegung, welche das Abheben des Deckels verursacht, eine Störung vermuthe, welche die Diffusion in dem obersten Beobachtungsquerschnitt zu rasch erscheinen lässt.

Wird diese Störung so aufgefasst, als ob zu Beginn des Versuchs aus dem obersten Theile des Apparats bis zu einer gewissen Tiefe hin die Kohlensäure entfernt und die Luft an ihre Stelle gesetzt worden wäre, so sieht man leicht ein, dass die Störung, in die Tiefe des Apparates mit abnehmender Amplitude hinabwandernd, die Diffusion in den einzelnen Querschnitten während jener Zeit grösser erscheinen lässt, als dieselbe braucht, um einen Querschnitt zu passiren. Die durch diese Störung hervorgebrachte Beschleunigung der Diffusion überdeckt dann in den oberen Schichten vollständig die Wirkung des geringeren Dichtigkeitsgefälles. Je kleiner die Tiefe war, bis zu welcher die Kohlensäure aus dem Apparat entfernt gedacht werden muss, in um so geringerer Tiefe erlöscht die Wirkung der Störung.

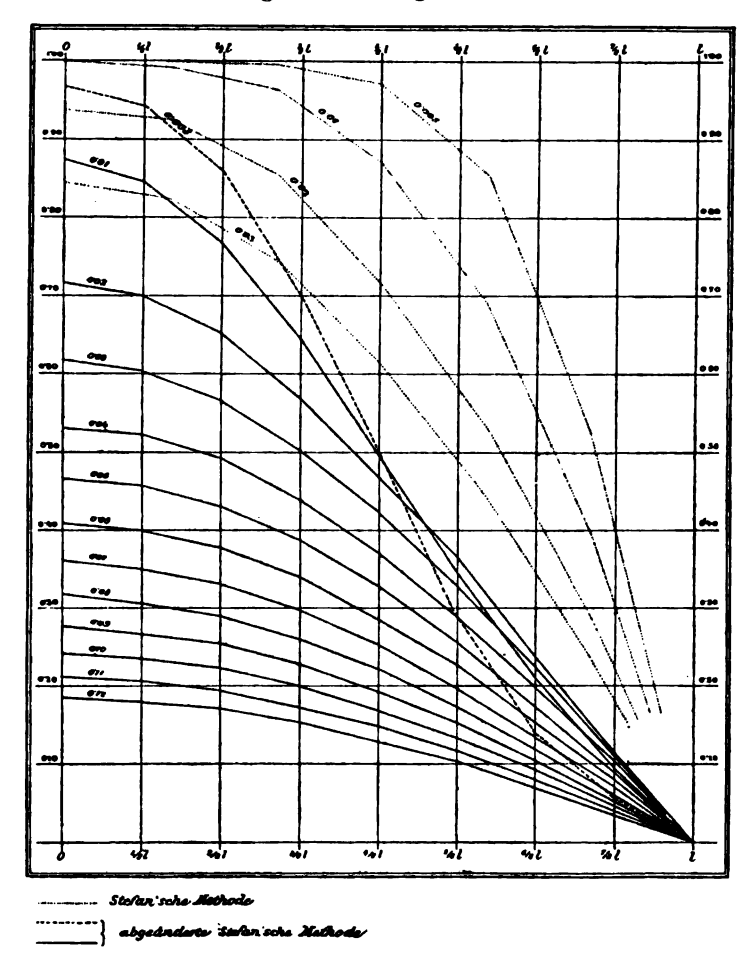


Fig. 1.

Auf der als Fig. 1 beigegebenen Tabelle ist ein Vorgang dargestellt, welcher den Charakter einer solchen Störung, wie dieselbe nach der

Theorie der Diffusion verläuft, allerdings in höchst auffälliger Weise zur Anschauung bringt.

Das Studium der Waitz'schen Versuche hat mich auf die Idee gebracht, den Einfluss des Dichtigkeitsgefälles dadurch zu untersuchen, dass Diffusionsversuche vorgenommen werden, bei denen ein Gas B in das Gemisch des Gases B und A diffundirt, wie dies von H. Wretschko bereits geschehen ist. Ich sehe mich zur Vornahme solcher Versuche insbesondere noch durch einen Vorschlag veranlasst, welchen mir Herr Regierungsrath Boltzmann in derselben Richtung machte. Ich habe aus diesem Grunde auch die vorliegende Versuchsreihe abgebrochen, um mich mit der Diffusion von Gasgemischen beschäftigen zu können.

Die Versuche Apparat II.

Luft-Kohlensäure.

Zu den Versuchen Luft-Kohlensäure wurde der Apparat II, wie derselbe in einer früheren Abhandlung[1]) beschrieben ist, angewendet. Die ersten Versuche bei gewöhnlicher Temperatur misslangen gänzlich, weil die in die Auffanggefässe überleerten Gase sofort in die Absorptionsröhren überfüllt wurden und, wie aus den Analysen hervorging, sich noch nicht vollständig gemischt hatten.

Durch die Analysen ist in den nachfolgenden Versuchen die Kohlensäure bestimmt worden. Zur Berechnung der Versuche dienen die Tabellen Wiener Sitzungsberichte Bd. 81 S. 1113, Bd. 85 S. 158 und diese Abhandlung S. 647.

Die Werthe, welche die Analysen geben, werden in den mit $\frac{o-u}{o+u}$ überschriebenen Columnen aufgesucht, der zugehörige Werth von kt der Tabelle entnommen, durch die Versuchszeit t in Stunden dividirt und von dem $\log k$ 0,64762 — 1 abgezogen, um den auf die Länge des Apparates II umgerechneten Werth von k zu erhalten. Dieser Werth wird sodann auf 76 cm Barometerstand und 0° C. unter Voraussetzung von $n = 2$ reducirt.

62. Versuch, 19. Dec. 1881.		63. Versuch, 19. December.	
2 Stunden	4,0 Liter	30 Min.	4,5 Liter
740,0 mm	8,8° C.	739,5 mm	8,9° C.
0,43663	kt = 0,046871	0,71789	0,011553
0,43816	k_{red} = 0,052754	0,71985	0,052019
0,43790	k_{n} = 0,051364	0,72212	0,050616
	k_0 = 0,048209	0,71995	0,047473

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 150.

64. Versuch, 22. December.

25 Min.	5 Liter
745,0^{mm}	9,2° C.
0,74342	0,0095643
0,74758	0,051670
0,74450	0,050514
0,74517	0,047278

65. Versuch, 23. December.

2 Stunden	4 Liter
747,5^{mm}	9,3° C.
0,43674	0,047095
0,43648	0,053006
0,43661	0,052135
	0,048759

66. Versuch, 23. December.

25 Min.	4,6 Liter
748,2^{mm}	9,4° C.
0,74545	0,0094354
0,74832	0,050976
0,74689	0,050184
	0,046902

67. Versuch, 26. December.

18 Min.	4 Liter
760,0^{mm}	7,9° C.
0,78753	0,0066407
0,78733	0,049835
0,78746	0,049835
	0,047084

68. Versuch, 26. December.

2 Stunden	4,5 Liter
759,1^{mm}	8,1° C.
0,44247	0,045815
0,44569	0,051568
0,44404	0,051513
	0,048589

69. Versuch, 28. December.

20 Min.	4,4 Liter
756,5^{mm}	61,5° C.
0,73792	0,010248
0,73452	0,069208
0,73622	0,068890

70. Versuch, 28. December.

90 Min.	4 Liter
755,8^{mm}	61,5° C.
0,43463	0,047425
0,43477	0,071167
0,43470	0,070775

71. Versuch, 28. December.

20 Min.	4 Liter
755,0^{mm}	61,5° C.
0,73768	0,0102373
0,73506	0,069133
0,73637	0,068680

72. Versuch, 31. Dec. 1881.

25 Min.	4,5 Liter
748,9^{mm}	8,5° C.
0,74959	0,0092530
0,74919	0,049989
0,74925	0,049259
0,74934	0,046338

73. Versuch, 2. Jan. 1882.

2 Stunden	4 Liter
747,0^{mm}	61,5° C.
0,34527	0,064886
0,34527	0,073030
0,34527	0,072112

74. Versuch, 2. Januar.

2 Stunden	4 Liter
745,9^{mm}	61,5° C.
0,34599	0,064409
0,34892	0,072506
0,34746	0,071160

75. Versuch, 2. Januar.

20 Min.	4 Liter
745,9^{mm}	61,5° C.
0,73388	0,010468
0,73294	0,070691
0,73342	0,069381

76. Versuch, 17. Januar.		77. Versuch, 23. Januar.	
25 Min.	3,4 Liter	25 Min.	5,5 Liter
765,0mm	8,0° C.	758,4mm	9,4° C.
0,74946	0,0092442	0,74782	0,0094644
	0,049941	0,74517	0,051132
	0,050270	0,74650	0,050999
	0,047451		0,047663

Beim Versuch 77 war zum Entleeren des Gases statt des Kautschukschlauches eine Stahlröhre angebracht. Es sollte dieselbe für die weiter in Aussicht genommenen Versuche mit schwefeliger Säure dienen. Diese letzteren führten aber zu keinem Resultat.

Die Ergebnisse der vorliegenden Versuchsreihe sind:

Zimmertemperatur			
18—30 Minuten		2 Stunden	
0,050616	8,9° C.	0,051364	8,8° C.
50514	9,2	52135	9,3
50184	9,4	51513	8,1
49835	7,9		
49259	8,5		
50270	8,0		
50999	9,4		
0,050239	8,8° C.	0,051671	8,7° C.

Schmelzpunkt des Paraffins	
20 Minuten	1½—2 Stunden
28. December 1881	
0,068890	0,070775
68680	
2. Januar 1882	
0,069381	0,072112
	0,071160

Es unterscheiden sich hiernach die beiden Mittelwerthe des Diffusionscoefficienten bei der Zimmertemperatur um 2,6 % des grösseren Werthes.

Die Versuchsreihe I[1]) Luft-Kohlensäure gibt, wenn die Werthe bei 30 Minuten und 2 Stunden in Betracht gezogen werden 3,3 %; die Versuchsreihe II[2]) bei Vergleichung der Werthe für 10 Minuten und 1 Stunde 3,6 %; im Mittel ergeben also alle bisher bei der Zimmertemperatur angestellten Versuche 3,2 %.

Für den Schmelzpunkt des Paraffins gibt die Versuchsreihe vom 28. December 2,8 %, jene vom 2. Januar 3,2 %.

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 149.
2) Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 753.

Bezüglich der Abhängigkeit des Diffusionscoefficienten von der Temperatur geben die Versuche vom:

28. December		2. Januar	
20 Minuten	1½ Stunde	20 Minuten	2 Stunden
$n_1 = 1{,}83$	1,88	1,83	1,90
$n_2 = 1{,}87$	1,78	1,93	1,84
	1,82	1,88	1,87
Mittel 1,85	1,83		

während ich früher mit dem Apparat I für diesen Exponenten 1,968 gefunden hatte. Hierbei bezieht sich n_1 auf die Combination der Versuche beim Schmelzpunkte des Paraffins mit jenen Versuchen, welche in der vorliegenden Versuchsreihe aufgeführt sind. Die n_2 werden durch Vergleichung der Versuche 69, 71 und 75 dieser Versuchsreihe, mit jenen 50, 52 und 54 der ersten Versuchsreihe mit dem Apparat II[1]) gefunden.

Für die Versuche bei kleiner Diffusionszeit ist $k = 0{,}052972$ und $t = 17{,}8°$ C. in Rechnung gestellt.

Für die Versuche bei 1½ Stunden ist der Werth von k für 2 Stunden und zwar aus folgenden Versuchen entnommen:

17,9° C.	0,055424	11,5° C.	0,052817
17,7	0,055644	11,3	0,052470
18,9	0,054938	11,4° C.	0,052644
18,2° C.	0,055336		

Mit den Versuchen bei 2 Stunden sind jene von 2½ Stunden combinirt und zwar:

15,3° C.	0,054751
13,5°	0,053607
14,4° C.	0,054179

Der erste Versuch vom 2. Januar gibt hiermit $n = 1{,}88$ einen etwas grösseren Werth.

Im allgemeinen werden mit dem Apparat II die Coefficienten n merklich kleiner erhalten als mit dem Apparat I. Dies scheint dadurch herbeigeführt zu sein, dass die Temperatur des Apparats etwas niedriger war, ein Umstand, der insbesondere bei den Versuchen am 28. December mitgewirkt zu haben scheint. Die niedrigere Temperatur kann namentlich durch jene Bleiröhre herbeigeführt worden sein, welche die Luft zum Hahne zuführte und dadurch zum Erstarren des Paraffins Veranlassung gab. Während des Versuches vom 2. Januar wurde die Wand des Kastens, welche den Apparat umschloss, erwärmt und thatsächlich zeigt sich ein Steigen des Coefficienten n.

Wenn nun diese Versuche wahrscheinlich den richtigen absoluten Werth zu bestimmen nicht gestatten, so lassen dieselben doch mit Bestimmtheit erkennen, dass die Temperatur auf jene Ursachen, welche die Veränderlichkeit des Diffusionscoefficienten bedingen, ohne merklichen Einfluss sei.

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 164.

Kohlenoxyd-Sauerstoff. Apparat I.

An dieser Stelle führe ich noch Versuche mit CO — O an, welche im Jahre 1880 angestellt, aber damals nicht veröffentlicht wurden. Eine erneuerte Berechnung der Analysen hat aus den damals angestellten fünf Versuchen zwei brauchbare ergeben. Bei den anderen drei Versuchen weisen die Summen der in den beiden Hälften gefundenen Gasmengen eine allzu bedeutende Abweichung von der Einheit aus.

Zur Analyse wurden die Gasgemenge entweder sofort oder nach Zusatz von Sauerstoff im Eudiometer verbrannt. Ist die hierbei auftretende Contraction c und die Absorption a, so dienen zur Berechnung der Analysen die Formeln:

$$\text{Kohlenoxyd} = \frac{1}{2}a \qquad \text{Sauerstoff} = c + \frac{1}{2}a.$$

48. Versuch, 12. März 1880. 40 Min. 757,5mm 13,8° C.

	Anal. d. u. H.	Anal. d. o. H.	
angewandt . . .	84,548	57,134	$o = 0{,}71993$
Sauerstoff . . .	—	93,310	
n. d. Expl. . . .	72,476	76,744	$u = 0{,}28299$
n. d. Abs. . . .	48,586	—	$u + o = 1{,}00292$
CO	23,890	41,132	$o - u = 0{,}43694$
O	60,531		$\frac{o-u}{o+u} = 0{,}43567$
Fehler	0,127		
CO	0,28299		$kt = 0{,}047258$
O	0,71701	0,71993	$k_n = 0{,}070653$
	1,00000		$k_0 = 0{,}067383$

51. Versuch, 17. März. 35 Min. 744,6mm 61,5° C.

	Anal. d. u. H.		Anal. d. o. H.	
angewandt . .	65,388	62,744	54,680	$u = 30{,}230$
+ O	—	—	79,030	$o = 69{,}126$
n. d. Expl. . .	55,519	53,144	59,594	$u + o = 0{,}99356$
n. d. Abs. . .	35,746	34,159	21,797	$o - u = 0{,}38896$
CO	19,773	18,985	37,797	$\frac{o-u}{o+u} = 0{,}39150$
O	45,633	43,652	16,346	
Fehler . . .	0,018	0,107	0,567	$kt = 0{,}055350$
CO	0,30230	0,30259	0,69126	$k_n = 0{,}055360$
O	0,69770	0,69571	0,29892	
		0,00170	0,00982	
	1,00000	1,00000	1,00000	

Es ergibt sich sonach:

k	t	n
0,70653	13,8° C.	
0,92960	61,5	1,7853

Apparat III.

Da sich der Apparat II für die Versuche bei kleinen Zeiten mit jenen Combinationen, in welchen Wasserstoff vorkommt, zu kurz erwies, wurde der Diffusionscylinder desselben durch Ansetzen eines Stückes Gewehrlauf von 13^{mm} Bohrung verlängert. Die conischen Endflächen der beiden Röhren waren in einander geschliffen und wurden durch eine aufgesetzte Muffe an einander gepresst.

Die innere Länge des Diffusionsrohres betrug $0{,}86847^{m}$. Hierfür ist $\log\left(\frac{L}{L'}\right)^2 = 0{,}39566 - 1$. Dieser Logarithmus ist vom Logarithmus des aus den Tabellen [1]) genommenen Werthes von kt abzuziehen, um diesen Werth für den vorliegenden Apparat umzurechnen.

Mit diesem Apparate sollte auch nachgesehen werden, ob die bisherigen Versuche schon die unterste Grenze von k für die kleinen Diffusionszeiten geliefert haben. Zur Berechnung der hierauf bezüglichen Versuche ist eine Ergänzung der bisher erwähnten Tabelle nöthig, welche hier folgt:

kt	Q	kt	Q
0,0060	0,797854	0,0065	0,789717
61	0,796206	66	0,788121
62	0,794568	67	0,786539
63	0,792940	68	0,784966
64	0,791322	69	0,783406
		0,0070	0,781845

Diese eben erwähnten Versuche wurden mit Luft-Kohlensäure ausgeführt und dabei gleichzeitig die Ueberzeugung gewonnen, dass der Apparat mit den bisher gefundenen übereinstimmende Resultate gebe und thatsächlich die untere Grenze der Werthe von k schon erreicht sei.

Zur Reduction der Diffusionscoefficienten der Wasserstoffcombinationen auf Null Grade wurde $n = 1^3/_4$ verausgesetzt.

Luft-Kohlensäure.

84. Versuch, 31. Januar.

30 Minuten	4,1 Liter
$758{,}8^{mm}$	8,2° C.
0,79719	0,0060702
0,79450	0,048833
0,79827	0,048758
0,79665	0,045957

85. Versuch, 1. Februar.

$2^1/_2$ Stunden	4,1 Liter
$765{,}7^{mm}$	7,4° C.
0,53816	0,031449
0,53814	0,050584
0,53815	0,050964
	0,048319

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 81 S. 1113 u. Bd. 85 S. 158.

86. Versuch, 1. Februar.

30 Minuten	3,55 Liter
765,7 mm	7,6 ° C.
0,79793	0,0061076
0,79423	0,049116
0,79608	0,049485
	0,046839

87. Versuch, 2. Februar.

1 Stunde	4,5 Liter
763,3 mm	7,5 ° C.
0,71072	0,012412
0,70885	0,049908
0,70979	0,050117
	0,047591

88. Versuch, 3. Februar

30 Minuten	8,4 Liter
760,9 mm	7,3 ° C.
0,79573	0,0061388
0,79439	0,049371
0,79659	0,049430
0,79557	0,046887

t	k_0
	0,045957
	0,046839
	0,046887
30 Minuten	0,046561
1 Stunde	0,047591
2½ Stunden	0,048319

Wasserstoff-Sauerstoff.

Der Sauerstoff wurde aus chlorsaurem Kali entwickelt. Durch Aetzkali gewaschen und durch CaCl getrocknet. Den Wasserstoff lieferte ein Apparat zur continuirlichen Entwicklung[1]).

Durch die Gasanalysen wird der Wasserstoff durch Verbrennen mit dem stets überschüssigen Sauerstoff bestimmt.

89. Versuch, 4. Februar.

1 Stunde	755,8 mm 7,4 ° C.
0,65250	$kt = 0,064258$
0,65118	$k = 0,25839$
H = 0,65184	$k_{76} = 0,25696$
O = 0,34816	$k_0 = 0,24521$

91. Versuch, 4. Februar.

10 Min.	753,7 mm 7,8 ° C.
0,26814	0,010607
0,26854	0,25612
0,26834	0,25401
0,73166	0,24179

92. Versuch, 5. Februar.

50 Min.	751,5 mm 7,4 ° C.
0,59990	0,053836
0,60130	0,25977
0,60060	0,25686
0,39940	0,24511

93. Versuch, 5. Februar.

10 Min.	750,4 mm 8,2 ° C.
0,26857	0,010616
0,26834	0,25613
0,26846	0,25289
0,73154	0,24014

94. Versuch, 5. Februar.

10 Min.	750,5 mm 8,3 ° C.
0,26745	0,010636
0,73255	0,25661
	0,25341
	0,24048

10 Min.	50 u. 60 Min.
0,24179	0,24521
0,24014	0,24511
0,24048	
0,24080	0,24516

Die Abweichung zwischen den bei verschiedenen Diffusionszeiten gefundenen Werthen des Diffusionscoefficienten beträgt hier nahe 1,8 % des grösseren Werthes.

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 165.

Berücksichtigt man, dass der zu den Versuchen verwendete Wasserstoff nicht rein war und eine etwas grössere Contraction etwa 1,51 statt 1,50 ergab, so erhält man:

89. Versuch.	91. Versuch.
H = 0,64793	0,26673
O = 0,35207	0,73327
k_0 = 0,24068	0,23869

also eine Abweichung, welche bloss 0,8 % des grösseren Werthes beträgt.

Wasserstoff-Kohlensäure.

95. Versuch, 6. Februar.

1 Stunde	752,8 mm 7,3 °C.
0,41501	0,050958
0,41473	0,20490
0,41487	0,20297
	0,19381

96. Versuch, 6. Februar.

10 Min.	752,5 mm 8,1 °C.
0,76647	0,0079156
0,76974	0,19097
0,76811	0,18914
	0,17976

97. Versuch, 8. Februar.

10 Min.	753,2 mm 7,7 °C.
0,76528	0,0080956
0,76570	0,19532
0,76549	0,19357
	0,18440

Der Wasserstoffstrom ist nicht continuirlich, sondern setzt durch Augenblicke aus.

10 Minuten	0,17976
	0,18440
k_0 =	0,18208
1 Stunde k_0 =	0,19381

Wasserstoff-Stickoxydul.

Das Stickoxydul wurde im Sandbade aus salpetersaurem Ammoniak entwickelt, durch verdünnte Schwefelsäure und Eisenvitriollösung gewaschen und schliesslich durch concentrirte Schwefelsäure getrocknet.

Die gasanalytische Bestimmung des Wasserstoffes in ähnlicher Weise, wie dies bei Wasserstoff-Sauerstoff-Gemengen geschah, ist hier nicht ausführbar, nachdem sich beim Verpuffen eines Gemenges von Wasserstoff und Stickoxydul das Stickoxydul, wenn im Ueberschusse vorhanden, unter mehr oder minder heftiger Explosion zerlegt.

Es scheint die Zerlegung des überschüssigen Stickoxydulgases um so vollständiger zu erfolgen, unter je grösserem Drucke dieselbe vor sich geht. So gaben vier Explosionen folgende Resultate:

	Druck des zur Explosion gebrachten Gemisches	Aus der Contraction berechneter Wasserstoffgehalt
1.	265,17 mm	0,15544 %
2.	203,84	0,16997
3.	107,25	0,19610
4.	120,84	0,20208

Der wirkliche Wasserstoffgehalt dieses Gemisches war 0,23404 %.

Bei den Versuchen 1, 2 erfolgte die Explosion mit grosser Heftigkeit, weissem Lichte und der Bildung weisslicher Nebel, die mit rothen Dämpfen gemischt sind. Contraction tritt anfänglich gar nicht ein, das Quecksilber steigt erst nach und nach.

Die Zerlegung des Stickoxydulgases durch den elektrischen Funken ist schon von Grove, Andrews, Tait, Buff, Hoffmann beobachtet und auch von Berthelot[1]) untersucht worden.

Berthelot hatte das Gas in einer Glasröhre eingeschmolzen und liess einen Strom schwacher Funken eines Ruhmkorff'schen Apparats durchschlagen. Nach einer Minute war etwa ein Drittel des Gases in Stickstoff-Sauerstoff und Untersalpetersäure zerlegt.

Kürzlich hat Berthelot[2]) für Acetylen, Cyangas, Arsenwasserstoff, welche sämmtlich wie das Stickoxydulgas unter Wärmeabsorption gebildet werden, nachgewiesen, dass dieselben zerlegt werden, wenn in denselben etwas Quecksilberfulminat zur Entzündung gebracht wird. Wie aus den oben angeführten Versuchen hervorgeht, tritt ganz dieselbe Erscheinung ein, wenn Stickoxydulknallgas in Stickoxydul verbrannt wird. Aber auch das gewöhnliche Knallgas zu Stickoxydul gesetzt, führt die explosive Zerlegung dieses letzteren herhei, wie ich an einem diesbezüglichen Versuch wahrnahm.

Zu den Analysen der Gasgemenge wurde, wo Stickoxydul im Ueberschuss war, zu der im Eudiometer aufgefangenen Gasmenge zuerst Wasserstoff zugesetzt, explodirt, dann Sauerstoff zugesetzt und abermals explodirt. Setzt man im Gasgemenge x Wasserstoff, y Stickoxydul und z Stickstoff voraus, so hat man zur Berechnung der Analysen die Gleichungen:

$$\begin{aligned} x+y+z &= a \\ x+y+z+u &= b \\ x+z+u &= c \\ x+z+u+v &= d \\ -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y+z-\frac{1}{2}u+v &= e. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_2O,\ y &= b-c \\ H,\ x &= \frac{2}{3}(d-e)+(b-c)-(b-a) \\ N,\ z &= c-\frac{2}{3}(d-e)-(b-c). \end{aligned}$$

98. Versuch, 12. Februar. 10 Min. 749,6 mm 9,4° C.

a 36,326	N_2O = 0,74870		kt = 0,0080636
b 68,387	H = 0,23407		k = 0,19455
c 41,189	N = 0,01723		k_n = 0,19189
d 49,631	1,00000		k_0 = 0,18086
e 29,582	in Rechnung gestellt 0,76593		

1) Berthelot, Essai de Mécanique chimique vol. II p. 361.

2) Berthelot, Detonation des Acetylens, des Cyangases und der endothermischen Verbindungen im allgemeinen. C. R. Bd. 43 S. 613—619 (1881). Beiblätter Bd. 5 S. 863.

100. Versuch, 17. Februar. 10 Min. 744,5mm 10,2° C.

a	35,184	40,826	in Rechnung gestellt
b	65,545	72,402	0,76176
c	39,628	42,315	$kt = 0{,}079809$
d	67,896	72,694	$k = 0{,}19255$
e	48,986	56,150	$k_n = 0{,}18862$
N_2O	0,73660	0,73698	$k_0 = 0{,}17693$
H	0,23202	0,23366	
N	0,03138	0,02936	
	1,00000	1,00000	

101. Versuch, 17. Februar. 1 Stunde 743,8mm 10,2° C.

Da hier Wasserstoff im Ueberschuss vorhanden war, vereinfachen sich die Analysen, da das Zusetzen von H entfällt. Zur Berechnung hat man die Gleichungen:

$$N_2O \quad y = a - c$$

$$H \quad x = (a - c) + \frac{2}{3}(d - e)$$

$$N \quad z = c - (a - c) - \frac{2}{3}(d - e)$$

a	67,830	58,210	59,064	in Rechnung gestellt
c	40,619	34,914	35,209	$N_2O = 0{,}40835$
d	79,489	104,230	108,362	$kt = 0{,}052157$
e	59,975	87,668	91,686	$k = 0{,}20972$
N_2O	0,40116	0,40020	0,40389	$k_n = 0{,}20526$
H	0,59296	0,58988	0,59210	$k_0 = 0{,}19250$
N	0,00588	0,00992	0,00401	
	1,00000	1,00000	1,00000	

Die Versuche ergeben somit:

Diffusionszeit	10 Minuten	1 Stunde
	0,18086	
k_0	0,17693	
	0,17860	0,19250

Es sind dies fast die gleichen Werthe, wie bei Wasserstoff-Kohlensäure.

Wasserstoff-Kohlenoxyd.

Das Kohlenoxyd wurde aus Ameisensäure und ameisensaurem Blei mit concentrirter Schwefelsäure entwickelt, durch Wasser und Aetzkali gewaschen und mittels Schwefelsäure getrocknet.

In den Analysen wird das Gasgemisch mit Sauerstoff versetzt und verbrannt; die gebildete Kohlensäure durch Absorption bestimmt. Ist c die Contraction, a die Absorption, dann ist

$$\text{Kohlenoxyd} = a, \quad \text{Wasserstoff} = \frac{1}{3}(2c - a).$$

102. Versuch, 21. Februar. 50 Min. 750,9mm 8,9° C.

angew.	52,488	38,123	$Q = 0{,}41099$
Contr.	58,123	41,555	$kt = 0{,}051668$
Abs.	22,142	15,536	$k = 0{,}24930$
H	31,368	22,525	$k_{76} = 0{,}24632$
CO	22,142	15,536	$k_0 = 0{,}23288$
Fehler	—1,022	+0,062	
H	0,58620	0,59182	
CO	0,41380	0,40818	

103. Versuch, 21. Februar. 10 Min. 749,8mm 9,0° C.

angew.	58,632	30,639	54,378	$Q = 0{,}73362$
Contr.	45,187	23,519	42,020	$kt = 0{,}010452$
Abs.	43,190	22,572	40,179	$k = 0{,}25218$
H	15,728	8,155	14,621	$k_{76} = 0{,}24878$
CO	43,190	22,572	40,179	$k_0 = 0{,}23507$
Fehler	—0,286	—0,088	—0,422	
H	0,26693	0,26541	0,26680	
CO	0,73307	0,73459	0,73320	

104. Versuch, 24. Februar. 10 Min. 751,3mm 10,6° C.

angew.	34,112	40,096	$Q = 0{,}73415$
Contr.	26,264	30,849	$kt = 0{,}010411$
Abs.	25,134	29,621	$k = 0{,}25118$
H	9,131	10,691	$k_{76} = 0{,}24839$
CO	25,134	29,621	$k_0 = 0{,}23230$
Fehler	—0,153	—0,217	
H	0,26649	0,26522	
CO	0,73351	0,73478	

105. Versuch, 24. Februar. 50 Min. 750,8mm 10,7° C.

angew.	46,724	38,795	49,992	
Contr.	51,349	42,565	55,004	$Q = 0{,}40794$
Abs.	18,847	16,064	20,703	$kt = 0{,}052233$
H	27,950	23,033	29,768	$k = 0{,}25366$
CO	18,847	16,064	20,703	$k_{76} = 0{,}25058$
Fehler	—0,073	—0,302	—0,479	$k_0 = 0{,}23428$
H	0,59726	0,58912	0,58980	
CO	0,40274	0,41088	0,41020	

106. Versuch, 26. Februar. 10 Min. 738,8mm 11,7° C.

angew.	42,905	45,743	35,524	
Contr.	32,887	35,484	27,490	$Q = 0{,}73292$
Abs.	31,744	33,787	26,051	$kt = 0{,}0105007$
H	11,343	12,360	9,643	$k = 0{,}25335$
CO	31,744	33,787	26,051	$k_{76} = 0{,}24571$
Fehler	—0,182	—0,404	—0,170	$k_0 = 0{,}22833$
H	0,26325	0,26785	0,27015	
CO	0,73675	0,73215	0,72985	

Es ergibt sich somit

10 Minuten	50 Minuten
0,23507	0,23288
0,23230	0,23428
0,22833	0,23358
$k_0 = 0{,}23190$	

Der Unterschied in den beiden Werthen beträgt hier 0,7 % und wird noch kleiner, wenn man voraussetzt, dass der Wasserstoff eine etwas grössere Contraction gebe.

Wasserstoff-Aethylen.

Das Aethylen wurde aus Aethylendibromid $C_2H_4Br_2$ mit granulirtem Zink und absolutem Alkohol entwickelt. Zum einmaligen Füllen des Apparates wurde 5—6ccm $C_2H_4Br_2$ mit etwa 25—30ccm absolutem Alkohol versetzt, angewendet. Die Entwicklung geschah in einem 200ccm fassenden Kolben, sie beginnt entweder von selbst, namentlich dann, wenn schon gebrauchtes Zink verwendet wird, oder lässt sich durch gelindes Erwärmen einleiten. Damit der Process nicht zu stürmisch verlaufe, muss mit kaltem Wasser gekühlt werden. Das entweichende Gas wird durch concentrirte Schwefelsäure und Aetzkali geleitet und durch Schwefelsäure oder Chlorcalcium getrocknet. Waschflaschen und Trockenapparate fassen höchstens 50ccm.

Ich wurde von Herrn Prof. E. Ludwig auf diese Methode aufmerksam gemacht und verdanke ihm auch die ersten Partien Aethylendibromid.

Um das Aethylen zur Analyse aufsammeln zu können, trat dasselbe durch eine verzweigte Leitung aus dem Apparate. In dem einen Zweige waren Glasröhren zum Einschmelzen des Gases eingeschaltet; während des Einschmelzens wurde das Gas durch den anderen Zweig geleitet.

Von dem auf diese Art aufgefangenen Aethylen des Versuches 108 wurden die nachfolgenden Verbrennungsanalysen ausgeführt:

	1. Analyse	2. Analyse	3. Analyse	Summe
angewandt . .	17,344	11,847	11,238	40,429
+ Luft und O .	250,000	248,905	235,874	—
Contr.	35,600	24,230	22,874	82,704
Abs.	34,590	23,404	22,635	80,629

Das Aethylen gibt daher, statt einer Contraction 2, jene 2,0457 und statt einer Absorption von 2, jene von 1,9945.

Der zum Versuch 110 verwendete Wasserstoff wurde gleichfalls analysirt und es ergab sich:

	1	2	Summe
angewandt	18,032	22,895	40,927
+ O	73,048	123,994	
n. d. Exploration .	45,849	89,380	
Contraction . . .	27,199	34,614	61,813

Statt einer Contraction von 1,50 ergibt sich eine solche von 1,51, d. i. um 0,6 % grössere.

Zur Berechnung der Verbrennungsanalysen hat man die Gleichungen

$$H = \frac{2}{3}(c - a) \qquad C_2H_4 = \frac{a}{2}.$$

Da aber das Aethylen nicht ganz normal zusammengesetzt ist, empfiehlt es sich, die Analysen in der Berücksichtigung dieser Zusammensetzung zu berechnen. Alsdann ist

$$C_2H_4 = \frac{a}{1,9945} \qquad H = \frac{2}{2}\left(c - \frac{2,0457}{1,9945}a\right).$$

Die ersten Verbrennungsanalysen, welche ich ausführte, ergaben eine sehr geringe Uebereinstimmung. Ich entschloss mich daher, das Aethylen durch Absorption zu bestimmen und bediente mich hierzu des Verfahrens von E. Ludwig, wonach Kugeln aus kohlensäurefreiem Gyps bei 130° getrocknet, in rauchende Schwefelsäure getaucht, angewandt werden. Eine solche Kugel durchtränkt sich derartig mit der Schwefelsäure, dass sie weich wird und absorbirt in 36—48 Stunden das acht- bis neunfache ihres Volumens an Aethylen. Nach der Gypskugel wird noch eine Kalikugel eingeführt.

Die Ergebnisse der Absorptionsanalysen und der Verbrennungsanalysen zeigen eine erhebliche Abweichung von einander. Berechnet man jedoch die Verbrennungsanalysen mit Rücksicht auf die gefundene Zusammensetzung des Aethylens, so gelangt man zu einer viel grösseren Uebereinstimmung in den Resultaten.

Damit die Verbrennungsanalysen unter einander in Uebereinstimmung seien, ist die Anwendung von fast trockenen Kalikugeln zur Absorption der Kohlensäure nöthig, damit die Eudiometer vollständig ausgetrocknet werden. Das Uebersehen dieses Umstandes hat mich sehr viel Mühe und Zeit gekostet.

108. Versuch, 3. März. 10 Min. 735,9 mm 12,7 °C.

Absorptionsanalyse

0,78117	$kt = 0,0069011$	$k_0 = 0,14988$
0,78487	$k = 0,16722$	
0,78292	$k_{61} = 0,16192$	

Verbrennungsanalyse

angewandt . . .	14,757
+0	293,480
Contr. . . .	28,215
Abs.	22,965
C_2H_4	11,483
H	3,500
Fehler	—0,216
C_2H_4	0,76640
H	0,23360

Im Mittel $k_0 = 0,15278$.

Wird die gefundene Zusammensetzung des Aethylens und die grössere Contraction des angewandten Wasserstoffes berücksichtigt, dann erhält man:

C_2H_4 . . .	11,489	77,854
H	3,121	21,150
Fehler . .	0,147	0,996
	14,757	100,000

$kt = 0,0072158$ $k_{76} = 0,16857$

$k = 0,17409$ $k_0 = 0,15568$

109 Versuch, 3. März.

1 Stunde 735,6mm 12,8° C

0,43036	$kt = 0,047936$
0,43336	$k = 0,19275$
0,42791	$k_{76} = 0,18657$
0,43568	$k_0 = 0,17220$
0,43178	

110. Versuch, 17. März.

1 Stunde 753,4mm 15,1° C.

0,42825	0,048451
0,43263	0,19482
0,42566	0,19313
0,42885	0,17538

111. Versuch, 17. März.

10 Minuten 753,1mm 15,4° C.

0,77722	0,0071994
0,77826	0,17358
0,78110	0,17192
0,77879	0,15626

122. Versuch, 18. April.

10 Minuten 735,9mm 14,8° C.

0,76974	0,0078340
0,76886	0,18902
0,76930	0,18303
	0,16688

10 Minuten	1 Stunde
0,15278	0,17220
0,15626	0,17538
0,16688	
0,15864	0,17379

Die Abweichung der Werthe der Diffusionscoefficienten, die aus den verschiedenen Beobachtungszeiten abgeleitet sind, ist hier nahezu 9,6 %.

Wasserstoff-Sumpfgas.

Das Sumpfgas wurde aus einem Gemische von einem Theile essigsauren Natron mit zwei Theilen Natronkalk durch Erhitzen in einem eisernen Rohre dargestellt, durch Wasser, concentrirte Schwefelsäure, Aetzkali gewaschen und schliesslich durch zwei kleine Absorptionsthürme geleitet, welche mit concentrirter Schwefelsäure befeuchtete Glasperlen enthielten.

Von dem angewendeten Sumpfgase wurden Proben in Glasröhrchen eingeschmolzen, um später analysirt zu werden.

So ergab die Analyse des Sumpfgases vom 113. Versuche, wenn es unmittelbar in die Eudiometer überfüllt wurde:

angewandt . .	12,640	10,148
+O u. Luft .	179,875	169,700
C	25,447	20,969
a	12,263	10,061

Eine mit dem Sumpfgase vom 113. Versuch angestellte Absorptionsanalyse unter Anwendung von Gypskugeln, die in rauchende Schwefelsäure getränkt sind, und nachherige Einwirkung einer Kalikugel ergab:

angewandt . . .	77,874	0,7 % absorbirbare Bestandtheile.
n. d. Abs. . . .	77,328	
Diff.	0,546	

Dabei ist zu bemerken, dass das Sumpfgas keine durch eine Aetzkalikugel absorbirbare Bestandtheile enthielt.

Das nach der Absorption in den Röhren zurückbleibende Gas wurde in die Eudiometer überleert und nochmals analysirt. Es ergab sich:

	1.	2.	Summe
angewandt . .	20,636	17,512	38,147
+ Luft u. O .	208,681	183,780	—
c	40,751	34,749	75,500
a	18,689	16,785	36,474

Und hieraus ergibt sich:

CH_4 =	36,474	95,549
H =	1,701	4,456
Fehler =	—0,027	
	38,148	100,000

Die ausgeführten Analysen ergaben also für das zum 113. Versuche angewendete Sumpfgas:

CH_4 =	94,875
H =	4,424
durch H_2SO_4 absorb. Bestandth. =	0,701
	100,000

Die absorbirbaren Bestandtheile hätten sich, wie ich glaube, dadurch entfernen lassen, dass das Sumpfgas durch eine mit rauchender Schwefelsäure gefüllte Kugelröhre geleitet worden wäre, wie solche bei der Darstellung des Aethans angewendet wurde und wie ich dieselbe dort beschreibe.

Um bei der Berechnung der Analysen der Zusammensetzung des Sumpfgases Rechnung tragen zu können, ist zu beachten, dass sich die Contraction 2,0369 des Gases vertheilt auf:

H	0,0664
CH_4	1,8975
Die durch H_2SO_4 absorbirbaren Bestandtheile	0,0730

Für reines Sumpfgas wären die Analysen des Gemenges Sumpfgas-Wasserstoff nach den Formeln zu berechnen:

$$CH_4 = a, \qquad H = \frac{2}{3}(c - a). \tag{a}$$

Für das Sumpfgas des 113. Versuches ist

$$CH_4 = \frac{a}{0,9797}, \qquad H = \frac{2}{3}\left(c - \frac{1,9705}{0,9797}a\right). \tag{b}$$

Allerdings wird hierbei noch vorausgesetzt, dass die durch rauchende Schwefelsäure absorbirbare Verunreinigung gleichzeitig mit dem Sumpfgase diffundirt.

Bei der Berechnung der Diffusionsversuche hat man zu beachten, dass Wasserstoff in ein Gemisch von H und CH_4 diffundirt. Um den

Werth von kt aus der Tabelle zu entnehmen, muss der Procentgehalt Q, den die Analyse des Gasgemisches an Sumpfgas liefert, durch den Factor $1-\beta$ dividirt werden, worin β der Procentgehalt des angewendeten Sumpfgases an Wasserstoff ist.

113. Versuch, 25. Mai. 35 Min. 736,5mm 14,2° C.

Die Analysen der Gasgemenge sind zuerst nach den Formeln a berechnet, um ihre Uebereinstimmung zu zeigen, dann ist die Summe aus den angewandten Gasmengen, den Contractionen und Absorptionen gebildet und mit diesen Zahlen wird nach den Formeln b gerechnet.

	1	2	3	Summe
angew.	18,387	25,990	25,388	69,765
+ Luft u. O	147,337	228,505	231,021	—
c	32,589	45,653	44,721	122,963
a	8,921	12,544	12,368	33,833
H	9,831	13,710	13,323	36,609
CH_4	8,921	12,544	12,368	33,008
Fehler	−0,365	−0,264	−0,303	+0,148
H	52,420	52,220	51,860	52,475
CH_4	47,580	47,780	48,140	47,313
Fehler	—	—	—	0,212

$Q = 0,47313$ $\quad kt = 0,037648$

$1-\beta = 0,95576$ $\quad k = 0,25952$ $\quad k_0 = 0,23017$

$\frac{Q}{1-\beta} = 0,49503$ $\quad k_{76} = 0,25153$

Rechnet man den Versuch mit dem Mittel $Q = 0,47856$, welcher aus den nach der Formel a berechneten Analysen abgeleitet ist, so findet man:

$$kt = 0,040184$$
$$k_0 = 0,24566$$

Ein Resultat, welches von jenen der übrigen Versuche erheblich abweicht und die Nothwendigkeit einer Correction erkennen lässt.

Von den Versuchen 117, 118 und 119 wurden die aufgefangenen Sumpfgase in ein Absorptionsrohr überfüllt und ganz in derselben Weise behandelt, wie es für das Methan des 113. Versuches gezeigt wurde.

Die Analysen ergaben für diesen Fall:

CH_4	96,287
H	2,340
Durch H_2SO_4 abs. Bestandth.	6,353
Fehler	0,020
	100,000

Bei der Gleichförmigkeit der Resultate, welche ich ohne Rücksichtnahme auf die Zusammensetzung des angewendeten Sumpfgases erhalten hatte, glaubte ich dieses Resultat auf die sämmtlichen übrigen Versuche anwenden zu können. Ein befriedigendes Resultat gaben aber hiermit bloss die Versuche 114 und 116.

Bei den anderen Versuchen ergeben die nach Formel b berechneten Analysen positive Fehler, welche bis zu 4 % ansteigen, so dass ich annehmen muss, das Wasserstoffgas sei nicht rein gewesen, sondern habe Luft enthalten.

114. Versuch, 29. März. 1 Stunde 737,7^{mm} 15,1 ° C.

	1	2	Summe
angew. . . .	22,675	21,231	43,906
+ Luft u. O .	215,426	188,600	—
C	38,247	35,783	73,930
a	7,856	7,317	15,163
H	15,023	14,099	28,069
CH_4	7,856	7,317	15,211
Fehler . . .	−0,204	−0,185	+ 0,626
H	65,663	65,835	63,930
CH_4	34,337	34,165	34,645
Fehler . . .	—	—	1,425

$Q = 0,34645$ $kt = 0,062825$

$1 - \beta = 0,97660$ $k = 0,25264$

$\frac{Q}{1-\beta} = 0,35475$ $k_{78} = 0,24523$ $k_0 = 0,22320$

116. Versuch, 3. April. 1 Stunde 743,5^{mm} 16,1 ° C.

	1	2	3	4
angew. . . .	18,985	23,591	22,053	19,108
+ Luft u. O .	198,420	239,650	278,653	185,054
c	31,878	39,895	38,449	32,257
a	6,268	8,087	7,784	6,517
H	12,895	15,814	15,254	12,815
CH_4	6,268	8,087	7,784	6,517
Fehler . . .	−0,173	−0,310	+0,015	−0,229
H	67,291	66,163	66,218	66,289
CH_4	32,709	33,837	33,787	33,711
Fehler . . .	—	—	—	—

Summe

angew. . . .	84,732	H . . .	64,867	$kt = 0,064474$
c	142,479	CH_4 . .	33,903	$k = 0,25926$
a	28,656	Fehler .	1,230	$k_{78} = 0,25362$
H	54,962		$Q = 0,33903$	$k_0 = 0,22945$
CH_4	28,727		$1-\beta = 0,97666$	
Fehler . . .	1,043		$\frac{Q}{1-\beta} = 0,34715$	

Ich gebe zum Schlusse noch eine Zusammenstellung der Versuchsresultate, welche mit den Combinationen H — CH_4 erlangt wurden.

Unter I führe ich jene Werthe von k_0 an, welche mit den nach Formel a berechneten Analysen erhalten wurden. Unter II sind jene Werthe von k_0 zusammengestellt, welche unter Anwendung der Formeln b erhalten wurden:

Nr. d. Vers.	t	I	II
113	35 Min.	0,24566	0,23017
114	60	0,23262	0,22320
116	60	0,23900	0,22945
117	10	0,23930	0,19661
118	20	0,23549	0,21177
119	60	0,23004	0,22284
120	10	0,22440	0,18659
121	10	0,21554	0,18613
Mittel	10	0,22641	0,18978
	20	0,23549	0,21177
	60	0,23388	0,22516

Die kleinen Werthe, welche für k_0 in den Versuchen 120 und 121 erhalten werden, scheinen meine Vermuthung, dass der Wasserstoff bis zu 4 % Luft enthalten habe, zu bestätigen.

Trotz der Unsicherheit der in dieser Tabelle mitgetheilten Zahlen darf doch mit grosser Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass die kleineren Diffusionszeiten erheblich kleinere Werthe des Diffusionscoefficienten liefern.

(Schluss folgt.)

Ueber die Construction und die Eigenschaften des Capillarelektrometers[1]).

Von

Prof. E. v. Fleischl.

In dem von Lippmann vor einigen Jahren, auf Grund eines — so viel ich weiss — von Erman im Beginn dieses Jahrhunderts zuerst bemerkten Principes, erfundenen Capillarelektrometer ist ein Instrument gegeben, das elektrische Veränderungen mit fast verschwindender Verzögerung anzeigt.

Ich habe mich also seit längerer Zeit mit dem Studium der Eigenschaften dieses schönen Instrumentes beschäftigt und einige, so viel ich weiss, noch nicht beschriebene Beobachtungen an demselben gemacht.

Auch schien mir manches an der Construction des Instrumentes wesentlicher Verbesserung fähig, ja bedürftig; und im Verlaufe meiner Erfahrungen gelangte ich endlich zur Annahme des im folgenden beschriebenen Modelles, welches ich den Hrn. Mechanikern Meyer und Wolf[2]) zur Ausführung überlassen habe.

Aus einer dicken kreisrunden Eisenplatte, die auf drei Stellschrauben steht, erheben sich zwei Säulen, von denen die eine das Elektrometer, die andere das Beobachtungsmikroskop trägt. Letzteres ist auf folgende Arten beweglich aufgestellt. Durch Lockerung der Schraube *a* erhält der wie ein Fernrohrauszug eingerichtete obere Theil der Säule seine Beweglichkeit. Hierdurch kann das Mikroskop in verticaler Richtung um beträchtliche Strecken gehoben oder gesenkt werden. Der Zweck dieser »groben« Einstellung ist, das Mikroskop ungefähr in eine dem unteren Ende der Capillare entsprechende Höhe zu bringen. Die feine Einstellung in verticaler Richtung geschieht durch Drehen an der Kreisscheibe *A*, welche auf ihrer oberen versilberten Fläche am Rande eine

---

1) Nach einer in du Bois-Reymond's Archiv für Physiologie zuerst abgedruckten Abhandlung vom Herrn Verfasser mit Zusätzen mitgetheilt.

2) Wien, Van Swieten-Gasse.

Eintheilung in 100 Theile trägt, die beim Drehen an der Spitze eines kleinen Index, der in der Zeichnung erkennbar ist, sich vorüberbewegt.

Die Verschiebung des Mikroskopes parallel mit sich selbst in der Horizontalebene wird durch Drehen der Schraube B bewerkstelligt. Wie sich aus dem folgenden ergibt, sind in dieser Richtung niemals grosse Verschiebungen nöthig, wesshalb auch auf die Anbringung einer groben Einstellung verzichtet wurde.

Die dritte Bewegung des Mikroskopes, die längs seiner Axe ist hingegen wieder mittels grober und feiner Einstellung möglich. Zur feinen Einstellung dient die Schraube C, die grobe Einstellung wird durch Verschiebung des Tubus in der Hülse aus freier Hand besorgt. Das Ocular des Mikroskopes ist ein Messocular, d. h. es trägt in der Ebene seines Diaphragmas eine in Glas geritzte Theilung, welche beim Gebrauche vertical zu stellen ist.

Die andere Säule besteht aus einem genau cylindrisch abgedrehten Messingrohre von 26^{mm} äusserem Durchmesser und trägt drei verstellbare Hülsen (von denen in der perspectivischen Zeichnung bloss ein Theil der mittleren sichtbar ist) und oben eine Tasse mit Rand zur Aufnahme einer Flasche. Die Hülsen sind der Länge nach aufgeschnitten und an den Schnittflächen Flanschen angebracht, welche von Schrauben durchbohrt sind, so dass durch Anziehen der Schrauben die Hülsen fest um die Säule gepresst werden, ohne letztere zu beschädigen.

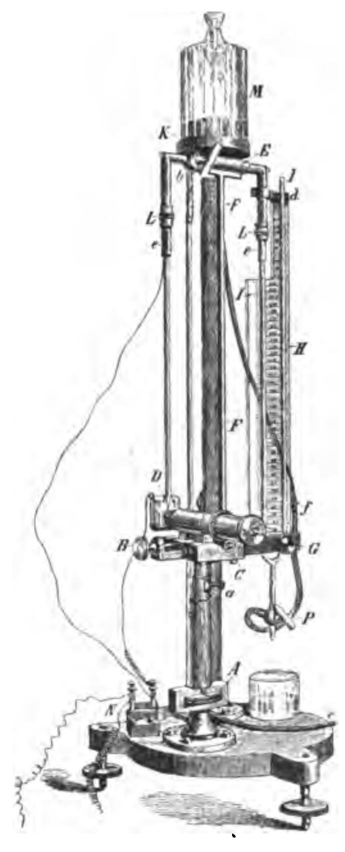


Fig. 1.

Von der in der Zeichnung theilweise sichtbaren mittleren Hülse geht ein Arm zuerst nach unten, dann nach der Seite, welcher an seinem freien Ende eine runde Tasse mit niedrigem Rande trägt. Diese Tasse dient zur Aufnahme des Gefässes D. Sie wird angewärmt, mit leicht schmelzendem Kitt gefüllt und dann das Gefäss in passender Stellung hineingesetzt. Das Gefäss wird so hergestellt, dass von einer im Querschnitt viereckigen Flasche der obere nicht prismatische Theil abgeschnitten wird, dann von den oberen Rändern zweier einander gegenüber liegender Flächen des unteren Theiles her tiefe, breite Fenster aus diesen Flächen herausgeschliffen werden, welche Fensteröffnungen dann, die eine mit einem Stücke eines Objectträgers, die andere mit einem grossen Deckglase, wie es zum Bedecken mikroskopischer Präparate dient, ver-

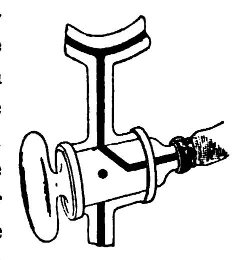
schlossen werden. Diese beiden Stücke werden von aussen her auf die Ränder der Fenster aufgekittet.

An der obersten Hülse ist das massive Querstück *E* befestigt, an der untersten Hülse ein ähnliches; und diese beiden Querstücke sind durch den vierkantigen starken Metallstab *F* starr mit einander verbunden, so dass sie ein System bilden, welches nur als Ganzes längs der Säule verschoben werden kann. — Das mit der untersten Hülse verbundene Querstück ist nur nach einer Seite in einen Arm verlängert, welcher an seinem äusseren Ende in zwei parallele Backen übergeht, deren Entfernung von einander durch die Schraube *G* regulirt wird. Diese an ihren Innenflächen mit Sammt beklebten Backen fassen fest zwischen sich und tragen das untere Ende der getheilten Glastafel *H* und den unteren Theil des Manometers *II'*.

Das mit der obersten Hülse verbundene Stück trägt ein fingerdickes horizontales Messingrohr mit einer Bohrung von 1^{mm} Durchmesser; an beiden Enden ist dieses Rohr rechtwinklig nach abwärts gebogen. In seinem horizontalen Theile trägt das Rohr den kurzen nach unten gerichteten Ansatz *b* und an der Abzweigungsstelle dieses Ansatzes den Hahn *K*. Dieser Hahn, welcher luftdicht eingeschliffen ist, wird von einer ganzen und von einer auf diese senkrechten halben Bohrung durchsetzt, so dass er gestattet, entweder die beiden Hälften des horizontalen Rohres mit einander zu verbinden und gegen den Seitenansatz *b* abzuschliessen, oder die eine oder die andere der beiden Hälften des horizontalen Rohres mit dem Ansatz *b* zu verbinden und gegen die andere Hälfte abzuschliessen. Der Ansatz *b* wird durch ein kurzes Stück dickwandigen Kautschukrohres mit einem Glasrohre verbunden, welches man in der Figur bis nahe auf die Grundplatte herabreichen sieht; mit dem unteren Ende dieses Rohres wird dann im entsprechenden Falle ein Druckapparat mittels eines anderen Stückes Kautschukschlauch (*c*) verbunden. Von dem einen absteigenden Schenkel des Messingrohres geht eine kleine Vorrichtung (*d*) seitlich ab zur Befestigung des oberen Endes der getheilten Glasplatte *H*. Die beiden unteren Enden der absteigenden Schenkel des Messingrohres sind ganz gleich gearbeitet. Sie sind zur luftdichten Verbindung mit Glasröhren bestimmt, die an ihren oberen Enden in Messinghülsen (*e*, *e*) eingekittet sind. Die auf einander passenden Enden des Rohres und der Hülsen sind so genau gearbeitet, dass, wenn zwischen sie ein gefettetes ringförmiges Lederplättchen gelegt ist und dann die Verschraubungen (*L*, *L*) fest angezogen werden, ein selbst bei hohem Drucke luftdichter Verschluss erreicht ist. Jedem Apparate werden mehrere solche Hülsen (*e*) beigegeben. In eine derselben ist das kürzere Ende des Manometers ein für alle Male eingekittet, die übrigen Hülsen dienen zur Aufnahme verschiedener Capillaren, deren man sich so mehrere aufbewahren kann und die ohne weitere Vorbereitung in jedem Moment am Apparate gegen einander vertauscht werden können.

Auf die Tasse oben auf der Säule wird eine Glasflasche gestellt, welche über ihrem Boden eine seitliche Tubulatur hat. Von dieser führt

ein dickwandiger Kautschukschlauch herab, welcher mit seinem unteren Ende fest mit dem hohlen Fortsatz des Glashahns P verbunden ist. Dieser Glashahn (Fig. 2) befindet sich in dem verticalen Stück Glasrohr, welches an die tiefste Stelle des Manometers angeschmolzen ist und mit dem Manometer communicirt. Der Glashahn hat eine ganze Durchbohrung senkrecht auf seine Axe. Wenn diese Bohrung vertical gestellt wird, so läuft die Flüssigkeit aus dem Manometer in ein darunter stehendes Gefäss. Ferner hat der Hahn eine halbe Bohrung, welche aber nicht mit der oben besprochenen ganzen Bohrung communicirt, sondern in jene axiale Bohrung übergeht, mit welcher, wie oben bemerkt, der Kautschukschlauch f communicirt. Steht diese halbe Bohrung nach oben, so tritt die Flüssigkeit aus der Flasche M in das Manometer. In dieser Stellung ist der Hahn in Fig. 2 gezeichnet.


Fig. 2.

Auf der eisernen Grundplatte ist ferner noch die Ebonitplatte N aufgeschraubt, welche zwei von einander isolirte, mit je zwei Schraubenklemmen versehene Messingklötze trägt.

Für die Zusammenstellung des Instruments zum Gebrauch ist nun folgendes nöthig. In eine der beigegebenen Hülsen e wird mittels Siegellack ein Glasrohr fest eingekittet. Entweder ist irgendwo unterhalb der Hülse in dieses Glasrohr ein dünner Platindraht so eingeschmolzen, dass sein eines Ende frei in das Lumen des Rohrs hineinragt, oder es wird derselbe Zweck dadurch erreicht, dass man den Draht in der isolirenden Kittmasse zwischen Hülse und Glaswand hinaufgehen lässt und ihn um den oberen Rand des Rohrs herum in dessen Lichtung hineinbiegt. Dieses Rohr wird in einer Entfernung von ca. 300^{mm} vom oberen Ende in eine feine Capillare ausgezogen, diese an ihrer engsten Stelle abgebrochen und nun das Ganze vorsichtig bis oben mit reinem Quecksilber angefüllt und nachgesehen, ob sich die Quecksilbermasse selbst durch die Spannung ihres unteren Meniscus trägt. Hat sich der Quecksilberfaden in dem capillaren Theil des Rohrs auf irgend einen Punkt eingestellt, so halte man das Rohr vertical, mit der Spitze nach unten, und mache dann mit dem ganzen Rohr, es in der Richtung seiner Axe verschiebend, eine jähe Bewegung nach aufwärts. Hierbei tritt leicht ein Tröpfchen Quecksilber aus der Spitze der Capillare aus, dieses Tröpfchen wächst langsam und fällt, wenn es etwa die Grösse eines Stecknadelkopfs erreicht hat, von selbst ab. Ist dies geschehen, so muss sich der Quecksilberfaden mit seinem Ende wieder von der Spitze der Capillare zurückziehen; dies ist ein sicheres Zeichen für die Brauchbarkeit der Capillare. Ich rathe jedermann, sich mit der Behebung von Schwierigkeiten, welche sich beim Anfüllen oder Prüfen einer Capillare herausstellen, nie lange aufzuhalten, sondern lieber das Quecksilber auszuleeren und eine frische Capillare auszuziehen. Das Ausziehen und Füllen der Capillaren macht nämlich gar keine Umstände, lästig ist nur

das Einkitten in die Hülse, welches aber sehr selten nothwendig wird. Ist das Rohr durch mehrmaliges Ausziehen von Capillaren um ein paar Centimeter verkürzt worden, so stellt man die passende Länge durch Ausziehen einer etwas höher gelegenen Stelle um den gewünschten Betrag leicht wieder her. Die fertige Capillare wird dann, indem ihr der Verschraubungsring L von unten her überschoben ist, mittels dieses Ringes fest mit dem Instrument verbunden. — Will man eine Capillare gegen eine andere vertauschen, die erste aber aufbewahren, so umwickle man das Rohr an einer Stelle fest mit mehreren Lagen Bindfaden, bilde so einen Wulst auf demselben, schiebe von der Spitze her einen durchbohrten Kork über das Rohr bis an den Wulst und verschliesse nun mit diesem das Rohr tragenden Kork eine mit angesäuertem Wasser gefüllte Flasche. Die Capillare austrocknen zu lassen ist nicht rathsam. Liegt einem daran, sich eine unverwüstliche Capillare zu verschaffen, so kann ich immerhin folgende allerdings etwas zeitraubende Procedur empfehlen. Ein dickwandiges Glasrohr (ein Barometerrohr) lässt man, nachdem es im übrigen nach den oben gemachten Angaben behandelt ist, vor der Flamme an einer Stelle zusammenlaufen, so dass eine dicke Glasmasse einen sehr dünnen Kanal umgibt. In dem Moment, wo dieser Kanal an der heissesten Stelle sich ganz zu verschliessen beginnt, entfernt man das Rohr aus der Flamme und bringt unmittelbar ehe das Glas seine Plasticität verliert einen leisen axialen Zug an dem Rohre an, durch welchen eine correctere Kegelgestalt des Lumens erzielt wird. Unmittelbar über der Verschlussstelle wird nun das Rohr abgeschnitten (es kann an diesem Querschnitt leicht 3^{mm} Durchmesser haben), so dass die Capillare unten offen ist. Soll das Ganze auch zu feineren Beobachtungen dienen, so muss eine Facette angeschliffen werden, damit starke Vergrösserungen anwendbar und Verzerrungen des Bildes der Quecksilberkuppe vermieden werden. Es ist vielleicht nicht überflüssig, auch über diese Procedur einige Worte zu sagen. Für diesen Zweck ist es besser, zunächst das Rohr so abzuschneiden, dass die Capillare nicht eröffnet wird, damit nichts vom Schleifmittel in sie eindringe. Dann wird mit Schmirgel am Rand einer dicken Glasplatte dem ausgezogenen Theil des Rohres eine seiner Axe parallele Fläche angeschliffen und hierbei so viel Glas weggenommen, dass der Kanal nur etwa $^1/_2{}^{mm}$ unter der Facette liegt. Die Facette muss nun noch polirt werden. Man spannt ein Stück Holz von mehreren Zollen Länge in die Drehbank, dreht daraus einen Cylinder von ca. 1 Zoll Durchmesser, bestreicht seine befeuchtete Mantelfläche mit gut geschlämmtem Colcothar und, während man den Cylinder rasch sich drehen lässt, führt man unter entsprechendem Druck die zu polirende Fläche auf ihm hin und her, bis die Facette ganz hell polirt ist. Sehr abgekürzt wird dieser lästigste Act der ganzen Procedur dadurch, dass man zuletzt auf der Glasplatte, ehe man zu poliren anfängt, mit möglichst feinem Schmirgel schleift. Ist alles dies beendigt, dann schneidet man noch so viel ab, dass die Capillare eröffnet wird. Der Querschnitt sieht dann so aus: ⌓. Nun wird das

Rohr mit Quecksilber gefüllt und überhaupt damit nach den obigen Vorschriften weiter verfahren. Es ist allerdings langweilig, sich eine solche Capillare zu machen, doch stellt sie einen werthvollen Besitz dar, dessen Anschaffung ich wenigstens nicht bereut habe.

Ist nun eine brauchbare Röhre gewonnen und angeführt, so wird ihr von unten her der Verschraubungsring L übergeschoben und nun das Rohr fest mit dem Gestelle verbunden, so wie auf der anderen Seite das Manometerrohr. Dann füllt man das Gefäss D, indem man erst etwa 12^{mm} hoch Quecksilber und auf dieses dann bis zum Rand stark verdünnte Schwefelsäure hineingiesst. Dann wird das Gefäss durch zweckmässige Verschiebung der mittleren Hülse auf der Standsäule gehoben, bis die Capillare in dasselbe eintaucht und mit ihrer offenen Spitze in der Schwefelsäure endigt. Auch wird Sorge dafür getragen, dass die Capillare von innen dem Deckgläschen anliegt.

Zwischen der Flüssigkeit im Gefässe und dem unteren Ende des Quecksilberfadens in der Capillare befindet sich jetzt noch ein Luftfaden, welcher den untersten Theil des Rohrs erfüllt. Um ihn zu entfernen wird der Hahn K mit seinen Flügeln vertical, mit der Marke nach links gestellt; mit dem Ende des Kautschukschlauchs c ein Druckapparat, eine Compressionspumpe, eine Spritze u. dgl. verbunden, und nun auf das Quecksilber im Rohr ein solcher Druck ausgeübt, dass ein Tröpfchen aus der Spitze der Capillare austritt. Nun lässt man mit dem Drucke nach, der Quecksilberfaden zieht sich zurück und zieht nach sich einen Flüssigkeitsfaden in das Rohr hinein. Der Platindraht, welcher in das im Rohr befindliche Quecksilber eintaucht, wird mit dem einen Messingklotz auf N verbunden; von dem anderen Klotz auf N geht ein Draht aus, welcher an seinem anderen Ende, mit Ausnahme der Spitze, mit Siegellack überzogen ist. Dieses andere Ende taucht durch die verdünnte Schwefelsäure im Gefäss D bis auf dessen Boden ein, stellt also eine leitende Verbindung des Quecksilbers im Gefäss D mit dem zweiten Klotz her. Die beiden Klötze werden dann mittels der beiden übrigen Klemmschrauben weiter an die beiden Backen eines du Bois-Reymond'schen Schlüssels verbunden — und nun ist das Instrument zum Gebrauch fertig.

Zunächst muss man nun den Betrag einer elektromotorischen Einheit, also z. B. des Stroms eines Daniell'schen Elements am Instrumente feststellen. Ein Daniell'sches Element wird hierfür so mit dem du Bois-Reymond'schen Schlüssel verbunden, dass nach Entfernung des Vorreibers der Strom vom Kupfer in das Quecksilber des Gefässes D, aus diesem in das Quecksilber der Capillare und von da zum Zink der Kette geht. In dieser Richtung muss jeder Strom, den man messen will, durch das Instrument gehen. Einstweilen circulirt aber noch gar kein Strom im Instrument, denn der Vorreiber des Schlüssels blendet denselben ab. Jetzt stellt man das Mikroskop unter Benützung einer mässigen Vergrösserung auf den Quecksilbermeniscus ein, so etwa, dass der mittelste Theilstrich der Ocularscala denselben tangirt. Vorher schon

hat man aus der Flasche *M* etwas Quecksilber in das Manometer treten und durch Benutzung des Hahns *K* dasselbe in beiden Schenkeln gleich hoch sich stellen lassen. Dann hat man den Hahn *K* mit den Flügeln horizontal und mit der Marke nach oben gestellt und nun öffnet man dem Strom den Weg durch das Instrument. Augenblicklich verschwindet der Quecksilberfaden aus dem Gesichtsfelde des Mikroskops, indem er sich (im umgekehrten Bild) nach unten zurückzieht. Während man nun das Auge am Mikroskop behält, dreht man langsam den Hahn *P* so weit, dass Quecksilber aus der Flasche *M* in das Manometer nachzufliessen anfängt. Nach kurzer Zeit erscheint der Quecksilberfaden wieder im Gesichtsfeld und in dem Moment, in welchem er mit seinem Meniscus den mittleren Theilstrich der Ocularscala tangirt, versperrt man dem Quecksilber den weiteren Zufluss zum Manometer durch eine leichte Drehung des Hahns *P*. Dann liest man die Niveaudifferenz des Quecksilbers in den beiden Schenkeln des Manometers ab und kennt nun den Druck, welcher unter den gegebenen Verhältnissen der elektromotorischen Kraft eines Daniell'schen Elements das Gleichgewicht hält. Für jede neue Capillare ist diese Bestimmung von neuem auszuführen. — Will man nun das Instrument für eine zweite Messung herrichten, so lässt man erst das noch von der früheren Messung im Manometer befindliche Quecksilber aus dem Manometer in das darunter stehende Gefäss ausfliessen, bis die Niveaus in beiden Schenkeln gleich hoch stehen, und blendet dann den gemessenen Strom vom Instrumente ab. Man soll nicht in umgekehrter Ordnung verfahren, weil sonst möglicherweise infolge des Drucks das Quecksilber aus der Spitze der Capillare austreten könnte. Auch ist es nothwendig, einen du Bois-Reymond'schen Schlüssel und keinen anderen anzuwenden, denn der Ausschlag des Instruments fällt nur dann rasch und sicher auf Null zurück, wenn dasselbe in sich zum Kreis geschlossen wird; sind die beiden Quecksilbermassen des Instruments von einander isolirt, nachdem der Strom aufgehört hat zu wirken, so findet nur sehr allmählich eine Einstellung auf den Nullpunkt statt, die eben darum auch nicht sehr genau ist, denn der Nullpunkt selbst wechselt binnen eines längeren Zeitraums (eine Stunde und darüber) seine Lage, indem diese z. B. für Temperaturschwankungen ziemlich empfindlich ist.

Da bei einer elektromotorischen Kraft von etwas über 1 Daniell bereits Ausscheidung von Gas an der Grenze von Quecksilber und angesäuertem Wasser stattfindet, so kann das Instrument zur Messung grösserer elektromotorischer Kräfte nicht angewendet werden. Unter diesen Verhältnissen wäre es möglich gewesen das Manometer beträchtlich kürzer zu machen, da die messende Quecksilbersäule nicht 150^{mm} zu überschreiten braucht. Doch habe ich mich dafür entschieden ihm eine grössere Länge zu geben, welche gestattet, die elektromotorischen Kräfte der von Muskeln oder Nerven herrührenden Ströme durch Wasserdruck zu messen. Hierdurch wird natürlich eine beträchtlich grössere Genauigkeit der Messung ermöglicht. An der Capillare, mit welcher ich

jetzt schon seit einigen Monaten arbeite, entspricht, wenn man mit Wasser misst, eine Niveaudifferenz von 1^{mm} einer elektromotorischen Kraft von $^1/_{1333}$ Daniell. Wenn man längere Zeit nicht mit dem Instrument gearbeitet hat und will es dann wieder in Gebrauch ziehen, so empfiehlt es sich, vorher mehrere grössere Ausschläge hervorzurufen, etwa indem man die Marke des Hahns K nach links stellt und dann mit dem Mund abwechselnd Luft in den Schlauch c hineinpresst und aus ihm heraussaugt; noch besser ist es, einen so starken Druck anzuwenden, dass ein Tröpfchen aus der Spitze der Capillare herausfällt. Diese Vorsichtsmaassregeln dienen dazu, Fehler auszuschliessen, die von Beziehungen herrühren, welche sich bei längerer Ruhe zwischen dem Quecksilber, besonders seinem Meniscus und der Glaswand der Capillare auszubilden scheinen. Ueberhaupt sollte man sich jedesmal, wenn man das Instrument in Gebrauch ziehen will, vorher davon überzeugen, dass es sich nach erfolgtem Ausschlag ordentlich wieder auf Null einstellt. Ist alles in gutem Stand, so wird man über die grosse Genauigkeit erstaunt sein, mit welcher die Einstellung auf den Nullpunkt erfolgt.

Davon, dass die elektromotorische Kraft und keine andere Dimension des Stromes gemessen wird, kann man sich leicht durch zwei auf einander folgende Messungen des Stromes einer und derselben Quelle bei verschiedenen Leitungswiderständen überzeugen. Ich schalte hier eine Bemerkung ein, welche meines Wissens bisher noch nicht gemacht wurde.

Obwohl nämlich, wie gesagt, die elektromotorische Kraft von dem Instrument gemessen wird, so ist doch die Intensität des Stroms nicht ganz ohne Einfluss auf die Veränderungen, die am Stande des Meniscus vor sich gehen. Von ihr hängt nämlich die Geschwindigkeit ab, mit welcher diese Veränderungen sich vollziehen. Ich habe das Gesetz dieser Abhängigkeit nicht genauer erforscht, da die exacte Messung der Zeit hierbei einige Schwierigkeit darbieten dürfte. Die Einschaltung eines Widerstands, wie ihn etwa ein Froschnerv darbietet, bedingt eine kaum merkliche Verzögerung. Sehr beträchtlich war aber die Verringerung der Geschwindigkeit, mit der sich der Meniscus bewegte, bei Einschaltung von $^3/_4$ Millionen S. E. Die Höhe der compensirenden Flüssigkeitssäule ist jedoch dieselbe bei Einschaltung grosser und kleiner Widerstände.

Die Geschwindigkeit, mit welcher die neue Einstellung erreicht wird, hängt natürlich auch (bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft des Stroms) von der Länge des Wegs ab, welchen der Meniscus zurückzulegen hat. Da bei Einwirkung eines Stroms ein bestimmter anderer Querschnitt der Capillare vom Meniscus aufgesucht wird, so ist der zurückzulegende Weg um so kleiner, je grösser der Kegelwinkel der Capillare ist. Derselbe Strom bedingt an einer stumpferen Capillare kleinere Ausschläge als an einer spitzeren. Will man also sehr kleine elektromotorische Kräfte durch möglichst grosse Ausschläge recht sichtbar machen, so muss man sich eine Capillare ausziehen von fast cylindrischer Gestalt mit möglichst langsamer Verjüngung nach der Spitze zu; eine

vollkommen cylindrische Capillare hingegen ist absolut unbrauchbar. — Es gibt zwei Mittel, um den Ausschlag, welcher zur Beobachtung kommt, gross zu machen. Eines besteht, wie eben bemerkt, in der Anwendung einer Capillare von kleinem Kegelwinkel — das andere besteht in der Anwendung einer starken Vergrösserung am Mikroskop. Bis zu einer gewissen Grenze ist es gestattet, sich des erstgenannten Mittels zu bedienen, von da ab soll man nicht weiter gehen mit der Verkleinerung des Kegelwinkels, sondern jede weitere Vergrösserung durch stärkere Linsen am Mikroskop bewirken — es wird sonst die Einstellung auf den Nullpunkt ungenau, indem das Gleichgewicht der Quecksilbermasse an Stabilität verliert. Capillaren, an denen die durch die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes hervorgebrachte Verschiebung etwa 1^{mm} beträgt, sind für die meisten Zwecke die günstigsten.

Was nun die Grösse des Ausschlags am Capillarelektrometer betrifft, so geht aus dem Gesagten hervor, dass sie sehr von der Gestalt der Capillare abhängt, sie ist also zu einer Messung schon aus diesem Grund nicht geeignet. Ferner existirt selbst innerhalb ziemlich enger Grenzen kaum eine annähernde Proportionalität zwischen ihr und der Kraft; man kann nichts von ihr sagen, als dass sie eine stetige und gerade Function der elektromotorischen Kraft ist. (Die allergeringsten elektromotorischen Kräfte, welche keine deutliche Verschiebung des Meniscus mehr bewirken, zeigen sich oft noch durch eine Veränderung der Form des Meniscus an.) Eine besondere Beachtung verdient das Verhalten des Ausschlags bei rasch auf einander folgenden, intermittirenden Strömen. Ist die Frequenz keine zu hohe, so zeigt sich jeder Strom für sich an. Bei steigender Frequenz gibt es eine Art von Tetanus. Der Meniscus zeigt noch immer die Periode der Ströme durch seine oscillirenden Bewegungen an, doch werden die Amplituden der Bewegung um so kleiner, je rascher die Ströme auf einander folgen und zugleich rückt die Gleichgewichtslage, um die der Meniscus oscillirt, mit steigender Frequenz der Ströme immer weiter vom Nullpunkt fort. Durch die rasche Bewegung des Quecksilberfadens, die übrigens als absolut gedämpft zu betrachten ist (man sieht nie ein Hinausschwingen über die Gleichgewichtslage), erscheint das freie Ende des Fadens verwaschen, als graue Fortsetzung des schwarzen Streifens, der den continuirlich von dem Bild des Quecksilbers erfüllten Theilen des Gesichtsfelds entspricht. Man braucht aber nur eine stroboskopische Scheibe zwischen das Ocular und das Auge zu bringen und sie in Rotation von gehöriger Geschwindigkeit zu versetzen, um selbst bei ausserordentlich hoher Frequenz der Ströme an die Stelle des verwaschenen Endes des Fadens ein ganz scharfes sich bewegendes Bild der Kuppe treten zu sehen.

Obwohl nun die Geschwindigkeit, mit welcher der Meniscus den elektrischen Veränderungen eines Kreises folgt, sehr beträchtlich ist, so hat sie doch eine obere Grenze. Wie sich elektrische Vorgänge am Instrument anzeigen, deren Geschwindigkeit jene Grenze überschreitet, muss die Erfahrung lehren. Nun wird jene Grenze aber offenbar von

denjenigen inducirten Strömen, welche ihre Entstehung der Schliessung und Oeffnung eines primären Kreises verdanken, überschritten. Die Beobachtung lehrt nun, dass solche Ströme auch noch durch Ausschläge des Meniscus angezeigt werden und dass diese Ausschläge im allgemeinen grösser sind, wenn die Ströme — gleiche Widerstände vorausgesetzt — stärker sind. Lässt man z. B. einzelne Schliessungsinductionsströme eines Schlitteninductoriums durch das Instrument gehen, so entspricht jedesmal einem geringeren Rollenabstand ein grösserer Ausschlag. Lässt man aber bei einer bestimmten Stellung der Rollen gegen einander einmal einen Schliessungsinductionsschlag und dann — natürlich in derselben Richtung — einen Oeffnungsinductionsschlag durch das Instrument gehen, so wird sich der der Schliessung entsprechende Ausschlag merkwürdigerweise als der grössere zeigen. Lässt man nun eine Reihe rasch auf einander folgender Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströme, wie sie der du Bois-Reymond'sche Apparat liefert, durch das Instrument gehen, so wird man eine Erscheinung gewahr, welche wegen der Complicirtheit ihrer Erklärung leicht zu Missdeutungen Veranlassung geben kann.

Was man direct beobachtet ist folgendes: Jedenfalls bewegt sich der Meniscus gegen die Spitze der Capillare zu und oscillirt um eine mittlere Lage, welche der Spitze näher liegt als die Ruhelage des Meniscus im stromlosen Instrument. Sind die Schliessungsschläge von der Spitze der Capillare nach ihrem dicken Theil zu gerichtet und die Oeffnungsschläge umgekehrt, so ist die Verschiebung kleiner und die Oscillationen um die mittlere Lage sind grösser, als wenn die Ströme die umgekehrte Richtung haben.

Um dies zu verstehen muss man wissen, dass ein und derselbe Strom einen grösseren Ausschlag am Elektrometer hervorbringt, wenn er in diesem vom dicken Theil zur Spitze der Capillare geht und also den Meniscus gegen letztere zu schiebt, als wenn er die umgekehrte Richtung hat, so dass also eine rasche Aufeinanderfolge von gleichen und entgegengesetzten Strömen den Meniscus immer gegen die Spitze der Capillare zu verschiebt. Will man die gleichen und die entgegengesetzten Ströme mit Stössen vergleichen, welche einen Körper alternirend mit gleicher Stärke nach der einen und nach der entgegengesetzten Richtung fortzubewegen trachten, so muss man den Quecksilbermeniscus mit einem Körper vergleichen, der sich in einem Medium bewegt, welches seiner Bewegung in zwei entgegengesetzten Richtungen verschiedene Widerstände darbietet. Von diesem Standpunkt ist wohl auch die Angabe eines englischen Physikers verständlich[1]), dass die in einem ange-

1) F. J. M. Page in Nature vol. 17 p. 283, 284. Daselbst wird auch eine Vermuthung des Dr. Burdon-Sanderson erwähnt, nach welcher sich der beobachtete Effect aus der verschiedenen Geschwindigkeit der Bewegung des Meniscus in beiden Richtungen erklärt; auch die Thatsache, dass die Wechselströme eines du Bois-Reymond'schen Inductoriums den Meniscus immer gegen die Spitze zu

sprochenen Telephon erregten Wechselströme den Meniscus eines Lippmann'schen Capillarelektrometers immer in einer Richtung verschieben. — Nur wenn die auf dem Meniscus lastende Queeksilbersäule sehr niedrig ist, dieser also sich auf einen relativ grossen Querschnitt der Capillare einstellt, tritt gelegentlich der Unterschied, den die beiden verschiedenen Richtungen in die Grösse des Ausschlags einführen, zurück gegen den Unterschied zwischen der Wirkung von Schliessungs- und Oeffnungsinductionsströmen, so dass dann eine Reihe rasch auf einander folgender Wechselströme eines Inductionsapparats den Meniscus in einer Richtung und nach Umkehrung des primären Stroms in der entgegengesetzten Richtung verschiebt — immerhin ist die Verschiebung gegen die Spitze der Capillare die beträchtlichere. Auf die Untersuchung der Ursache, wegen welcher die Schliessungsinductionsströme stärker wirken als die Oeffnungsinductionsströme, obwohl das Maximum der elektromotorischen Kraft bei letzteren höher ist als bei ersteren, habe ich mich nicht weiter eingelassen: so viel scheint klar, dass die zeitlichen Verhältnisse hierbei eine Rolle spielen; vom Zeitintegral direct kann aber die Grösse des Ausschlags nicht abhängen, sonst müsste dieser für beide Arten von Strömen gleich sein, wenn man dafür Sorge trägt, dass er beide Male nach derselben Richtung erfolgt; vielleicht nimmt sich ein Physiker der, wie ich glaube, nicht undankbaren Aufgabe an, diese Verhältnisse genauer zu erforschen.

Wenn einem Leiter eine elektrische Masse genähert wird, so findet im Leiter eine Vertheilung statt. Während dieses Vorgangs ist der Leiter als von einem Strom, dem Vertheilungsstrom, durchflossen anzusehen. Wie natürlich, werden auch diese Vertheilungsströme vom Capillarelektrometer angezeigt und es eignet sich dieses Instrument also auch zum Studium gewisser Erscheinungen der statischen Elektricität.

Hierbei kann das Instrument entweder isolirt sein oder man kann dessen einen Pol zur Erde ableiten. Den anderen Pol verbindet man zweckmässig durch eine Drahtleitung mit einer kleinen Metallkugel, welche sich etwa um 1^m vom Elektrometer entfernt befindet. Nähert man dieser Kugel z. B. eine geriebene Glasstange, so sieht man den Meniscus einen Ausschlag vollführen, dessen Grösse von der Stärke der Ladung, von der Grösse und der Geschwindigkeit der Annäherung abhängt. Dieser Ausschlag geht wie jeder Ausschlag in dem nicht zum

---

bewegen, wird erwähnt und als Beweis (?) für die vorgebrachte Erklärung angeführt. Es ist gewiss sehr schwer, die Geschwindigkeiten, mit denen sich der Meniscus in verschiedenen Fällen bewegt, zu messen, während die Thatsache, welche Hrn. Page und auch Hrn. Burdon-Sanderson unbekannt geblieben ist, dass gleiche Ströme sehr verschieden starke Ausschläge nach beiden Richtungen bedingen, sich sehr leicht experimentell constatiren lässt; so z. B. gab mir der äusserst constante Strom eines schwachen Thermoelementes einen Ausschlag von 14 Theilstrichen der Ocularscala in der Richtung gegen die Spitze und einen Ausschlag von 7,2 Theilstrichen in der entgegengesetzten Richtung.

Kreis geschlossenen Instrument langsam auf Null zurück. Der Rückgang erfolgt etwas schneller, wenn das Instrument nicht zur Erde abgeleitet ist. Ist der Meniscus wieder auf Null gekommen, so erfolgt ein Ausschlag in der entgegengesetzten Richtung, sobald man die Glasstange wieder entfernt. Die Richtungen der Ausschläge sind verkehrt, wenn man statt der Glasstange eine Harzmasse anwendet. Bewegt man eine geladene Masse in einiger Entfernung von der Kugel rasch in kleinen Schwingungen hin und her, so macht der Meniscus diese Bewegungen mit. Die Empfindlichkeit des Instruments ist auch in dieser Beziehung eine sehr grosse.

Es ist bekannt, dass durch eine an einem Capillarelektrometer hervorgebrachte Verschiebung des Quecksilbers ein Strom erzeugt wird, und auf diesen Umstand ist die Construction eines Capillarelektromotors basirt. Es beruht somit die Messung mit dem Capillarelektrometer auf Compensation — das Capillarelektrometer ist ein automatisch und mit der höchsten Präcision arbeitender Compensator. Um dies einzusehen, mache man folgenden Versuch. Ein Daniell'sches Element und ein Capillarelektrometer und ein äusserst empfindliches Galvanometer (in meinem Falle ein für Nervenströme hergerichtetes) werden in einen Kreis gespannt. Die beiden letzteren Instrumente sind vorläufig durch gute Nebenschliessungen vor der Einwirkung des Stromes geschützt. Nun räume man zuerst die Nebenschliessung vor dem Capillarelektrometer weg und dann die vor dem Galvanometer, und man wird sehen, dass an letzterem gar kein Ausschlag entsteht. Ich muss diese auf Beobachtung basirte Behauptung aufrecht erhalten, trotz des Widerspruchs, welchen Hr. Dr. v. Hepperger[1]) gegen sie erhoben hat.

---

1) Dr. J. v. Hepperger, über einige Eigenschaften des Capillarelektrometers, Wiener akad. Ber. Bd. 82 Abth. II.

Ueber die Mischung der Farben[1]).

Von

M. J. Moutier.

Wenn man an einem Punkte zwei oder mehrere Farben des Spectrums superponirt, so findet man eine resultirende Farbe, welche gleichzeitig von der Natur und von dem Verhältnis der einfachen, über einander gelagerten Farben abhängt. Newton hat eine einfache Regel angegeben, um die resultirende Farbe a priori zu bestimmen. Die Regel des chromatischen Kreises von Newton hat in manchen Fällen gute Angaben geliefert, doch lässt sie zuweilen im Stich; der chromatische Kreis gibt Roth als Resultante der Uebereinanderlagerung von Orange und Violett, man weiss jedoch, dass man Roth niemals durch die Mischung dieser zwei Spectralfarben hervorbringen kann. Ich habe in Bezug auf die Zusammensetzung der Farben eine Regel aufgesucht, indem ich von theoretischen Ideen ausging, und die ich jetzt der Gesellschaft unterbreiten will.

Die schwingende Bewegung, die eine Quelle einfachen Lichts charakterisirt, ist durch zwei Elemente bestimmt: die Schwingungsdauer und das Geschwindigkeitsmaximum a der in Schwingung begriffenen Molekel.

Die mittlere lebendige Kraft während einer Schwingungsdauer für eine schwingende Masse = 1 hat, wie man weiss, den Werth $^1/_2\, a^2$.

Jede Schwingung bestimmt auf der Netzhaut einen a^2 proportionalen Eindruck. Der Eindruck, der auf der Netzhaut hervorgebracht wird, dauert eine Zeit T, die gegenüber der Schwingungsdauer sehr beträchtlich ist. Bezeichnet man mit n die Anzahl Schwingungen, die während der Zeit T sich vollziehen, so ist die auf die Netzhaut hervorgebrachte Wirkung die Summe der n auf einander folgenden Wirkungen. Diese auf der Netzhaut hervorgebrachte Wirkung kann dargestellt werden durch

---

1) Uebersetzt aus Bull. de la Soc. phil. (7) vol. VII (1883).

na^2; wir wollen es die Intensität des von der Netzhaut empfangenen Lichtes nennen. Diese Intensität i hat daher den Werth $i = na^2$.

Eine zweite Quelle einfachen Lichts wird auf der Netzhaut einen Eindruck hervorbringen, dessen Intensität i_1 auf analoge Weise ausgedrückt sein wird durch $i_1 = n_1 a^2_1$.

Empfängt das Auge das Licht beider Quellen gleichzeitig, so ist die Intensität des Lichts, welches die Netzhaut empfängt, die Summe der Intensitäten $i + i_1$.

Setzen wir voraus, es existire eine dritte Quelle einfachen Lichts, welche der Zusammenwirkung der beiden ersteren bezüglich des auf der Netzhaut hervorgebrachten Eindrucks äquivalent sei. Bezeichnen wir mit N die Schwingungszahl während der Zeit T und durch A das Geschwindigkeitsmaximum der schwingenden Bewegung für die dritte Lichtquelle.

Die Intensität der dritten Quelle, welche den ersten beiden äquivalent ist, wird dann

$$i + i_1 = NA^2.$$

Uebrigens muss die mittlere lebendige Kraft der schwingenden Bewegung in beiden Fällen die gleiche sein, soll die dritte Quelle den beiden ersteren bezüglich des von der Netzhaut empfangenen Lichts äquivalent sein. Man hat daher eine zweite Bedingung

$$A^2 = a^2 + a^2_1.$$

Man erhält aus den vorhergehenden Gleichungen das Verhältnis

$$\frac{i + i_1}{N} = \frac{i}{n} + \frac{i_1}{n_1}.$$

Bezeichnet man mit λ, λ_1, L die Wellenlängen des von den drei Quellen ausgehenden Lichts, welche den Schwingungszahlen n, n_1, N proportional sind, so kann man das vorhergehende Verhältnis unter folgende Formel bringen:

$$L \Sigma i = \Sigma i \lambda.$$

Dieses Verhältnis lässt sich unmittelbar auf eine beliebige Anzahl von Lichtquellen anwenden, welches immer die Zusammensetzung des von jeder dieser Quellen ausgesandten Lichtes sei.

Dieses Verhältnis lässt sich geometrisch auf eine sehr einfache Weise darstellen:

Man nimmt eine Gerade von beliebiger Länge, deren Enden den äussersten Farben des Spectrums entsprechen; man errichtet an den Enden derselben Ordinaten, welche den Wellenlängen der äussersten Farben des Spectrums proportional sind. Man verbindet die Enden dieser Ordinaten und erhält so eine Linie, in welcher jeder Punkt einer der einfachen Spectralfarben entspricht.

Bringt man an jedem Punkte dieser Linie ein Gewicht an, welches der Intensität der einfachen Farbe, welche in die Mischung eintritt, entspricht, so bestimmt das Schwerecentrum dieses Systems von Gewichten die resultirende Farbe. Man setzt so Farben zusammen, wie man Gewichte zusammensetzt; das vorhergehende Verhältnis ist der Ausdruck des Momentensatzes. Dieses Verhältnis führt zu einer eigenthümlichen Folgerung. Kennt man die Farbe, welche aus der Mischung zweier gegebener Farben, seien sie einfach oder zusammengesetzt, resultirt, so hat man dadurch schon das Verhältnis der Intensitäten dieser zwei Farben in Bezug auf den Netzhauteindruck. Ist die vorausgehende Regel genau, so gestattet sie die Intensitäten zu vergleichen, sowohl der einfachen Farben des Spectrums als auch zweier verschieden gefärbter Lichter.

Ueber die Aenderung der Dichte einiger Dämpfe[1].

Von

M. J. Moutier.

In einer früheren Mittheilung versuchte ich Rechenschaft zu geben über die Veränderung der Dichte, welche einige Dämpfe erfahren, indem ich eine von Clausius vorgeschlagene Formel, um das Volumen eines Dampfes als Function der Temperatur auszudrücken, benutzte.

Vernachlässigt man das von den Atomen eingenommene Volumen und bezeichnet man mit R, c, β drei constante Grössen, so hängt das Volumen v eines Dampfes beim Druck b und der absoluten Temperatur T der folgenden Verhältnisse ab:

$$b = \frac{RT}{v} - \frac{c}{T(v+\beta)^2}.$$

Die drei Constanten R, c, β müssen für jeden Dampf separat mittels dreier Beobachtungen bestimmt werden. Die Gleichung ist im allgemeinen in Bezug auf v vom dritten Grad; im speciellen Fall, wo die Constante $\beta = 0$ oder wenigstens vernachlässigbar ist, sinkt diese Gleichung zum zweiten Grad herab. Dieser Fall ist es, den ich heute untersuchen will.

Löst man die Gleichung nach $\frac{1}{v}$ auf, so hat man

$$\frac{1}{v} = \frac{RT \pm \sqrt{R^2 T^2 - \frac{4pc}{T}}}{\frac{2c}{T}}.$$

Nähert sich der Druck p der 0 bei einer bestimmten Temperatur, so nähert sich das Volumen v dem Unendlichen, also der reciproke Werth

---

1) Uebersetzt aus Bull. de la Soc. phil. (7) vol. VII (1883).

des Volumens $\frac{1}{v}$ der 0. Man muss also das —Zeichen vor der Wurzel nehmen. Multiplicirt man den Zähler und den Nenner von $\frac{1}{v}$ durch den zusammengesetzten Ausdruck des Zählers, so hat man

$$\frac{1}{v} = \frac{2p}{RT\left(1+\sqrt{1-\frac{4pc}{R^2T^3}}\right)}.$$

Die Dichte D eines Dampfes in Bezug auf Luft ist, wie man weiss, indem man durch A eine constante Grösse ausdrückt, durch die Formel gegeben

$$D = A\frac{T}{pv}.$$

Bezeichnet man mit B und C zwei bekannte Grössen, so ist die Dichte D eines Dampfes im speciellen Falle, wo $\beta = 0$ ist, als Function von Druck und Temperatur ausgedrückt durch die Formel

$$D = \frac{B}{1+\sqrt{1-C\frac{p}{T^3}}}.$$

Aus dieser Formel geht hervor, dass die Dichte eines Dampfes abnimmt, sowohl wenn der Druck abnimmt, als wenn die Temperatur zunimmt.

Der Ausdruck für die Dichte des Dampfes hat zwei bemerkenswerthe Grenzwerthe:

1. Wenn die Temperatur bei ein und demselben Druck sich dem Unendlichen nähert, so wird die Dichte des Dampfes den Grenzwerth haben:

$$D = \frac{B}{2}.$$

Wenn der Druck der 0 sich nähert bei einer und derselben Temperatur, so erhält die Dichte des Dampfes den gleichen Grenzwerth. In den zwei Fällen wird die Dichte des Dampfes constant und unabhängig von Temperatur und Druck.

2. Damit die Dichte des Dampfes reell sei, müssen Druck und Temperatur folgender Ungleichung genügen:

$$\frac{p}{T^3} < \frac{1}{c}.$$

Setzt man den Druck constant voraus, so muss die Temperatur einen gewissen Werth überschreiten. Erreicht die Temperatur diesen Grenzwerth, so wird die Dichte des Dampfes

$$D = B.$$

Setzt man die Temperatur als constant voraus, so muss der Druck unterhalb eines bestimmten Werthes bleiben. Erreicht der Druck diesen Grenzwerth, so reducirt sich auch die Dichte auf ihren Grenzwerth D. Die Dichte des Dampfes kann also im allgemeinen bis zum doppelten Werthe variiren, wenn in der Formel von Clausius die Constante $\beta = 0$ oder vernachlässigbar ist. Umgekehrt, wenn die Dichte des Dampfes um das volle Doppelte sich ändern kann, so besitzt man darin ein Kriterium, dass die Constante β in der Formel von Clausius vernachlässigt werden darf.

Die Veränderungen der Dichte des Joddampfes, welche von den Herren Crafts und Meier mitgetheilt wurden, finden so ihre Erklärung, indem man von der von Clausius vorgeschlagenen Formel, um das Volumen eines Dampfes als Function der Temperatur und des Drucks auszudrücken, ausgeht.

Ueber die kritische Temperatur und den kritischen Druck des Wasserstoffs[1].

Notiz

von

S. Wroblewski.

Setzen wir voraus, man comprimire Sauerstoff in einer Glasröhre, die, vertical aufgestellt, an ihrem oberen Theil so gebogen ist, dass sie in flüssiges Aethylen tauche. Setzen wir ebenfalls voraus, man habe mit Hilfe einer kräftigen Pumpe über dem Aethylen ein Vacuum hergestellt. In diesem Fall wird die Temperatur in dem gebogenen Theil der Röhre nicht überall dieselbe sein. Während der Theil, der in das Aethylen taucht, die Temperatur der Flüssigkeit besitzen wird, muss in dem ausserhalb der Flüssigkeit befindlichen Theil die Temperatur nach einem bestimmten Gesetz zunehmen, nach dem Maass der Entfernung von der Oberfläche des flüssigen Aethylens. Da die Temperatur des flüssigen Aethylens von dem Grad des Vacuums abhängt, wollen wir voraussetzen, dass jenes Vacuum und jene Abkühlung erreicht sei, welche hinreicht, damit die Verflüssigung des Sauerstoffs beginne. Der Druck, den man beobachtet, sowie die ersten Spuren der Flüssigkeit erscheinen, ist der Verflüssigungspunkt für die erhaltene Temperatur. Der flüssige Sauerstoff sammelt sich in dem gebogenen und abgekühlten Theil der Röhre.

Verfügt man über eine grosse Quantität gasförmigen Sauerstoffs und vermehrt man die Quantität flüssigen Sauerstoffs, indem man das Volumen des nicht verflüssigten Gases vermindert, so beobachtet man, dass der Druck in dem Maass wächst, als die Säule flüssigen Sauerstoffs die Oberfläche des Aethylens überschreitet. Die Ursache dieser Erscheinung ist sehr einfach; der flüssige Sauerstoff kommt in jenen Theil der Röhre, dessen Temperatur höher ist als die des flüssigen Aethylens und der beobachtete Druck entspricht nun der Temperatur jener Stelle der Röhre, an welcher sich der Meniscus des Sauerstoffs befindet. Setzt man den Versuch fort und vermehrt die Höhe der flüssigen Sauerstoffsäule, so erreicht man endlich einen Druck, wo der Meniscus des Sauerstoffs sich verflacht, undeutlich wird und schliesslich vollkommen verschwindet. Man kann den Platz nur ahnen, wo er sich befindet, da die Brechbarkeit des Lichts ober dieser Stelle verschieden ist von derjenigen unter

1) Uebersetzt aus C. R. vol. XCVII p. 309 (1883).

derselben. Vermindert man den Druck, so erscheint der Meniscus wieder. Diese Erscheinung tritt, wie ich bei der Verflüssigung des Sauerstoffs mit Herrn Olszewski constatiren konnte, immer bei dem gleichen Druck von beiläufig 50 Atmosphären ein.

Seit jener Zeit ist es mir gelungen, diese Erscheinung auf eine vollkommene Weise mit der Kohlensäure zu reproduciren, und diese Reproduction hat mir ihre Erklärung geliefert. Die gleiche Röhre wurde mit Kohlensäure gefüllt; ich tauchte das Ende des gebogenen Theils in schmelzendes Eis, während der obere Theil der Röhre mittels warmen Wassers auf eine Temperatur von 50° C. erhitzt wurde. So erhielt man eine Zone zwischen diesen zwei Temperaturen, in welcher die Temperatur alle Werthe zwischen 0 und 50 aufwies. Die Quantität Kohlensäure, welche zum Versuch genommen wurde, war so gewählt, dass man eine Flüssigkeitssäule erhalten konnte, welche bis zur warmen Zone der Röhre hinaufreichte. Nach Maassgabe, als man das Volumen des Gases verminderte und die Flüssigkeitssäule sich der warmen Zone näherte, nahm der Druck im Apparat zu, und in dem Augenblick, als letzterer 76 Atmosphären erreichte, wurde der Meniscus flach, undeutlich und verschwand endlich ganz. Verminderte man ein wenig den Druck, indem man das Volumen, welches das Gas einnahm, vergrösserte, so wurde der Meniscus wieder sichtbar, genau wie beim Sauerstoff. Das Verschwinden und Wiedererscheinen des Meniscus vollzog sich augenscheinlich an jener Stelle der Röhre, wo die kritische Temperatur herrschte, und der Druck im Apparat zur Zeit des Verschwindens war der kritische Druck der Kohlensäure.

Dieser Versuch zeigt, dass die beobachtete Erscheinung mit Sauerstoff nichts anderes ist, als der Uebergang des Sauerstoffs durch die kritische Temperatur und den kritischen Druck. Dieser Druck ist nahe 50 Atmosphären. Ich versuchte es, die Temperatur auf folgende Weise zu bestimmen: nachdem ich nur eine kleine Quantität Sauerstoff verflüssigt hatte, befand sich der Meniscus noch unterhalb der Oberfläche des flüssigen Aethylens und nun liess ich die Vacuum erzeugende Pumpe innehalten. Da die Temperatur des Aethylens sich allmählich erhöhte, suchte ich dieselbe in dem Augenblick zu bestimmen, in welchem der Meniscus unsichtbar wurde. Diese Bestimmungen sind ihrer Natur nach äusserst schwierig; ich gebe hier die Zahl —113° C. als erste Annäherung für die kritische Temperatur des Sauerstoffs an. Diese Zahl, sowie diejenige des kritischen Drucks im Verein mit den in einer früheren Notiz [1]) veröffentlichten Zahlen geben uns eine Idee der Verflüssigungscurve des Sauerstoffs.

---

1) C. R. vol. XCVI p. 1142.

Eingesendete Bücher.

E. Mascart, Handbuch der statischen Elektricität, deutsch bearbeitet von Dr. J. Wallentin. 1. Bd. 1. Abth. Wien, Pichler's Verlag. 1883. 539 S. mit zahlreichen Holzschnitten. 14 Mk. — Diese Bearbeitung des vorzüglichen Mascart-schen Werkes enthält auch eine Reihe Erweiterungen und Zusätze des Bearbeiters, für welche der Leser nur dankbar sein kann, so namentlich bezüglich der Theorie der Drehwage, der Potentialtheorie, der Vertheilung der Elektricität auf Leitern, der Induction u. a. m.

L. Kohlfürst, die elektrischen Einrichtungen der Eisenbahnen und das Signalwesen. Wien, Hartleben's Verlag. 1883. 327 S. mit 130 Abbildungen. 3 Mk. — Nebst einer Einleitung über die Entwicklung der elektrischen Bahneinrichtungen enthält das Buch eine Darstellung der Eisenbahntelegraphen und zwar sowohl auf Strecken als auf Zügen, ferner der Signale, sowie der Sicherungs- und Bremsvorrichtungen.

J. Krämer, die elektrische Eisenbahn bezüglich ihres Baues und Betriebs. Wien, Hartleben's Verlag. 1883. 272 S. mit 105 Abbildungen. 3 Mk. — Nebst einer Einleitung über Eisenbahnbau im allgemeinen und über die elektrischen Grundlehren enthält das Buch eine Darstellung der Dynamomaschinen, der elektrischen Kraftübertragung, der Gesammtanordnung einer elektrischen Eisenbahn, sowie der nöthigen Betriebsmittel wie Dampfkessel, Eisenbahnfahrzeuge etc.

H. Streintz, die physikalischen Grundlagen der Mechanik. Leipzig, Teubner's Verlag. 1883. 141 S. — Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, die Grundlage der Mechanik auf dem Begriff der Relativität der Bewegung aufzubauen und sucht so eine Lücke auszufüllen, die gewiss jeder schon schwer empfunden hat. Er behandelt in 8 Kapiteln: das Galilei'sche Princip, Ermittlung des den Gleichungen der Physik zu Grunde liegenden Coordinatensystems, historische Umschau, die Zeitmessung, Kraft und Masse, das Unabhängigkeitsprincip, das Princip der Wechselwirkung und ergänzende Bemerkungen.

Elektrotechnisches Jahrbuch, herausgegeben von der elektrotechnischen Gesellschaft zu Frankfurt a. M. Halle, Verlag von W. Knapp. 1883. 144 S. mit zahlreichen Illustrationen. — Enthält einen Bericht über die Thätigkeit der Gesellschaft vom Februar 1881 bis Mai 1883, ein Mitgliederverzeichnis, sowie neun Vorträge und Abhandlungen elektrischen Inhalts.

XIX. Band. **11. Heft.**

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 11. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Versuche über Diffusion von Gasen.

Von

Albert v. Obermayer.

(Schluss.)

Apparat IV.

Wasserstoff-Kohlensäure.

Es schien mir nicht ohne Interesse, einige Diffusionsversuche mit einem Diffusionscylinder von anderer innerer Weite als 13^{mm} anzustellen. Am einfachsten konnte dies durch Anwendung eines Bessemerstahllaufes von 9^{mm} innerem Durchmesser erreicht werden, den mir die Waffenfabriksgesellschaft zu Steyer, sowie die bisher benutzten Läufe zur Verfügung gestellt hatte.

Dieser Lauf wurde mit den entsprechenden Gewinden, Conussen und am oberen Ende mit einem Cylinder von 13^{mm} äusserem Durchmesser versehen, um in das Hahnlager und den Fuss des Apparates II eingeschraubt werden zu können. Der an den Lauf angedrehte Cylinder füllt die verticale Bohrung des Hahnkörpers aus, endet aber in eine ebene Fläche. Zwischen dieser und der conischen Mantelfläche des Hahnkörpers bleibt ein Zwischenraum von 0,4^{ccm}, der sich mit dem durch den Hahn strömenden Gase ausfüllt. Beim Entleeren des Apparats werden daher 0,4^{ccm} von diesem letzteren Gas mehr aufgefangen. Der durch die Analyse ausgewiesene Procentgehalt des Gases, welches sich ursprünglich im Diffusionscylinder befand, muss mit dem Factor $\frac{558}{554}$ [log 0,000313] multiplicirt werden, um diesem Umstande Rechnung zu tragen.

Die Länge des Diffusionsrohres wurde hier zwischen den beiden oberen Endflächen gemessen und zu 87,085^{cm} gefunden. Der Cubikinhalt des Diffusionscylinders ist somit 55,401^{ccm}. Vom log kt der Tabellen ist daher 0,39313 — 1 abzuziehen, um die dem vorliegenden Apparate entsprechenden Werthe von kt zu finden.

Die obige Correction macht wegen des geringen Cubikinhalts des Apparats die Resultate ziemlich unsicher.

127. Versuch, 20. März.

10 Min. 748,8^{mm}	17,0° C.
0,75827	kt = 0,008387
0,75345	0,020347
Q = 0,75586	0,19823
Q corr. = 0,76132	0,17845

128. Versuch, 21. März.

1 Stunde 742,9^{mm}	16,3° C.
0,38910	0,054238
0,39975	0,21929
0,39443	0,21436
0,39728	0,29369

129. Versuch, 21. März.

10 Min. 742,6^{mm}	16,4° C.
0,75550	0,0084327
0,75490	0,20457
0,75521	0,19988
0,76068	0,18050

130. Versuch, 21. März.

1 Stunde 742,0^{mm}	17,4° C.
0,37133	0,055450
0,39600	
0,38767	
0,39047	0,19646

131. Versuch, 21. März.

10 Min. 742,0^{mm}	17,7° C.
0,75357	0,0086576
0,75057	0,21003
0,75207	0,20505
0,75752	0,18372

10 Minuten	1 Stunde
0,17845	
18050	0,19364
18372	19646
k_0 = 0,18089	0,19508

Es gibt also auch ein Apparat mit einem engeren Diffusionscylinder dieselben Werthe, so dass die von Stefan gefundene Unabhängigkeit der Diffusionserscheinungen von der Weite des Diffusionscylinders durch diese Versuche bestätigt erscheint.

Apparat V.

Um noch weiteren Aufschluss über die beobachtete Abweichung vom Diffusionsgesetz zu erhalten, wurde der Apparat V construirt. Derselbe functionirt nach der Stefan'schen Methode, gestattet aber, den Inhalt des Diffusionscylinders durch einen Hahn in zwei Theile zu theilen und jeden Theil für sich aufzufangen.

Um den Apparat V zusammenzustellen, wurde vom Apparat I das obere Rohr abgeschraubt und statt dessen ein anderes, vom Apparat II herrührendes eingesetzt, welches an seinem oberen Ende den Hahn des Apparats II trug.

Die untere Mantelfläche des Hahnes I theilt die Höhlung des Apparats genau in zwei gleiche Theile, jeder von der Länge 0,4331^m. Wird der Apparat in derselben Weise benutzt wie die Apparate II, III und IV, so ist das aus der Tabelle genommene kt mit 4 zu multipliciren. Wird das Gas aus den beiden Hälften des Apparats gesondert aufgefangen, dann ist zu beachten, dass die Gasmenge Q_u der unteren Hälfte durch die Formel

$$Q_u = \int_0^{\frac{l}{2}} \varrho\, dx = \frac{8}{\pi^2} \sin\frac{\pi}{4} \left[\frac{1}{1} e^{-kt\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2} - \frac{1}{9} e^{-9kt\left(\frac{\pi}{l}\right)} - \frac{1}{25} e^{-25kt\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2} + \ldots\right]$$

gegeben ist und die Gasmenge der oberen Hälfte durch

$$Q_o = Q - Q_u$$

gefunden wird, wobei Q die unter $\frac{u-o}{u+o}$ in der Tabelle stehenden Zahlen sind. Mit Hilfe der von den schon mitgetheilten Tabellen herrührenden Rechnungsdaten ist es leicht, die zur Berechnung dieser Versuche nöthige Tabelle abzuleiten:

kt	Q_u	Q_o	kt	Q_u	Q_o
0,0100	482167	257271	0,0125	1382	7326
101	1761	6380	126	0925	6621
102	1356	5493	127	0467	5920
103	0946	4618	128	0007	5227
104	0535	3752	129	469547	4537
0,0105	0121	2890	0,0130	9085	3865
106	479704	2040	131	8620	2787
107	9285	1200	132	8156	2508
108	8864	0365	133	7688	1844
109	8439	249540	134	7222	1183
0,0110	8013	8722	0,0135	6752	0533
111	7586	7910	136	6281	229882
112	7155	7108	137	5809	9239
113	6723	6313	138	5336	8602
114	6287	5527	139	4862	7970
0,0115	5851	4746	0,0180	444697	205758
116	5413	3972	185	2176	3459
117	4972	3207	190	9688	1191
118	4529	2449	195	437113	199070
119	4085	1698	0,0200	4577	6973
0,0120	473638	240953	205	2036	4937
121	3191	0214	210	429494	2960
122	2740	239484	215	6951	1035
123	2288	8759	220	4410	189160
124	1835	8041	0,0225	1870	7336

kt	Q_u	Q_o	kt	Q_u	Q_o
230	419331	5559	295	6880	5735
235	6797	3823	0.0300	4446	4404
240	4268	2129	0,050	296744	123396
245	1750	0468	51	2884	1756
0,0250	409223	178859	52	289073	0117
255	6709	7279	53	5310	118520
260	4202	5732	54	1591	6939
265	1702	4217	0,055	277921	5379
270	399210	2756	56	4301	3859
0,0275	396724	171283	57	0723	2357
280	4252	169855	58	267194	0856
285	1784	8458	59	3709	109391
290	389328	7083	0,060	0272	7948

Auch die kt dieser Tabelle sind mit 4 zu multipliciren, um dieselben für den vorliegenden Apparat umzurechnen.

Die unter Q_u und Q_o eingetragenen Werthe sind die Hälften der Procentgehalte, welche die Analysen geben, so dass $Q_u + Q_o = Q$ der Procentgehalt an dem Gase wäre, mit welchem der Apparat gefüllt war, wenn nach beendeter Diffusion der Gesammtinhalt aufgefangen worden wäre.

Der Werth von Q_o, den die Analysen geben, bedarf einer Correction. Die obere Endfläche des Diffusionsrohres ist hier eben und hat einen Durchmesser von 16,5^{mm}. Der Zwischenraum zwischen dieser ebenen Endfläche und der Mantelfläche des Hahnes II beträgt 0,154^{ccm} Quecksilberkügelchen, die sich in diesen Raum hineinsetzen, müssen durch Ausblasen entfernt werden. Alsdann ist die durch die Analyse für die obere Hälfte gelieferte Procentzahl des im Diffusionsrohre zurückgebliebenen Gases mit dem Factor $\frac{57640}{57486}$ [log = 0,00116] zu multipliciren.

Wird aber der gesammte Inhalt des Diffusionscylinders entleert, dann ist die gefundene Gasmenge Q dadurch zu corrigiren, dass zum log 0,00057 addirt wird.

Wasserstoff-Kohlensäure.

133. Versuch, 24. März. 1 Stunde 738,4^{mm} 18,4° C.

Anal. d. u. H.	Anal. d. o. H.	
0,54198	0,23780	$o + u = 0{,}39018$
0,54193	0,23809	$kt = 0{,}055600$
0,54196	0,23795	$k = 0{,}22240$
$u = 0{,}27098$	$o = 0{,}11888$	$k_{18} = 0{,}21608$
	o corr $= 0{,}11920$	$k_0 = 0{,}19278$
$kt = 0{,}056928$	0,052574	Für den Fall, als der Gesammtinhalt des Apparats aufgefangen und analysirt worden wäre.
$k = 0{,}227712$	0,210294	
$k_{18} = 0{,}22123$	0,20431	
$k_0 = 0{,}19738$	0,18228	

134. Versuch, 24. Mai.
25 Min. 735,8^{mm} 18,8° C.

0,83468	0,37754
0,83462	0,37811
0,83465	0,37783
0,41732	0,18392
	0,18943
0,023039	0,021569
0,22118	0,20707
0,21414	0,20047
0,19059	0,17843

135. Versuch, 25. Mai.
1 Stunde 744,5^{mm} 19,2° C.

0,55149	0,23468
0,55903	0,23572
0,55527	0,23520
0,27763	0,11760
	0,11792
0,055080	0,053380
0,22032	0,21352
0,21583	0,20917
0,19162	0,18571

136. Versuch, 28. Mai.
1 Stunde 751,0^{mm} 20,7° C.

0,55076	0,23386
0,54715	0,23550
0,54891	0,23468
0,27445	0,11734
	0,11766
0,055957	0,053541
0,22383	0,21416
0,22118	0,21162
0,19464	0,18623

Wenn der Gesammtinhalt des Cylinders aufgefangen worden wäre.

$o + u = 0,39211$
$k = 0,220924$
$k_{76} = 0,21831$
$k_0 = 0,19210$

Diese Versuche mit dem Apparat V geben somit:

Nr. d. Vers.	t	u. H.	o. H.	Mittel
133	60 Min.	0,19738	0,18228	0,19278
134	25	0,19059	0,17843	0,18451
135	60	0,19162	0,18575	0,18867
136	60	0,19464	0,18623	0,19210

Die Mittelwerthe nähern sich den mit den Apparaten II und III gefundenen so sehr, dass ich den Apparat zu weiteren Versuchen brauchbar ansah und die folgenden Versuche mit anderen Gascombinationen durchführte.

Zum Schlusse der ganzen Versuchsreihe wurden mit der Combination Wasserstoff-Kohlensäure folgende Versuche angestellt:

178. Versuch, 11. Dec.
14 Min. 733,2^{mm} 8,9° C.
obere Hälfte
$CO_2 = 0,49236$
$Q_0 = 0,24618$
Q corr. $= 0,24683$
$kt = 0,011235$
$k = 0,19461$
$k_{76} = 0,18775$
$k_0 = 0,17750$

Die Analysen der unteren Hälfte sind sämmtlich verdorben worden.

179. Versuch, 12. Dec.
14 Min. 740,8^{mm} 9,0° C.

	u. H.	o. H.
	0,94364	0,49318
	0,94349	0,49269
	0,94357	0,49294
	0,47179	0,24647
Q corr. =	0,47294	0,24712
kt =	0,012155	0,011200
k =	0,21055	0,19400
k_{76} =	0,20523	0,18910
k_0 =	0,19391	0,17867

Mittel $k_0 = 0,18629$

180. Versuch, 12. Dec.
14 Min. 740,8 mm 9,1° C.

Der Gesammtinhalt des Apparats wurde analysirt.

72,306
72,114
72,210

Q corr. = 0,72302
kt = 0,011301
k = 0,19373
k_{76} = 0,18884
k_0 = 0,17832

181. Versuch, 13. Dec.
14 Min. 743,2 mm 9,0° C.

	u. H.	o. H.
	0,94398	
	0,94412	
	0,94405	0,49297
Q =	0,47201	0,24649
Q = corr.	0,47317	0,24715[1]
kt =	0,012100	0,011195
k =	0,20959	0,19391
k_{76} =	0,20496	0,18963
k_0 =	0,19277	0,17836

Im Mittel k_0 = 0,18557

183. Versuch, 17. Dec.
60 Min. 748,9 mm 10,1° C.

	u. H.	o. H.
	57,516	24,773
	57,490	24,859
	57,503	24,816
Q =	0,28752	0,12408
Q = corr.	—	0,12442
kt =	0,052413	0,049376
k =	0,20965	0,19770
k_{76} =	0,20650	0,19481
k_0 =	0,19386	0,18281

Im Mittel k_0 = 0,18837

184. Versuch, 17. Dec.
60 Min. 748,6 mm 10,4° C.

0,40949
0,41000
Q = 0,40979
Q corr. = 0,41033
kt = 0,051804
k = 0,20722
k_{76} = 0,20412
k_0 = 0,19118

186. Versuch, 20. Dec. 60 Min. 754,4 mm 10,2° C.

u. H.	o. H.
0,57524	0,24603
0,57417	0,24527
0,57471	0,24565
Q_u = 0,28736	Q_o = 0,12282
	Q corr. = 0,12315

	u. H.	o. H.
kt =	0,052456	0,050150
k =	0,20982	0,20060
k_{76} =	0,20828	0,19912
k_0 =	0,19533	0,18675

Im Mittel k_0 = 0,19104

Diese Versuche geben:

Nr. d. Vers.	Zeit	u. H.	o. H.	Mittel
178	14 Min.	—	0,17750	—
179	14	0,19391	0,17867	0,18629
181	14	0,19277	0,17836	0,18557
183	60	0,19386	0,18281	0,18837
186	60	0,19533	0,18675	0,19104
Im Mittel	14	0,19334	0,17818	0,18593
	60	0,19460	0,18478	0,18970
180	14			0,17832
184	60			0,19118

1) Die in den unteren Hälften bei den Versuchen 179 und 181 gefundenen Kohlensäuremengen sind, mit Rücksicht darauf, dass die Kohlensäure höchstens 0,23 % eines nicht absorbirbaren Gases enthält, corrigirt.

Für die Versuche von 60 Minuten Dauer ist die Uebereinstimmung zwischen den Mittelwerthen, welche aus den gesondert aufgefangenen Gasmengen der beiden Hälften abgeleitet werden, und dem Werthe, welcher sich ergibt, wenn der Gesammtinhalt aufgefangen wird, ein sehr befriedigender.

Für die kleinen Versuchszeiten sind diese Abweichungen allerdings sehr erhebliche. Es ist mir aber nicht gelungen, die Ursache dieser Unterschiede aufzufinden.

Bei allen mit dem Apparat V durchgeführten Versuchen gibt die obere Hälfte des Apparats einen kleineren Werth des Diffusionscoefficienten als die untere Hälfte.

Für die kleineren Versuchszeiten gibt der Apparat V so wie die bisher angewandten Apparate kleinere Werthe des Diffusionscoefficienten. Diese kleineren Werthe entspringen hauptsächlich daraus, weil in der oberen Hälfte, wo die grossen Dichtigkeitsgefälle stattfinden, die Diffusion langsamer vor sich geht. Die untere Hälfte des Apparats, welche die kleinen Dichtigkeitsgefälle enthält, gibt fast stets die gleichen Werthe des Diffusionscoefficienten.

Kohlenoxyd-Aethylen.

Das Aethylen wurde aus $C_2H_4Br_2$ dargestellt. Das Kohlenoxyd wurde aus Oxalsäure mit concentrirter Schwefelsäure entwickelt und durch vier Waschflaschen mit Aetzkalilauge gewaschen.

Das durch die Diffusionsversuche erhaltene Gasgemisch zeigte nicht eine Spur von Kohlensäure.

Apparat I.

125. Versuch, 28. April. 1 Stunde 733,5 mm 16,8° C.

Zur Berechnung der Verbrennungsanalysen dienen die Formeln:

$$C_2H_4 = \frac{1}{2}(2c - a) \qquad CO = 2(a - c)$$

	u. H.	o. H.		
angew. . .	20,454	16,044	u	$= 0,28447$
+ O u. Luft	218,926	260,124	o	$= 0,70870$
c	19,053	24,808	$o + u$	$= 0,99317$
a	26,409	27,154	$o - u$	$= 0,42423$
CO . . .	14,712	4,692	$\frac{o-u}{o+u}$	$= 0,42745$
C_2H_4 . .	5,849	11,415		
Fehler . .	−0,107	−0,053	kt	$= 0,048700$
CO . . .	71,555	29,130	k_{16}	$= 0,047002$
C_2H_4 . .	28,447	70,870	k_0	$= 0,041716$

Apparat V.

Das Kohlenoxydgas ist über Wasser aufgefangen und wird durch die Wiener Sitzungsberichte Bd. 85 S. 153 beschriebene Verrichtung durch den Hahn II getrieben.

137. Versuch, 31. Mai. 2 Stunden 743,8mm 22,7° C. 2,5 $\frac{\text{Liter}}{\text{Stunde}}$.

Absorptionsanalyse

u. H.	o. H.		u. H.	o. H.
0,81209	0,35338	kt	= 0,025458	0,024891
0,81559	0,36153	k	= 0,050916	0,049782
0,81384	0,35746	k_{76}	= 0,049831	0,048721
Q = 0,40692	Q_o = 0,17873	k_0	= 0,042480	0,041534
	Q corr. = 0,17921			

138. Versuch, 6. Juni 2h. 746,6mm 21,9° C. 2,7 $\frac{\text{Liter}}{\text{Stunde}}$.

Absorptionsanalyse

u. H.	o. H.		u. H.	o. H.
0,82530	0,35100	kt	= 0,025239	0,024859
0,80788	0,36809	k_{76}	= 0,049589	0,048840
0,81494	0,3558	k_0	= 0,042500	0,041860
0,81604	0,35765			
Q_u = 0,40802	Q_o = 0,17883			
	Q corr. = 0,17931			

139. Versuch, 9. Juni 2h. 736,6mm 21,7° C. 3 $\frac{\text{Liter}}{\text{Stunde}}$.

Absorptionsanalyse

u. H.	o. H.			
0,81468	0,36878	kt	= 0,025311	0,023937
0,81596	0,35865	k_{76}	= 0,049064	0,046400
0,81532	0,36372	k_0	= 0,042107	0,039822
0,40766	0,18186			
	0,18234			

140. Versuch, 17. Sept. 2h. 741,7mm 22,2° C. 3,1 $\frac{\text{Liter}}{\text{Stunde}}$.

angew. . .	13,202	16,004	9,944	Q = 0,59025
+ O . . .	213,278	233,121	218,470	Q corr. = 0,59102
+ H . . .	—	—	240,550	kt = 0,024644
c	17,773	21,505	46,471	k = 0,048288
a	19,890	24,164	14,987	k_{76} = 0,047125
CO . . .	4,234	5,322	3,272	k_0 = 0,041104
C_2H_4 . . .	7,828	9,432	5,857	
Fehler . .	1,140	1,259	0,815	
CO . . .	32,071	33,254	32,904	
C_2H_4 . . .	59,294	58,880	58,900	
Luft . . .	8,635	7,866	8,196	

Absorptionsanalyse C_2H_4 = 0,58749.

141. Versuch, 20. Sept. 2h. 738,6mm 19,1° C. 3,3 Liter.

angew. . .	12,491	14,216	Q = 0,58705
+ O . . .	231,010	227,640	Q corr. = 0,58782
+ H . . .	14,225	—	kt = 0,025032
c	38,215	19,354	k = 0,050064
a	19,159	21,936	k_{76} = 0,048655
CO . . .	4,564	5,164	k_0 = 0,043225

C_2H_4 . . .	7,297	8,386
Luft . . .	0,630	0,666
CO . . .	36,540	36,326
C_2H_4 . . .	58,420	58,990
Luft . . .	5,040	4,684

Es wurde somit gefunden:

Nr. d. Vers.	u. H.	o. H.	Mittel
125	—	—	0,041716
137	0,042480	0,041531	0,042007
138	0,042500	0,041860	0,042180
139	0,042107	0,039822	—
140	—	—	0,041104
141	—	—	0,043225
Mittel	0,042362	5,041695	0,042077

Wird der abnorme kleine Werth 0,039822 ausser Acht gelassen, dann beträgt der Unterschied der Werthe des Diffusionscoefficienten 1,5 %.

Wenn der Gesammtinhalt des Apparats entleert wurde, so ergab sich

Versuch		
140	120 Min.	0,041104
141		0,043225
	Mittel	0,0422659

Aethylen-Wasserstoff.

Die mit dieser Gascombination mit dem Apparat III ausgeführten Versuche führten zu sehr verschiedenen Resultaten, je nachdem die Gasgemische durch Absorptionsanalysen oder durch Verbrennungsanalysen untersucht wurden. Ich habe daher diese Versuche mit dem Apparat V nochmal aufgenommen und es zeigte sich, dass sich die mit diesem Apparat erhaltenen Resultate mit den früher gefundenen in befriedigende Uebereinstimmung bringen lassen, wenn darauf Rücksicht genommen wird, dass das angewendete Aethylen nicht chemisch rein ist.

Bei der grossen Gleichförmigkeit der Versuchsresultate schien es mir genügend, Analysen des angewandten Aethylens nur für einen Versuch auszuführen. Ich wählte das Aethylen des 144. Versuchs hierzu.

Es wurde gefunden:

	1	2	Summe
angewandt . .	12,631	11,187	23,818
+0	257,256	238,655	—
Contr. . . .	25,395	22,523	47,918
Absorption . .	24,840	22,222	47,062

Hieraus ergab sich die Contraction des angewendeten Aethylens zu 2,012, die Absorption zu 1,9759.

Die Formeln zur Berechnung der Analysen, chemisch reines Aethylen vorausgesetzt, sind:

$$C_2H_4 = \frac{a}{2} \qquad H = \frac{2}{3}(c-a) \tag{a}$$

Mit Berücksichtigung oben angeführter Analysen sind diese Formeln

$$C_2H_4 = \frac{a}{1,9759} \qquad H = \frac{2}{3}\left(c - \frac{2,012}{1,9759}\,a\right)$$

Der Wasserstoff, welcher bisher aus dünnem Zinkblech mit verdünnter Schwefelsäure entwickelt und durch übermangansaures Kali und Kalilauge gewaschen wurde, wird nunmehr mit einer Lösung von salpetersaurem und schwefelsaurem Silber und sehr concentrirter Aetzkalilauge gewaschen. Analysen des Wasserstoffs weisen eine nur um Weniges zu grosse Contraction auf, so dass derselbe wesentlich reiner ist als früher.

Um den gleichnamigen Gang des zur continuirlichen Entwicklung von Wasserstoff bestimmten Apparats nicht zu stören, dürfen keine zu grossen Säulen von Waschflüssigkeiten vorgeschlagen werden; es musste daher auf eine noch vollständigere Reinigung verzichtet werden.

Der von mir benutzte Apparet geht in seiner jetzigen Einrichtung stundenlang gleichmässig pulsirend fort. Dadurch, dass im Apparate hoher Druck erhalten, aber verhältnismässig wenig Gas ausströmen gelassen wird, entsteht ein nahezu continuirlicher Gasstrom, dessen Flamme kaum merklich zuckt.

In der nachfolgenden Zusammenstellung der Versuchsresultate sind die einzelnen Analysen nach den Formeln a gerechnet, um deren Uebereinstimmung und Fehler zu zeigen; dann werden aus den angewandten Gasmengen, den Contractionen und den Absorptionen die Summen gebildet und auf diese die Formeln b angewendet.

Die Berechnung des Diffusionscoefficienten geschieht mit den Daten, welche die Formel b liefert.

143. Versuch, 29. Sept. 30 Min. 739,5 mm 18,0° C.

		nach der Formel b gerechnet			
angewandt	12,838			$Q =$	81,656
+O . .	210,000			$Q_u =$	0,40828
c . . .	24,456	C_2H_4 . .	10,483	$kt =$	0,025187
a . . .	20,714	H . . .	2,243	$k =$	0,20150
C_2H_4 . .	10,357	Fehler .	0,112	$k_{18} =$	0,19607
H . . .	2,494	C_2H_4 . .	81,656	$k_0 =$	0,17535
Fehler .	−0,013	H . . .	17,472		
C_2H_4 . .	80,594	Fehler .	0,872		
H . . .	19,406				

Obere Hälfte

	1	2	3	Summe
angewandt	16,612	17,954	15,705	50,271
+O . .	163,020	208,070	195,605	—
c . . .	28,190	30,290	26,301	84,781
a . . .	11,840	12,934	11,094	35,868
C_2H_4 . .	5,920	6,467	5,547	18,153
H . . .	10,900	11,574	10,138	32,172
Fehler .	−0,208	−0,076	+0,020	−0,054
C_2H_4 . .	35,196	35,852	35,365	36,070
H . . .	64,804	64,168	64,635	63,930

$Q = 36{,}070$ $kt = 0{,}024385$ $k_0 = 0{,}16978$
$Q_0 = 0{,}18035$ $k = 0{,}19508$
Q corr. $= 0{,}18084$ $k_{76} = 0{,}18981$

144. Versuch, 2. Oct. 30 Min. 747,8 mm 17,8° C.

	1	2	Summe	
angewandt	15,060	12,869	27,929	$Q = 0{,}59263$
+ O . .	214,142	217,574	—	Q corr. $= 0{,}59341$
c . . .	27,181	23,565	50,746	$kt = 0{,}024357$
a . . .	17,641	15,309	32,950	$k = 0{,}19486$
C_2H_4 . .	8,821	7,655	16,876	$k_{76} = 0{,}19174$
H . . .	6,360	5,504	11,463	$k_0 = 0{,}17168$
Fehler .	—0,121	—0,290	—0,210	
C_2H_4 . .	58,105	58,173	59,263	
H . . .	41,895	41,827	40,737	

150. Versuch, 9. Oct. 70 Min. 749,9 mm 17,1° C.

Untere Hälfte

	1	2	Summe	
angewandt	15,225	16,342	31,567	$Q = 52{,}679$
+ O . .	234,532	236,520	—	$Q_u = 0{,}26340$
c . . .	26,813	28,316	55,129	$kt = 0{,}059090$
a . . .	15,837	17,020	32,857	$k = 0{,}20259$
C_2H_4 . .	7,919	8,510	16,629	$k_{76} = 0{,}19990$
H . . .	7,314	7,531	14,448	$k_0 = 0{,}17975$
Fehler .	—0,008	+0,300	+0,490	
C_2H_4 . .	51,985	52,077	52,679	
H . . .	48,015	46,087	45,769	
Fehler .	—	1,836	1,552	

Obere Hälfte

	1	2	3	Summe
angewandt	28,703	31,068	27,583	87,354
+ O . .	197,860	248,000	207,355	—
c . . .	46,436	49,930	44,433	140,799
a . . .	13,030	13,818	12,236	39,084
C_2H_4 . .	6,515	6,909	6,118	19,780
H . . .	22,271	24,075	21,798	67,335
Fehler .	—0,083	+0,084	—0,333	+0,239
C_2H_4 . .	22,632	22,238	21,916	22,643
H . . .	77,368	77,492	78,084	77,084
Fehler .	—	0,270	—	0,273

$Q = 22{,}643$ $kt = 0{,}056225$ $k_0 = 0{,}17104$
$Q_0 = 0{,}11322$ $k = 0{,}19277$
Q corr. $= 0{,}11352$ $k_{76} = 0{,}19022$

151. Versuch, 10. Oct. 70 Min. 747,6 mm 17,0° C.

Untere Hälfte

	1	2	Summe	
angewandt	17,488	15,996	33,186	$Q = 52{,}510$
+ O . .	238,390	208,910	—	$Q_u = 0{,}26255$
c . .	30,800	27,702	58,502	$kt = 0{,}059337$

	1	2	Summe	
a . . .	18,190	16,243	34,433	$k =$ 0,20344
C_2H_4 . .	9,095	8,122	17,426	$k_{16} =$ 0,20012
H . . .	8,407	7,639	15,627	$k_0 =$ 0,18006
Fehler .	—0,014	—0,063	+0,133	
C_2H_4 . .	51,965	51,531	52,510	
H . . .	48,035	48,469	47,090	
Fehler .	—	—	0,400	

Obere Hälfte

		nach den Formeln b gerechnet	
angewandt	28,600		$Q_0 =$ 0,11136
+O . .	201,360		Q corr. = 0,11166
c . . .	46,229		$kt =$ 0,057464
a . . .	12,605		$k =$ 0,19702
C_2H_4 . .	6,303	6,379	$k_{16} =$ 0,19381
H . . .	22,416	22,263	$k_0 =$ 0,17438
Fehler . .	—0,119	—0,042	
C_2H_4 . .	21,948	22,271	
H . . .	78,052	77,729	

152. Versuch, 11. Oct. 30 Min. 742,9 mm 16,8° C.

Untere Hälfte

		n. d. Formel b	
angewandt	13,780		
+O . .	236,091	C_2H_4	81,808
c . . .	26,216	H	17,097
a . . .	22,275	Fehler	1,096
C_2H_4 .	11,138	$Q_u =$ 0,40904	
H . . .	2,627	$kt =$ 0,025036	
Fehler . .	+0,015	$k =$ 0,20029	
C_2H_4 . .	80,829	$k_{16} =$ 0,19571	
H . . .	19,062	$k_0 =$ 0,17637	
Fehler . .	0,109		

Obere Hälfte

	1	2	Summe
angewandt .	22,955	21,979	44,934
+O . . .	262,365	268,500	—
c	38,465	36,610	75,075
a	16,319	15,427	31,746
C_2H_4 . . .	8,160	7,714	16,066
H	14,764	14,122	28,481
Fehler . .	+0,031	+0,143	+0,387
C_2H_4 . . .	35,547	35,097	35,755
H	64,318	64,252	63,384
Fehler . .	0,135	0,651	0,861

$Q =$ 35,755 $kt =$ 0,024862 $k_0 =$ 0,17515
$Q_0 =$ 0,17888 $k =$ 0,19890
Q corr. = 0,17926 $k_{16} =$ 0,19442

154. Versuch, 16. Oct. 12 Min. 740,6mm 15,9° C.

angewandt	16,588	18,922	35,510	$Q = 0,74867$
+ O . .	256,031	304,113	—	Q corr. = 0,74965
c . . .	31,081	35,223	66,304	$kt = 0,0092303$
a . . .	24,495	28,035	52,530	$k = 0,18461$
C_2H_4 . .	12,248	14,018	26,585	$k_{76} = 0,17990$
H . . .	4,391	4,792	8,543	$k_0 = 0,16295$
Fehler .	−0,051	+0,112	+0,382	
C_2H_4 . .	73,610	74,085	74,867	
H . . .	26,390	25,355	24,058	
Fehler . .	—	0,590	1,075	

156. Versuch, 19. Oct. 12 Min. 747,1mm 15,3° C.

angewandt	18,146	18,157	15,942	16,860
+ O . . .	293,186	299,164	258,750	266,530
c	33,930	33,834	29,720	31,340
a	27,240	27,008	23,654	25,215
C_2H_4 . .	13,620	13,504	11,827	12,608
H . . .	4,460	4,551	4,044	4,083
Fehler . .	+0,066	+0,102	+0,071	+0,169
C_2H_4 . .	75,058	74,374	74,186	74,780
H . . .	24,578	25,065	25,368	24,224
Fehler . .	0,364	0,561	0,446	1,000

Summe

angewandt .	69,105	C_2H_4 . .	52,188	C_2H_4 . . .	75,520
c	128,824	H . .	15,549	H	22,500
a	103,116	Fehler .	1,368	Fehler . .	1,980
Q =	0,75520	kt =	0,0087532	k_{76} =	0,17209
Q corr. =	0,75619	k =	0,17506	k_0 =	0,15634

Die Versuche ergeben somit:

	Diff. Zt.	Anal. n. d. Formel b		Anal. n. d. Formel a	
N. d. Vers.	Min.	u. H.	o. H.	u. H.	o. H.
143	30	0,17535	0,16976	0,18275	0,17632
150	70	0,17975	0,17104	0,18262	0,17473
151	70	0,18006	0,17438	0,18347	0,18123
152	30	0,17637	0,17296	0,18323	0,17902
Mittel	30	0,17586	0,17136	0,18299	0,17767
	70	0,17991	0,17282	0,18305	0,17798
144	30	0,17168		0,18134	
154	12	0,16295		0,17251	
156	12	0,15644		0,16853	
Mittel	12	0,15940		0,17052	

Wasserstoff-Aethan C_2H_6.

Das Aethan wurde durch Elektrolyse des essigsauren Kalis dargestellt und hierzu der Strom von 6 bis 8 Grove'schen Elementen durch zwei

Zersetzungszellen hinter einander geleitet[1]). Das an der positiven Elektrode abgeschiedene Gas wurde, da es zu zwei Drittel Kohlensäure enthält, durch concentrirte Kalilauge gewaschen. Zu weiterer Reinigung passirt das Gas rauchende Schwefelsäure, nochmals Aetzkali und schliesslich, um es zu trocknen, concentrirte Schwefelsäure. Die Waschflüssigkeiten sind in Kugelröhren enthalten, welche aus zehn hinter einander gereihten Kugeln bestehen und welche wenig gegen die Horizontale geneigt aufgestellt werden. Die Verbindungen zwischen den Kugeln sind so weit gehalten, dass die Waschflüssigkeit leicht aus einer oberen in eine untere Kugel zurückfliessen kann. Wo das Gas eingeleitet wird, ist eine Kugel an der Zuleitungsröhre, wo es austritt, ist eine durch einen Kautschukstöpsel schliessbare Erweiterung, durch welche die Waschflüssigkeiten eingegossen werden. Solche Kugelröhren sind unter allen Vorrichtungen, welche ich zum Waschen von Gasen angewendet habe, das Verlässlichste. — Ueberdies kommt denselben nur ein sehr geringer schädlicher Raum zu.

Es ist mir nicht jedesmal gelungen, den Apparat mit chemisch reinem Gase zu füllen. Ist der elektrische Strom zu schwach, dann reisst der Gasstrom nicht alle Luft aus dem Apparat mit sich; ist der Strom zu stark, dann scheint an der positiven Elektrode Sauerstoff aufzutreten, was ich übrigens nicht weiter untersucht habe. Wird die Lösung des essigsauren Kali zwei Mal zur Elektrolyse angewendet, so ergibt sich nie mehr C_2H_6 allein, sondern ein unverbrennliches Gas, dasselbe begleitend.

Zur Berechnung der Analysen der Gasgemische dienen die Formeln:

$$C_2H_6 = \frac{a}{2} \quad . \qquad H = \frac{2}{3}\left(c - \frac{5}{4}a\right)$$

Mit jedem Versuche wurden auch Aethananalysen verbunden, um über den Grad der Reinheit des angewendeten Gases im Klaren zu sein. Diese Analysen geben auch die Anhaltspunkte zur Beurtheilung, ob die bei den Analysen der Gasgemische gefundenen Abgänge durch das angewendete Aethan bedingt sind.

157. Versuch, 21. Oct. 80 Min. 745,0mm 15,7° C.

Aethylenanalyse

	1	2	Summe
angewandt	14,424	15,505	30,019
+ O . .	341,500	328,508	—
c . . .	34,480	38,218	72,698
a . . .	28,450	30,959	59,405
a. d. *c* ger.	13,792	15,287	29,079
a. d. *a* ger.	14,225	15,480	29,705

Die Analyse gibt ein ähnliches Resultat, wie es von Kolbe gefunden wurde. Die Contraction gibt etwas zu wenig C_2H_6.

---

1) Kolbe, Ann. d. Chemie u. Pharm. Bd. 69 S. 179.

Analysen der Gasgemenge

	1	2	3
angewandt .	21,089	23,982	25,691
+ O . . .	267,370	275,431	296,622
c	38,645	43,999	47,122
a	14,883	16,700	17,895
C_2H_6 . . .	7,442	8,350	8,948
H	13,361	15,416	16,502
Fehler . .	+0,286	+0,216	+0,241
C_2H_6 . . .	35,289	34,818	34,830
H	63,355	64,282	64,233
Fehler . .	1,356	0,900	0,939

Die Fehler werden zum Aethan geschlagen. Es ist dann:

$Q = 0{,}36044$ $kt = 0{,}061521$ $k_{76} = 0{,}18092$

Q corr. $= 0{,}36091$ $k = 0{,}18456$ $k_0 = 0{,}16407$

158. Versuch, 24. Oct. 15 Min. 740,8 mm 15,1° C.

Aethananalyse

angewandt	11,430
+ O . .	293,579
c . . .	26,802
a . . .	21,587
a. d. *c* ger.	10,721
a. d. *a* ger.	10,763

Das Aethan wurde durch Elektrolyse der zum vorigen Versuche angewendeten höchst concentrirten Lösung von essigsaurem Kali erhalten. Der Strom war, obgleich dieselbe Anzahl Elemente benutzt wurde, viel stärker.

Analyse der Gasmenge

angewandt	16,547	16,783	16,272	17,351
+ O . .	283,200	322,040	264,659	280,547
+ H . .	—	332,060	—	—
c . . .	34,459	34,533	33,654	36,130
a . . .	21,916	22,484	21,415	23,282
C_2H_6 . .	10,958	11,292	10,708	11,641
H . . .	4,709	4,285	4,443	4,685
Fehler .	+0,880	+1,206	1,121	1,025
C_2H_6 . .	66,224	67,282	65,806	67,091
H . . .	28,459	25,532	27,305	27,002
Fehler .	5,317	7,186	6,889	5,907

$Q = 0{,}72930$ $kt = 0{,}010718$ $k_{76} = 0{,}16715$

Q corr. $= 0{,}73026$ $k = 0{,}17149$ $k_0 = 0{,}15162$

159. Versuch, 27. Oct. 15 Min. 740,3 mm 14,7° C.

angewandt	17,738	14,029	19,368	19,456
+ O . .	294,550	250,412	267,124	293,080
c . . .	36,006	28,722	39,634	39,620
a . . .	23,164	18,163	25,508	25,286
C_2H_6 . .	11,582	9,082	12,754	12,643
H . . .	4,701	4,012	5,166	5,341
Fehler .	1,455	0,935	1,448	1,472
C_2H_6 . .	65,295	64,737	65,450	64,984
H . . .	26,504	28,598	26,674	27,451
Fehler .	8,207	6,665	7,476	7,566

$Q = 0{,}72693$ $kt = 0{,}010908$ $k_{76} = 0{,}17001$

Q corr. $= 0{,}72788$ $k = 0{,}17453$ $k_0 = 0{,}15511$

162. Versuch, 6. Nov. 80 Min. 746,8mm 14,4° C.

Aethananalyse

angewandt	13,252	14,452
+ O . .	293,786	301,360
c . . .	34,186	36,578
a . . .	26,038	28,376
a. d. c ger.	13,647	14,631
a. d. a ger.	13,015	14,188

Die Zersetzungszellen sind mit filtrirter Lösung des essigsauren Kali, zu welcher noch reines essigsaures Kali in grösserer Menge zugesetzt wurde, beschickt worden. Als Stromquell dienen sechs Grove'sche Elemente.

Analysen des Gasgemenges

angewandt	29,291	$Q = 0,35893$
+ O . .	308,847	Q corr. $= 0,35940$
c . . .	54,566	$kt = 0,061842$
a . . .	21,071	$k = 0,18553$
C_2H_6 . .	10,536	$k_{76} = 0,18231$
H . . .	18,818	$k_0 = 0,16664$
Fehler . .	—0,063	
C_2H_6 . .	35,893	
H . . .	64,107	

163. Versuch, 7. Nov. 15 Min. 744,0mm 14,5° C.

Die Lösung, welche zum vorigen Versuche gedient hatte. Sechs Grove'sche Elemente.

Aethananalyse

angewandt.	14,355	13,104
+ O . .	315,894	304,660
c	34,441	31,450
a	27,947	25,067
a. d. c ger.	13,776	12,580
a. d. a ger.	13,973	12,533

Analysen der Gasgemische

angewandt	16,568	15,178	$Q = 0,73362$
+ O . .	278,856	283,000	Q corr. $= 0,73458$
c . . .	35,589	32,947	$kt = 0,010377$
a . . .	23,385	21,313	$k = 0,16603$
C_2H_6 . .	11,692	10,656	$k_{76} = 0,16254$
H . . .	4,238	4,204	$k_0 = 0,14847$
Fehler .	+0,638	0,318	
C_2H_6 . .	70,570	70,280	
H . . .	25,579	27,697	
Fehler . .	3,851	2,095	

Es ergibt sich somit:

	80 Min.	15 Min.
		0,15162
	0,16407	0,15511
$k_0 =$	0,16664	0,14847
Mittel	0,16536	0,15173

Die Differenz dieser Werthe ist sehr beträchtlich, dieselbe beträgt 10 %.

Leider ist es mir nie gelungen, zu einem Versuche bei kurzer Diffusionszeit ein fast reines Gas zu erhalten. Auch einige im Vorigen nicht mitgetheilte, zu diesem Zwecke unternommene Versuche haben dieses Resultat nicht ergeben. Aus dem 163. Versuch scheint jedoch zu folgen, dass der Diffusionscoefficient des reinen Aethans für die kleinere Diffusionszeit noch kleiner herauskommt.

Wasserstoff-Sauerstoff.

146. Versuch, 6. Oct. 48 Min. 752,9mm 17,1 °C.

Die Analysen des Gasgemisches der oberen Hälfte wurden auf zweifache Weise ausgeführt.

Bei der ersten Analyse wurde zum Gasgemische O zugesetzt und dann verbrannt, bei den beiden folgenden Analysen wurde das Gasgemisch sofort der Explosion unterworfen. Es ergab sich:

Untere Hälfte

1. Analyse

H = 0,44347	k = 0,272160
O = 0,55653	k_{76} = 0,26962
Q = 0,27842	k_0 = 0,24246
kt = 0,054432	

Obere Hälfte

1. Analyse	2. Analyse	3. Analyse
angewandt 30,904	angewandt 58,683	54,555
+ O . . 61,747	n. d. Expl. 116,618	15,486
n. d. Expl. 36,214		
O = 0,23342	0,23894	0,23871
H = 0,76658	0,76106	0,76129
Q = 0,11671	Q = 0,11942	
Q corr. = 0,11704	Q corr. = 0,11975	
kt = 0,055936	0,052229	
k = 0,269680	0,261125	
k_{76} = 0,26717	0,25870	
k_0 = 0,24024	0,23263	
Mittel k_0 = 0,23644		

Mittel aus den Werthen beider Hälften k_0 = 0,23945.

Der grosse Unterschied zwischen den Analysen der oberen Hälfte scheint auf einem Fehler zu beruhen.

147. Versuch, 7. Oct. 48 Min. 750,8mm 17,9 °C.

Untere Hälfte

Q = 0,55624	kt = 0,055019
0,55518	k = 0,27509
0,55571	k_{76} = 0,27176
Q_u = 0,27786	k_0 = 0,24320

Obere Hälfte

Q =	0,23919	kt =	0,052393
	0,23745	k =	0,26197
	0,23832	k_{76} =	0,25880
Q_u =	0,11916	k_0 =	0,23160
Q corr. =	0,11949		

148. Versuch, 7. Oct. 48 Min. 750,7 mm 17,7° C.

Der Wasserstoffstrom zuckt und setzt zuweilen aus.

Untere Hälfte				Obere Hälfte	
angewandt	57,764	Q_u =	0,27762	Q =	0,23583
n. d. Expl.	19,226	kt =	0,055083	Q_0 =	0,11792
+ H . .	70,759	k =	0,27542	Q corr. =	0,11826
n. d. Expl.	13,520	k_{76} =	0,27205	kt =	0,053163
H . . .	44,477	k_0 =	0,24377	k =	0,26582
O =	55,270			k_{76} =	0,26256
Fehler =	0,253			k_0 =	0,23524
Q =	0,55523				

149. Versuch, 8. Oct. 50 Min. 751,0 mm 17,9° C.

Der gesammte Inhalt des Apparats wird zur Analyse aufgefangen.

O =	0,38363	Q corr. =	0,38411	k_{76} =	0,26940
	0,38357	kt =	0,056797	k_0 =	0,24108
	0,38360	k =	0,27262		

153. Versuch, 15. Oct. 48 Min. 739,0 mm 16,7° C.

Der Wasserstoffstrom geht während der ganzen Versuchsdauer sehr lebhaft.

Untere Hälfte					
angewandt .	40,748	H =	18,365	Q_u =	0,27465
n. d. Expl. .	13,201	O =	22,339	kt =	0,055900
+ H . . .	96,340	Fehler =	−0,043	k =	0,27950
n. d. Expl. .	56,840	H =	0,45070	k_{76} =	0,27177
		O =	0,54930	k_0 =	0,24498

Obere Hälfte

angewandt	30,215	35,351
+ O . .	83,393	79,797
n. d. Expl.	48,685	39,142
c	34,708	40,655
H	23,138	27,103
O	7,077	8,248
	30,215	35,351
H =	0,76578	0,76668
O =	0,23422	0,23332
Q =	0,11689	
Q corr. =	0,11720	
kt =	0,053835	
k =	0,26918	
k_{76} =	0,26175	
k_0 =	0,23594	

angewandt	38,046	33,559
n. d. Expl.	11,195	9,868
+ O . .	51,050	69,087
n. d. Expl.	34,130	54,091
c_1 . . .	26,851	23,691
c_2 . . .	16,920	14,996
O . . .	8,950	7,897
H . . .	29,181	25,791
Fehler	—0,085	—0,129
O . . .	0,23472	0,23441
H . . .	0,76528	0,76659

$Q = 0{,}11729$
Q corr. $= 0{,}11760$
$kt = 0{,}053582$
$k = 0{,}26791$
$k_{76} = 0{,}26050$
$k_0 = 0{,}23482$

Behält man die Werthe $k_0 = 0{,}24498$ und $0{,}23538$ bei, so gibt dieser Versuch ein Mittel $k_0 = 0{,}24018$ und der Unterschied zwischen den Werthen des Diffusionscoefficienten in den beiden Hälften des Apparats ist 3,5 %.

167. Versuch, 19. Nov. 48 Min. 736,2 mm 10,7° C.

Untere Hälfte

angewandt	36,923	39,722	$Q = 56{,}424$
n. d. Expl.	12,892	13,962	$Q_u = 0{,}28212$
+ H . .	98,341	103,920	$kt = 0{,}053857$
n. d. Expl.	59,864	62,844	$k = 0{,}26929$
H . . .	16,021	17,148	$k_{76} = 0{,}26086$
O . . .	20,836	22,410	$k_0 = 0{,}24390$
Fehler .	+0,066	+0,164	
H . . .	43,391	43,170	
O . . .	56,431	56,417	
Fehler .	0,178	0,413	

Obere Hälfte

angewandt	35,351	31,534	33,174	20,799
n. d. Expl.	9,410	8,438	8,845	—
+ O . .	40,378	31,830	46,423	67,012
n. d. Expl.	26,140	19,386	32,962	43,482
H . . .	26,786	23,694	25,194	15,688
O . . .	8,647	7,699	8,110	5,111
Fehler .	—0,083	+0,141	—0,130	—
H . . .	75,596	75,139	75,649	75,432
O . . .	24,404	24,417	24,351	24,568
Fehler .	—	0,444	—	—

$Q = 0{,}24435$ $kt = 0{,}05054$ $k_0 = 0{,}22887$
$Q_0 = 0{,}12218$ $k = 0{,}25270$
Q corr. $= 0{,}12251$ $k_{76} = 0{,}24480$

Im Mittel $k_0 = 0{,}23638$

171. Versuch, 26 Nov. 20 Min. 734,9mm 12,4° C.

H . . .	15,602	15,514	15,659
O . . .	83,700	83,661	83,874
Fehler .	0,699	0,824	0,470

Nachdem in der oberen Hälfte des Apparats kein derartiger Fehler gefunden wird, so ist wahrscheinlich, dass der Sauerstoff Stickstoff enthielt. Dies ist übrigens bei der grossen Menge Sauerstoff, welche durch den Apparat geleitet wurde, einigermaassen befremdend.

Eine Analyse des Sauerstoffs vom 166. Versuch (dessen Gasgemischanalyse verdorben wurde) ergab bis auf einige Hundertstel Procente reinen Sauerstoff.

Werden die Fehler zum Sauerstoff gerechnet, so findet man:

$Q = 84,442$ $\quad k = 0,27253$ $\quad k_0 = 0,24387$
$Q_u = 42,221$ $\quad k_{76} = 0,26357$
$kt = 0,22714$

Obere Hälfte

angewandt .	44,243	angewandt	152,28	$Q =$	38,889
+ H . . .	92,432	n. d. Expl.	20,55	$Q_0 =$	0,19445
n. d. Expl. .	40,539	O . . .	38,918	Q corr. $=$	0,19497
+ O . . .	99,955	H . . .	61,082	$kt =$	0,020500
n. d. Expl. .	39,036			$k =$	0,24600
O =	17,298	38,859		$k_{76} =$	0,23789
H =	27,217	61,141		$k_0 =$	0,22010
Fehler =	—0,272			Im Mittel $k_0 =$	0,23199

174. Versuch, 3. Dec. 20 Min. 744,7mm 8,3° C.

Untere Hälfte

H . . .	14,687	14,712	$Q_u = 0,42651$
O . . .	84,620	84,612	$kt = 0,021587$
Fehler .	0,693	0,677	$k = 0,25904$
Der Fehler zum Sauerstoff gerechnet gibt .	$Q = 0,85301$		$k_{76} = 0,25378$
			$k_0 = 0,24082$

Obere Hälfte

O = 38,970	Q corr. $= 0,19547$	$k_0 = 0,22677$
39,007	$kt = 0,020326$	
38,989	$k = 0,24391$	
$Q_0 = 0,19495$	$k_{76} = 0,23897$	Im Mittel $k_0 = 0,23379$

Die Versuche Sauerstoff-Wasserstoff geben:

Nr. d. Vers.		u. H.	o. H.	Mittel
146	48 Min.	24246	23644	23945
147	48 Min.	24320	23160	23740
148	48 Min.	24377	23524	23950
153	48 Min.	24498	23538	24018
167	48 Min.	24390	22887	23638
171	20 Min.	24387	22010	23199
174	20 Min.	24082	22677	23379
Im Mittel	48 Min.	24366	23551	23849
	20 Min.	24235	22343	23289
149	48 Min.	—	—	24108

Wasserstoff-Luft.

Die Luft wurde durch zufliessendes Wasser aus einer Flasche verdrängt und zuerst durch eine Kugelröhre mit Aetzkali, dann durch einen mit Chlorcalciumstücken gefüllten Absorbtionsthurm geleitet und schliesslich durch den Apparat treten gelassen.

168. Versuch, 20. Nov. 52 Min. 732,3^{mm} 10,4° C.

Untere Hälfte			
angewandt	57,747	70,250	$Q = 54,890$
n. d. Expl.	37,880	46,101	$k_u = 27,4760$
+O . .	64,973	75,550	$kt =$ 0,055884
n. d. Expl.	45,796	52,299	$k =$ 0,25793
O . . .	11,484	11,460	$k_{76} =$ 0,24853
N . . .	43,406	43,553	$k_0 =$ 0,23280
H . . .	45,110	44,987	

Die Luft an der unteren Hälfte enthält:

O . . .	22,944	20,878
N . . .	86,959	79,122
	109,903	100,000

Obere Hälfte				
angewandt . . .	57,608	65,142	60,913	$Q = 23,674$
+Knallg. n. Expl.	49,416	56,041	52,425	$Q_o =$ 0,11837
+O	199,673	194,680	205,835	Q corr. = 0,11853
n. d. Expl. . . .	141,864	129,240	144,600	$kt =$ 0,052993
O	4,741	4,658	4,644	$k =$ 0,24458
N	18,880	19,052	19,047	$k_{76} =$ 0,23567
N	76,379	76,290	76,309	$k_0 =$ 0,22074

Die Luft der oberen Hälfte enthält:

O	14,043	19,773	
N	56,979	80,227	
	71,022	100,000	Im Mittel $k_0 =$ 0,22677

169. Versuch, 22. Nov. 52 Min. 739,8^{mm} 10,3° C.

Untere Hälfte			
angewandt	70,822	76,932	$Q = 55,550$
n. d. Expl.	46,472	50,438	$Q_u =$ 0,27749
+O . .	77,169	81,294	$kt =$ 0,055118
n. d. Expl.	54,299	56,370	$k =$ 0,25439
O . . .	11,462	11,479	$k_{76} =$ 0,24763
N . . .	44,088	43,965	$k_0 =$ 0,23210
H . . .	44,450	44,556	

Die Luft der unteren Hälfte enthält in Procenten:

O . . .	20,670
N . . .	79,330

Obere Hälfte			
angewandt . . .	49,309	52,533	$Q = 23,860$
+Knallgas in Expl.	42,216	45,019	$Q_o =$ 0,11930
+O	169,750	187,620	Q corr. = 0,11962
n. d. Expl. . . .	120,445	135,225	$kt =$ 0,052311

O	4,794	4,768	$k =$ 0,24144
N	18,956	71,202	$k_{76} =$ 0,23448
H	76,250	76,030	$k_0 =$ 0,21977

Die Luft der oberen Hälfte enthält in Procenten:

O . . . 20,037

N . . . 79,963 Im Mittel $k_0 =$ 0,22594

172. Versuch, 28. Nov. 24 Min. 7441,1 mm 10,9 ° C.

Untere Hälfte

angewandt	84,087	83,715	Luft aus d. u. H.	O . . 21,006
n. d. Expl.	60,801	60,547		N . . 78,994
+ H . .	86,506	86,046	$Q =$ 0,81544	$k_0 =$ 0,23132
n. d. Expl.	66,541	66,636	$Q_u =$ 0,40772	
H . . .	18,453	18,449	$kt =$ 0,025299	
O . . .	17,145	17,113	$k =$ 0,25299	
N . . .	64,392	64,438	$k_{76} =$ 0,24770	

Obere Hälfte

angewandt . . .	75,144	73,967	Luft a. d. o. H.	O = 20,759
+ Knallgas u. Expl.	57,981	57,153		N = 78,241
+ O	171,140	159,720	$Q =$ 0,36638	$k =$ 0,23521
n. d. Expl. . . .	116,560	106,424	$Q_o =$ 0,18319	$k_{76} =$ 0,23030
O	7,613	7,578	Q corr. = 0,18368	$k_0 =$ 0,21507
H	63,632	63,192	$kt =$ 0,023521	
N	28,755	29,230		Im Mittel $k_0 =$ 0,22320

173. Versuch, 3. Dec. 24 Min. 745,0 mm 8,0 ° C.

Untere Hälfte

angewandt	74,272	73,889	Luft aus d. u. H.	O = 20,821
n. d. Expl.	54,026	57,540		N = 79,179
+ H . .	79,177	85,956	$Q =$ 0,81894	
n. d. Expl.	61,429	66,957	$Q_u =$ 0,40947	
H . . .	18,172	18,041	$kt =$ 0,024952	
O . . .	17,052	17,050	$k =$ 0,24952	$k_0 =$ 0,23256
N . . .	64,776	64,909	$k_{76} =$ 0,24460	

Obere Hälfte

angewandt . . .	77,068	62,494	Luft aus d. o. H.	O = 20,806
+ Knallg. n. d. Expl.	59,550	48,190		N = 79,194
+ O	811,440	245,265	$Q =$ 0,36541	
n. d. Expl. . . .	155,680	200,014	$Q_o =$ 0,18271	$k_{76} =$ 0,23217
H	63,387	63,531	Q corr. = 0,18320	$k_0 =$ 0,22075
O	7,576	7,629	$kt =$ 0,023684	
N	29,037	28,840	$k =$ 0,23684	
				Im Mittel $k_0 =$ 0,22665

175. Versuch, 4. Dec. 12 Min. 731,6 mm 8,0 ° C.

angewandt . . .	77,056	66,366	$Q =$ 0,71385
n. d. Expl. . . .	44,040	37,830	Q corr. = 0,71480
+ H	58,304	51,518	$kt =$ 0,011982
n. d. Expl. . . .	57,128	50,640	$k =$ 0,23964
H	28,565	28,665	$k_{76} =$ 0,23068
O	14,793	14,774	$k_0 =$ 0,21933
Luft im Apparat O	20,710	56,561	
N	79,290		

185. Versuch, 18. Dec. 60 Min. 747,7 mm 10,4° C.

angewandt	82,788	65,508	72,154	$Q =$ 0,35614
n. d. Expl.	65,262	51,280	56,321	Q corr. $=$ 0,35661
+ O . .	134,770	113,590	118,930	$kt =$ 0,062434
n. d. Expl.	71,909	64,705	64,963	$k =$ 0,24974
H . . .	64,733	64,231	64,493	$k_{76} =$ 0,24570
O . . .	7,057	7,240	7,315	$k_0 =$ 0,23014
N . . .	28,210	28,529	28,192	

Luft im Apparat n. d. Diffusion O = 20,284
N = 79,716

176. Versuch, 6. Dec. 12 Min. 729,8 mm 8,4° C.

Untere Hälfte

H . .	5,982	$Q_u =$ 0,46981
	6,119	$kt =$ 0,012843
	6,015	$k =$ 0,25686
	6,038	$k_{76} =$ 0,24327
Luft .	93,962	$k_0 =$ 0,23071

Obere Hälfte

angewandt . . .	46,771	64,100	$Q =$ 0,48300
n. d. Expl. mit Knallg.	32,642	44,785	$Q_0 =$ 0,24150
+ O	89,828	83,377	Q corr. $=$ 0,24215
n. d. Expl. . . .	67,554	53,160	$kt =$ 0,011840
H	51,887	51,514	$k =$ 0,23680
O	10,070	10,044	$k_{76} =$ 0,22739
N	38,043	38,442	$k_0 =$ 0,21566

Luft aus der o. H. O = 20,822
N = 79,178

Im Mittel $k_0 =$ 0,22318

177. Versuch, 7. Dec. 12 Min. 730,2 mm 8,3° C.

Untere Hälfte

angewandt	72,968	56,441	$Q =$ 94,040
n. d. Expl.	66,572	51,334	$Q_u =$ 0,47020
+ H . .	105,615	87,096	$kt =$ 0,012758
n. d. Expl.	69,360	59,100	$k =$ 0,25516
H . . .	5,887	6,033	$k_{76} =$ 0,24516
O . . .	19,506	19,550	$k_0 =$ 0,23264
N . . .	74,607	74,417	

Luft d. u. H. O = 20,766
N = 79,234

Obere Hälfte

angewandt	59,500	H = 51,746	$Q =$ 48,253
n. d. Expl.	41,665	O = 9,992	$Q_0 =$ 0,24127
+ O . .	111,424	N = 38,262	Q corr. $=$ 0,24191
n. d. Expl.	83,043		$kt =$ 0,011872
	Luft d. o. H.	O = 20,703	$k =$ 0,23744
		N = 79,297	$k_{76} =$ 0,22813
			$k_0 =$ 0,21648

Im Mittel $k_0 =$ 0,2245

182. Versuch, 15. Dec. 12 Min. 746,0 mm 9,3° C.

Der Wasserstrom wurde bei diesem Versuch etwas lebhafter als bei den früheren Versuchen unterhalten.

Untere Hälfte			Obere Hälfte
H . . 5,753	angewandt	68,848	$Q = 48{,}207$
5,935	n. d. Expl.	48,086	$Q_0 =$ 0,24104
5,844	+ O . .	76,916	Q corr. = 0,24168
Luft . 94,156	n. d. Expl.	44,190	$kt =$ 0,011902
$Q_u = 0{,}470078$	H . . .	51,793	$k =$ 0,23804
$kt = 0{,}012632$	O . . .	10,053	$k_{46} =$ 0,23366
$k = 0{,}25264$	N . . .	38,154	$k_0 =$ 0,22036
$k_{76} = 0{,}24798$	Luft O =	20,854	
$k_0 = 0{,}23387$	N =	79,146	
		Im Mittel $k_0 =$	0,22712

Die Versuche Luft-Wasserstoff geben somit:

Nr. d. Vers.	Zeit	u. H.	o. H.	Mittel
168	52 Min.	0,23280	0,22074	0,22677
169	52	0,23210	0,21977	0,22594
172	24	0,23132	0,21507	0,22320
173	24	0,23256	0,22075	0,22665
176	12	0,23071	0,21566	0,22318
177	12	0,23264	0,21648	0,22456
182	12	0,23387	0,22036	0,22712
Mittel	52	0,23245	0,22026	0,22636
	24	0,23194	0,21791	0,22492
	12	0,23241	0,21756	0,22495
175	12	—	—	0,21933
185	60	—	—	0,23014

Die Versuche zeigen unter einander ähnliche Abweichungen wie es für Wasserstoff-Sauerstoff der Fall war.

Aus den Versuchen 168, 169 und 185 von 52—60 Minuten Dauer ergibt sich in unzweifelhafter Weise, dass die Luft bei der Diffusion in Wasserstoff eine Veränderung in ihrer Zusammensetzung erfährt. In den Versuchen von 12 und 25 Minuten Dauer ist diese Erscheinung eine kaum merkbare.

Abgeänderte Stefan'sche Methode.

Apparat V.

Nachdem sich bei den Versuchen von kurzer Dauer mit dem Apparat V allerlei Unregelmässigkeiten ergaben, wollte ich untersuchen, ob die kleinen Werthe des Diffusionscoefficienten, welche die obere Hälfte des Apparats gibt, nicht am Ende durch eine Eigenthümlichkeit des Apparats herbeigeführt seien. Es schien mir zweckmässig, noch einige Versuche nach einer anderen Methode auszuführen, welche darin besteht, dass die untere Hälfte des Apparats V mit dem Gase A, die obere Hälfte mit dem Gas B gefüllt und über das obere Ende der oberen Hälfte mit Hilfe des Diffusionshahns das Gas B streichen gelassen wird.

Während des Versuchs hat also das Gas A erst eine Schichte des Gases B zu passiren, ehe es aus dem Apparat in das Gas B austritt.

Es ist, wie aus dem Nachfolgenden erhellt, möglich, durch dieses Verfahren das mittlere Dichtigkeitsgefälle in der oberen Hälfte des Apparats herabzudrücken und dadurch die Diffusion zu beschleunigen. Die obere Hälfte des Apparats gibt dann eher etwas grössere Werthe des Diffusionscoefficienten als die untere Hälfte und es scheint mir dadurch bewiesen, dass die das Resultat beeinflussenden Fehler den wirklichen Vorgang nicht überdecken.

Auch bei dieser Methode zu experimentiren, kann entweder der Gesammtinhalt oder der Inhalt jeder Hälfte für sich aufgefangen werden.

Zur Berechnung des Versuches hat man nebst der Differentialgleichung

$$\frac{d\varrho}{dt} = k\frac{d^2\varrho}{dx^2}$$

die Bedingungsgleichungen

$$\begin{array}{llll}
\text{für } t = 0 \text{ von } x = 0 & \text{bis } x = \frac{l}{2} & \varrho = 2a \\
\text{»} \quad x = \frac{l}{2} & \text{»} \; x = \frac{3l}{2} & \varrho = a \\
\text{»} \quad x = \frac{3}{2}l & \text{»} \; x = 2l & \varrho = 0 \\
\text{für } x = 0 \quad \frac{d\varrho}{dx} = 0 & & \\
\text{»} \quad x = 2l \quad \frac{d\varrho}{dx} = 0. & &
\end{array}$$

Eine Lösung dieser Gleichung ist

$$\varrho = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-kt\left(\frac{n\pi}{2l}\right)^2} \cos\frac{n\pi x}{2l}.$$

Nach Bestimmung der Constanten A_0 bis A_n ergibt sich der um a grössere Werth von ϱ in Function von x und t. Wird a von diesem Werthe abgezogen und für $e^{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2} = \varepsilon$ gesetzt, dann erhält man:

$$\varrho = \frac{2a}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\sin\frac{n\pi}{4} + \sin\frac{3n\pi}{4}\right)e^{-n^2kt}\cos\frac{n\pi x}{2l}$$

oder in entwickelter Form

$$\varrho = \frac{2\sqrt{2.a}}{\pi}\left(\frac{1}{1}e^{-kt}\cos\frac{\pi x}{2l} + \frac{1}{3}\varepsilon^{-9kt}\cos\frac{3\pi x}{2l} - \frac{1}{5}\varepsilon^{-25kt}\cos\frac{5\pi x}{2l}\right).$$

Um eine Vorstellung von der Vertheilung der Dichte im Apparat zu erlangen, habe ich für einen Apparat von der Länge $0{,}4331^{\text{m}}$ die

Dichte für verschiedene Werthe von kt von Achtel zu Achtel der Länge des Apparats berechnet und in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt:

kt	0	1/8l	2/8l	3/8l	4/8l	5/8l	6/8l	7/8l
0,005								
0,01	0,874	846	767	645	498	348	211	094
0,02	720	702	650	569	469	366	239	116
0,03	616	602	564	503	423	329	224	113
0,04	535	524	492	441	374	292	201	103
0,05	467	459	431	388	329	258	176	091
0,06	409	402	378	340	289	227	156	079
0,07	859	352	331	298	254	199	137	070
0,08	315	309	290	261	222	175	120	061
0,09	276	270	255	229	195	153	105	054
0,10	242	237	223	201	171	134	092	047
0,11	212	208	196	172	150	118	081	041
0,12	186	182	172	154	131	103	071	036

In der beigefügten Zeichnung sind diese Resultate graphisch dargestellt und zum Vergleich sind punktirt die Curven eingezeichnet, welche die Dichtigkeitsvertheilung in dem Apparat darstellen, wenn nach der Stefan'schen Methode operirt wird.

Bei dem Anblick dieser Zeichnung erkennt man sofort, dass die Dichtigkeitsgefälle in der oberen Hälfte bei der in Rede stehenden Methode erheblich kleiner ausfallen, als wenn nach der Stefan'schen Methode operirt wird.

Um über die Dichtigkeitsgefälle noch weiteren Aufschluss zu erhalten, wurde das mittlere Dichtigkeitsgefälle nach der Formel:

$$\overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)} = \frac{\int\limits_0^t \int\limits_{x0}^{x1} \left(\frac{d\varrho}{dx}\right) dx\, dt}{t\,(x_1 - x_0)}$$

für die beiden Hälften des Apparats und für die beiden in dem Diagramme zur Vergleichung kommenden Methoden gerechnet. Es ergibt sich, wenn bei zwei Gliedern der Entwicklung stehen geblieben und $e^{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2} = \varepsilon$ gesetzt wird, für die Stefan'sche Methode:

von $x = 0$ bis $x = l$ $\quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)} = \frac{16}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left(\frac{1}{1}\varepsilon^{-kt} - \frac{1}{27}\varepsilon^{-9kt}\right)$

$x = 0 \qquad x = \frac{l}{2} \quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)} = \frac{16\sqrt{2}}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left[\frac{1}{1}(\sqrt{2}-1)\right]\varepsilon^{-kt} - \frac{1}{27}\left[(\sqrt{2}+1)\varepsilon^{-9kt}\right]$

$x + \frac{l}{2} \qquad x = l \quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)} = \frac{16\sqrt{2}}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left(\frac{1}{1}\varepsilon^{-kt} + \frac{1}{27}\varepsilon^{-9kt}\right),$

für die abgeänderte Stefan'sche Methode:

$$\text{von } x=0 \text{ bis } x=l \quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)}=\frac{8\sqrt{2}}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left[\frac{1}{1}\varepsilon^{-kt}+\frac{1}{27}\varepsilon^{-9kt}\right]$$

$$x=0 \quad x=\frac{l}{2} \quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)}=\frac{16}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left[\frac{1}{1}(\sqrt{2}-1)\varepsilon^{-kt}+\frac{1}{27}(\sqrt{2}+1)\varepsilon^{-kt}\right]$$

$$x=\frac{l}{2} \quad x=l \quad \overline{\left(\frac{d\varrho}{dx}\right)}=\frac{16}{\pi^3}\frac{l}{kt}\left[\frac{1}{1}\varepsilon^{-9kt}-\frac{1}{27}\varepsilon^{-9kt}\right].$$

Diese Formeln wurden nun auf den Apparat V von $0{,}8661^m$ Länge unter der Voraussetzung von $kt = 0{,}22$, welches im Apparat von $0{,}4331^m$ Länge, für welchen die Dichtenvertheilung gerechnet ist, einem Werth $kt = 0{,}054$ entspricht, angewendet. Es wird so das mittlere Dichtigkeitsgefälle gefunden:

für die Stefan'sche Methode:

$x = 0$ bis $x = l$	$x = 0$ bis $x = \frac{l}{2}$	$x = \frac{l}{2}$ bis $x = l$
0,9854	0,5772	1,8937

für die abgeänderte Stefan'sche Methode:

0,6968	0,4081	0,9852

Zur Berechnung der Versuche ist es nöthig, den Gesammtinhalt einer Hälfte oder des ganzen Apparats an Gas zu rechnen. Setzt man $a = 1$, so dienen hierzu die Formeln:

$$Q=\int_0^l \varrho\,dx=\frac{8}{\pi^2}\sin\frac{\pi}{4}\left[\frac{1}{1}\varepsilon^{-kt}-\frac{1}{9}\varepsilon^{-9kt}-\frac{1}{25}\varepsilon^{-25kt}+\ldots\right]$$

$$Q_u=\int_0^{\frac{l}{2}} \varrho\,dx=\frac{4}{\pi^2}\left[\frac{1}{1}\varepsilon^{-kt}+\frac{1}{9}\varepsilon^{-9kt}+\frac{1}{25}\varepsilon^{-25kt}+\frac{1}{49}\varepsilon^{-49kt}+\ldots\right]$$

$$Q_o=\int_{\frac{l}{2}}^{l} \varrho\,dx=Q-Q_u.$$

Zur Berechnung der Werthe von kt aus den gefundenen Procentgehalten Q, Q_u oder Q_o ist es nicht nöthig, neue Tabellen abzuleiten.

Zur Berechnung von kt aus dem Procentgehalt Q, welcher von dem ursprünglich im Apparat enthaltenen Gas im Gesammtinhalt noch vorgefunden wird, dient die Formel, welche für Q_u für den Apparat V S. 683 dieser Abhandlung gegeben ist, wenn der Inhalt der unteren Hälfte allein aufgefangen wird.

Zur Berechnung von kt aus Q_u dienen die in den früheren Abhandlungen mitgetheilten Tabellen. Dabei ist zu beachten, dass die Analyse des Inhalts der unteren Hälfte des Apparats $2Q_u$ gibt. Zu diesem Werth ist also in der entsprechenden Tabelle des kt zu suchen.

Zur Berechnung von kt aus Q_0 endlich muss aus den beiden angeführten Tabellen eine Hilfstabelle abgeleitet werden.

Alle Werthe von kt, welche aus den mitgetheilten Tabellen entnommen werden, müssen mit vier multiplicirt werden, um dieselben für den Apparat V umzurechnen, da die Tabellen für einen Apparat von der halben Länge gerechnet sind.

Wasserstoff-Kohlensäure.

Die Versuche wurden mit der Gascombination Wasserstoff-Kohlensäure durchgeführt.

Die Absorption der Kohlensäure geschah mit 7 % Natronlauge.

Nach jeder Analyse wurde der Quecksilber- und Laugeninhalt der Absorptionsröhre in einen Quecksilberwaschapparat entleert und so das Quecksilber stets rein erhalten.

Zur Berechnung der Analysen wird an der Ablesung für die angewandte Gasmenge die Meniskencorrection angebracht. Bei der Ablesung des durch die Lauge begrenzten, nach der Absorption zurückbleibenden Volumens entfällt diese Correction.

Die gänzliche Ausserachtlassung dieser Correction hat zur Folge, dass die durch solche Absorptionsanalysen gefundenen Kohlensäuregehalte um mehrere Zehntelprocent kleiner gefunden werden, als dies bei Anwendung von Aetzkalikugeln der Fall ist.

Nachdem die zu untersuchenden Gasmengen feucht angewendet werden, herrscht auch nach der Absorption die Spannung des reinen Wasserdampfes in den Absorptionsröhren. Die Concentration der Lauge ist eigentlich gleichgültig; nur das specifische Gewicht muss bekannt sein, um die Flüssigkeitssäulenlänge in die Quecksilbersäulenlänge verwandeln zu können.

187. Versuch, 20. Dec.
25 Min. 754,3 mm 10,1 ° C.

Anal. mit KHO	Anal. mit NHO
0,42974	0,42791
0,42878	0,42895
0,42926	0,42843
Q = 0,42885	k = 0,20173
Q corr. = 0,42942	k_{76} = 0,20022
kt = 0,021014	k_0 = 0,18788

191. Versuch, 23. Dec.
65 Min. 727,7 mm 10,1 ° C.

0,26791
0,26575
0,26683
Q corr. = 0,26718
kt = 0,058004
k = 0,21418
k_{76} = 0,20507
k_0 = 0,19245

189. Versuch, 22. Dec.
65 Min. 743,4 mm 9,7 ° C.

Untere Hälfte	Obere Hälfte
0,39084	0,16012
0,38971	0,16002
0,39013	0,16007
	Q = 0,08004
	Q corr. = 0,08025

kt =	0,055615	0,055979
k =	0,20531	0,20669
k_{76} =	0,20086	0,2018
k_0 =	0,18896	0,19020

190. Versuch, 23. Dec.
65 Min. 729,1 mm 9,0 ° C.

	Untere Hälfte	Obere Hälfte
	0,38644	0,15575
	0,38701	0,15414
	0,38673	**0,15495**
		0,07748
		0,077688
kt =	0,056280	0,058465
k =	0,20780	0,21588
k_{76} =	0,19923	0,20710
k_0 =	0,18837	0,19568

192. Versuch, 26. Dec.
65 Min. 729,4 mm 8,9 ° C.

	Untere Hälfte		Obere Hälfte
	0,38248		0,15799
	0,38647		0,15942
	38448		**0,15870**
		Q =	0,07935
		Q corr. =	0,07956
kt =	0,056722		0,056634
k =	0,20943		0,20912
k_{76} =	0,20100		0,20069
k_0 =	0,19003		0,18974

Diese Versuche ergaben somit:

Nr. d. Vers.	Zeit	u. H.	o. H.	Mittel
189		0,18896	0,19029	0,18958
190	65 Min.	0,18837	0.19568	0,19202
192		0,19002	0,18974	0,18909
Mittel	65 Min.	0,18912	0,19187	0,19050

Das kleinere Dichtigkeitsgefälle in der oberen Hälfte bringt thatsächlich etwas grössere Werthe des Diffusionscoefficienten in der oberen Hälfte des Apparats mit sich.

Studie über das Kupfervoltameter[1]).

Von

Dr. Hermann Hammerl,
Privatdocent.

I. Zweck der Untersuchung.

Während das Knallgasvoltameter, sowie das Silbervoltameter insbesondere zu wissenschaftlich genauen Messungen geringerer Stromstärken benützt werden, wird zur Messung starker Ströme vorzugsweise das Kupfervoltameter als geeignet erachtet. Das von Edison als registrirendes Instrument benützte Zinkvoltameter ist noch wenig in Anwendung.

Wenn es nun auch für mässig starke Ströme als erwiesen gelten kann, dass mit dem Kupfervoltameter unter gewissen Vorsichtsmaassregeln übereinstimmende Strommessungen erhalten werden können, so fehlt es doch bisher an Versuchen über die Grenzbedingungen, welche noch zulässig sind, insbesondere über die grösste Stromdichte, welche noch eine genaue Messung zulässt. Es ist bekannt, dass bei zu grosser Stromdichte die Elektrolyse der Kupfervitriollösung nicht mehr ganz normal vor sich geht[2]) und von secundären Processen begleitet wird.

Bei wenig dichten Strömen setzt sich an der negativen Elektrode das Kupfer sehr glatt ab, ist der Strom dichter, so bildet das Kupfer warzige Massen, und wenn die Dichtigkeit des Stromes sehr bedeutend ist, so setzt sich das Kupfer in wenig cohärenter Gestalt ab, ferner vermag sich dann das an der positiven Elektrode erscheinende Jon SO_4 in der Zeit seines Erscheinens nicht vollständig mit Kupfer zu sättigen, daher ist die an der positiven Elektrode gelöste Kupfermenge kleiner als die an der negativen Elektrode niedergeschlagene. Bei sehr verdünnten Kupfersulfatlösungen wird neben dem Kupfersalz auch Wasser

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 88 Juni 1883.

2) Elektricität von G. Wiedemann 1883 Bd. 2 S. 492, 508, 582 und 640.

zersetzt, indem die an der positiven Elektrode abgeschiedene Säure bis zur negativen diffundirt, und es erscheint an der negativen Elektrode ein schwarzbrauner Niederschlag von Kupferhydrür, der beim Unterbrechen des Stromes Wasserstoff entweichen lässt.

Bei der Elektrolyse der Kupfervitriollösung tritt aber auch die unter dem Namen die Wanderung der Jonen bekannte Erscheinung auf, dass die Lösung an der negativen Elektrode sich verdünnt, während sie an der positiven Elektrode concentrirter wird. Diese Concentrationsänderung der Lösung an den Elektroden kann einen Polarisationsstrom hervorrufen, der dem Strome entgegenwirkt, dessen Intensität durch den Kupferniederschlag auf der negativen Elektrode gemessen werden soll. Ausserdem wird aber diese Dichteänderung die gleichzeitige Wasserzersetzung und Bildung von Kupferhydrür sehr begünstigen.

Alle diese besprochenen Erscheinungen sind zwar schon lange bekannt, aber bei welcher Stromstärke, bei welcher Stromdichte dieselben auftreten, inwiefern sie die Messung der Stromstärke beeinflussen, darüber liegen keine Untersuchungen vor.

Einer Einladung des Herrn Prof. Dr. L. Pfaundler folgend, habe ich daher einige Versuche über das Kupfervoltameter angestellt, um wenigstens durch dieselben einige Anhaltspunkte bei Benützung desselben zur Stromstärkemessung zu gewinnen.

II. Methode der Untersuchung.

Die nachfolgenden Versuche wurden nun stets in der Weise angestellt, dass zwei Kupfervoltameter hintereinander in denselben Stromkreis eingeschaltet wurden, der ausserdem noch eine Tangentenbussole enthielt. Während das eine Voltameter stets unter denselben Versuchsbedingungen blieb, wurde im zweiten Voltameter materielle Beschaffenheit der Elektroden, ihre Grösse, respective Oberfläche, ihre Distanz, der Bewegungszustand der Kupfervitriollösung, deren Temperatur, kurz jene Versuchsbedingungen geändert, deren Einfluss studirt werden sollte und dann durch sorgfältige Wägung das Verhältnis der abgeschiedenen Kupfermengen beider Voltameter ermittelt. Diese Versuche wurden ferner bei verschiedener Stärke des Stroms wiederholt, welche an der Tangentenbussole während des Durchgangs desselben controlirt werden konnte. Die verwendeten Kupferplatten waren mit einer dicken Schichte galvanisch abgeschiedenem Kupfer überzogen.

Die Kupfervitriollösung war auf folgende Weise gereinigt. Der käufliche, gewöhnlich Eisen enthaltende Kupfervitriol wurde in Wasser gelöst und unter Zusatz von einigen Tropfen Salpetersäure gekocht. Zur Fällung des in Oxyd verwandelten Eisens wurde Kupferoxyd hinzugegeben und recht lange die Lösung mit demselben digerirt. Die filtrirte Lösung wurde dann eingedampft, bei fortwährendem Umrühren dann abgekühlt, so dass der Kupfervitriol sich in ganz kleinen Krystallen ablagerte.

Dieses Krystallmehl wurde auf das Filter gegeben, mit destillirtem Wasser gewaschen und auf das Vorhandensein von Salpetersäure untersucht. Es wurde dasselbe so oft umkrystallisirt, bis keine Spur von Salpetersäure nachgewiesen werden konnte. Mit dem so gereinigten Krystallmehl wurde eine bei der Temperatur 18°—20° C. gesättigte Lösung hergestellt, deren Gehalt bei allen folgenden Versuchen derselbe blieb.

Beim Kochen und Eindampfen der Kupfervitriollösung bemerkte ich sehr häufig am Boden der Schale eine hellgrüne Kruste sich bilden, die nach Tommasi und E. Pegna[1]) aus basischem Kupfersulfat bestehen soll, entstanden durch Dissociation der Kupfervitriollösung.

Besondere Sorgfalt wurde endlich auf die Behandlung der beiden Kathoden vor der Wägung verwendet. Es erschien am sichersten, die Kathodenplatten vor der ersten Wägung genau in denselben Zustand zu versetzen wie vor der zweiten Wägung, da auf diese Weise allfällige constante Fehler eliminirt werden konnten. Aus diesem Grunde schien es auch gerathen, nicht eine blanke Platinplatte zu wägen und dann nach dem Versuche mit Kupfer bedeckt wieder zu wägen, sondern dieselbe schon vor der ersten Wägung unter gleichen Umständen mit Kupfer zu bedecken und in derselben Weise zu trocknen wie vor der zweiten Wägung.

Nach dem Herausnehmen aus der Kupfervitriollösung wurden die Platten von der anhaftenden Kupfervitriollösung mit destillirtem Wasser abgespült, zwischen Filtrirpapier getrocknet und unter die Glocke der Luftpumpe gegeben, aus welcher mehrere Male ausgepumpt und trockene Luft eingelassen wurde. Man kann auch die Platten, wenn sie nicht mehr nass sind, über einer Flamme etwas erwärmen, jedoch das Erhitzen der noch nassen Platten über einer Flamme oder in einem Trockenkasten oxydirt die Kupferschichte augenblicklich. Ich habe die obige umständliche Manipulation vorgezogen, damit beide Platten der beiden Voltameter bei allen Versuchen möglichst gleich behandelt sind.

Durch solche Versuche konnte ich mich überzeugen, dass es keinen erheblichen Unterschied machte, ob die Platten mit blanken Platinflächen oder mit einer Kupferschichte bedeckt angewendet wurden, falls die letztere beim Trocknen sorgfältig behandelt wurde. Die Gewichtsmengen der in beiden Voltametern erhaltenen Niederschläge differirten nur bis auf circa 0,02%, ein Unterschied, der ebenso auftrat, wenn die beiden Kathoden mit blanker Platinoberfläche oder mit Kupferoberfläche, oder auch die eine mit letzterer, die andere mit ersterer angewendet wurden.

III. Einfluss der Erschöpfung der Kupfervitriollösung in der Umgebung der Kathode. Wirkung der Bewegung der Flüssigkeit und der Temperatur.

Leitet man durch die besprochenen zwei Kupfervoltameter hintereinander ein und denselben starken Strom, so bemerkt man an der

1) Beibl. d. Phys. Bd. 7 S. 215.

miteingeschalteten Tangentenbussole, dass derselbe nicht constant bleibt, sondern binnen wenigen Minuten rasch abnimmt. Es ist dies die Folge der Erschöpfung der Lösung an Kupfervitriol in der Nähe der Kathode. Ist dies eingetreten, so beginnt auch sofort die Polarisation, welche den Strom schwächt.

Durch rasches Umrühren lässt sich diese Wirkung grösstentheils verhindern. War z. B. der Ausschlag an der Tangentenbussole innerhalb 5 Minuten von 24° auf 15,5° gesunken, so war es möglich, durch Rühren den ursprünglichen Ausschlag wieder hervorzubringen. Die Grösse des wiedererlangten Winkels hing aber von der Art des Rührens und von dem Grade der eingetretenen Polarisation ab. War die Stromstärke sehr gross, spielte die Nadel der Bussole auf 40° ein, und sank dieselbe auf 23° herunter, so musste schon sehr stark und fortwährend gerührt werden, um die Nadel wieder bei 40° zum Einspielen zu bringen.

Es wurde deswegen versucht, ob es nicht möglich ist, das ungleich mässige und undefinirbare Rühren durch das Sieden der Kupfervitriollösung zu ersetzen, so dass die aufsteigenden Dampfblasen eine Concentrationsänderung der Flüssigkeitsschichten verhindern, somit auch das Auftreten der Polarisation.

Zuvor musste ich aber constatiren, ob nicht schon die Temperaturänderung allein im Voltameter den Kupferniederschlag irgendwie verändert. Zwei Voltameter I und II wurden in den Stromkreis hintereinander eingeschaltet, in dem Voltameter I war die Temperatur t_1 der Kupfervitriollösung constant gleich 20° C., in dem Voltameter II war die Temperatur t_2 der Lösung nacheinander 40°, 60°, 80° und 95° C. Als entsprechende Kupferniederschläge N_1 und N_2 erhielt ich folgende Werthe:

Voltameter I		Voltameter II		CuO
t_1	N_1	t_2	N_2	berechnet aus N_1
	mg		mg	mg
20°	136,3	40°	136,4	170,7
20	138,0	60	145,5	172,8
20	90,5	80	116,1	113,3
20	162,0	95	216,0	202,88
	$S_{n1} = 526,8$		$S_{n2} = 614,0$	659,68

N_1 und N_2 differiren, wie man sieht, umsomehr voneinander, als die Temperatur im Voltameter II zunimmt, N_2 wird mit der Zunahme der Temperatur grösser, das Kupfer oxydirt sich, was man auch an der Farbe desselben erkennt. Während N_1 immer die schöne Kupferfarbe besitzt, wird N_2 zuerst braun, dann ganz dundelviolett.

Rechnet man nun, wieviel der jeweilige Niederschlag N_1 Kupferoxyd geben kann, so findet man die in der fünften Columne stehenden

Zahlen. Dass die gefundenen Zahlen für N_2 bei $t_2 = 80^0$ und 95^0 C. grösser sind, als die berechneten, ist nicht ein Beobachtungsfehler, sondern es erklärt sich das daraus, dass bei diesen Temperaturen die nur wenig oxydirten Niederschläge bei den zwei vorausgegangenen Versuchen sich nachträglich fast vollständig oxydirt haben. Die Summe der aufeinanderfolgenden Niederschläge N_1 gibt $526{,}8^{mg}$, die dazu gehörige Kupferoxydmenge ist $659{,}68^{mg}$, während die Summe der Niederschläge N_2 nur $614{,}0^{mg}$ beträgt.

IV. Einfluss der Stromstärke und Stromdichte.

Nachdem es also nicht gelingt, den Einfluss der Concentrationsänderung durch Erschöpfung der Lösung ganz zu beseitigen, so muss untersucht werden, von welchen Stromdichten an aufwärts dieser Einfluss so stark ist, dass er genaue Messungen unmöglich macht, beziehungsweise wie weit man die Stromdichte herabsetzen muss, um das Kupfervoltameter brauchbar zu erhalten.

Bevor ich jedoch zur Lösung dieser Fragen gehen konnte, musste ich gleichsam ein Normalvoltameter haben, d. h. ein Voltameter, das immer für alle Stromstärken, die ich in Betracht zog, den denselben entsprechenden Kupferniederschlag auf der negativen Elektrode ablagerte. Zu diesem Zwecke stellte ich mir zwei Kupfervoltameter zusammen, deren Elektroden eine grosse Oberfläche hatten, jede war $15{,}5^{cm}$ lang und $11{,}3^{cm}$ breit. Der Abstand der Elektroden in den Voltametern betrug $2{,}6^{cm}$; auf einer Seite wurden die negativen Elektroden gefirnisst, so dass sich nur anf einer Seite der Niederschlag bilden konnte, damit sowohl für diese, als auch für die späteren Versuche die Oberfläche der Platte eine genau messbare Grösse hat, um daraus und der bekannten Stromstärke die Dichte berechnen zu können.

Beide Voltameter wurden mit einer Kupfervitriollösung von derselben Concentration gefüllt, durch beide wurde derselbe Strom während fünf Minuten hindurchgeleitet und die während dieser Zeit abgelagerten Kupferniederschläge N_1 und N_2 auf einer empfindlichen Wage bestimmt.

Um sicher zu sein, dass bei einer so grossen Oberfläche der Platten auch bei den verschiedensten Stromstärken keine Polarisation eintritt, wurde der Ausschlag der Nadel der gleichzeitig eingeschalteten Tangentenbussole beobachtet, ferner wurde bei annähernd gleicher Stromstärke bei einem Versuche in keinem Voltameter gerührt, in einem zweiten Versuche in beiden Voltametern und in einem dritten Versuche in dem einen gerührt, in dem andern nicht.

Die Versuche ergaben nun immer für beide Voltameter fast vollständig gleiche Niederschläge auf den beiden negativen Elektroden, so dass deren Verhältnis sehr nahe gleich Eins ist.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne die Intensität des Stromes ausgedrückt in Ampère, in der zweiten die Stromdichte,

d. i. das Verhältnis der Stromstärke zur Oberfläche der Platte, und die dritte Columne das Verhältnis der Kupferniederschläge N_1 und N_2 in den beiden Voltametern I und II. Die Zahlen für D und $\frac{N_1}{N_2}$ sind jedoch mit 100 multiplicirt; es ist also $D = 100\,J/F$, wenn F den Flächeninhalt der Platte bezeichnet der bei den Elektroden 160—166 qcm betrug.

$F = 160-166^{qcm}$, Distanz der Elektroden $2{,}6^{cm}$.

J in Ampère	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_2} \cdot 100$	J in Ampère	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_2} \cdot 100$
1,429	0,861	99,93	4,825	2,903	99,69
1,786	1,076	100	4,944	2,980	99,99
2,006	1,208	100,03	5,095	3,069	101,20
2,301	1,385	99,96	5,392	3,248	99,97
2,685	1,617	100,21	5,548	3,342	100,01
2,818	1,700	100	5,832	3,51	99,88
2,971	1,789	99,88	5,951	3,585	100,05
3,098	1,866	100	6,355	3,825	100,03
3,444	2,074	99,98	6,939	4,179	98,99
3,695	2,225	99,975	7,352	4,541	100,5
3,758	2,264	100,08	7,508	4,520	100,23
4,743	2,857	99,74	8,764	5,41	99,75

Die Versuche ergeben, dass bei einer so grossen Oberfläche der Platten die Dichtigkeit des Stromes zu gering ist, um abnormale Vorgänge in dem Voltameter bei Stromstärken von 1,429 bis 8,764 A zu erzeugen, das eine oder andere der beiden Voltameter erlaubt daher genaue Messungen der Stromstärken auszuführen, ohne dass eine Concentrationsänderung der Flüssigkeit einen Polarisationsstrom erzeugt.

Nachdem dies festgestellt war, wurde bei einer und derselben Stromstärke die Dichtigkeit des Stromes in dem einen Voltameter geändert, während sie in dem andern constant erhalten wurde. Es wurde in dem Voltameter II successive Flüssigkeit herausgenommen, somit der Querschnitt für den Durchgang des Stromes verkleinert, die Dichte des Stromes daher vergrössert. Da die Stromstärke im ganzen Schliessungskreis durch die Verkleinerung der Plattenoberfläche in dem Voltameter II kleiner wurde, so war durch einen eingeschalteten Rheostaten dafür gesorgt, dass durch das Ausschalten eines Widerstandes wieder die ververlangte Stromstärke herrschte. Eine zugleich in den Schliessungskreis eingeschaltete Bussole gibt nun einen annähernden Aufschluss über die Vorgänge im Voltameter II, wenn die Dichte in demselben immer grösser wird.

So lange die Dichtigkeit des Stromes in dem Voltameter II nicht zu gross ist, bleibt die Stromstärke während fünf Minuten vollkommen constant, die Nadel an der Bussole zeigt immer denselben Ausschlag

an; nimmt die Dichte zu, so ändert sich der Ausschlag an der Tangentenbussole infolge der secundären Erscheinungen, die in dem Voltameter II auftreten.

Bezeichnet D die Stromdichte in dem Voltameter II, N_1 den Kupferniederschlag in dem Voltameter I, in welchem die Dichte wegen der constant grossen Oberfläche der Platte so gering ist, dass nach den früheren Versuchen in demselben keine secundären Erscheinungeu auftreten, ist N_2 der Kupferniederschlag in dem Voltameter II, in welchem eben die verschiedenen Stromdichten D nacheinander herrschen, und bezeichnet α den abgelesenen Winkel an der Tangentenbussole, so habe ich z. B. bei einer mittleren Stromstärke von 2,251 A folgende zusammengehörige Werthe für D, N_1, N_2 und α bekommen, wenn der Strom fünf Minuten lang andauerte und jede 1/2 Minute der Winkel α abgelesen wurde.

$J = 2{,}251$ **Ampères.**

$D = 6{,}576$ $N_1 = 216{,}8$ $N_2 = 216{,}4$	$D = 8{,}113$ $N_1 = 219{,}8$ $N_2 = 219{,}2$	$D = 9{,}739$ $N_1 = 217{,}2$ $N_2 = 211{,}4$	$D = 11{,}74$ $N_1 = 218{,}6$ $N_2 = 203{,}4$	$D = 12{,}69$ $N_1 = 210{,}6$ $N_2 = 193{,}8$	$D = 20{,}40$ $N_1 = 194{,}4$ $N_2 = 139{,}7$
α	α	α	α	α	α
20,5	20,75	20,5	20,6	20,75	20,5
20,5	20,75	20,5	20,75	20,8	20,0
20,5	20,75	20,7	21,0	20,6	19,75
20,5	20,75	20,9	21,3	20,4	18,0
20,5	20,75	21,0	21,2	20,25	16,5
20,5	20,75	21,0	21,2	20,0	14,5
20,5	20,75	21,2	21,0	19,75	14,7
20,5	20,75	21,0	20,5	19,4	15,6
20,5	20,75	20,9	20,0	18,8	16,6
20,5	20,75	20,8	19,0	17,9	17,8

So lange die Stromdichte nicht zu gross ist, bleibt α constant und ich erhalte für N_1 und N_2 dieselbe Kupfermenge. Bei grösserer Dichte steigt α, um dann wieder langsam zu sinken. Diese Zunahme der Stromstärke im ganzen Schliessungskreis ist die Folge der durch den Strom bewirkten Temperaturerhöhung im Voltameter II. Bei einer grossen Flüssigkeitsmenge ist dieselbe fast unmerklich, wird jedoch im Voltameter II die Flüssigkeitsmenge zur Erzielung einer grösseren Stromdichte immer kleiner und kleiner, so steigt ihre anfängliche Temperatur schon so hoch, dass das Leitungsvermögen für den Strom ein besseres wird. Daher kommt die langsame Zunahme des Winkels α; die dann eintretende Abnahme ist der Abkühlung der Flüssigkeit zuzuschreiben. Tritt nun das bei einer gewissen Dichte ein, so ist die Oberfläche der Platte im Voltameter II schon so klein, dass sich verhältnismäsig viel Kupfer an den Ecken und Kanten in körniger Form niederschlägt, daher Verluste fast unvermeidlich sind; N_1 und N_2 weichen dann voneinander ab.

Nimmt die Stromdichte im Voltameter II noch weiter zu, so steigt zwar anfangs auch noch α wegen der Temperaturerhöhung, nimmt aber dann viel rascher ab als früher, es tritt bereits eine schwache Polarisation auf, die um so stärker wird, als die Stromdichte grösser wird. Es sinkt der Ausschlag bis auf 14° und noch weiter herab, dabei kann es vorkommen, dass er innerhalb der 5 Minuten noch nicht seine volle Stärke erlangt hat, sondern fortwährend dem eigentlichen Strom entgegenwirkt, wie bei einer Stromdichte 12,69, oder er erlangt innerhalb der 5 Minuten seine volle Stärke, um dann wieder abzunehmen, wahrscheinlich infolge von Strömungen in der Lösung.

Ist einmal in dem Voltameter II Polarisation eingetreten, so erhalte ich in keinem der beiden eingeschalteten Voltameter den Kupferniederschlag, welcher dem in der ersten halben Minute an der Bussole angegebenen Strom entspricht. Ferner sind N_1 und N_2 nicht einander gleich, sondern sie differiren umsomehr voneinander, je grösser die Stromdichte ist.

N_1 gibt mir nur den Niederschlag für die mittlere Stromstärke während der 5 Minuten, dagegen bei N_2 kommt ausserdem der unvermeidliche Verlust in Abzug, der mit der Stromdichte zunimmt. Bei sehr grosser Dichte ist der Niederschlag nicht mehr kupferroth, sondern es bildet sich eine schwammige dunkelbraune Masse, das Kupferhydrür, das nur lose auf der Platte liegt und beim Abwaschen der Platte jedesmal verloren geht.

Würde ich den Niederschlag N_n für den Fall kennen, wenn derselbe Strom constant geblieben wäre, so würde mir das Verhältnis $\frac{N_1}{N_n}$ ein Maass für die Grösse der Polarisation und $\frac{N_2}{N_n}$ ein Maass für die Grösse der Polarisation und des Verlustes geben. Nun lässt sich wenigstens annähernd aus den vorausgegangenen Versuchen, bei welchen eben der Ausschlag constant geblieben ist, berechnen, wie gross der Niederschlag N_n wäre, wenn der in der ersten halben Minute an der Tangentenbussole angegebene Winkel constant geblieben wäre, indem man die Proportionalität der Tangente des Winkels zur Grösse des Niederschlages voraussetzt. Die Ablesung des Winkels an der Tangentenbussole ist freilich kein genaues Maass für die Berechnung des Kupferniederschlages, da der Winkel nur bis auf 0,2° genau abgelesen werden kann; es handelt sich jedoch nicht um ein genaues Maass für die Polarisation, sondern nur um einen beiläufigen Werth für die Berechnung derjenigen Dichte des Stromes, bei welcher bei einer gegebenen Stromstärke das Voltameter nicht mehr den ihr entsprechenden Niederschlag auf der negativen Elektrode ablagert.

Ich habe nun für acht verschiedene Stromstärken bei verschiedenen Dichten die Verhältnisse $\frac{N_1}{N_n}$ und $\frac{N_2}{N_n}$ bestimmt. Die Resultate sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. J bezeichnet die mittlere

Stromstärke, E den Abstand der Elektroden in den Voltametern, F_1 den Flächeninhalt der negativen Elektrode im Voltameter II. Die wahren Werthe von D, $\frac{N_1}{N_n}$ und $\frac{N_2}{N_n}$ sind mit 100 multiplicirt.

$J = 7{,}45$ Ampères		$E = 2{,}6^{cm}$		$J = 6{,}01$ Ampères		$E = 2{,}6^{cm}$	
F	$D = 100\,J/F$	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$	F	$D = 100\,J/F$	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$
qcm							
164	4,54	100	100	162	3,695	100	100
108	6,905	100	100	76,8	7,83	100	100
92,8	8,02	99,67	98,36	60,9	9,865	90,82	88,76
83,1	8,97	92,33	90,35	53,3	11,27	89,13	86,03

$J = 5{,}01$ Amp.		$E = 2{,}6^{cm}$		$J = 4{,}28$ Amp.		$E = 2{,}6^{cm}$	
F	D	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$	F	D	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$
147,2	3,402	100	100	94,2	4,544	100	100
128,8	3,89	100	100	83,7	5,113	100	100
84,1	5,96	100	100	57,8	7,395	100	100
80,5	6,22	100	100	46,27	9,25	95,75	93,37
62,5	8,01	99,32	98,97	42,0	10,18	91,54	90,72

$J = 3{,}43$ Ampères		$E = 2{,}6^{cm}$		$J = 2{,}805$ Ampères		$E = 2{,}6^{cm}$	
F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$	F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n}$	$\frac{N_2}{N_n}$
qcm				qcm			
164,1	2,09	100	100	97,0	2,89	100	100
70,0	4,91	100	100	56,2	4,988	100	100
62,1	5,52	100	100	44,2	6,346	100	100
55,0	6,23	100	100	35,2	7,968	100	99,63
45,3	7,566	100	100	27,6	10,14	100	98,94
41,3	8,325	100	99,06	20,1	13,97	96,46	94,09
35,5	9,66	98,82	97,52				
29,8	11,51	96,70	89,18				
23,8	14,41	95,73	76,70				
16,9	20,27	88,88	35,24				

$J = 2{,}251$ Amp.		$E = 2{,}6^{cm}$		$J = 1{,}096$ Amp.		$E = 2{,}6^{cm}$	
F	D	$\frac{N_1}{N_w}$	$\frac{N_2}{N_w}$	F	D	$\frac{N_1}{N_w}$	$\frac{N_2}{N_w}$
qcm				qcm			
104,7	2,15	100	100	31,0	3,53	100	100
80,5	2,797	100	100	24,1	4,55	100	100
40,6	5,54	100	100	18,4	5,96	100	100
34,2	6,576	100	100	13,6	8,02	100	100
27,7	8,113	100	100	10,0	10,99	100	100
23,1	9,739	100	97,52	9,27	11,82	100	100
19,2	11,74	98,38	91,54	7,34	14,92	99,87	84,21
17,7	12,69	96,02	88,02	5,68	19,3	97,88	60,12
14,2	15,85	95,56	85,53	4,85	22,56	97,97	57,34
11,0	20,40	89,70	64,98	4,06	27,03	96,71	39,25
9,2	24,36	86,52	50,14				

Mit einer Elektrode von etwa 100 qcm würde man bei allen obigen Stromstärken den denselben entsprechendeu Niederschlag bekommen, ohne dass ein Polarisationsstrom eintritt.

Ist die Dichte im Voltameter II sehr gross, so ist der Widerstand für den Durchgang des Stromes ebenfalls sehr gross, es muss daher die elektromotorische Kraft im ganzen Schliessungskreis bedeutend vermehrt werden, um die Nadel der Tangentenbussole wieder auf den gewünschten Grad zum Einspielen zu bringen. Diese Ströme von 6—10 Bunsen-schen Elementen sind leider nicht mehr vollständig während der Versuchsdauer constant, es ist daher nicht leicht, genau den Eintritt der Polarisation bei den verschiedenen Stromstärken angeben zu können.

Für noch grössere Stromstärken konnte ich die Versuche nicht durchführen, da dazu eine Dynamomaschine nothwendig ist, welche im hiesigen physikalischen Institut leider noch nicht angeschafft werden konnte.

V. Einfluss der Form und Grösse der Elektrode.

Die Brauchbarkeit eines Voltameters für eine gewisse Stromstärke hängt jedoch nicht bloss von der Dichte des Stromes, d. h. von dem Flächeninhalt der Elektroden allein ab, sondern es kommt ausserdem noch die Form der Elektroden in Betracht. Bei den vorigen Versuchen waren die Elektroden 11,3 ^{cm} breit und 15,5 ^{cm} lang und dieselben waren nie vollständig in die Lösung eingetaucht, sondern die vierte obere Seite befand sich immer ausserhalb der Flüssigkeit. Es ist nun bekannt, dass sich der Niederschlag mit Vorliebe, besonders an den Ecken und Kanten ansetzt, je mehr davon vorhanden sind, desto mehr wird sich an denselben Kupfer ablagern und desto weniger wird sich auf der Oberfläche der Platte befinden. Bei sehr grosser Stromdichte kommt es daher auch auf die Form der Platte an, ob ein Verlust stattfindet, ja auch ob Polarisation eintritt.

Ist die Elektrode sehr schmal, z. B. nur 3,7 cm breit, so muss sie 10 cm tief eintauchen, damit die Oberfläche der Platte 37 cm beträgt. — Die Länge der im Voltameter befindlichen Seiten der Platte beträgt dann $2 \times 10 + 3{,}7$ cm $= 23{,}7$ cm. Ist die Platte jedoch 11,3 cm breit, so braucht sie nur 3,274 cm einzutauchen, die Summe der Seiten, die sich in dem Elektrolyten befinden, beträgt dann aber nur 18,25 cm; es wird daher bei der ersten schmalen Platte viel früher ein Verlust bei einer gewissen Stromstärke eintreten als bei der breiten Platte.

In dem Voltameter mit schmaler Elektrode ist die Flüssigkeit 10 cm hoch, bei dem mit der breiten Platte jedoch nur 3,274 cm; treten nun Dichtigkeitsänderungen der Flüssigkeitsschichten infolge des Durchganges des Stromes auf, so werden dieselben bei dem Voltameter mit schmaler Elektrode viel länger anhalten als bei dem anderen Voltameter, in welchem die Flüssigkeitssäule sehr niedrig ist, daher eher eine Mischung der ungleichen Schichten wieder eintreten wird als bei dem Voltameter mit schmaler Elektrode. Das Auftreten einer Polarisation wird daher in dem Voltameter mit der schmalen Elektrode eher begünstigt, in dem anderen Voltameter aber eher verzögert. Dass dem so sei, lässt sich aus der folgenden Versuchsreihe ersehen, die ich mit einer Elektrode von 3,7 cm Breite und 14,5 cm Länge bei drei verschiedenen Stromstärken durchgeführt habe. Die Platte war auf der Rückseite ebenfalls gefirnisst und befand sich in genau demselben Abstande von der +Elektrode wie die Elektroden in dem gleichzeitig eingeschalteten grossen Voltameter.

J, F, D, $\frac{N_1}{N_n}$ und $\frac{N'_2}{N_n}$ haben dieselbe Bedeutung wie früher; N_1 ist der Niederschlag auf der grossen breiten Platte in dem Voltameter mit geringer Stromdichte und N'_2 der Niederschlag auf der schmalen Elektrode in dem Voltameter, in welchem die Stromdichte verändert wurde.

$J = 1{,}110$ Ampères		$E = 2{,}6$ cm		$J = 2{,}170$ Ampères		$E = 2{,}6$ cm	
F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n} \cdot 100$	$\frac{N'_2}{N_n} \cdot 100$	F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n} \cdot 100$	$\frac{N'_2}{N_n} \cdot 100$
qcm				qcm			
45,7	2,427	100	100	52,3	4,152	100	100
23,5	4,72	100	100	18,7	5,53	100	96,66
18,1	6,12	100	100	39,2	7,79	100	86,37
14,4	7,7	100	98,73	27,8	11,61	99,44	71,96
12,7	8,73	100	89,86	12,8	16,93	94,84	57,42
11,7	9,50	100	76,35	9,53	22,77	81,74	35,45
9,88	11,23	98,97	64,96	8,82	24,67	77,85	18,72
7,90	14,04	98,25	57,34				
5,11	21,73	78,70	39,14				
5,07	21,89	73,23	35,74				

$J = 3{,}406$ Ampères $E = 2{,}6^{cm}$			
F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n} \cdot 100$	$\frac{N'_2}{N_n} \cdot 100$
qcm			
54,8	6,393	100	96,65
42,6	8,06	100	81,05
35,5	9,589	98,06	75,73
26.2	13,02	94,14	64,17
18,8	18,10	91,53	48,50
16,9	20,09	86,82	33,83
13,7	24,88	74,81	22,86

Die Versuche ergeben bedeutend grössere Verluste bei gleicher Stromstärke und Stromdichte, respective gleicher Oberfläche der Platte, auch die Polarisation tritt bei geringerer Dichte auf als bei den früheren Versuchen.

VI. Einfluss der Distanz der Elektroden.

Bei den vorausgegangenen Versuchen waren die Elektroden immer so weit voneinander entfernt, als es das parallelepipedische Gefäss erlaubte, die Distanz betrug $2{,}6^{cm}$. Aendert man bei derselben Stromstärke und Stromdichte die Distanz der Platten, so hat das natürlich auf das Eintreten der Polarisation einen Einfluss, je dünner die Flüssigkeitsschichte zwischen den beiden Electroden ist, desto eher wird die an der —Elektrode befindliche Schicht verdünnt, desto früher tritt daher auch eine Polarisation auf.

Ich habe für zwei verschiedene Distanzen bei vier Stromstärken und verschiedenen Dichten den Grad der Polarisation bestimmt. Die Resultate sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt; E bezeichnet die Distanz der Platten, $\frac{N_1}{N_n}$ gibt den Grad der Polarisation an, es ist das Verhältnis des Niederschlages in dem gleichzeitig eingeschalteten Voltameter mit constant geringer Dichte zu dem Normalniederschlag N_n, der stattgefunden hätte, wenn die Stromstärke constant geblieben wäre.

J bezeichnet die Stromstärke in Ampère, F den Flächeninhalt der Platte, D die Dichte des Stromes, nämlich $100.\ \frac{J}{F}$.

$E = 0{,}35^{cm}$				$E = 1{,}00^{cm}$			
J	F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n} \cdot 100$	J	F	$D = J/F\,100$	$\frac{N_1}{N_n} \cdot 100$
1,076	52,9	2,03	100	1,076	52,9	2,03	100
1,076	35,5	3,03	100	1,076	35,5	3,03	100
1,076	17,0	6,33	100	1,076	17,0	6,33	100
1,076	9,99	10,75	83,02	1,076	9,99	10,75	87,45
2,215	52,9	4,19	97,20	2,215	52,9	4,19	100
3,42	52,9	6,46	89,25	2,215	35,5	6,24	100
5,00	52,9	9,46	77,30	2,215	17,0	13,03	65,21
				3,42	52,9	6,46	100
				3,42	35,5	9,63	80,07
				5,00	52,9	9,46	82,52

VII. Uebersicht der Resultate.

Die hier mitgetheilten Untersuchungen führten zu Resultaten, welche wir in nachfolgende Punkte zusammenfassen:

I. Die materielle Beschaffenheit der Oberfläche der Kathode, d. h., ob sie mit einer blanken Kupferschichte bedeckt ist oder nicht, hat keinen Einfluss auf die Menge des Niederschlages.

II. Die durch den Strom herbeigeführten Concentrationsänderungen der Lösung im Kupfervoltameter und die dadurch bedingte Polarisation kann nicht durch Rühren genügend verhindert werden. Beim Kochen der Flüssigkeit oxydirt sich der Niederschlag fast vollständig zu CuO, theilweise schon zwischen 40—60° C.

III. Die höchste zulässige Stromstärke, bei welcher noch sicher die Menge des Kupferniederschlages als Maass der Stromstärke angenommen werden darf, beträgt ungefähr 7 A per Quadratdecimeter der Kathodenoberfläche.

Dabei ist eine Distanz der Elektrodenplatten über 1,5 ^{cm} vorausgesetzt. Bei geringerem Abstande derselben wird die zulässige Grenze erheblich früher überschritten. (Bei 0,35 ^{cm} schon bei 4,19 A.)

Bezüglich der Form der Platten hat sich ergeben, dass solche von langer und schmaler Dimension zu vermeiden und solche Formen vorzuziehen sind, welche sich der des Quadrates nähern.

Ueber den kritischen Punkt bei condensirbaren Gasen[1].

Von

J. Jamin.

Die Condensirbarkeit der Gase hat die allgemeine Aufmerksamkeit in Anspruch genommen, und deshalb beabsichtige ich, hier meine Ansicht über diesen Gegenstand zu entwickeln.

Die bemerkenswerthe Arbeit von Andrews[2], 1870 veröffentlicht, hat gezeigt, man müsse, um Kohlensäure zu condensiren, bei Temperaturen bis zu 31° einen bis 78 Atm. wachsenden Druck anwenden. An dieser Grenze angelangt, ändert sich das Phänomen; man sieht wohl noch eine rapide Verringerung des Volumens und man bemerkt wellige und bewegliche Streifen, wie in einer Mischung zweier Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, aber es findet keine Condensirung mehr statt, wie stark der angewendete Druck auch sein möge. Um es kurz zu sagen: unter 31° ist das Gas condensirbar, darüber ist es dies nicht mehr. Dies ist der kritische Punkt.

Alle diese Thatsachen sind unantastbar und der Begriff des kritischen Punktes hat grosse Dienste geleistet, aber er ist unerklärt geblieben und vielleicht ungenau erläutert worden. Ich glaube, die Gase sind bei genügendem Druck bei jeder Temperatur condensirbar, aber ein unberücksichtigter Umstand hat verhindert es zu sehn. Kehren wir, um dies verständlich zu machen, zu den Versuchen von Cagniard-Latour zurück. Man füllt eine Röhre von dickem Glas bis zur Hälfte oder zwei Drittheilen mit Wasser bloss unter dem Druck seines Dampfes; man schliesst die Röhre vor der Lampe und erhitzt bis zu 300° oder 400°. Nach bekannten Gesetzen nimmt die Menge des auf der Flüssigkeit lastenden Dampfes sehr rasch zu, seine Dichtigkeit wächst in demselben Verhältnis als sein Gewicht ohne bekannte Grenze. Andrerseits erleidet der flüssig gebliebene Theil eine wachsende Ausdehnung, welche zuletzt

1) Uebersetzt aus dem Journal de Physique (2) II Sept. 1883.

2) Ann. de ch. et de ph. (4) vol. XXI p. 208.

grösser wird als die des Gases (Thilorier); es ist klar, man erreicht schliesslich durch diese entgegengesetzten Veränderungen eine Temperaturgrenze, wo Flüssigkeit und Dampf unter demselben Volumen das gleiche Gewicht haben.

In diesem Moment sind sie nicht mehr getrennt; der Dampf steigt nicht mehr in die Höhe, die Flüssigkeit fällt nicht hinunter; zuerst sieht man den Meniscus verschwinden, die Trennungsfläche hört auf bestimmt zu sein (Drion), dann vermischt sich die ganze Masse und man erblickt wellige und bewegliche Streifen, Kennzeichen einer Mischung von verschiedener Dichtigkeit, und endlich geräth das Ganze in einen gleichartigen Zustand, den man als gasförmig annimmt. Man hat den kritischen Punkt erreicht, den man definiren kann als die Temperatur, bei welcher eine Flüssigkeit und deren gesättigter Dampf dieselbe Dichtigkeit haben. Aber das allgemeine Gesetz der Verdampfung ist deswegen nicht plötzlich umgestossen; die Flüssigkeit bleibt auf ihrem Siedepunkt und dem Spannkraftsmaximum; sie ist nicht mehr sichtbar, weil sie sich mit dem Gas vermischt hat, in welchem sie durch die Gleichheit der Dichtigkeit schwimmt, und wird die Temperatur fortwährend erhöht, so wächst auch die Spannung und bleibt auf dem Maximum bis zur vollständigen Verflüchtigung der Flüssigkeit; in diesem Augenblick allein hört der Raum auf gesättigt und der Druck begrenzt zu sein; es bleibt nichts zurück als ein trockener Dampf, als ein Gas, welches von seinem Condensationspunkte entfernt ist.

Man muss sich gut Rechenschaft geben von diesem sonderbaren Zustand der Flüssigkeit, während dessen sie unsichtbar ist und in ihrem Dampfe schwimmt. Im allgemeinen unterscheidet sich ein gesättigter Dampf von der erzeugenden Flüssigkeit durch zwei Bedingungen: seine geringere Dichtigkeit und seine latente Wärme; in diesem Falle sind die Dichtigkeiten gleich, wie man soeben gesehen, und die latente Wärme ist gleich Null, da das Volumen sich nicht ändert und keine Ausdehnungsarbeit vorhanden ist. Daher kommt es, dass man bei den Versuchen von Cagniard-Latour die Flüssigkeit so plötzlich verschwinden und wieder erscheinen sieht bei den geringsten Schwankungen der Temperatur. Kurz gesagt, am kritischen Punkt unterscheidet sich die Flüssigkeit von ihrem Dampfe durch nichts, weder durch die Spannung, noch durch die Dichtigkeit, noch durch die Constitutionswärme, noch durch den äusseren Anblick, noch durch irgend eine Eigenthümlichkeit.

Wenn man anstatt der Versuche von Cagniard-Latour diejenigen von Andrews verfolgt, so kann man sie in folgender Weise zusammenfassen. Wenn man ein Gas in einem geschlossenen Raume allmählich comprimirt, so bemerkt man:

1. Sein Druck nimmt zu bis zu einer bestimmten Grenze, dem Spannungsmaximum; wenn man versucht, diesen zu steigern, so condensirt sich das Gas, dies ist der Punkt des Flüssigwerdens, ist der Siedepunkt unter diesem Druck;

2. der Druck der Verflüssigung nimmt rasch zu mit der Temperatur ohne bekannte Grenzen, aber er besteht fort und ändert seinen Charakter nicht bis zu irgend einem kritischen Punkt;

3. bei niedrigen Temperaturen ist die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes eine geringere als die der erzeugenden Flüssigkeit; von einer bestimmten Grenze an wird die Dichtigkeit beider gleich und bleibt es: dies ist der kritische Punkt.

4. Vom kritischen Punkt an und darüber ist die Flüssigkeit mit ihrem gesättigten Dampfe gemischt und vermengt;

5. vom kritischen Punkt an und darüber gibt es keine latente Wärme mehr;

6. vom kritischen Punkt an und darüber sind die flüssigen Bestandtheile mit den gasförmigen vermengt.

Man erkennt, dass von meinem Standpunkte aus alle Gesetze der Verdampfung und Condensirung beibehalten sind und dass die Ausnahme des kritischen Punktes durch den Ausgleich der Dichtigkeiten erklärt ist. Durch dieselbe Theorie lassen sich Thatsachen erklären, die bis jetzt unverständlich waren, und ebenso lässt sie andere voraussehen, die Interesse erregen. 1880 machte Cailletet folgenden Versuch, welchem man nicht die verdiente Aufmerksamkeit zugewendet hat und den man vergass, weil man ihn nicht verstand. Cailletet hatte in seinem Apparat eine Mischung von 1 Theil Luft und 5 Theilen Kohlensäure comprimirt und sah zuerst dieses letztere Gas unter mittlerem Druck eine flüssige Beschaffenheit annehmen; dann bei unveränderter Temperatur, aber einem auf 150 bis 200 Atm. erhöhten Druck sah er die gebildete Flüssigkeit im Ganzen verschwinden: man wäre versucht zu glauben, dass die Erhöhung des Druckes einen kritischen Punkt herbeiführen könne, ebenso wie die Erhöhung der Temperatur, was nicht vorauszusetzen ist. Die Theorie, die ich soeben aufgestellt habe, erklärt dieses merkwürdige Phänomen sehr leicht auf folgende Weise:

Durch einen mittleren Druck erreicht die Kohlensäure ihren Condensationspunkt und wird zuerst theilweise flüssig. Fährt man fort das Volumen zu reduciren, so nimmt der Druck der Kohlensäure nicht mehr zu, da er schon sein Maximum erreicht hatte, aber der Druk der Luft vergrössert sich ins Unendliche und mit ihm wächst die ganze Dichtigkeit der gasförmigen Atmosphäre. Diese Dichtigkeit wird der der schon gebildeten Flüssigkeit gleich, welche dann nicht mehr auf dem Boden des Gefässes bleibt, sondern sich in die ganze Atmosphäre ergiesst, da sie ihr Gewicht nach dem Archimedischen Princip verloren hat.

Die Wahrheit einer Theorie beweist man durch das genaue Eintreffen des Vorhergesagten. Wenn also wirklich das Verschwinden der flüssig gewordenen Kohlensäure durch den Ausgleich der Dichtigkeiten hervorgebracht wird, so wird man es verzögern, wenn man die Luft der Mischung durch ein weniger dichtes Gas, durch Wasserstoff, ersetzt.

Ich habe Cailletet diese Schlussfolgerung vorgelegt und er hat den Versuch auf diese Weise gemacht. Er nahm zwei Mischungen,

welche beide 5 Theile Kohlensäure enthielten, einmal mit einem Theil Luft, das andre Mal mit ebensoviel Wasserstoff. In beiden Fällen erreichte er das Flüssigwerden der Kohlensäure bei mittlerem Druck und ihr gänzliches Verschwinden bei stärkerem; in beiden Fällen verschwand zuerst der Meniscus; dies war der Moment, in dem die Dichtigkeit der Flüssigkeit und der Atmosphäre einander gleich wurden; danach verschwand die Flüssigkeit, und der Theorie entsprechend, verschwand sie bei sehr verschiedenem Druck und zwar bei einem weit beträchtlicheren für die Mischung mit Wasserstoff, als für die mit Luft.

Nachstehend folgen die Resultate, die Cailletet gefunden, durch eine graphische Construction auf gleiche Temperaturen zurückgeführt. Man sieht daraus, bei 20° braucht man mehr als 200 Atm. für Wasserstoff, während für Luft nur 100 Atm. nöthig sind.

	Druck des Verschwindens für Mischungen aus Kohlensäure und	
Temperatur	Luft	Wasserstoff
15°	135	245
16	130	236
17	125	227
18	120	218
19	114	208
20	108	199
21	102	190
22	96	181
23	90	172
24	85	163
25	79	153

Durch diese Versuche, welche gewiss fortgesetzt werden, würde es leicht sein, eine Vergleichung herzustellen zwischen der Dichtigkeit der Luft und des Wasserstoffs bei verschiedenen Temperaturen und unter gleichem Druck.

Ist in der Mischung weniger Kohlensäure enthalten, so hat Cailletet gefunden, dass das Flüssigwerden dieses Gases sich immer verzögert und manchmal unmöglich wird. In der That, wenn man durch Druck das ganze Volumen auf den 10. oder 100. Theil verkleinert, so erleiden beide Gase dieselbe Verminderung des Raumes, aber nicht dieselbe Vergrösserung des Druckes; derjenige der Luft multiplicirt sich mit 10 oder 100, der der Kohlensäure vergrössert sich weniger rasch, da sich das Gesetz von Mariotte nicht mehr anwenden lässt. Daher die Verzögerung des Flüssigwerdens; und wenn endlich die Kohlensäure ihre höchste Spannung erreicht und in den flüssigen Zustand übergeht, so ist ihre Dichtigkeit vielleicht gleich oder manchmal sogar kleiner als die der aufliegenden Atmosphäre. In diesem Falle mischt sie sich damit, schwimmt darin, man könnte glauben, sie habe die Eigenthümlichkeit,

unter Druck flüssig zu werden, verloren; sie hat nur die Eigenthümlichkeit verloren, sich auf dem Grunde des Gefässes durch das Uebermaass ihrer Dichtigkeit zu sammeln.

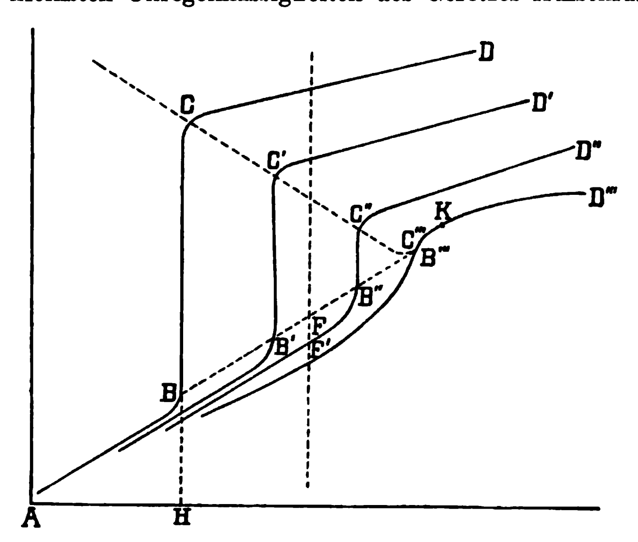
Wäre es nicht gestattet, einen anderen Erfolg dieses Versuches zu hoffen? Wenn man den Druck ins Unendliche vergrösserte, so würde die Kohlensäure fortfahren flüssig zu werden und ihre Dichte wenig verändern; aber diejenige der gasförmigen Atmosphäre würde sich ins Unendliche vergrössern und würde der der Flüssigkeit überlegen werden, welche sich vielleicht von ihr trennen würde; aber dann müsste sie sich im Gipfel der Röhre ansammeln, statt auf den Boden zu sinken. Dies war ein zweiter Versuch, welchen ich Herrn Cailletet vorschlug und der misslang, aber ich gebe ihn deshalb noch nicht auf.

Ueber die Zusammendrückbarkeit und die Verflüssigung der Gase[1]).

Von

J. Jamin.

Es ist einfacher, das Mariotte'sche Gesetz, statt zu sagen, dass Volum und Druck im umgekehrten Verhältnisse stehen, so auszudrücken: die Dichte eines Gases ist seinem Druck proportional. Die Fassung lässt sich als gerade Linie construiren und gibt graphisch über die kleinsten Unregelmässigkeiten des Gesetzes Aufschluss. Ich werde vorerst diese Art der Darstellung auf die Versuche von Andrews über die Verflüssigung der Kohlensäure anwenden und zeigen, dass sie mit Zahlen meine Ideen, welche ich in der Sitzung vom 21. Mai ds. Js. darlegte, bestätigen.



Diese Versuche wurden angestellt bei den Temperaturen 13,1°, 21,5°, 31,1°, 32,5°, 35,5°. Bei 13,1° setzt sich die Curve aus drei deutlich verschiedenen Theilen *AB*, *BC*, *CD* zusammen; *AB* stellt die Dichte im Gaszustande dar, sie dehnt sich bis zu 49 Atm. aus; die Linie ist convex in Bezug auf die

1) Uebersetzt aus J. de Phys. (2) II Sept. 1883 und C. R. vol. XCVII p. 10.

x-Axe, die Dichte wächst schneller als der Druck, die Zusammendrückbarkeit überwiegt und dehnt sich bis B aus. Im Punkt B bemerkt man eine plötzliche Aenderung der Richtung; es ist der Augenblick, in welchem das Gas, nachdem das Spannungsmaximum erreicht ist, seine Verflüssigung beginnt, die sich fortsetzt und vollendet bei C, wo das ganze Gas verschwunden ist. Die Dichte CH der gebildeten Flüssigkeit ist um vieles grösser als die BH des Gases. Von C ab zeigt sich eine neue plötzliche Aenderung im Aussehen der Curve, die jetzt concav wird. Die Zusammendrückbarkeit hat in C mit einem Male abgenommen und nimmt langsam immerfort ab; es ist die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit im Momente, da sie sich bildet. Nichts ist klarer als diese Erscheinungen; die Kohlensäure verhält sich wie der Wasserdampf, die gebildete Flüssigkeit trennt sich deutlich von dem Gase, da sie viel schwerer ist, und die erste plötzliche Aenderung B gibt den Augenblick, da die Verflüssigung beginnt.

Die gleichen Aenderungen des Ganges findet man bei den folgenden Temperaturen; in B' bei 21°, in B'' bei 31,1°, in B''' bei 35,5°. In jedem dieser Punkte ist das Spannungsmaximum des Gases erreicht und die Verflüssigung beginnt. Vor allem ist diese Schlussfolgerung zu rechtfertigen.

Nach verschiedenen Methoden und jeder für sich, haben Regnault und Andrews die Spannungsmaxima der flüssigen Kohlensäure gemessen bis zu Temperaturen von 31°. Sie stimmen miteinander überein, sind nahe proportional den Temperaturen und lassen sich auf einer Geraden construiren, die man ohne voraussichtlichen Fehler bis zu 35° verlängern kann. Diese Spannungsmaxima stimmen nun aber nahe mit den Abscissen der Punkte B, B', B'' überein; diese Punkte stellen also wirklich den Augenblick des Beginnes der Verflüssigung dar.

Temperatur	13,1°	21,5°	31,2°	32,5°	35,5
Spannungsmaxima H .	44 Atm.	60,1	77,0	80,0	83,9
Abscissen der Punkte B	49	60,7	75,6	78,5	83,2

Die Verflüssigung verwirklicht sich in der That bei den angegebenen Temperaturen, wenn letztere 13° oder 21° ist; aber bei 31,2° sieht man davon nichts, man hat den kritischen Punkt erreicht. Man sieht sie ebensowenig bei 32,5° und bei 35,5° oder bei irgend einer höheren Temperatur. Und dennoch muss sie eintreten und es ist nun die Ursache zu suchen, warum sie sich nicht zeigt. Die Punkte B, B', B'' reihen sich in einer Curve aneinander, die fast eine Gerade ist; ebenso befinden sich die Punkte C, C', C'' auf einer absteigenden Linie, welche die erste beiläufig in B''', C''' trifft. Das will sagen, dass das Dichtigkeitsminimum der Flüssigkeit im Augenblick der Bildung derselben anfänglich beträchtlich verschieden ist vom Dichtigkeitsmaximum des Dampfes im Momente, da die Flüssigkeit gebildet wird, dass aber dieser Unterschied zwischen beiden Dichtigkeiten abnimmt, wenn die Temperatur zunimmt, und dass der Unterschied bei 35° herum gleich Null wird. Daraus

folgt, dass bei tieferer Temperatur als 35° die Flüssigkeit sich bilden und wegen des grössern Gewichtes am Boden des Gefässes sich ansammeln muss, während über 35° sie sich wohl noch bilden, aber nicht mehr vom Gase trennen kann, da jener Gewichtsunterschied abgeht.

Es ist sogar nicht einmal nothwendig, dass die Dichten strenge gleich seien, damit die Trennung nicht erfolge, es genügt, dass sie wenig verschieden seien. In der That, die Kraft, welche die Volumseinheit der Flüssigkeit zum Fallen veranlasst, ist gleich der Differenz der Dichtigkeiten $D-d$ und das Verhältnis dieses Gewichtes zu dem des Gases ist $\frac{D-d}{d}$.

Ich habe dieses Verhältnis für die Versuche von Andrews berechnet und gefunden, wie unten ersichtlich, dass bei 13° die Flüssigkeit nahe fünfmal so schwer ist wie das Gas, während bei 35° dieselbe ein nur um 6 % grösseres Gewicht besitzt. Man kann annehmen, dass dies eine ungenügende Kraft repräsentirt, um die Trennung zu bewirken, und dass zwar der kritische Punkt theoretisch in der That um 35° herum liegt, die Verflüssigung aber experimentell schon bei einer niedrigeren Temperatur aufhört vor sich zu gehen; Andrews gibt dies letztere zu 31° an.

		13,1°	21,5°	31,5°	32,5°	35,5°
Temperaturen						
Dichte	der Flüssigkeit D	475	432	336	319	304
	des Gases d	85	110	210	241	286
Verhältnis $\frac{D-d}{d}$		4,6	2,9	0,60	0,36	0,06

Um die Ideen, die ich ausspreche, zu erhärten, untersuchen wir, wie sich eine Gasmasse, die ihren kritischen Punkt überschritten hat, ausdehnt, z. B. zwischen 31,1 und 35,5. Es genügt hierzu eine verticale Linie wie ff' zu ziehen; sie trifft die beiden Dichtigkeitscurven in f und f', die dem gleichen Drucke, aber verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Dichten D, D', die man auf den Curven abmisst, entsprechen.

Man hat dann das Verhältnis

$$\frac{D}{D'} = 1 + a(t - t'),$$

das die Berechnung des Ausdehnungscoefficienten a gestattet. Wie man aus folgender Tabelle sieht, erreicht er enorme Werthe, was man schon früher wusste; er erleidet aber bei seinen Veränderungen Eigenthümlichkeiten von instructiver Art zwischen 75,6 Atm. und 76 Atm.; er springt da plötzlich von 0,0821 auf 0,2716, was ganz unerklärlich wäre, würde man nicht annehmen, dass bei 75,6 Atm. und 31,1° das Gas in der That flüssig geworden trotz des gasförmigen Aussehens und dass es beim Uebergang zur Temperatur 35,5° den gasförmigen Zustand wieder angenommen, was ja eine plötzliche und enorme Ausdehnung mit sich bringt. Desgleichen nimmt der Coefficient zwischen 82 Atm.

und 83,4 Atm. mit einem Male von 0,1314 auf 0,0703 ab, d. h. fast um die Hälfte; was sich nicht erklären lässt als durch die Annahme, dass die Materie den flüssigen Zustand sowohl bei 31,1° als bei 35,5° schon erreicht hat, und dass es dann die flüssig erhaltene Säure ist, welche sich, ohne den Zustand zu ändern, mit einem Coefficienten, der plötzlich viel kleiner geworden, ausdehnt.

Druck H	Coefficient a	Druck H	Coefficient a
65	0,0175	82	0,1314
70	0,0277	83,4	0,0703
75	0,0687	84	0,0559
75,6	0,0821	85	0,0468
76	0,2716	87	0,0343
78	0,2438	90	0,0277
80	0,1882	95	0,0018

Man kann nun fragen, ob sich die Flüssigkeit wirklich mit ihren gewöhnlichen Eigenschaften in Mitte der Gasatmosphäre, von welcher sie sich nicht trennen könnte, herstellt, da sie keinen Ueberschuss an Dichte besitzt und so wie ein Nebel schweben müsste. Es ist wohl wahrscheinlicher, dass in dem Gefässe eine homogene Masse sich befindet, welche nicht mehr ganz im gasförmigen Zustande sich befindet, da sie mit einem Schlage eine sehr grosse Dichte angenommen, die aber auch nicht vollständig flüssig ist, denn sie bewahrt noch eine grosse Ausdehnbarkeit und eine grosse Zusammendrückbarkeit; sie besitzt aber Zwischeneigenschaften. Doch hat sie nichtsdestoweniger eine augenscheinliche Veränderung des physischen Zustandes erlitten, die wir auch weiterhin als eine Verflüssigung betrachten werden. Diese Auffassung ist mit den Versuchen der Herren Cailletet und Hautefeuillet, welche sie machten, durchaus nicht unverträglich.

Die detaillirte Untersuchung der Dichtigkeitscurven nach Ueberschreitung der kritischen Temperatur ist geeignet, diese Auffassungsweise zu rechtfertigen. Eine Berechnung von 2 zu 2 Atm. für den Werth von $D'—D$, d. h. die aufeinander folgenden Zunahmen der Dichten für eine gleichmässige Zunahme des Druckes, hat folgendes Resultat ergeben:

Druck	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
$D,—D$		10	11	12	13	31	38	72	27	15	13	9	8	7	7	5

Es ist deutlich zu ersehen, dass das Gas von 82 auf 84 Atm. eine rapide und beträchtliche Zunahme der Dichte erleidet, da es in diesem Augenblicke seinen Zustand ändert; es ist eine wirkliche Verflüssigung, obwohl dieselbe nicht durch eine Ansammlung von Flüssigkeit ersichtlich wird. Vor 81 Atm. war es ein Gas, danach ist es eine Flüssigkeit. Es ist aber zu bemerken, dass diese Umänderung vorbereitet war durch eine wachsende Zusammendrückbarkeit des Gases, und dass sie hierauf gefolgt ist von einer umgekehrten Erschei-

nung betreffs der Flüssigkeit. Der Uebergang von einem Zustand in den andern ist rasch, aber nicht plötzlich. Er wird immer kürzer und bewerkstelligt sich bei immer höherem Drucke in dem Maasse, als die Temperatur steigt.

Als Regnault seine berühmten Versuche machte, fand er, dass die Kohlensäure eine wachsende Zusammendrückbarkeit aufweise, die nothgedrungen zur Verflüssigung führen müsse. Andrews hat in seinen schönen Untersuchungen gezeigt, dass diese Verflüssigung über eine bestimmte Temperatur hinaus unmöglich wird; hier hat er innegehalten. Er hätte aus seinen Untersuchungen eine wichtige Folgerung ziehen können, die ihm entging und auf welche ich die Aufmerksamkeit lenken möchte. Bei 35,5° ist die Dichtigkeitscurve dargestellt durch A, $B_{,,,,}$, $D_{,,,,}$; sie ist anfänglich bis 83 Atm. convex, das will sagen, dass die Zusammendrückbarkeit im Ueberschusse ist und bis $D_{,,}$ $C_{,,}$ wächst. Da angekommen, finden wir einen Inflexionspunkt, eine Aenderung der Krümmung. Beim Berührungspunkte K der Curve mit ihrer Tangente vom Punkte A aus geführt, ist der Quozient $\frac{D}{H} = \frac{1}{vH}$, ein Maximum; die Zusammendrückbarkeit ist die grösstmöglichste. Vom Punkte K ab nimmt $\frac{D}{H} = \frac{1}{vH}$ ab; die Zusammendrückbarkeit nimmt langsam ab, an der Grenze ist sie $= 0$. Diese Aenderung, welche Andrews entging, ist allgemein, man findet sie bei allen Gasen wieder. Herr Cailletet hat zum grossen Erstaunen der Gelehrten und mit Apparaten, die ihm gestatteten, den Druck bis zu 700 Atm. zu steigern, entdeckt, dass für Sauerstoff und Stickstoff das Produkt vH anfänglich abnimmt, ein Minimum erreicht, und dann von neuem wächst. Später hat Herr Amagat nach analogen Methoden und durch im Uebrigen gut gemachte Versuche die Resultate des Herrn Cailletet bestätigt und dieselben ausgedehnt auf das Acetylen, auf die Ameisensäure und auf das Kohlenoxyd. Diese Resultate sind genau dieselben, welche ich eben als Schlussfolgerung aus den Versuchen von Andrews bezeichnet habe. Die Dichtigkeitscurve zeigt also für alle Gase denselben Charakter: Sie ist immer convex bei niedrigem Druck, immer concav bei den höchsten Drucken und zeigt immer einen Inflexionspunkt zwischen beiden. Man muss nun, indem man die Darlegung der Ideen verfolgt, welche ich mittheile, hinzufügen, dass dieser Inflexionspunkt der Verflüssigungspunkt ist.

Um diese Behauptungen zu stützen, schreibe ich die Werthe von $D, - D$ für den Sauerstoff von 10 zu 10 Atm. nach Amagat bei einer Temperatur von 0,3° hierher. Man wird darin die gleichen Veränderungen erkennen, wie für die Kohlensäure bei 35,5° nur mit dem Unterschiede, dass der Inflexionspunkt oder der Verflüssigungspunkt weniger hervortritt. Es stellt sich zwischen 10 und 110 Atm.

Anfangsdruck	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$D, - D$ . .		76	77	77	78	78	79	79	82	83	77	78	78	78	77	76	75	75

Ich habe desgleichen die Dichtigkeitscurven nach den Versuchen von Amagat für verschiedene Stoffe construirt und folgende Zahlen für den Verflüssigungs- oder Inflexionspunkt und den Punkt K des Maximum der Zusammendrückbarkeit gefunden.

	Inflexionspunkt	Punkt K
Sauerstoff . . .	102 Atm.	130 Atm.
Methylwasserstoff	95	127
Ethylen . . .	67	83
Stickstoff . . .	55	109
Wasserstoff . .	0	0

Betrachten wir speciell eines dieser Gase, z. B. den Sauerstoff, der Verflüssigungspunkt liegt bei 102 Atm., das Maximum der Zusammendrückbarkeit bei 130 Atm. Bei einer höheren Temperatur würden diese zwei Punkte zu höheren Drucken hinaufreichen; bei einer Abkühlung würden sie sich dem Ausgangspunkte nähern, für eine genügend tiefe Temperatur könnte der Punkt K nur wenig von dem Ausgangspunkte differiren und dann würde der Versuch nur jenen Theil der Curve geben, welchem der Punkt K folgt. Es würde immer eine zu kleine und abnehmende Zusammendrückbarkeit sich herausstellen. Nun denn, das ist der Fall beim Wasserstoff. Ist man nicht berechtigt zu schliessen, dass bei der gewöhnlichen Temperatur und einem Drucke von kaum 3 oder 4 Atm. der Wasserstoff seinen Inflexionspunkt schon überschritten hat und dass er folgerichtig flüssig sei. Wie unerwartet auch diese Schlussfolgerung scheinen möge, sie würde dem Continuitätsgesetze genügen, und der Wasserstoff, der bisher so verwirrend schien, würde unter die allgemeinen Bedingungen der Zusammendrückbarkeit der Gase sich einreihen.

Ueber die Erzeugung der Hauptgruppen A und B im Sonnenspectrum durch die Absorption im Sauerstoff[1].

Von

Egoroff.

Ich habe schon der Akademie die Resultate meiner Untersuchungen über die terrestrischen Linien, welche ich seit mehr als 4 Jahren verfolge, vorgelegt. Ich machte[2] durch directe Versuche ersichtlich, dass das Spectrum des Wasserdampfes durch den Druck sich ändert und dass die Gruppe a die Fundamentalgruppe dieses Spectrums ist.

Es war in Betreff der Gruppen A und B bekannt, dass Angström[3] unter dem Einfluss grosser Kälte das Verschwinden der Gruppe a im Sonnenspectrum beobachtet hatte, während A und B sichtbar blieben.

Von diesen Beobachtungen ausgehend, konnte man annehmen, A und B seien entweder hervorgebracht durch die Atmosphäre der Sonne oder durch die Materie des Weltraumes oder endlich terrestrische Gruppen, welche ihr Entstehen andern Elementen der Atmosphäre als dem Wasserdampf verdanken.

Die fortlaufenden Versuche, welche in Paris[4] am Observatorium über die auswählende Absorption der Atmosphäre bei verschiedener Dicke zwischen den Grenzen von 10000^m und 80^m gemacht wurden, haben gezeigt, dass die Gruppen A und B terrestrische Gruppen sind und dass die Gruppe A die wesentlichere von Beiden ist. Directe Beobachtungen an den Absorptions-Spectren von Kohlensäure, Ammoniak und Ozon, vorgenommen an Schichten die atmosphärischen Schichten von 100^{km} Dicke und mehr entsprechen, haben bewiesen, dass diese Stoffe an der Erzeugung der Gruppen A und B keinen Theil haben. Es blieb also

---

1) Uebersetzt aus C. R. vol. XCVII August 1883.

2) C. R. vol. XCIII 1881.

3) Rech. sur le sp. sol. 1869 p. 39.

4) C. R. vol. XCIII p. 788 et vol. XCV p. 447.

nur noch übrig, den Einfluss aller Elemente der Luft auf die Production der beiden fraglichen Gruppen zu untersuchen. Die Auflösung dieses wichtigen Problems war sehr erleichtert durch die Thatsache, die ich durch frühere [1]) Versuche constatirt hatte, nämlich, dass A noch sichtbar bleibt, wenn man das Licht durch eine atmosphärische Schicht von 80^{m} gehen lässt.

Nach all diesem konnte man voraussetzen, eine Luftschicht von 20^{m} Dicke bei einem Druck von 5 Atm., was einer atmosphärischen Schichte von 100^{m} Dicke gleichkommt, würde A im Spectrum des Drummond'schen Lichtes hervorbringen.

Es war noch nöthig, die Bestätigung durch Versuche zu erhalten. Zu diesem Zwecke habe ich im physikalischen Laboratorium der Universität von St. Petersburg eine Röhre von 20^{m} Länge und 50^{mm} Durchmesser errichtet, in welcher die Gase bis 15 Atm. comprimirt werden konnten.

Das Drummond'sche Licht wurde nach seinem Durchgang durch die Röhre auf die Spalte eines grossen Spectroscopes von Merz (Thallium-Prisma) mittels einer achromatischen Linse concentrirt, welche dieselbe Brennweite hatte, wie der Collimator. Eine Pumpe für Kohlensäure konnte in sehr kurzer Zeit eine grosse Menge dieses Gases comprimiren. Die Gase waren auf das Sorgfältigste gereinigt und getrocknet.

Ich berichte hier die hauptsächlichsten Resultate meiner Versuche:

1. Auf 5 Atm. comprimirte Luft lässt A ziemlich sichtbar erscheinen; aber unter einem Druck von 8 Atm. wird A dunkler, breiter und deutlicher.

2. Wenn man Sauerstoff der Luft in der Röhre hinzufügt und den Druck der Mischung auf 7 Atm. erhält, so wird A sehr deutlich in der Form einer doppelten Gruppe, deren brechbarster Theil dunkler ist als der benachbarte. Jede Gruppe scheint aus einer Menge feiner Linien zusammengesetzt zu sein.

3. Der trockene und reine Sauerstoff zeigt beim Druck einer Atmosphäre A sehr deutlich. Beim Druck von 3 Atm. wird A eine sehr bestimmte doppelte Gruppe. Beim Druck von 6 Atm. fügt sich der sehr stark entwickelten Gruppe A die Gruppe B an. Bei 8 Atm. verstärken und verbreitern sich beide. Also verdanken die Gruppen A und B ihre Entstehung dem Sauerstoff der Luft [2]).

4. Wasserstoff, auf 3 Atm. comprimirt, erzeugt keine Spur einer Linie oder eines Streifens im sichtbaren Theil des Spectrums.

---

1) C. R. 1882.

2) Es war uns unmöglich zu untersuchen, ob die Linie α, hervorgerufen durch eine Luftschichte von 1600^{m} (zwischen Montsouris und dem Observatorium, C. R. vol. XCV 1882), dem Sauerstoff oder dem Stickstoff der Luft angehöre; denn bei den gegebenen Dimensionen unserer Röhre hätten wir zu grosse Drucke — 20 bis 100 Atm. — in Anwendung bringen müssen.

5. In Betreff der Ansicht, die neuerlich von Abney ausgesprochen wurde, die Gruppen A und B seien keine atmosphärischen Gruppen (ungeachtet meiner Beobachtungen zwischen dem Observatorium und dem Mont Valérien), und sie sollten ebenso wie die Gruppen des Ultraroth der Absorption durch Kohlenwasserstoffe im Weltraum zugeschrieben werden, würde es interessant sein zu sehen, ob A und B, durch Sauerstoff hervorgerufen, nicht mit den Linien und Streifen der Kohlenwasserstoffe zusammenfielen. Ich konnte mich überzeugen, dass weder Leuchtgas noch mit Benzin gesättigte Luft bei 3 Atm. Druck, eine Spur von Linien oder Streifen sichtbar werden lassen[1]).

---

1) Alle vorstehenden Versuche wurden in Gemeinschaft mit meinem Freunde Khamantof, an der Universität zu St. Petersburg, ausgeführt.

Ueber W. Thomson's absolutes Elektrometer[1]).

Von

J. Moutier.

W. Thomson hat jene Instrumente erfunden, die man absolute Electrometer nennt, und die dazu dienen, die Potentiale elektrischer Körper zu messen. Ich will hier eine Darstellung der durch diesen ausgezeichneten Physiker gegebenen Formeln versuchen und zwar, indem ich zuerst den allgemeinen Fall der elektrischen Vertheilung auf zwei leitenden, parallelen und unendlichen Platten bespreche.

1. Betrachten wir vor allem eine unendliche Ebene P, die gleichmässig mit einer elektrischen Schicht bedeckt ist, und untersuchen die Wirkung dieser Schicht auf einen Punkt M ausserhalb der elektrischen Ebene. Die Wirkung dieser unendlichen, gleichmässig elektrisirten Ebene auf den Punkt M ist eine Kraft F senkrecht auf die Ebene. Um die Kraft F zu bestimmen, genügt es, die Wirkung zu erwägen, die durch jedes Element der Oberfläche der Ebene P auf den Punkt M ausgeübt wird, von dieser Kraft die Componente senkrecht auf die Ebene zu nehmen und die Summe aller dieser Componenten zu bilden.

Denken wir uns einen Kegel ins Unendliche verlängert, welcher seine Spitze im Punkt M hat, und als Basis ein Element der Oberfläche $AB = \omega$, welches in der Ebene P liegt. Wenn man a die Menge der Elektricität nennt, welche sich auf der Einheit der Ebene befindet, so besitzt das Element ω die elektrische Menge $a\omega$. Wird mit r die Entfernung des Punktes M von einem Punkt des Elementes ω bezeichnet, so ist der Werth der Wirkung, welche dieses Element auf den Punkt M ausübt

$$f = \frac{a\omega}{r^2}.$$

1) Uebersetzt aus Bull. de la Soc. phylom. (7) VII Nr. 2 1883.

Nennt man φ den Winkel der Kraft f mit der Normale auf die Ebene, so kommt die Wirkung der elektrisirten Ebene auf den Punkt M in folgender Formel zum Ausdruck:

$$F = a \Sigma \frac{\omega \cos \varphi}{r^2}.$$

Wenn man um den Punkt M als Mittelpunkt eine Kugel beschreibt mit einem Radius von der Länge gleich Eins, so hat das Element der Oberfläche, welches durch den unendlich verlängerten Kegel MAB aus der Kugel ausgeschnitten wird, die Grösse: $\frac{\omega \cos \varphi}{r^2}$.

Die durch die vorhergehende Formel bezeichnete Summe ist die Hälfte der Oberfläche der Kugel, welche als Radius die Einheit hat.

Die Wirkung, welche durch eine unendliche, gleichmässig elektrisirte Ebene auf einen ausserhalb derselben befindlichen Punkt ausgeübt wird, ist eine Kraft, die unabhängig ist von der Entfernung, und kommt zum Ausdruck durch

$$F = 2\pi a.$$

2. Diese Formel ermöglicht, die elektrische Vertheilung auf zwei leitenden Platten zu finden, welche parallel und unbegrenzt und mit bekannten Ladungen versehen sind.

AB und $A'B'$ seien diese zwei Platten: A und A' stellen die beiden inneren Flächen der Platten dar, B und B' die äusseren Flächen. Bezeichnen wir durch a die Menge der per Flächeneinheit auf der innern Fläche A der ersten Platte verbreiteten Elektricität, durch b die Menge der per Flächeneinheit auf der äussern Fläche B derselben Platte verbreiteten Elektricität.

Die Summe dieser beiden elektrischen Mengen, welche wir als positive voraussetzen, habe einen als bekannt angenommenen Werth E

$$a + b = E.$$

Bezeichnen wir nun ebenso durch a' und b' die Menge der per Flächeneinheit auf der innern Fläche A' und auf der äussern B' der zweiten Platte ausgebreiteten positiven Elektricität. Die Summe dieser beiden elektrischen Mengen haben den bekannten Werth E',

$$a' + b' = E'.$$

Betrachtet man in einem Punkte M, den man innerhalb der leitenden Platte AB annimmt, eine Menge positiver Elektricität, gleich der Einheit, so übt die auf der Fläche A ausgebreitete Elektricität in diesem Punkte eine abstossende Wirkung gleich $2\pi a$ aus. Die elektrischen Mengen b, a', b' wirken auf den Punkt M in analoger Weise.

Die Resultirende der Wirkungen, welchen der Punkt M ausgesetzt ist, ist gleich Null; durch 2π dividirend, erhält man die Gleichung:

$$a - b + a' + b' = O.$$

Wenn man ebenso ausdrückt, dass die Wirkungen, die auf einen Punkt M' innerhalb der zweiten Platte $A'B'$ ausgeübt werden, sich gegenseitig das Gleichgewicht halten, so erhält man:

$$a + b + a' - b' = 0.$$

Aus diesen vier Gleichungen leitet man den Werth der Ladungen per Flächeneinheit ab, wie folgt:

$$a = {}^1/_2\,(E - E'), \quad b = {}^1/_2\,(E + E'),$$

$$a' = {}^1/_2\,(E' - E), \quad b' = {}^1/_2\,(E' + E).$$

Die elektrischen Mengen a und a', welche auf den inneren Flächen der beiden Platten vertheilt sind, sind gleich und von entgegengesetztem Vorzeichen: ein leicht vorauszusehendes Resultat. Die elektrischen Mengen b und b', auf den äusseren Flächen der beiden Platten vertheilt, sind gleich unter sich.

3. Es ist leicht die Wirkung zu berechnen, welche die eine der unendlichen Platten auf die Flächeneinheit der andern ausübt.

Die Resultirende der Wirkungen, ausgeübt auf einen Punkt der Fläche A' der Platte $A'B'$ durch die Platte AB ist

$$2\pi a + 2\pi b = 2\pi E.$$

Die Wirkung der Platte AB auf die Flächeneinheit der inneren Fläche A' der zweiten Platte ist $2\pi E a'$.

Die Wirkung der elektrisirten Platte AB auf die Flächeneinheit der äusseren Fläche B' der zweiten Platte ist $2\pi E b'$.

Die Wirkung der Platte AB auf die Platte $A'B'$ per Flächeneinheit der letzteren ist

$$F = 2\pi E(a' + b') = 2\pi E E'.$$

Diese Wirkung ist unabhängig von der Entfernung der Platten.

4. Die Kraftlinien stehen senkrecht auf den beiden Platten; die Verschiedenheit der Potentiale der zwei Platten drückt sich leicht aus als Function ihrer Entfernung und der Ladung in einem Punkt der inneren Fläche einer der Platten.

Nennt man V und V' die Potentiale in einem Punkt der ersten Platte AB und in einem Punkt der zweiten Platte $A'B'$, und l die Entfernung der inneren Flächen beider Platten, so erhält man

$$V - V' = 4\pi a l.$$

Indem man a durch den vorher gefundenen Werth ersetzt

$$V - V' = 2\pi (E - E') l.$$

5. Es gibt im allgemeinen keinen Bezug zwischen der Potentialdifferenz $V - V'$ und der Wirkung F, die von einer der beiden Platten auf die andere ausgeübt wird, welche unabhängig sei von der elektrischen Ladung beider Platten.

Gleicher Weise erhält man:

$$2EE' = {}^1/_2 (E + E')^2 - {}^1/_2 (E - E')^2.$$

Ersetzt man in dieser Gleichung das Product EE' durch die Kraft F, die Differenz $E - E'$ durch die Differenz der Potentiale, so erhält man

$$F = {}^1/_2 \pi (E + E')^2 - {}^1/_8 \frac{(V - V')^2}{\pi l^2}.$$

Die Beziehung, die zwischen der Kraft F und der Potentialdifferenz besteht, ist unabhängig von den Ladungen beider Platten in dem Fall allein, wo die Summe der Ladungen Null ist.

$$E + E' = 0.$$

Diese Bedingung wird in genügender Weise realisirt, wie man weiss, wenn eine der Platten, $A'B'$ zum Beispiel, mit dem Boden in Verbindung gesetzt wird. Das Ganze bildet dann einen Condensator; die Wirkung, welche zwischen beiden Platten eintritt, ist statt einer abstossenden eine anziehende, welche denselben absoluten Werth hat.

Bezeichnet man dann durch F die Anziehung, welche zwischen beiden Platten per Flächeneinheit auftritt, so folgt aus Vorstehendem, indem man bemerkt, dass das Potential V' gleich Null wird

$$F = {}^1/_8 \frac{V^2}{\pi l^2}.$$

In diesem Falle kann man mittels der Kraft F und der Entfernung der beiden Platten das Potential der Collectorplatte AB messen. Der auf diese Weise angewendete Condensator ist ein absoluter.

Bezugsquellen.

Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 42.	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

XIX. Band. 12. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

NEUNZEHNTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1883.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Ueber die Wärme, welche durch periodisch wechselnde magnetisirende Kräfte im Eisen erzeugt wird.

Von

E. Warburg und **L. Hönig.**

§ 1.

In einer Eisenmasse, welche man periodisch wechselnden magnetisirenden Kräften unterwirft, entsteht Wärme, und es ist diese Wärme von verschiedenen Physikern gemessen worden[1]).

Denkt man sich den periodischen Wechsel der magnetisirenden Kraft durch periodische Bewegung permanenter Magnete hervorgebracht[2]) und nimmt man an, dass ausser der betrachteten Eisenmasse keine Leiter der Elektricität gegenwärtig seien, so erkennt man, dass die im Eisen erzeugte Wärme das Aequivalent der Arbeit A ist, welche aufgewendet wurde, um den periodischen Wechsel der magnetisirenden Kraft hervorzubringen. Es ist dabei die unsern Erfahrungen entsprechende Annahme gemacht, dass, wenn die magnetisirende Kraft einen Cyclus von Werthen durchlaufen hat, der Zustand der Eisenmasse dann unverändert geblieben ist, wenn durch Entziehung der producirten Wärmemenge die durch den Cyclus hervorgebrachte Temperaturerhöhung aufgehoben wird.

---

1) Joule, Phil. Mag. vol. XXIII (1843). — van Breda, C. R. vol. XXI p. 961. Pogg. Ann. Bd. 68 S. 552 (1846). — Grove, Phil. Mag. vol. XXXV p. 153 (1849). Pogg. Ann. Bd. 78 S. 567. — Edlund, Pogg. Ann. Bd. 123 S. 205 (1864). — Villari, Nuovo Cimento Ser. II vol. IV (1870). — Herwig, Wied. Ann. Bd. 4 S. 177 (1878). — Cazin, Ann. ch. et phys. (5) vol. VI p. 493—554. — Trowbridge, Proc. of the Americ. Academy of Arts and Sciences new ser. vol. VI (Boston 1879) p. 114—121. — Pilleux, C. R. vol. 94 p. 946 (1882).

2) Freiburg. Ber. Bd. 8 Heft 1. Wied. Ann. Bd. 13 S. 141 (1880).

Jene Arbeit A lässt sich durch einen Ausdruck angeben, welcher sehr einfach ist in dem hier zu betrachtenden Fall, in welchem die magnetisirende Kraft über die Eisenmasse hin constant ist und sich während des Cyclus nur der Grösse und nicht der Richtung nach ändert. Sei nämlich k der Werth der magnetisirenden Kraft und m die Componente des magnetischen Moments nach der Richtung von k, so ist

$$A = -\int m dk, \tag{1}$$

wo das Integral über den Cyclus hin von dem Anfangswerthe von k bis zu dem gleichen Endwerth hin zu erstrecken ist.

Nehmen wir den Bedingungen der Versuche entsprechend an, dass der Cyclus in zwei Theile zerfällt, in deren erstem k im Wachsen, in deren zweitem es im Abnehmen begriffen ist, so wäre $A = 0$, wenn das Moment m für dasselbe k dasselbe wäre, mag k im Wachsen oder im Abnehmen begriffen sein. Drei Ursachen bewirken jede für sich, dass für dasselbe k m grösser bei abnehmendem, als bei wachsendem k ist, dass folglich A einen positiven Werth erhält. Stellt man daher m als Function von k graphisch dar und nimmt man an, dass am Ende des Cyclus mit k auch m seinen ursprünglichen Werth wieder angenommen hat, so erhält man eine geschlossene Curve und die von dieser begrenzte Fläche stellt A dem absoluten Werthe nach dar.

Von den genannten drei Ursachen ist die erste die Eigenschaft des Eisens, welche man die Coercitivkraft nennt, und diese ist allein wirksam, wenn die Aenderung der magnetisirenden Kraft in dem Cyclus unendlich langsam vor sich geht. Für diesen Fall, nämlich für unendlich langsame Aenderung der magnetisirenden Kraft, kann man, wie ich a. a. O.[1]) gezeigt habe, A und somit die producirte Wärme durch statisch magnetische Versuche messen. Wir wollen im folgenden allgemein die von der Coercitivkraft allein herrührende Wärme die m a g n e t i s c h e F r i c t i o n s w ä r m e nennen. Ob die magnetische Frictionswärme sich ändert, wenn der Cyclus mit endlicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, und in welcher Weise sie von der Geschwindigkeit abhängt, lässt sich a priori nicht sagen und muss durch das Experiment entschieden werden.

Die zweite Ursache ist die Eigenschaft des Eisens, den elektrischen Strom zu leiten, und diese tritt in Wirksamkeit, wenn die Aenderung der magnetisirenden Kraft in dem Cyclus mit endlicher Geschwindigkeit erfolgt. Es bilden sich dann durch den Wechsel der magnetisirenden Kraft und besonders durch den von diesem bedingten

1) Freib. Ber. Bd. 8 Heft 1. Wied. Ann. Bd. 13 S. 141.

wechselnden magnetischen Zustand des Eisens Ströme in der Masse desselben, welche beim Ansteigen der magnetisirenden Kraft das Ansteigen des magnetischen Moments und beim Abfall der magnetisirenden Kraft den Abfall des magnetischen Moments verzögern. Eine Folge davon ist, dass m für dasselbe k grösser ist bei fallendem, als bei steigendem k. Die von der elektrischen Leitungsfähigkeit des Eisens herrührende Wärme wollen wir die elektromagnetische Wärme nennen.

Die dritte Ursache, auf welche ich durch einen Aufsatz von J. A. Ewing[1]) aufmerksam gemacht wurde, ist die Eigenschaft des Eisens, nach welcher die Magnetisirungszahl desselben mit der Temperatur veränderlich ist. Nach dem Carnot'schen Princip ergibt sich hieraus, wie W. Thomson gezeigt hat[2]), dass beim Magnetisiren eine Wärmeproduction oder Wärmeabsorption eintritt, je nachdem die Magnetisirungszahl mit wachsender Temperatur ab- oder zunimmt. Lässt man nun eine Eisenmasse, deren Zustand von zwei Variabeln, nämlich der Temperatur t und der nur der Grösse nach variablen magnetisirenden Kraft k abhängt, einen Kreisprocess durchmachen, so wird im allgemeinen das Integral $-\int m dk$ aus dem erwähnten Grunde einen positiven Werth haben und nur $= 0$ sein, wenn für den Cyclus eine feste Relation $f(t, k) = 0$ zwischen t und k besteht, wenn also z. B. der Kreisprocess bei constanter Temperatur oder ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung vor sich geht.

Aus den gemachten Auseinandersetzungen ergeben sich folgende Aufgaben:

1. Die durch periodischen Wechsel der Magnetisirung producirte Wärme in Calorieen mit Schärfe zu messen und in die drei Theile zu zerlegen, welche jeder der drei Ursachen der Wärmeproduction zufallen.
2. Den Antheil der beobachteten Wärme, welcher der magnetischen Frictionswärme zufällt, zu vergleichen mit der durch statische Versuche bestimmten magnetischen Frictionswärme für unendlich kleine Geschwindigkeit.

Durch Versuche von F. Himstedt[3]) über die Dämpfung schwingender Magnete durch Eisenplatten ist indirect erwiesen, dass bei sehr langsamer Aenderung der Magnetisirung (Dauer des Cyclus 20″) die magnetische Frictionswärme unabhängig ist von der Geschwindigkeit, mit welcher die Aenderung der Magnetisirung erfolgt. Ob aber, wenn

1) Proc. Roy. Soc. vol. XXIV No. 220 p. 39 (6. Mai 1882).
2) Phil. Mag. (5) vol. V p. 25 (1878).
3) F. Himstedt, Wied. Ann. Bd. 14 S. 483.

die Aenderung der Magnetisirung in einem kleinen Bruchtheil einer Secunde erfolgt — wie z. B., wenn ein magnetisirender Strom geschlossen oder unterbrochen wird — die Unabhängigkeit der magnetischen Frictionswärme von der Geschwindigkeit bestehen bleibt, darüber lässt sich ohne Experiment kaum eine begründete Muthmassung aufstellen. Es ist daher gerade dieser Fall in der vorliegenden Arbeit der Untersuchung unterzogen worden. Die experimentellen Bestimmungen wurden von Herrn L. Hönig im hiesigen Laboratorium gemacht.

§ 2.

Gerade Eisenstäbe oder aus lackirten Eisendrähten oder Blechen gebildete Bündel befanden sich axial in einer Magnetisirungsspirale, deren Strom durch einen eingeschalteten, von einer besonderen Kette getriebenen Interruptor abwechselnd geschlossen und unterbrochen wurde. Dabei konnte durch passende Aenderung der Drahtverbindungen am Interruptor bewirkt werden, dass bei einer Schwingung des Interruptors entweder der Strom einmal geschlossen und einmal unterbrochen wurde, oder derselbe einmal geschlossen, unterbrochen und dann noch einmal in entgegengesetztem Sinne geschlossen und

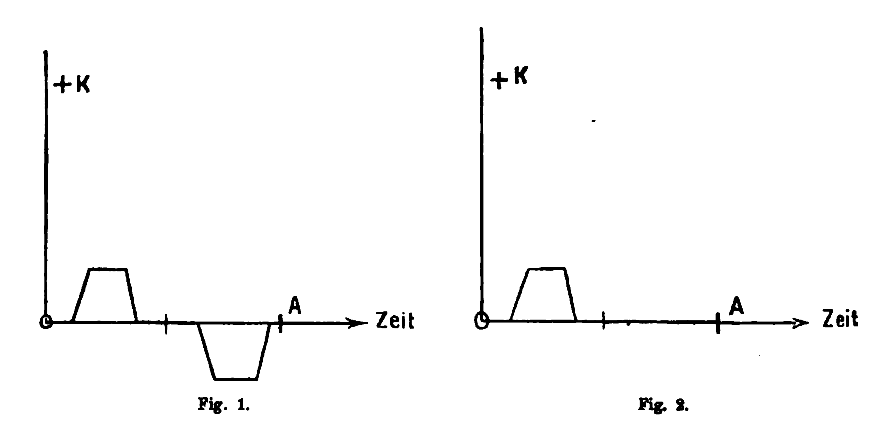


Fig. 1. Fig. 2.

wieder unterbrochen wurde. Fig. 1 und 2 zeigen schematisch den Verlauf der magnetisirenden Kraft während eines Cyclus (Interruptorschwingung OA) in beiden Fällen.

Der erste Cyclus soll ein einfacher, der zweite ein Doppelcyclus heissen. Die Zahl der ganzen Schwingungen des Interruptors betrug 63 in 15″, konnte also durch Abzählen bestimmt werden.

Mit jedem Draht oder Drahtbündel wurden nun nach dem obigen Plane vier Bestimmungen ausgeführt. Erstens die in den beiden Fällen 1 und 2 in einem Cyclus producirte Wärme calorimetrisch gemessen.

Zweitens die Arbeitswerthe $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ der den Cyclen entsprechenden magnetischen Frictionswärme für unendlich kleine Geschwindigkeit magnetometrisch bestimmt.

§ 3.

Die Bestimmung der Arbeitswerthe $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ wurde in der Weise ausgeführt, welche ich in einer früheren Arbeit[1]) beschrieben habe, und es ist darüber nur noch hinzuzufügen, dass bei den entsprechenden Versuchen des Herrn Hönig nicht die Magnetisirungsspirale von 346 Windungen, 9,5^{cm} Durchmesser und 21,7^{cm} Länge benutzt wurde, welche zu den calorimetrischen Versuchen diente, sondern eine von 1979 Windungen und 50^{cm} Länge. Das Maximum der Stromintensität wurde dabei entsprechend kleiner genommen, so dass der grösste absolute Werth, bis zu welchem das magnetische Moment anstieg, in den calorimetrischen und magnetometrischen Versuchen der gleiche war. Da die Länge der symmetrisch zu den Spiralenenden eingelegten Drähte nur 12^{cm} betrug, so war das benutzte Magnetfeld sehr nahe homogen. Es wurden nun bei den magnetometrischen Versuchen für auf- und absteigende Werthe von k die Werthe des Moments in der Richtung von k bestimmt und der Flächeninhalt der Arbeitscurven durch mechanische Quadratur ermittelt.

§ 4.

Erheblich grössere Schwierigkeiten bot die Bestimmung der bei dem Spiel des Interruptors producirten Wärmemenge dar. Von vornherein erschien es für die Erzielung genauer Resultate unerlässlich, dass eine Einwirkung der in der Magnetisirungsspirale selbst producirten Wärme auf den calorimetrischen Apparat gänzlich ausgeschlossen sei, da im Vergleich zu dieser Wärme die zu messende äusserst klein war. Dies wurde in sehr vollständiger Weise durch eine Anordnung erreicht, welche von Schuller und Wartha[2]) beschrieben worden ist. Das Gefäss G des Calorimeters mit den Eisendrähten (s. Fig. 3 S. 749) befand sich in einem mit eiskaltem Wasser W gefüllten doppeltwandigen lackirten Zinkblechgefäss Z_1, dessen innere Wandung mit einem etwa 2^{cm} dicken, aus reinem Wasser gebildeten Eiscylinder E ausgekleidet war. Dieser Eiscylinder wurde dadurch erzeugt, dass in das mit reinem Wasser gefüllte Gefäss Z_1 ein mit Kältemischung gefüllter Zinkcylinder von passender Weite eingeführt ward, während auch das Gefäss Z_1 in Kältemischung stand. Die Magnetisirungsspirale S

1) Freib. Ber. Bd. 8 S. 1. Wied. Ann. Bd. 13 S. 141.

2) Wied. Ann. Bd. 2 S. 360 (1877).

befand sich zwischen den doppelten Wandungen des Zinkcylinders Z_1 und die Enden der Spirale traten bei L heraus. Z_1 war durch einen Deckel verschlossen, durch den die Röhren Q und V des Calorimeters hindurchtraten; er stand in einem weiteren Zinkblechgefäss Z_2 und der Zwischenraum zwischen Z_1 und Z_2 war mit reinem fein geschabten Eis angefüllt. Z_2 endlich stand in einer grossen mit Eis gefüllten Kiste K, über deren Eise nur die Theile Q, V, T und die Enden des Spiralendrahtes sichtbar waren.

Wurde unter diesen Umständen der magnetisirende Strom geschlossen gehalten, so blieb die Einstellung des Calorimeters, welches im wesentlichen ein sehr empfindliches Aetherthermometer darstellte, absolut constant. Dabei entsprach eine Veränderung der Einstellung um 1 Scalentheil (Millimeter) etwa $^1/_{5000}{}^0$.

§ 5.

Bei der Wahl des Calorimeters musste berücksichtigt werden, dass die totale zu messende Wärmemenge in einigen Fällen bis auf 0,05 Grammcalorieen herabsank; es musste also jedenfalls gefordert werden, dass 0,001 Grammcalorieen noch geschätzt werden könnten. Es sollte zu den Versuchen ein Dilatationscalorimeter benutzt werden; so nenne ich ein Calorimeter, bei welchem die zu bestimmende Wärmemenge einer calorimetrischen Substanz zugeführt und durch deren (positive oder negative) Dilatation gemessen wird. Die Dilatation rührt entweder daher, dass, wie z. B. bei dem Bunsen'schen Eiscalorimeter, die calorimetrische Substanz eine Aenderung ihres Aggregatzustandes, oder daher, dass sie eine Temperaturerhöhung erfährt. In beiden Fällen können wir die Volumänderung v in Cubikcentimetern, welche der zugeführten Wärme w in Grammcalorieen entspricht:

$$v = w \cdot e \tag{2}$$

setzen. e, die 1 Grammcalorie entsprechende Volumänderung, ist die theoretische Empfindlichkeit. Die Volumänderung v wird gemessen durch die Verschiebung eines Flüssigkeitsfadens in einer engen Röhre, dem Scalenrohr. Sei γ das Volum in Cubikcentimetern, das 1^{mm} des Scalenrohrs entspricht, δ die v entsprechende Längsverschiebung in Millimetern, so ist

$$v = \gamma \cdot \delta$$

$$\delta = w \cdot \frac{e}{\gamma} = w \cdot \varepsilon, \tag{3}$$

ε, die Längsverschiebung in Millimetern für eine Grammcalorie, ist die praktische Empfindlichkeit. Dieselbe ist um so grösser, je kleiner

γ oder je enger das Scalenrohr. Die Grenze, bis zu welcher der Durchmesser des Scalenrohrs ohne Nachtheil vermindert werden kann, ist aber bei den verschiedenen Methoden aus praktischen Gründen eine verschiedene. Verstehen wir daher in Gleichung 3 unter γ den kleinsten Werth, welchen man jedesmal dieser Grösse geben darf, so ist ε die praktische Empfindlichkeit eines Calorimeters, in welchem die betreffende Substanz benutzt wird.

Für das Bunsen'sche Eiscalorimeter ist

$$e = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\lambda}, \tag{4}$$

wo λ die latente Schwelzwärme des Eisens, σ_1 und σ_2 die specifischen Volumina des Eisens und des Wassers von 0^0 bedeuten.

Ein Dampfcalorimeter könnte man ein Calorimeter nennen, bei welchem die zu bestimmende Wärmemenge, verwandt um unter constantem Druck eine tropfbare Flüssigkeit, etwa Wasser von 0^0, zu verdampfen, durch die Volumänderung beim Verdampfen gemessen würde. Für ein solches Wasserdampfcalorimeter würde auch der Ausdruck 4 gelten, wenn unter λ die latente Verdampfungswärme bei 0^0 und unter σ_2 und σ_1 die specifischen Volumina des tropfbaren und dampfförmigen Wassers unter dem Druck der Sättigung verstanden werden.

Für ein Calorimeter, bei welchem die zu messende Wärme verwandt wird, um die Temperatur der calorimetrischen Substanz zu erhöhen, hat man, abgesehen von der Correction wegen Wärmeverlustes,

$$e = \frac{\alpha}{c \cdot \varDelta}, \tag{5}$$

wo α den Ausdehnungscoefficienten, c die specifische Wärme und $\varDelta$ die Dichte bedeutet.

Was die zulässigen Werthe von γ bei den verschiedenen Methoden betrifft, so zeigten sich beim Bunsen'schen Eiscalorimeter schon für $\gamma = 0{,}0000641^{\text{ccm}}$ Nachtheile durch die Trägheit des Quecksilberfadens[1]).

Beim Luftcalorimeter muss man einen beiderseits begrenzten Flüssigkeitsindex anwenden, etwa einen dünnen Aetherfaden hinter einem dickeren Petroleumfaden. Schon für $\gamma = 0{,}000135^{\text{ccm}}$ musste wegen der Trägheit des Fadens durch Klopfen nachgeholfen werden.

1) Vgl. Bunsen, Pogg. Ann. Vielleicht könnte man diesen Uebelstand dadurch vermindern, dass man hinter einem weiteren mit Quecksilber gefüllten Rohr ein engeres mit einem Aetherfaden als Index anbringt.

Bei einem Aethercalorimeter, dessen ganz mit Aether gefülltes Gefäss sich in eine Capillare mit $\gamma = 0{,}00001423^{ccm}$ fortsetzte, wurde noch gar keine Trägheit des Fadens beobachtet. Nach diesen Angaben ist die folgende Tabelle zusammengestellt, welche eine Uebersicht der theoretischen (e) und praktischen (ε) Empfindlichkeit verschiedener Dilatationscalorimeter gibt.

Tabelle I.

	e	γ	ε
Wasser 0°	0,00014	0,00001423	9,85
Eiscalorimeter	0,0014	0,00007733	14,7
Aether 0°	0,0040	0,00001423	281
Luft	11,9	0,000135	88148
Wasserdampfcalorimeter 0°	338,8	—	—

Die Empfindlichkeit des Eiscalorimeters in seiner bisherigen Form erweist sich hiernach für unsern Zweck zu klein; da ferner Drähte von 12^{cm} Länge dem Versuch unterworfen werden sollten, so hätte man dem Calorimeter eine unverhältnismässige Länge geben müssen, wenn nicht wesentliche Vortheile desselben verloren gehen sollten.

Bemühungen, ein Dampfcalorimeter zu construiren, blieben erfolglos.

Cazin[1]) hat zu Bestimmungen der vorliegenden Art ein Luftcalorimeter benutzt. Herr Hönig hat systematische Versuche mit verschieden gebauten, auch nach der Differentialmethode eingerichteten Luftcalorimetern angestellt, aber keine constanten Resultate erlangen können. Als Ursache der variabeln Angaben eines solchen Instruments stellten sich geringe Feuchtigkeitsmengen heraus, wie sie bei Versuchen der vorliegenden Art sehr schwer zu vermeiden sind. Wie grosse Fehler kleine bei Wärmezufuhr verdampfende Flüssigkeitsmengen bedingen können, geht aus der äusserst grossen Empfindlichkeit des Dampfcalorimeters hervor (s. Tab. I).

Ein Aethercalorimeter, dessen Empfindlichkeit nach Tab. I hinreichend gross gemacht werden kann, ergab sich schliesslich als das den vorliegenden Anforderungen am meisten entsprechende Instrument. Die Angaben desselben erwiesen sich bei passender Construction als völlig constant; auch die Correction wegen des Wärmeverlustes liess sich bestimmen, allerdings nicht mit der den sichern Angaben selbst entsprechenden Schärfe.

---

1) Ann. chim. et phys. (5) vol. VI p. 493—554.

§ 6.

Das Calorimeter (s. Fig. 3) stellt in seinen wesentlichen Theilen ein grosses Aetherthermometer dar, dessen etwa 50 ccm fassendes Gefäss *G* sich in eine Capillare *C* von 0,0673 mm Radius fortsetzt; 1 mm

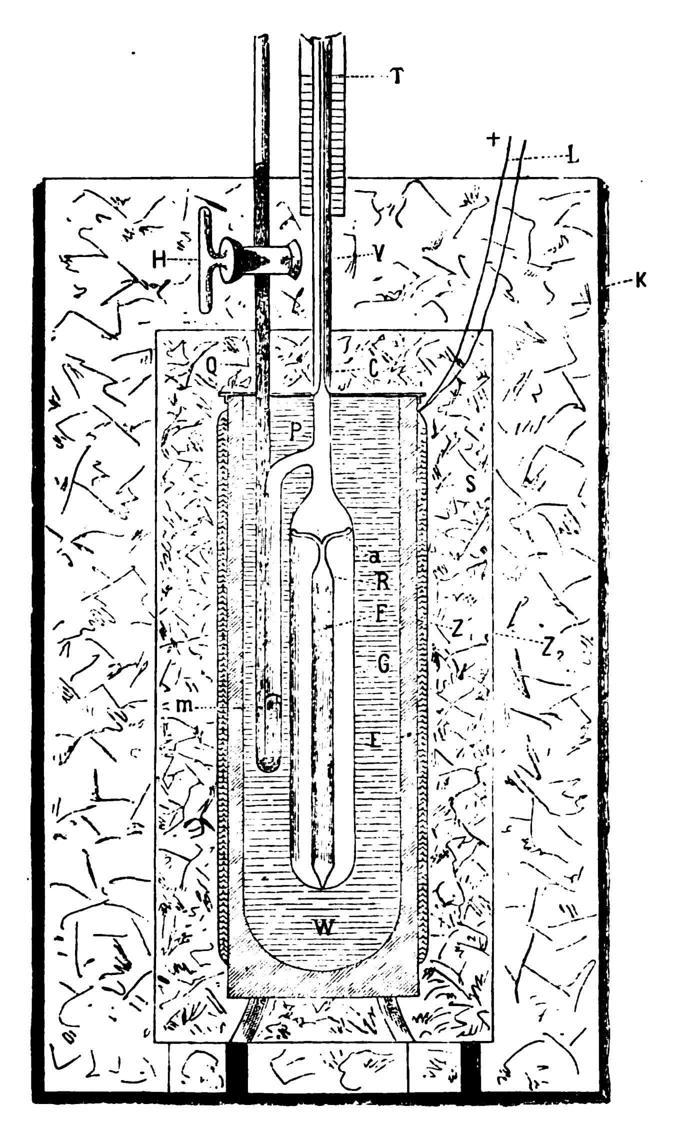


Fig. 3.

der Capillare entspricht 0,00001423 ccm. Die Bewegungen des Aethermeniskus werden an der transparenten, von hinten beleuchteten Scala *T* mit Loupe beobachtet. Die zerbrechliche Capillare wird geschützt

durch ein sie umgebendes Rohr V, welches mit seinem untern Ende an das Gefäss G angeschmolzen ist. Durch eine über die Capillare gestülpte, nicht dicht schliessende Kappe wird der Aether hinreichend am Verdampfen gehindert. Die Eisenmassen, welche dem Versuch unterworfen wurden, befanden sich in der Axe des Gefässes G; sie waren zum Schutz gegen Angriff durch den Aether in einen sehr dünnwandigen zugeschmolzenen Glascylinder R eingeschlossen und wurden in demselben durch ein wenig Glaswolle fixirt. Der Glascylinder wurde durch angeschmolzene Zäpfchen a in der Axe des Gefässes G gehalten. An den Hals von G ist bei P ein U-förmig gebogenes Rohr Q mit dem Glashahn H angesetzt. Da Verschlüsse durch Kautschuk, Kork oder Glasschliffe hier gar nicht zu brauchen sind, so wurde, um neue Eisenmassen einzuführen, jedesmal das Calorimeter von Aether entleert, das Gefäss G unten geöffnet und die alten Eisenmassen gegen die neuen vertauscht; sodann wurde unten wieder zugeschmolzen und das Calorimeter frisch mit Aether gefüllt. Dazu saugte man Luft aus dem oberen Ende der Capillare durch eine Luftpumpe heraus und zog Aether durch das Rohr Q ein.

Ist das Gefäss G ganz mit Aether gefüllt, so wird in Q Quecksilber eingegossen, bis dasselbe in dem einen Schenkel des U bis m, in dem andern bis über den Hahn H reicht, und der überschüssige Aether oberhalb des Quecksilbers in Q entfernt. Oeffnet man den Hahn H, so wird durch den Druck des Quecksilbers der Aether in der Capillare in die Höhe getrieben. Hierdurch ist es erstens möglich, jede Luftblase zu entfernen, die am Eingang der Capillare sich bildet, und sodann den Meniskus in der Capillare durch Heben passend einzustellen. Steht er zu hoch, so wird etwas Aether durch Erwärmen und Verdampfen entfernt. Erst nachdem das seitliche Rohr Q angebracht war, ist das Calorimeter zu einem brauchbaren, leicht zu handhabenden Instrument geworden.

§ 7.

Bei den Versuchen wurde folgendermaassen verfahren. Nachdem das Calorimeter eine unveränderliche Einstellung angenommen hatte, wurde der Interruptor in Thätigkeit gesetzt, eine passende Zeit hindurch (gewöhnlich 3 Minuten lang) in Bewegung gehalten und von Minute zu Minute der Stand des Aethermeniskus abgelesen. Die Ablesungen wurden, nachdem der Interruptor angehalten war, fortgesetzt, gewöhnlich so lange, bis der Meniskus seine Anfangsstellung wieder angenommen hatte. Fig. 4 (Curve v') zeigt für einen Versuch die beobachtete Volumvermehrung in ihrer Abhängigkeit von der Zeit. Man

sieht, dass, nachdem der Interruptor angehalten worden war, noch eine weitere Volumvermehrung in den nächsten zwei Minuten eintrat. Dies rührt daher, dass dann noch Wärme von dem Eisen durch das

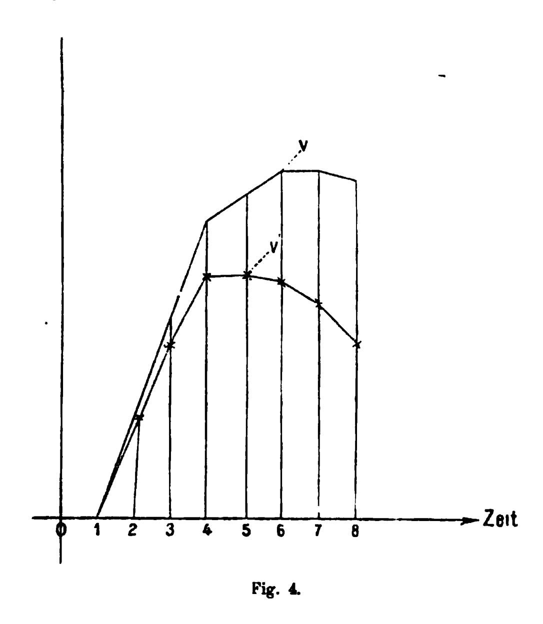


Fig. 4.

Glas hindurch dem Aether mitgetheilt wurde und zwar in den ersten Minuten mehr Wärme, als dem Aether durch das umgebende Eiswasser entzogen wurde.

Würde nun während der Dauer des Versuchs der Aether keine Wärme nach aussen abgeben, so würde die producirte Wärme w nach der Formel

$$w = \frac{v \cdot c \cdot \Delta}{\alpha} \tag{6}$$

in der Bezeichnung der Gleichung 5 zu berechnen sein, wenn v die ganze beobachtete Volumvermehrung bedeutet. Es findet aber während des Versuchs eine Wärmeabgabe nach aussen an das Eiswasser statt, und es ist daher die beobachtete Volumvermehrung v' kleiner als v. Um v aus v' zu finden, verfuhr man folgendermaassen. Die Eisenmassen wurden aus dem Calorimeter entfernt und durch eine sehr dünndrähtige Platinspirale von dem Durchmesser und der Länge des das Eisen umschliessenden Glasrohrs ersetzt. Dieser Platinspirale konnte durch einen hindurchgeleiteten Strom eine passende Wärmemenge mitgetheilt werden. In diesem Fall kann man annehmen, dass in unmerklich kurzer Zeit die ganze producirte Wärme an den Aether abgegeben wird. Sollte nun z. B. die Wärmemenge bestimmt werden,

welche während der 4. Minute des obigen Versuchs nach aussen abgegeben wurde, bezüglich die dadurch erzeugte Volumverminderung γ, so regulirte man zunächst die Stromintensität so, dass nach Ablauf der 3. Minute dieselbe Volumvermehrung eingetreten war, wie nach Ablauf der 3. Minute des obigen Versuchs. Am Ende der 3. Minute wurde dann der Strom unterbrochen und die in der nächsten Minute durch Abkühlung eintretende Volumverminderung am Aethermeniskus beobachtet, sie sei γ_3. Sodann wurde γ_4 bestimmt, dessen Bedeutung aus der Bedeutung von γ_3 folgt, und nun angenommen

$$\gamma = \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2}.$$

Diese Annahme ist nicht ganz genau, weil bei gleicher mittlerer Temperatur der Aethermasse die Wärmevertheilung in dem Hauptversuch eine andere war, als in dem Hülfsversuch; die Correction wird nach der benutzten Methode zu gross ausfallen, weil in dem Hilfsversuch die Wärmewelle weiter fortgeschritten ist, als in dem Hauptversuch.

Es wurden nun die den verschiedenen Minuten entsprechenden Werthe von γ über derselben Zeitabscissenaxe wie die Werthe von v' aufgetragen und jene diesen hinzugefügt. Man erhielt so eine zweite Curve, welche als die Curve der v angesehen wurde; der dem höchsten Punkt dieser Curve entsprechende Werth von v wurde sodann in die Gleichung 6 eingeführt und aus ihr die gesuchte Grösse w berechnet.

Die Werthe α, c, Δ wurden für den benutzten Aether experimentell bestimmt, α durch ein Dilatometer, Δ durch das Pyknometer, c nach der Abkühlungsmethode.

§ 8.

Von der ausführlichen Mittheilung der Versuchsresultate des Herrn Hönig nehme ich hier Abstand, weil ich diese Resultate aus verschiedenen Gründen nur als provisorische betrachten kann. Es haben sich mir u. a. Zweifel an der Genauigkeit der für den benutzten Aether ermittelten Constanten ergeben, welche Zweifel nicht zu heben waren, da der benutzte Aether nicht mehr vorhanden war. Im ganzen und grossen aber möchte ich für die Richtigkeit der Resultate garantiren, da ich eine Versuchsreihe selbst vollständig durchgeführt und berechnet habe und mein Resultat im ganzen mit dem des Herrn Hönig übereinstimmte. Aus dem angeführten Grund beschränke ich mich auf die Mittheilung der Endresultate, welche in der folgenden Tabelle II vereinigt sind. Mit jedem Stab oder Bündel wurden nach

dem geschilderten Plane je zwei doppelte Versuchsreihen ausgeführt. die erste Reihe (1) betrifft den einfachen Cyclus, in welchem die magnetisirende Kraft zwischen 0 und $+k$ variirte. F_1 bedeutet die durch statische Versuche bestimmte magnetische Frictionswärme für unendlich kleine Geschwindigkeit, W_1 die bei den Versuchen mit dem Interruptor calorimetrisch bestimmte Wärmemenge; beide Wärmemengen sind gerechnet für einen Cyclus und für das Gramm Eisen und angegeben in Milliontel Grammcalorieen. Die zweite Reihe (2) betrifft den entsprechenden Doppelcyclus, in welchem die magnetisirende Kraft zwischen $-k$ und $+k$ variirte. F_2 und W_2 haben für diesen Fall dieselbe Bedeutung, wie F_1 und W_1 für den ersten Fall. k war jedesmal wenig verschieden von dem 170fachen der Horizontalcomponente der erdmagnetischen Kraft in Freiburg. In die Tabelle sind noch die Verhältnisse $\frac{F_2}{F_1}$, $\frac{W_2}{W_1}$, $\frac{W_1}{F_1}$, $\frac{W_2}{F_2}$ aufgenommen. Es bedeutet N die Anzahl der Drähte im Bündel, μ die Masse des Bündels. Die Radien der Drähte betrugen

bei Bündel I . . . 0,011 cm
„ „ II . . . 0,034
„ Stab I . . . 0,4
„ „ II . . . 0,7

Bündel III war aus Streifen dünnen Eisenblechs gebildet; die Dicke des Blechs betrug 0,0165 cm, die Breite des Streifens 0,7 cm. Sämmtliche Bündel und Drähte waren 12 cm lang.

Tabelle II.

	N	μ	F_1	W_1	F_2	W_2	$\frac{F_2}{F_1}$	$\frac{W_2}{W_1}$	$\frac{W_1}{F_1}$	$\frac{W_2}{F_2}$
Bündel I	307	14,77 g	9,2	5,3	28,0	17,6	3,04	3,32	0,58	0,63
Bündel II	150	14,47	4,9	5,2	17,6	17,4	3,59	3,35	1,06	0,99
Stab I	1	13,01	5,1	13,3	18,9	46,0	3,71	3,46	2,61	2,43
Stab II	1	39,32	0,40	5,6	1,60	10,1	4,00	1,80	14,0	6,31
Bündel III		13,00	3,7	2,4	12,0	7,8	3,24	3,25	0,65	0,65

§ 9.

Aus den hier nicht mitgetheilten Tabellen, welche die magnetischen Momente in ihrer Abhängigkeit von der magnetisirenden Kraft zeigen, ergibt sich erstens, dass der Sättigungsgrad, bis zu welchem die Magnetisirung fortschritt, im allgemeinen etwa dem Wendepunkt[1])

1) G. Wiedemann, Galvanismus 2. Aufl. Bd. 2 S. 352—354.

entsprach, bei welchem nahezu die mittlere Intensität der Magnetisirung der magnetisirenden Kraft proportional ist; es sind dabei die Werthe des magnetischen Moments für aufsteigende magnetisirende Kräfte zu Grunde gelegt. Die mittlere Magnetisirungszahl, d. i. der Quotient aus dem mittleren in der Volumeneinheit vorhandenen Moment in die dabei wirkende magnetisirende Kraft ergibt sich für den grössten vorkommenden Werth der magnetisirenden Kraft (dem 170fachen der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus) bei

Bündel I	. . . . .	zu 21,7
„ II	. . . . .	„ 20,8
Stab I	. . . . .	„ 12,9
„ II	. . . . .	„ 7,2
Bündel III aus Blechen	.	„ 20,1

Dass die Magnetisirungszahl bei den hier vorkommenden Sättigungsgraden für Bündel aus dünnen Drähten sich grösser als für massive Stäbe ergibt, entspricht Erfahrungen von Waltenhofen[1]).

§ 10.

Wäre die Coercitivkraft Null und rührte die Wärme in den calorimetrischen Versuchen nur von der elektrischen Leitungsfähigkeit des Eisens her, so müsste offenbar $\frac{W_2}{W_1} = 2$ oder die Wärme des Doppelcyclus das Doppelte der Wärme des einfachen Cyclus sein. Dieses Verhalten zeigt nahezu, seinem magnetischen Verhalten entsprechend, der dicke Stab II. Hier ist sogar $\frac{W_2}{W_1} < 2$, wofür ich eine Erklärung nicht zu geben weiss.

Für die andern Eisenmassen ist jenes Verhältnis $\frac{W_2}{W_1} > 2$. Es ist dies eine doppelte Folge der Coercitivkraft, erstens eine directe, indem von dieser Kraft die magnetische Frictionswärme herrührt, zweitens eine indirecte, indem bei wechselnder Richtung der magnetisirenden Kraft nicht nur der temporäre, sondern auch der permanente Magnetismus das Zeichen wechselt; aus diesem Grunde muss die elektromagnetische Wärme in jedem der beiden Theile des Doppelcyclus grösser sein als in dem einfachen Cyclus.

Um diesen Punkt durch ein directes Experiment zu beweisen, wurde mit jeder der benutzten Eisenmassen noch folgender Versuch angestellt. Dieselben wurden in eine eng an sie anschliessende Spirale S

---

1) Waltenhofen, Wien. Ber. Bd. 61 Abth. 2 (1870).

von 400 bis 500 Windungen und einem Widerstand von 6,5 bis 8,5 S.-E. eingelegt, in deren Schliessungskreis eine Platinspirale von 25,5 S.-E. Widerstand eingeschaltet war; diese Platinspirale befand sich in einem Aethercalorimeter der beschriebenen Art. Die von der Spirale S umgebenen Eisenmassen wurden nun genau wie bei den früheren Versuchen in die Magnetisirungsspirale Z eingeführt und die beim Spiel des Interruptors in dem Platindraht erzeugten Wärmemengen G_1 und G_2 für den einfachen und für den Doppelcyclus gemessen. Die folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Versuche.

Tabelle III.

	$\frac{G_2}{G_2}$	$\frac{W_2}{W_1}$
Bündel I	3,04	3,32
Bündel II . . .	2,40	3,35
Stab I	2,50	3,46
Stab II	1,80	1,80
Bündel III . . .	2,20	3,25

Für den Stab I ergibt sich $\frac{G_2}{G_1} = \frac{W_2}{W_1}$; für die andern Eisenmassen ist $\frac{G_2}{G_1} > 2$, wodurch die indirecte Wirkung der Coercitivkraft auf die elektromagnetische Wärme dargelegt ist.

Bei diesen Versuchen wurde noch mittels des Disjunctors die elektromagnetische Wärme des Schliessungs- und Oeffnungsstroms für den einfachen Cyclus getrennt untersucht. Es ergaben sich beide Wärmemengen genau gleich. Auch hatte die Einschaltung des Fizeauschen Condensators keinen Einfluss auf die erregte Wärme, obgleich durch denselben der Oeffnungsfunke am Disjunctor fast ganz zum Verschwinden gebracht wurde. Bei der Beurtheilung dieser Ergebnisse muss man sich erinnern, dass die Magnetisirungsspirale sich innerhalb des doppeltwandigen Zinkcylinders befand, dass also auf beiden Seiten derselben dicht an ihr ein geschlossener metallischer Cylinder vorhanden war.

§ 11.

Wir müssen jetzt zu ermitteln suchen, welche Antheile der wirklich beobachteten Wärmemengen W_1 und W_2 den § 1 erörterten drei Ursachen der Wärmeproduction zuzuschreiben sind.

Was zunächst die Wärmeproduction durch den Thomson'schen Effect anlangt, so lässt sich zeigen, dass diese bei den vorliegenden Versuchen keinen merklichen Beitrag zu der wirklich beobachteten Wärme liefert. Ist nämlich dw die Wärme, welche einer Eisenmasse wie der in § 1 betrachteten zugeführt werden muss, wenn die magnetisirende Kraft k um dk und die absolute Temperatur T um dT wachsen soll, nnd setzen wir

$$dw = M dk + N dT, \tag{7}$$

so gibt das Carnot'sche Princip in Verbindung mit dem ersten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie

$$M = \frac{T}{J} \cdot \frac{\partial m}{\partial T}, \tag{8}$$

wenn m das magnetische Moment bedeutet und J das mechanische Wärmeäquivalent in absolutem Maass ist.

Für eine adiabatische Zustandsänderung ist

$$dT = -\frac{M}{N} dk. \tag{9}$$

M kann erfahrungsgemäss als eine mit einem sehr kleinen numerischen Factor behaftete Grösse angesehen werden. Daher können wir in erster Annäherung N als unabhängig von T und k betrachten und haben

$$N = c \cdot v \cdot \sigma, \tag{10}$$

wo c die specifische Wärme, v das Volumen und σ die Dichte der Eisenmasse ist.

Setzen wir ferner

$$m = \vartheta_0 (1 + \beta t) \cdot k \cdot v, \tag{11}$$

so ist

$$\frac{\partial m}{\partial T} = \vartheta_0 \cdot \beta \cdot k \cdot v, \tag{12}$$

folglich

$$M = \frac{T}{J} \cdot \vartheta_0 \beta \cdot k \cdot v. \tag{13}$$

Sei

$$2f = \frac{\vartheta_0 \beta}{J \cdot c \cdot \sigma}, \tag{14}$$

so folgt aus Gleichung 9 in Verbindung mit 10 und 13 für die adiabatische Zustandsänderung

$$T = T_0 \cdot e^{-f(k^2 - k_0^2)}, \tag{15}$$

oder für $k_0 = 0$

$$T = T_0 \cdot e^{-f \cdot k^2}, \tag{15a}$$

oder endlich, da $f \cdot k^2$ eine sehr kleine Zahl ist, hinreichend genau

$$T - T_0 = - T_0 \cdot f \cdot k^2. \tag{15b}$$

Betrachten wir nun den einfachen Cyclus, so ist die grösste Temperaturänderung Θ, welche beim Wachsen von k eintreten kann, die, welche sich aus Gleichung 15^b ergibt, wenn für k der grösste Werth der magnetisirenden Kraft gesetzt wird. Die gleiche und entgegengesetzte Temperaturänderung wird entstehen, wenn k bis 0 wieder abnimmt. Daraus folgt, dass die Temperaturdifferenz für dasselbe k im Cyclus den Werth $2\,\Theta$ nicht überschreiten kann und folglich die Differenz y der magnetischen Momente bezogen auf das Gramm Eisen für dasselbe k

$$y < \frac{\vartheta_0 \cdot k}{\sigma} \cdot 2\beta \cdot \Theta. \tag{16}$$

Daher ist der Flächeninhalt A_1 der Arbeitscurve für den Cyclus

$$A_1 < \int y dk$$

$$A_1 < \frac{\vartheta_0 \cdot k^2}{\sigma} \cdot \beta \cdot \Theta. \tag{17}$$

Nach G. Wiedemann[1]) nimmt das temporäre Moment eines Eisenstabes bei einer Temperaturerhöhung von 20^0 auf 100^0 um $1/2\,\%$ ab. Setzt man dementsprechend $\beta = -\frac{1}{10^4}$, ferner $\vartheta_0 = 20$, $c = 0{,}114$, $\sigma = 7{,}7$, $J = 42500 \cdot 981$, so wird $\Theta = \frac{8{,}6}{10^6}$ Centigr. und $A_1 < \frac{2{,}6}{10^6}$, während der Arbeitswerth der wirklich beobachteten Wärme 100 absolute Einheiten und mehr betrug.

§ 12.

Es bleibt noch übrig, die elektromagnetische Wärme von der magnetischen Frictionswärme zu trennen. Ich will zu dem Ende versuchen, einen oberen Grenzwerth der elektromagnetischen Wärme aus der Theorie herzuleiten.

Vernachlässigt man die elektrische Selbstinduction im Eisen, so wird man einen zu grossen Werth der elektromagnetischen Wärme erhalten. Denkt man sich anstatt eines begrenzten Eisencylinders in

1) Galvanismus 2. Aufl. Bd. 2 S. 604.

einem begrenzten Solenoid einen unbegrenzten Cylinder in einem unbegrenzten Solenoid, so wird man für ein Stück des unbegrenzten Cylinders von der Länge des begrenzten ebenfalls einen grösseren Werth der elektromagnetischen Wärme erhalten. Hiernach ist zunächst folgende Aufgabe zu behandeln: In einem unendlichen Solenoid befindet sich conaxial mit demselben ein unendlich langer massiver Eisencylinder. Der Strom im Solenoid sei variabel; es soll mit Vernachlässigung der Selbstinduction die elektromagnetische Wärme berechnet werden, welche im Eisen entwickelt wird.

Die Z-Axe sei die Solenoidaxe, dann sind die Componenten des Vectorpotentials im Punkt x, y, z im Innern

$$F = -2\pi n' i' y; \quad G = 2\pi n' i' x; \quad H = 0, \tag{18}$$

wenn n' die Windungszahl per Längeneinheit, i' die Stromintensität im Solenoid in elektromagnetischem Maass ist.

Sieht man ab von der Gegenwirkung des inducirten Magnetismus gegen die Magnetisirung, so sind die Componenten des von der Magnetisirung herrührenden Vectorpotentials im Innern des Eisens:

$$F' = -4\pi\vartheta \cdot 2\pi n' y i'; \quad G' = 4\pi\vartheta \cdot 2\pi n' x \cdot i'; \quad H' = 0, \tag{19}$$

wenn ϑ die Magnetisirungszahl bedeutet.

Sind u, v, w die Stromcomponenten im Punkt x, y, z des Eisens, $\varkappa$ dessen specifischer Leitungswiderstand, φ die Potentialfunction der freien Elektricität, α das Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Einheit der Elektricitätsmenge, so ist

$$\left.\begin{aligned} \varkappa u &= 2\pi n' y \frac{di'}{dt}(1 + 4\pi\vartheta) - \alpha \cdot \frac{d\varphi}{dx} \\ \varkappa v &= -2\pi n' x \frac{di'}{dt}(1 + 4\pi\vartheta) - \alpha \cdot \frac{d\varphi}{dy} \\ \varkappa w &= -\frac{d\varphi}{dz} \cdot \alpha \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Durch Benutzung der Oberflächenbedingung für φ an der Mantelfläche des Cylinders ergibt sich in bekannter Weise φ constant, daher

$$\left.\begin{aligned} \varkappa \cdot u &= 2\pi n' y \cdot \frac{di'}{dt}(1 + 4\pi\vartheta) \\ \varkappa \cdot v &= -2\pi n' x \cdot \frac{di'}{dt}(1 + 4\pi\vartheta) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Fallen Cylinderaxe und Solenoidaxe nicht zusammen, so tritt freie Elektricität auf. Wäre $\frac{di'}{dt}$ constant, so würden dennoch für den stationären Zustand die Strömungen ungeändert bleiben. Thatsächlich ist das nicht der Fall, aber, wie Hr. Lorberg mir gütigst mittheilte,

die Aenderung der Strömungen unter den Versuchsbedingungen völlig zu vernachlässigen.

Ist q die Resultante von u und v, so ist

$$\left.\begin{aligned} \varkappa^2 q^2 &= 4\pi^2 n'^2 (1 + 4\pi\vartheta)^2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{di'}{dt}\right)^2 \\ r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Führt man cylindrische Coordinaten r, φ, z ein, so ist die in dem Raumelement $r\,d\varphi\,dr\,dz$ entwickelte Wärme in absolutem Maass $q^2\varkappa \cdot r\,d\varphi\,dr\,dz$, woraus die im Cylinder entwickelte Wärme durch Integration über den Cylinder gefunden wird.

Es werde nun der Strom im Solenoid zur Zeit 0 geschlossen, dann ist die im Eisen durch die Schliessungsinduction entwickelte Wärme

$$E_s' = \frac{1}{\varkappa} \cdot (1 + 4\pi\vartheta)^2 \cdot n'^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{v^2}{l} \cdot \int_0^\infty \left(\frac{di'}{dt}\right)^2 \cdot dt, \tag{23}$$

wenn v das Volumen, l die Länge des Cylinders bedeutet.

Vernachlässigt man die Wirkung benachbarter Leiter auf die Schliessungsinduction im Solenoid, so ist

$$\int_0^\infty \left(\frac{di'}{dt}\right)^2 \cdot dt = \frac{1}{2}\, i_0'^2 \cdot \frac{w}{P}, \tag{24}$$

wenn w der Widerstand des Solenoids, P dessen Potential auf sich selbst und i_0' die definitive Stromintensität ist. Da weiter, wie aus den Versuchen des § 10 hervorgeht, die elektromagnetische Wärme der Oeffnungsinduction der der Schliessungsinduction in unserem Fall gleichkommt, so ist die elektromagnetische Wärme für den Cyclus und den einzelnen Draht

$$E' = 2 \cdot E_s'. \tag{25}$$

Daraus ergibt sich endlich die auf die Masseneinheit bezogene elektromagnetische Wärme in calorischem Maass für den einfachen Cyclus und ein Bündel von N Drähten und der Gesammtmasse μ, wenn noch J das mechanische Wärmeäquivalent in absolutem Maass ist:

$$E_1 = \frac{1}{\varkappa} \cdot (1 + 4\pi\vartheta)^2 \cdot n'^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{\mu}{N} \cdot \frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{l} \cdot i_0'^2 \cdot \frac{w}{P} \cdot \frac{1}{J}. \tag{26}$$

Die Data für die numerische Rechnung sind im C.G.S.-System

$$\varkappa^{1)} = 10^5 \cdot 1{,}0615 \cdot 0{,}099 = 10500$$

$$n' = \frac{346}{21{,}7}$$

---

1) Der specifische Leitungswiderstand des Eisens in Bezug auf Quecksilber ist $0{,}099 \ \frac{\text{Ohm}}{\text{S.E.}} = 1{,}0615$ gesetzt (W. Siemens, El.-techn. Ztschr.).

$$\sigma = 7{,}7$$
$$l = 12$$
$$i_0' = 0{,}176$$
$$w^{1)} = 6{,}07 \cdot 10^9$$
$$P = 368 \cdot 10^4$$
$$J = 981 \cdot 42500$$

Mit diesen Werthen wird

$$E_1 = \frac{0{,}0109}{J} \cdot (1 + 4\pi\vartheta)^2 \cdot \frac{\mu}{N}$$

und es ist dies ein oberer Grenzwerth für E.

Die elektromagnetische Wärme E_2 für den Doppelcyclus ist grösser als $2E_1$; ich setze

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{G_2}{G_1} \text{ (s. Tab. III).} \qquad (27$$

Bei der Bestimmung der Magnetisirungszahl ϑ ist der durch die jeweilige magnetisirende Kraft dem permanenten hinzugefügte Magnetismus zu berücksichtigen. Ich finde so für

	ϑ
Bündel I . . .	18,6
„ II . . .	18,2
Stab I . . .	11,6
„ II . . .	6,9

Diesen Angaben gemäss ist die folgende Tabelle IV berechnet.

Tabelle IV.

	E_1	W_1	E_2	W_2	$\frac{E_1}{W_1}$	$\frac{E_2}{W_2}$
Bündel I . .	0,58	5,3	1,76	17,6	0,11	0,10
Bündel II . .	1,34	5,2	3,22	17,4	0,26	0,19
Stab I	73,3	13,3	183,3	46,0	5,5	4,0
Stab II . . .	78,0	5,6	140,4	10,1	13,9	13,9

§ 13.

Aus dieser Tabelle ergeben sich in Verbindung mit Tabelle II folgende Schlüsse:

1. Das Ansteigen des Verhältnisses $\frac{W}{F}$ (Tab. II) mit wachsender Dicke der Drähte findet durch das Ansteigen des Verhält-

1) w war 5,725 S.-E.

nisses $\frac{E}{W}$, d. h. durch die mit wachsender Dicke mehr und mehr hervortretende elektromagnetische Wärme seine hinreichende Erklärung (Tab. IV).

2. Für Bündel I ist die elektromagnetische Wärme jedenfalls kleiner als 10 und 11 %, für Bündel II kleiner als 26 und 19 % der ganzen beobachteten Wärme bezüglich für den einfachen und den Doppelcyclus; der weitaus grösste Theil der wirklich beobachteten Wärme ist also in diesen Fällen magnetische Frictionswärme (Tab. IV).
3. Die wirklich beobachtete Wärme W ist für Bündel I zu etwa $^2/_3$ der magnetischen Frictionswärme für unendlich kleine Geschwindigkeit gefunden; dasselbe Ergebnis hat das aus dünnen Blechstreifen gebildete Bündel III geliefert (Tab. II). Die magnetische Frictionswärme oder die gegen die Coercitivkräfte geleistete Arbeit ist also verhältnismässig wenig verschieden, mag eine Aenderung der Magnetisirung in einem Bruchtheil einer Secunde oder unendlich langsam erfolgen. Es trifft mithin auch hier die Analogie der Coercitivkraft mit der Reibung fester Körper zu, welche sich jedenfalls auch sehr wenig mit der Geschwindigkeit ändert.

Darauf, dass W um $^1/_3$ kleiner als F gefunden wurde, ist bei dem provisorischen Charakter der vorliegenden Versuche kein Gewicht zu legen. Möglicherweise blieb beim Spiel des Interruptors wegen Induction in den benachbarten Metallmassen (S. 755) die Stromintensität merklich hinter ihrem constanten Endwerth zurück.

Es wird beabsichtigt, nach der dargelegten Methode, deren Brauchbarkeit erwiesen scheint, definitive Versuche anzustellen und diese auch bis zu höheren Sättigungsgraden auszudehnen.

Ueber die Genauigkeit absoluter Bestimmungen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus[1].

Von

H. Wild.

Ueber die Genauigkeit absoluter Bestimmungen der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft sind sehr verschiedene Urtheile laut geworden. Während die einen Forscher, namentlich solche, welche in magnetischen Observatorien Gelegenheit gehabt haben, mit demselben Instrumente wiederholt solche Messungen auszuführen, geneigt sind, die Ermittelung der absoluten Horizontal-Intensität bis auf $^1/_{10000}$ ihres ganzen Werthes als nicht sehr schwierig zu bezeichnen, erklären andere, insbesondere Physiker, welche in ihren Cabineten vereinzelte Messungen der Horizontal-Intensität nach verschiedenen Methoden und mit verschiedenen Instrumenten angestellt haben, die Erreichung einer solchen Genauigkeit zur Zeit für unmöglich und haben es demzufolge mehrfach als einen Vorzug gewisser Methoden zur Bestimmung der absoluten elektromagnetischen Widerstandseinheit — des Ohm — bezeichnet, dass man bei ihnen nicht nöthig habe, die Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus zu ermitteln. Angesichts dieser verschiedenen Meinungen schien mir eine eingehendere Untersuchung der Genauigkeitsbedingungen der verschiedenen Methoden der Ermittelung der Horizontal-Intensität zur Fixirung der dabei erreichbaren Sicherheitsgrenze geboten.

Die Unterschätzung der Schwierigkeiten einer genauen Bestimmung der Horizontal-Intensität von der einen Seite rührt zum Theil unstreitig davon her, dass bei fortlaufenden Beobachtungen mit demselben Instrument gerade die am schwierigsten zu messenden Grössen ein für alle Male bestimmt und dann in der Folge als Constante unverändert beibehalten werden, so dass wir es da im Grunde nicht mit eigentlich absoluten Messungen, bei denen man jeweilen auf die Grundeinheiten der Länge, Masse und Zeit zurückzugehen hat, sondern nur mit einer

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus dem von der Petersb. Akad. herausgegebenen Rep. der Meteorol. Bd. 8 (1883).

Art relativer Bestimmungen zu thun hat, welche eine geringere Zahl von Fehlerquellen involviren. Andrerseits aber hat man bei vereinzelten absoluten Messungen nach verschiedenen Methoden und mit verschiedenen Instrumenten nicht bloss wegen der Diversität dieser, sondern gewiss häufig auch desshalb grosse Abweichungen der Resultate von einander erhalten, weil man dabei den Variationen des Erdmagnetismus entweder gar keine oder dann in Ermangelung guter Variationsapparate nur in ungenügender Weise Rechnung trug.

Zur richtigen Beurtheilung der möglichen Sicherheit absoluter Messungen werden wir also stets die Bestimmung aller variablen Grössen zu betrachten resp. bis zu den Grundeinheiten zurückzugehen haben und sodann werden wir vorauszusetzen haben, dass während der Dauer der Messungen die Elemente des Erdmagnetismus entweder constant geblieben seien oder dass man deren Variationen durch Elimination unschädlich gemacht habe. Von der Sicherheit, mit der das letztere geschehen kann, wird also theilweise auch die Genauigkeit der Resultate absoluter Bestimmungen abhängen. Bei einer andern Gelegenheit[1]) habe ich nun bereits gezeigt, dass sich aus den vergleichenden Beobachtungen an verschiedenen guten Variationsinstrumenten für die Horizontal-Intensität in St. Petersburg und in Pawlowsk als mittlerer Fehler einer Beobachtung resp. Registrirung der Werth $\pm$ 0,0001 ($^{\text{mm mg}}$) ergibt, d. h. also eine Grösse, die kleiner ist als $^1/_{10000}$ des ganzen Werthes der Horizontalintensität an diesen Orten. Wir haben somit von dieser Seite her keine, diese Genauigkeitsgrenze gefährdende Fehlerquelle zu befürchten und können somit bei den folgenden Betrachtungen in der That die Horizontalintensität während der Dauer der Beobachtungen als constant annehmen.

Es gibt drei Methoden zur Bestimmung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus: die Gauss'sche, die von mir angegebene und eine dritte, aus beiden combinirte, von denen jede wieder in zwei Modificationen anzuwenden ist, nämlich mit Benutzung von Fernrohr und Scala zur Messung der kleinen Ablenkungen oder unter Anwendung eines excentrischen Collimatorfernrohrs behufs Bestimmung der grösseren Drehungswinkel des Magnets. Wir wollen der Reihe nach diese verschiedenen Methoden betrachten.

I. a) Methode von Gauss mit kleinen Ablenkungen.

Es ist dies die in der Abhandlung: „Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata", Göttingen 1833, von Gauss dargelegte Methode, nach welcher die Horizontalintensität

1) Zweckmässige Empfindlichkeit der magnetischen Variationsapparate. Bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Pétersbourg vol. XXVIII p. 30 (Novembre 1881).

durch die Combination von Beobachtungen der Schwingungsdauer eines unifilar aufgehängten Magnets unter dem Einfluss des Erdmagnetismus und der Ablenkungen aus dem magnetischen Meridian, welche er an einem andern unifilar aufgehängten Magnete in bestimmter Entfernung hervorbringt, erhalten wird. Heissen wir H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft und M das magnetische Moment des Magnets bei 0°, so ergeben die Beobachtungen der Schwingungsdauer T desselben bei t^0:

$$HM = \frac{\pi^2 N(1 + 2et)}{T^2(1 + \nu' H)(1 - \mu' t - \mu'' t^2) \cdot k'} \tag{1}$$

wo N das Trägheitsmoment des Magnets mit seiner Suspension bei 0°, e den mittleren linearen Ausdehnungscoefficienten der Magnetsubstanz (in der Voraussetzung, dass der Unterschied der Ausdehnung der Suspensionstheile von der des Stahls auf das Trägheitsmoment ohne erheblichen Einfluss sei), ν' den Inductionscoefficienten des Magnets im Falle der Verstärkung seines Magnetismus, μ' und μ'' die Temperaturcoefficienten des Magnets für das lineare und quadratische Glied darstellen, endlich:

$$k = 1 + 0{,}00002315\, s - 0{,}00003808 \cdot \alpha^2 + 0{,}00004630 \cdot \varDelta \tag{a}$$

gesetzt wurde, wenn s der tägliche Gang des bei der Bestimmung der Schwingungsdauer benutzten Chronometers in Secunden (bei dadurch beschleunigtem Zurückgehen des Chronometers als positiv aufgefasst), α das Mittel der Anfangs- und End-Amplitude der Schwingungen (Entfernung der äussersten Stellungen von der Gleichgewichtslage) in Graden ausgedrückt und $\varDelta$ die in Minuten angegebene Ablenkung des Magnets aus seiner Gleichgewichtslage im Meridian durch eine Drehung des obern Fadenendes 360° ist. Der Einfluss des Luftwiderstandes auf die Schwingungsdauer ist hierbei als sehr klein vernachlässigt. Die Dämpfung durch Inductionsströme in benachbarten Metallmassen, die einen grösseren Einfluss haben könnte, muss behufs Beobachtung einer grossen Zahl von Schwingungen möglichst vermieden werden.

Bei den Ablenkungsbeobachtungen betrachten wir nur den günstigsten Fall, wo der ablenkende Magnet in der Senkrechten zum magnetischen Meridian so hingelegt wird, dass die Verlängerung seiner Axe den Mittelpunkt des abzulenkenden Magnets trifft. Die Beobachtung des Ablenkungswinkels v des letztern aus dem magnetischen Meridian gibt dann:

$$\frac{H}{M} = \frac{2(1 - \mu'\tau - \mu''\tau^2)(1 + \nu' 2M' E^{-3} \sin v)}{E^3(1 + 3m\tau) \cdot \operatorname{tang} v \cdot (1 + 0{,}00004630 \cdot \varDelta')} \left(1 + \frac{p}{E^2(1 + 2m\tau)} + \frac{q}{E^4(1 + 4m\tau)} + \cdots\right) \tag{2}$$

wenn τ die Temperatur des ablenkenden Magnets und der Ablenkungsschiene, E die Entfernung der Mittelpunkte beider Magnete bei 0°,

m den linearen Ausdehnungscoefficienten der Substanz der Ablenkungsschiene, M' das magnetische Moment des abgelenkten Magnets, Δ' die in Minuten angegebene Ablenkung des letzteren aus dem magnetischen Meridian durch eine Drehung seines oberen Fadenendes um 360° und p, q etc. Grössen darstellen, welche von den Dimensionen der beiden Magnete, der Vertheilung des Magnetismus in ihnen und von dem Winkel v abhängen.

Aus 1. und 2. folgt:

$$H^2 = \frac{2\pi^2 N(1+2et)[1+\mu'(t-\tau)+\mu''(t^2-\tau^2)]\left(1+\frac{p}{E^2}+\frac{q}{E^4}+\right)}{T^2 k'(1+\nu' H)(1+3m\tau)E^3 \operatorname{tang} v} \qquad \text{(I}$$

wenn wir die Glieder mit höheren Potenzen und Producten von μ' und μ'', ferner $2m\tau$ und $4m\tau$ in den an und für sich schon kleinen Werthen der Glieder in der Klammer und ebenso $2\,\nu'\,M'\,E^{-3}\sin v$[1]) als klein neben 1 vernachlässigen und der Kürze halber setzen:

$$k' = 1 + 0{,}00002315 \cdot s - 0{,}00003808\,\alpha^2 + 0{,}00004630 \cdot (\Delta + \Delta'). \qquad \text{(A}$$

Fassen wir die Fehler in der Bestimmung der einzelnen Grössen als Differentiale auf, welche einen Fehler δH in dem Endresultat für H hervorbringen, so hat man:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\delta N}{N} = \frac{\delta k'}{k'} = 2\frac{\delta H}{H},\\
&\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta H}{H}, \quad \frac{\delta E}{E} = \frac{2}{3}\frac{\delta H}{H}\\
&\frac{\delta e}{e} = \frac{\delta t}{t} = \frac{2}{2et}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\frac{\delta m}{m} = \frac{\delta \tau}{\tau} = \frac{2}{3m\tau}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta\mu' = \frac{2}{t-\tau}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta\mu'' = \frac{2}{(t-\tau)(t+\tau)}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta(t-\tau) = \frac{2}{\mu'+\mu''(t+\tau)}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta(t+\tau) = \frac{2}{\mu''(t-\tau)}\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta\nu' = \frac{2}{H}\cdot\frac{\delta H}{H}, \quad \delta v = \sin 2v\cdot\frac{\delta H}{H}\\
&\delta p = 2E^2\cdot\frac{\delta H}{H}, \quad \delta q = 2E^4\cdot\frac{\delta H}{H}
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(3}$$

---

1) Für $\nu' = 0{,}002$, $M' = 10^7\,1{,}8$, $E = 750^{\text{mm}}$ und $v = 3°$ erhält z. B. dieses Glied den Werth: 0,00000893; $\mu'^2 t\tau$ und $\mu''^2 t^2\tau^2$ für $t = \tau = 20°$ und $\mu' = 0{,}0005$, $\mu'' = 0{,}000005$ die Werthe 0,0001 und 0,000004.

Hiernach wollen wir zunächst die Fehler derjenigen Grössen betrachten, welche jeweilen bei jeder sogen. absoluten Messung beobachtet zu werden pflegen, es sind dies T, k', t, τ, v und E.

Wir nehmen dabei an, es soll die Horizontal-Intensität bis auf den $1/10000$ Teil ihrer Grösse genau erhalten werden, so dass also:

$$\frac{\partial H}{H} = \pm 0{,}0001$$

zu setzen ist.

1. Bestimmung der Schwingungsdauer T.

Man hat nach Obigem:

$$\frac{\partial T}{T} = \pm 0{,}0001$$

oder da man nicht die Zeit einer Schwingung, sondern die auf n Schwingungen des Magnets fallende misst:

$$\frac{n \cdot \partial T}{n \cdot T} = \pm 0{,}0001.$$

Angenommen, man begehe in der Erfassung des Anfangs und Endes der Zeit $n. T$ je einen Fehler von $\pm$ 0,1^s und es summiren sich dieselben im Resultat, so wäre also:

$$n \partial T = \pm 0{,}2^s$$

zu setzen und es müssten demnach zur genügend sicheren Bestimmung von T die Zeit von so viel Schwingungen n beobachtet werden, dass

$$nT = 2000^s = 33^m\, 20^s$$

ist. Diese Zeit kann beinahe auf die Hälfte reducirt werden, wenn man zu Anfang und zu Ende der Beobachtung je die Zeitmomente von mehreren, etwa 10 aufeinanderfolgenden Durchgängen des Magnets durch seine Gleichgewichtslage statt bloss eines einzelnen notirt — bei sehr kleiner Schwingungsdauer wählt man jeden dritten oder fünften Durchgang —; für die entsprechenden Anfänge und Enden der nT-Schwingungen ist es dann wahrscheinlich, dass dabei eben so oft die Fehler sich aufheben als summiren, somit im Mittel: $n\,\partial T = \pm$ 0,1^s wird.

Will man dagegen die Zeit nicht sparen und lieber eine grössere Genauigkeit erzielen, so wird man noch mehr Schwingungen beobachten. So hat Gauss bei seinen Messungen die Schwingungsdauer eines Magnets von ungefähr 15^s aus der Beobachtung von 400 Schwingungen abgeleitet, so dass $nT = 1^h\ 15^m$ wurde.

Hierbei ist stets vorausgesetzt worden, dass der schwingende Magnet genau **horizontal** sei. Ist dies nicht der Fall, sondern bildet seine magnetische Axe mit dem Horizont den Winkel ε, so ist in der Formel für H statt T zu setzen:

$$T\cdot^2 \frac{1}{\cos\varepsilon} = (T + \partial T)^2,$$

wo dT die dadurch bewirkte Aenderung der Schwingungsdauer bezeichnet. Aus dieser Formel folgt:

$$\cos\varepsilon = \frac{1}{\left(1 + \frac{\partial T}{T}\right)^2},$$

d. h. der Winkel ε darf nicht grösser als: $1^0\ 5'$ sein, wenn der dadurch bedingte Fehler in der Schwingungsdauer die oben bestimmte Grenze von $\frac{\partial T}{T} = \frac{\partial H}{H} = \pm\ 0{,}0001$ nicht überschreiten soll.

Da bei einem Magnet von 100^{mm} Länge die vorstehende Neigung bereits das eine Ende um $1{,}9^{mm}$ höher macht als das andere, so kann die horizontale Lage des aufgehängten Magnets genau genug nach einem darunter aufgestellten künstlichen Horizont beurtheilt resp. justirt werden.

Es besteht also keine Schwierigkeit, die Schwingungsdauer T mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen.

2. Bestimmung der Grösse k'

zur Reduction der Schwingungsdauer auf richtige Zeitsecunden, unendlich kleine Amplituden und eine Aufhängung ohne Torsionskraft wie auch der Ablenkungen auf eine solche Aufhängung des abgelenkten Magnets.

Es muss sein:

$$\frac{\partial k'}{k'} = \pm\ 0{,}0002$$

oder, da sehr nahe: $k' = 1$ ist, auch einfach:

$$\partial k' \pm 0{,}0002.$$

Hieraus folgt, dass in dem Ausdruck A für k' der tägliche Chronometergang s nahe 9 Secunden, die Amplitude α über 2^0 und die Torsionsgrösse $\Delta + \Delta'$ bis 5 Minuten betragen darf, ehe ihr Einfluss auf das Endresultat innerhalb der festgesetzten Genauigkeitsgrenze anfängt merklich zu werden. Da aber diese drei Grössen jedenfalls mit einer viel grösseren Sicherheit, als diese Grenzwerthe darstellen,

zu ermitteln sind, so kann von dieser Seite her die gewünschte Genauigkeit ebenfalls nicht beeinträchtigt werden.

3. Bestimmung der Temperaturen t und τ.

Den obigen Gleichungen zufolge hat man:

$$\delta t = \pm \frac{0{,}0001}{e}, \quad \delta \tau = \pm \frac{0{,}0002}{3m}.$$

Setzen wir den Ausdehnungscoefficienten des Stahls.

$$e = 0{,}0000124,$$

wobei wir annehmen, dass auch die Suspensionstheile des Magnets mit dem Glasspiegel dieselbe mittlere Ausdehnung besitzen, und ferner den Ausdehnungscoefficient des Messings,

$$m = 0{,}0000180,$$

wobei wir voraussetzen, dass die Ablenkungsschiene aus diesem Material bestehe oder wenigstens bei der betreffenden Temperatur mit einem Messingmaassstab ausgemessen worden sei, so kommt:

$$dt = \pm 8^0, \quad \delta\tau = \pm 3{,}7^0.$$

Ein im Schwingungskasten angebrachtes, in ganze Grade getheiltes Thermometer einerseits sowie ein auf die Ablenkungsschiene andrerseits hingelegtes Thermometer werden also für diese Zwecke mehr als genügend die Temperatur t und τ bestimmen lassen.

4. Bestimmung des Ablenkungswinkels v.

Nach Obigem soll sein:

$$\delta v = \pm 0{,}0001 \cdot \sin 2v.$$

Bei der Beobachtung durch Spiegelablesung mit Fernrohr und Scala, wie wir sie hier vorausgesetzt haben, werden nur verhältnismässig kleine Werthe von v vorkommen. Gauss benutzte Ablenkungen von etwa 3^0. Setzen wir also:

$$v = 3^0,$$

so kommt:

$$\delta v = \pm \operatorname{arc} \cdot 2{,}2''.$$

Angenommen die horizontale, reducirte Entfernung von Scala und Spiegel sei 4 Meter, so ist der Winkelwerth eines Theils der in Millimeter getheilten Scala:

$$v_1 = \frac{1}{8000} = \operatorname{arc} \cdot 25{,}78''$$

und die obige Genauigkeitsgrenze entspricht also nahe 0,1 Scalentheil, eine Grösse, die (bei genügender Vergrösserung des Fernrohrs) leicht mit Sicherheit geschätzt werden kann. Dem Ablenkungswinkel $v = 3^0$ entsprechen hierbei: 419 Scalentheile, es genügt also eine Scala von 1^m Länge für Ablenkungen nach beiden Seiten der Gleichgewichtslage.

Die Grösse tang v, die in der Formel 3 comparirt, ist bei Spiegelablesung gegeben durch:

$$\operatorname{tang} v = \frac{n}{2D}\left(1 - \frac{n^2}{4D^2}\right),$$

wenn n die im Scalentheile ausgedrückte Ablenkung des Magnets von seiner Gleichgewichtslage im Meridian und D die horizontale Entfernung von Scala und hinterer Spiegelfläche (wegen der Brechung im Glas bereits reducirt) darstellen. Es hängt also die Genauigkeit von v nicht bloss von dem Fehler in der Ablesung von n, sondern auch von der Sicherheit in der Bestimmung von D ab. Aus der angenäherten Relation

$$v = \frac{n}{2D}$$

folgt:

$$\partial D = \frac{2D}{n} \partial v$$

und daraus berechnet sich für eine Ablenkung von 3^0 oder:

$$D = 4000^{mm}, \; n = 420^{mm}, \; \partial v = \pm \operatorname{arc} \cdot 2{,}2'',$$

als untere Genauigkeitsgrenze, mit welcher die Entfernung D zu bestimmen ist:

$$\partial D = \pm 1{,}6^{mm}.$$

Da es nicht schwer hält, die Entfernung D mit einer Sicherheit von $\pm 0{,}5^{mm}$ zu bestimmen, so kommt also auch diese Fehlerquelle hier nicht in Betracht.

5. Bestimmung der Entfernung E der beiden Magnetmittelpunkte unter Voraussetzung, dass sie in derselben Horizontalen sich befinden.

Man hat in unserem Fall:

$$\partial E = \pm \frac{2}{3} E \cdot 0{,}0001.$$

Gauss benutzte eine Entfernung

$$E = 1200^{mm},$$

für welche also wird:

$$\partial E = \pm 0{,}08^{mm}.$$

Bei einem Apparat dieser Art im Observatorium zu Pawlowsk ist:

$$E = 813^{mm} (32''),$$

also:

$$\partial E = \pm 0{,}054^{mm}.$$

Unmittelbar lässt sich nun E nicht messen, indem die Mitte des einen und andern Magnets nicht zugänglich resp. genau zu fixiren ist. Man pflegt daher den ablenkenden Magnet entweder direkt oder mit Hilfe eines Trägers, auf dem er eine bestimmte Lage hat, auf die Ablenkungsschiene zu legen und eine Marke am ersteren oder am Träger, die nahe an seiner Mitte liegt, mit einem Theilstrich der letzteren zur Coincidenz zu bringen. Versetzt man dann den Magnet mit oder ohne Träger in gleicher relativer Stellung auf die andere Seite des abzulenkenden Magnets und stellt die Coincidenz derselben Marke mit einem entsprechenden Theilstrich der Schiene dort her, so ist offenbar die halbe Entfernung der fraglichen beiden Theilstriche, unabhängig von der Abweichung des Mittelpunktes der Schiene vom Mittelpunkt des ablenkenden Magnets und der fraglichen Marke vom Mittelpunkt des abzulenkenden Magnets, die gesuchte Entfernung der beiden Magnetmittelpunkte. Die Umkehr des Magnets auf seinem Lager behufs Erzielung von Ablenkungen nach der entgegengesetzten Seite kann auch die Entfernung etwas verändern, wird aber ebenfalls durch eine entsprechende Beobachtung auf der andern Seite des abzulenkenden Magnets unschädlich gemacht.

Im allgemeinen setzt sich also der Fehler ∂E aus 3 Beobachtungsfehlern zusammen; einem Fehler bei Bestimmung der Strichdistanz auf der Ablenkungsschiene, einem Fehler beim Auflegen des Magnets auf seinen Träger und einem Fehler beim Einstellen der Marke am Träger auf den Strich der Ablenkungsschiene. Jeder dieser Fehler darf also für $E = 1200^{mm}$ bloss $\pm 0{,}08 \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 0{,}046^{mm}$ sein.

Die Ausmessung der Strichdistanzen auf der Ablenkungsschiene mit einer Genauigkeit von $\pm 0{,}05^{mm}$ kann, wenn nur die Striche nicht zu grob sind, ohne Schwierigkeit erfolgen und ebenso dürfte auch die Einstellung der Marke am Magnetträger auf diese Striche bei Erfüllung derselben Bedingung unschwer mit dieser Sicherheit zu bewerkstelligen sein. Dagegen wird im allgemeinen das Auflegen des Magnets auf seinen Träger resp. eine constante Lage seiner Mitte in Bezug auf die Marke am Träger nicht mit derselben Genauigkeit garantirt sein. Abgesehen von einer gewissen Unsicherheit der Anschläge oder Fassungen für den Magnet entsteht hierbei leicht noch ein Fehler, auf den nicht genügend aufmerksam gemacht worden ist. Wenn nämlich der Magnet,

wie dies meistentheils der Fall ist, in einiger Entfernung ober- oder unterhalb der getheilten Fläche der Schiene sich befindet, so können entweder Unebenheiten in dieser oder gar Durchbiegungen derselben bei Belastung durch den Magnet sammt Träger bewirken, dass die Entfernung der Mittelpunkte des Ablenkungsmagnets in der Lage diesseits und jenseits des abzulenkenden Magnets nicht dem Abstande der bezüglichen Striche auf der Schiene entspricht, sondern um ein Erhebliches grösser ausfällt. Nehmen wir z. B. an, der Magnet befinde sich 100^{mm} über der getheilten Fläche der Schiene und die Tangente zu ihrer Biegungscurve schliesse an der betreffenden Stelle einen Winkel von 5′ mit der Horizontalen ein, so wird die auf der Schiene abgemessene Entfernung der beiden Magnete in Wirklichkeit um: $100 \sin 5' = 0{,}145^{mm}$ kleiner oder grösser sein als die in Rechnung gebrachte und somit ein Fehler entstehen, der 3 mal grösser ist als der zu tolerirende. Wir werden im Verlauf eine Einrichtung der Schiene etc. beschreiben, welche geeignet ist, diesen Fehler ganz verschwindend zu machen.

Die Einstellung des Magnets auf der Ablenkungsschiene erfordert also jedenfalls einige Vorsicht, wenn der Beobachtungsfehler nicht grösser werden soll als die Grenze, welche für eine Genauigkeit der Intensität bis zu $\pm$ 0,0001 ihres Werthes gefordert wird.

Im übrigen gehört der der Vergleichung der Schienen-Theilung mit einem Normalmaasse zukommende Antheil des Fehlers δE bereits der folgenden Categorie von Bestimmungselementen an, welche bei einem Instrumente ein für alle Male oder wenigstens bloss von Zeit zu Zeit ermittelt werden. In diesem Theil von δE wird also auch der absolute Fehler resp. die Unsicherheit des Normalmaasses selbst enthalten sein.

Wenn bei der obigen Beobachtungsweise die Marke am Magnetträger nicht mit seinem Mittelpunkte zusammenfällt oder die Mitte zwischen den beiden Einstellungsstrichen diesseits und jenseits auf der Ablenkungsschiene nicht ganz vertical unter dem Centrum des abzulenkenden Magnets sich befindet, so werden die Entfernungen diesseits und jenseits ungleich und folglich auch die Ablenkungswinkel verschieden werden. Heissen wir diese v_1 und v_2, so ist die wahre, in die Formel einzusetzende Ablenkung v gegeben durch:

$$v = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(v_1 - v_2)^2 \left(\frac{1}{4} \operatorname{tang} v + \frac{1}{3} \operatorname{cotg} v\right). \qquad (5$$

Die Correction, welche am Mittel der beiderlei Ablenkungswinkel anzubringen ist, erreicht also für $v = 3^0$ den Werth $dv = \pm \operatorname{arc} \cdot 2{,}2''$, wenn $v_1 - v_2 = 6{,}3'$ ist. Sowie also der Unterschied der beiden Ab-

lenkungswinkel die Grösse von 6′ überschreitet, so muss die obige Correction am Mittel der letzten angebracht werden, wenn man die fragliche absolute Genauigkeit des Endresultates erzielen will.

Auch eine allfällige Neigung der magnetischen Axe des ablenkenden Magnets zum Horizont kann die Genauigkeit des Resultats beeinträchtigen. Ist nämlich dieser Neigungswinkel i, so ist in unserer Formel statt tang v zu setzen:

$$\frac{\operatorname{tang} v}{\cos i}$$

oder auch angenähert statt v der Werth:

$$v\left(1 + 2 \sin^2 \frac{i}{2}\right). \tag{6}$$

Die Correction: $2v \cdot \sin^2 \frac{i}{2}$ erreicht somit für $v = 3^0$ den Werth $\delta v = \pm \text{arc} \cdot 2{,}2''$, wenn $i = 1^0\,38'$ wird. Erst wenn die Neigung $1\,{}^1\!/_2{}^0$ übersteigt, muss demnach diese Correction berücksichtigt werden.

Wenn ferner der ablenkende Magnet nicht, wie vorausgesetzt, genau senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht, sondern von dieser Richtung um δ abweicht, so ist in der Formel für H statt tang v zu setzen:

$$\operatorname{tang} v\,(1 + \operatorname{tang} \delta \cdot \operatorname{tang} v). \tag{7}$$

Damit die hieraus für v resultirende Correctionsgrösse nicht: $dv = 2{,}2''$ für $v = 3^0$ überschreite, darf also höchstens $\delta = 27'$ sein. Es muss somit die Ablenkungsschiene resp. der auf sie gelegte Magnet bis auf weniger als ${}^1\!/_2{}^0$ genau senkrecht zum magnetischen Meridian stehen. Hierzu genügt ein in ganze Grade getheilter Kreis, um dessen, in die Drehungsaxe des abzulenkenden Magnets fallendes Centrum, die Ablenkungsschiene drehbar ist. Man sucht die Stellung auf, wo der auf sie gelegte Magnet nicht ablenkt, d. h. im magnetischen Meridian liegt und dreht dann um 90^0.

Wir haben endlich noch vorausgesetzt, dass der ablenkende Magnet in derselben Horizontalebene wie der abgelenkte sich befinde. Angenommen, es sei dies nicht der Fall, sondern er befinde sich h Millimeter über oder unter dieser Ebene, so wäre im Ausdruck für H an die Stelle von E zu setzen:

$$E\left(1 + 2\frac{h^2}{E^2}\right). \tag{8}$$

Setzen wir diesen Ausdruck $= E + dE$, so wird:

$$\delta E = \frac{2h^2}{E}.$$

Soll also das Correctionsglied nicht einen grösseren Werth annehmen, als dem zu tolerirenden Fehler bei Bestimmung der Entfernung E entspricht, so wird die obere Grenze von h bestimmt durch:

$$h = \sqrt{\frac{E \partial E}{2}} = E \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\partial H}{H}}.$$

woraus für $\frac{\partial H}{H} = \pm\, 0{,}0001$ folgt:

$$h = E \cdot 0{,}00577.$$

Für $E = 1200^{\mathrm{mm}}$ hat man somit:

$$h = 6{,}9^{\mathrm{mm}}.$$

Man wird demnach leicht vermittelst einer passenden Visirvorrichtung die beiden Magnete genau genug auf dieselbe Höhe bringen können.

Von den Beobachtungsfehlern der 6 bei jeder Messung neu zu bestimmenden Grössen können also, wenn wir das Vorige zusammenfassen, offenbar die von k, t und τ als unerheblich für das Resultat ganz ausser Acht gelassen werden und es bleiben je bloss die von T, v und E herstammenden zu berücksichtigen. Dieselben wirken im allgemeinen zugleich bestimmend auf das Endresultat ein, um also bei dem letztern infolge dessen doch bloss einen resultirenden wahrscheinlichen Fehler von $\frac{dH}{H} = \pm\, 0{,}0001$ zu erhalten, dürfen nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Fehler der drei Bestimmungsgrössen nicht die oben mitgetheilten sein, sondern nur $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}69$ derselben betragen. Es darf also z. B. für $T = 10^{\mathrm{s}}$, $v = 3^0$ und $E = 1000^{\mathrm{mm}}$ bloss sein:

$$\partial T = \pm\, 0{,}00069^{\mathrm{s}}, \quad \partial v = \pm\, \mathrm{arc}\, 1{,}5'', \quad \partial E = \pm\, 0{,}046^{\mathrm{mm}},$$

welche Fehlergrenzen praktisch jedenfalls auch noch werden einzuhalten sein.

Wir gehen jetzt über zur Betrachtung derjenigen Bestimmungselemente, die man nur ein für alle Male oder wenigstens bloss von Zeit zu Zeit zu ermitteln pflegt, es sind dies e, m, μ', μ'', v', N, p und q.

6. Bestimmung der linearen Ausdehnungscoefficienten e und m.

Nach Obigem muss sein:

$$\partial e = \pm \frac{0{,}0001}{t}, \quad \partial m = \pm \frac{0{,}000067}{\tau},$$

somit für $t = \tau = 30^0$ C.:

$$\partial e = \pm 0{,}0000033, \quad \partial m = \pm 0{,}0000022.$$

Nun variiren die verschiedenen vorliegenden Angaben über die linearen Ausdehnungscoefficienten für 1^0 C.

des Stahls	des Messings
von 0,0000107 bis 0,0000138	von 0,0000173 bis 0,0000193
Differenz: 0,0000031	Differenz: 0,0000020.

Wir werden somit die obigen Fehlergrenzen nicht überschreiten, wenn wir einen beliebigen der vorliegenden Ausdehnungscoefficienten für die betreffenden Metalle wählen und es ist sonach eine besondere Bestimmung derselben im gegebenen Falle überflüssig.

7. Bestimmung der Temperaturcoefficienten μ' und μ'' des Ablenkungs- resp. Schwingungsmagnets, sowie der damit zusammenhängenden Grössen $t - \tau$ und $t + \tau$.

Es muss sein:

$$\partial \mu' = \pm \frac{0{,}0002}{t - \tau}, \quad \partial \mu'' = t \frac{0{,}0002}{(t - \tau)(t + \tau)}.$$

Wenn also z. B. $t = 30^0$ und $\tau = 29^0$, so kommt:

$$\partial \mu' = \pm 0{,}00010, \quad \partial \mu'' = \pm 0{,}0000017.$$

Zufolge den Erörterungen in meiner Abhandlung „Ueber die Bestimmung des Temperaturcoefficienten von Stahlmagneten“ [1]) und den dort mitgetheilten Erfahrungsdaten hält es nun durchaus nicht schwer, die Temperaturcoefficienten mit der vorstehenden geringen Genauigkeit zu ermitteln. Die Versuche werden sich aber stets so einrichten lassen, dass die Differenz $t - \tau$ der Temperaturen bei den Schwingungs- und Ablenkungsbeobachtungen, wie hier angenommen wurde, nicht grösser als 2^0 wird.

Wir haben ferner unter denselben Zahlenannahmen für t und τ:

$$\partial (t - \tau) = \pm \frac{0{,}0002}{\mu' + \mu'' \cdot 60}, \quad \partial (t + \tau) = \pm \frac{0{,}0001}{\mu''}.$$

Wenn also z. B. $\mu' = 0{,}001$ und $\mu'' = 0{,}00001$ ist (bei kleineren Stäben nehmen sie nur die Hälfte dieser Werthe an), so kommt:

$$\partial (t - \tau) = \pm 0{,}12^0, \quad \partial (t + \tau) = \pm 10^0.$$

Es ist also nicht sowohl der absolute Werth der Temperaturen t und τ als ihre Differenz, welche mit einer grösseren Sicherheit be-

1) Bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. à St. Pétersbourg vol. XIX p. 1 (1873).

stimmt werden muss. Zu dem Ende ist es jedenfalls nöthig, das Thermometergefäss in unmittelbarer Nähe des Magnets aufzustellen und in ähnlicher Weise wie diesen zu umhüllen, wenn man sicher sein will, dass es in der Luft die Temperatur dieses mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,1° angebe. Ausserdem sind rasche Aenderungen der Temperatur und deshalb auch ein Anfassen der Magnete mit blossen Händen zu vermeiden.

8. Bestimmung des Inductionscoefficienten ν' [1]).

Es soll sein:

$$\delta\nu' = \pm \frac{0,0002}{H}$$

also, wenn wir $H = 2,0$ setzen:

$$\delta\nu' = \pm 0,0001.$$

Die übliche Methode der Bestimmung der Inductionscoefficienten ν' bei Verstärkung und ν'' bei Schwächung des Nadelmagnetismus durch Ablenkungsbeobachtungen bei verticaler Stellung des Magnets Nordpol unten und Nordpol oben gibt nur das arithmetische Mittel dieser beiden Coefficienten, aus welchen dann der eine und andere vermittelst der von Lamont aus seinen Untersuchungen abgeleiteten Regel berechnet wird, wonach nämlich der Coefficient im Verstärkungsfalle um $^1/_7$ kleiner und im Schwächungsfalle um $^1/_7$ grösser als der mittlere Werth sein soll. Man ersieht schon hieraus und noch mehr aus den Mittheilungen, die ich über Bestimmungen dieser Art schon früher gemacht habe[2]), dass diese Methode an manchen Unsicherheiten leidet, welche zur Zeit eine Genauigkeit von $\delta\nu' = \pm$ 0,0001, d. h. ungefähr 0,1 des ganzen Werthes von ν' schwer verbürgen lässt. Ich werde im Verlauf noch auf andere Methoden zur Bestimmung von ν' und ν'' zu sprechen kommen.

9. Bestimmung des Trägheitsmoments N_0 des Magnets.

Es muss sein:

$$\frac{\delta N}{N} = \pm 0,0002.$$

Das Trägheitsmoment des Magnets lässt sich, wenn seine Gestalt regelmässig ist, am einfachsten aus seinen Dimensionen und seiner

1) Den Einfluss der Induction auf die absoluten Messungen hat Gauss ganz vernachlässigt und auch neuerdings ist er z. B. bei den absoluten Widerstandsbestimmungen oft ganz ausser Acht gelassen worden, obschon er keineswegs so klein ist.

2) Annalen des physik. Centralobservatoriums für 1878 Thl. 1. Beobachtungen im Observatorium zu Pawlowsk Einleitung S. 55.

Masse ableiten, wie dies z. B. W. Weber bei seinem kleinen Apparat für Reisende vorgeschlagen hat[1]).

Ist nämlich der Magnet ein Parallelopiped und die Suspension so leicht, dass ihr Trägheitsmoment kleiner ist als 0,0002 desjenigen des Magnets, so ist für eine durch das Centrum gehende Axe parallel zur Höhenkante c:

$$N = \frac{Q}{12}(l^2 + b^2), \tag{9}$$

wenn Q die Masse des Magnets in Milligramm, l die Länge und b die Breite desselben in Millimetern darstellen. Hieraus ergeben sich als Genauigkeitsbedingungen in der Bestimmung dieser 3 Grössen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial Q}{Q} &= \frac{\partial N}{N} = \pm 0{,}0002 \\ \frac{\partial l}{l} &= \frac{\partial N}{N}\frac{1}{2}\left(1 + \frac{b^2}{l^2}\right) = \pm 0{,}0001 \cdot \left(1 + \frac{b^2}{l^2}\right) \\ \frac{\partial b}{b} &= \frac{\partial N}{N}\frac{1}{2}\left(1 + \frac{l^2}{b^2}\right) = \pm 0{,}0001 \cdot \left(1 + \frac{b^2}{l^2}\right) \cdot \frac{l^2}{b^2} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Für ein Stahlprisma von 100^{mm} Länge, 10^{mm} Breite und 10^{mm} Dicke ist angenähert: $Q = 80000^{mg}$ und es dürfte somit bei einem solchen sein:

$$\partial Q = \pm 16^{mg}, \quad \partial l = \pm 0{,}0101^{mm}, \quad \partial b = \pm 0{,}101^{mm}.$$

Wäre der Magnet ein Cylinder, bei welchem die Drehungsaxe durch die Mitte desselben geht und auf der geometrischeu Axe senkrecht steht, so wäre:

$$N = \frac{Q'}{12}\left(h^2 + \frac{3}{4}d^2\right), \tag{11}$$

wenn Q' die Maasse des Cylinders, h seine Höhe und d seinen Durchmesser repräsentirt. Hier hätte man also:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial Q'}{Q'} &= \frac{\partial N}{N} = \pm 0{,}0002 \\ \frac{\partial h}{h} &= \frac{dN}{N}\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{d^2}{h^2}\right) = \pm 0{,}0001\left(1 + \frac{3}{4}\frac{d^2}{h^2}\right) \\ \frac{\partial d}{d} &= \frac{\partial N}{N}\frac{1}{2}\left(1 + \frac{4}{3}\frac{h^2}{d^2}\right) = \pm 0{,}0001 \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\frac{d^2}{h^2}\right)\frac{4}{3}\frac{h^2}{d^2} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Nehmen wir an, es sei die Höhe des Cylinders gleich der Länge des obigen Prismas und der Durchmesser derselben der Art, dass der

1) Resultate des magnet. Vereins pro 1836 S. 63.

Querschnitt beider ebenfalls gleich gross werde, so werden auch die Massen Q und Q_1 gleich sein. Man hätte also, wie beim Prisma die Höhe c gleich der Breite b ist, zum Vergleich damit zu setzen:

$$Q_1 = Q, \quad h = l, \quad d^2\pi = 4b^2,$$

woraus, da π nahe gleich 3 ist, folgt, dass beim Cylinder die Genauigkeitsbedingungen sehr nahe dieselben sind, wie bei einem Prisma von gleicher Masse, gleicher Länge und quadratischem Querschnitt. Da aber die Herstellung eines genauen Cylinders mit viel geringeren mechanischen Schwierigkeiten verknüpft ist als diejenige eines genauen Prismas, so empfiehlt es sich, die erstere Form zu wählen.

Dass die Gewichtsbestimmung des Magnets mit einer viel grösseren absoluten Genauigkeit als der oben verlangten erfolgen kann, bedarf kaum der Erwähnung. Es hat ferner keine Schwierigkeit, die Länge des Cylinders mit der absoluten Sicherheit von $\pm 0{,}01^{mm}$ zu bestimmen, während die Abmessung des Durchmessers mit derselben Genauigkeit mehr Umstände machen würde. Es ist daher sehr vortheilhaft, dass die Bestimmung des Durchmessers mit einem 10 mal grösseren absoluten Fehler behaftet sein darf als die der 10 mal grösseren Länge. Ein gewöhnlicher, gut gearbeiteter Calibermaassstab ist hierzu bereits ausreichend. Im übrigen werde ich weiter unten, wo von der Ausmessung entsprechender Körper die Rede sein wird, nochmals auch auf die Abmessung der Cylinder zu sprechen kommen und die Methoden derselben ausführlicher erörtern.

Unsere obigen Formeln schliessen zwei Voraussetzungen ein, von welchen insbesondere die zweite kaum sicher zu erfüllen ist. Zunächst wurde angenommen, es gehe die verticale Drehungsaxe durch das Centrum des Magnets. Ist dies nicht der Fall, so ist das Trägheitsmoment z. B. des Parallelopipeds in Wirklichkeit statt N

$$N' = N + Q\lambda^2, \tag{13a}$$

wenn λ die Entfernung der Drehungsaxe vom Mittelpunkt resp. Schwerpunkt des Magnets bedeutet. Damit also dieses Correctionsglied keinen Einfluss auf das Endresultat habe, muss höchstens sein:

$$Q\lambda^2 = \partial N \tag{13b}$$

oder:

$$\lambda^2 = \frac{\partial N}{N} \cdot \frac{l^2 + b^2}{12}.$$

Unter den obigen Zahlenannahmen folgt hieraus:

$$\lambda = 0{,}41^{mm},$$

d. h. eine zu tolerirende Grösse für die Excentricität der Drehungsaxe, welche leicht einzuhalten ist und die auch bedeutend grösser ist als die Excentricität, die man dem Schwerpunkt des Magnets absichtlich geben muss, um ihn trotz der Einwirkung der Verticalcomponente des Erdmagnetismus bei der Aufhängung horizontal zu erhalten. Diese Excentricität λ' berechnet sich nämlich nach der Formel:

$$\lambda' = \frac{V \cdot M}{Q \cdot g},$$

wo V die Verticalcomponente des Erdmagnetismus und g die Beschleunigung der Schwere derselben. Setzen wir hier:

$$V = 4{,}669, \quad M = 10^7 \cdot 1{,}555,$$
$$Q = 80000, \quad g = 9819,$$

so kommt:

$$\lambda' = 0{,}09^{\mathrm{mm}}.$$

Die zweite Voraussetzung ist, dass der Magnet in seiner ganzen Ausdehnung homogen sei oder wenigstens beim Prisma aus homogenen Horizontalschichten, beim Cylinder aus concentrischen homogenen Cylindermänteln bestehe. Es ist nun kaum anzunehmen, dass diese Bedingung bei einem gehärteten Stahlstücke erfüllt sei. Leider fehlen Untersuchungen darüber, wie weit im gegebenen Falle die Abweichung gehen und welchen Einfluss sie auf das Endresultat haben kann. Bei grösseren Magneten dürfte sie wohl nicht unbedeutend sein.

Diese Unsicherheit einerseits sowie der Umstand andrerseits, dass die Anbringung eines Spiegels am Magnet zur Beobachtung der Ablenkungen mit Fernrohr und Scala die genaue Berechnung des Trägheitsmomentes aus den Dimensionen und dem Gewicht wenn nicht unmöglich macht, so doch jedenfalls sehr erschweren würde, hat die Anwendung anderer indirecter Methoden zur Bestimmung von N vorziehen lassen.

Gauss[1]) ermittelte das Trägheitsmoment seines Magnets, indem er ausser der Schwingungsdauer desselben für sich noch weitere Schwingungsdauern maass, wenn der Magnet beiderseits der Drehungsaxe mit gleichen Gewichten je in gleichen Entfernungen von jener belastet wurde. Heissen wir q die Masse jedes der angehängten Gewichte, T_1 die Schwingungsdauer, wenn sie beiderseits in der Entfernung L_1 und T_2 diejenige, wenn sie in der Entfernung L_2 von der Drehungsaxe an den Magnet gehängt werden, T aber die Schwingungsdauer des unbelasteten Magnets — alle Schwingungsdauern auf richtige Zeit-

1) a. a. O.

secunden, unendlich kleine Amplituden sowie eine Aufhängung ohne Torsionskraft reducirt gedacht —, so ist das gesuchte Trägheitsmoment:

$$N = 2q\,(L_2^2 - L_1^2)\,\frac{T^2}{T_2^2 - T_1^2}\ ^{1)}. \tag{14a}$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial q}{q} &= \frac{\partial N}{N}, & \frac{\partial L_2}{L_2} &= \frac{1}{2}\frac{\partial N}{N}\left(1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}\right) \\
\frac{\partial T}{T} &= \frac{1}{2}\frac{\partial N}{N}, & \frac{\partial L_1}{L_1} &= \frac{1}{2}\frac{\partial N}{N}\left(\frac{L_2^2}{L_1^2} - 1\right) \\
\frac{\partial T_1}{T_1} &= \frac{1}{2}\frac{\partial N}{N}\left(1 - \frac{T_1^2}{T_2^2}\right), & \frac{\partial T_2}{T_2} &= \frac{1}{2}\frac{\partial N}{N}\left(\frac{T_2^2}{T_1^2} - 1\right)
\end{aligned}\right\} \tag{14b}$$

Bei dem schon erwähnten Apparat des Observatoriums in Pawlowsk, der für derartige Intensitätsmessungen bestimmt ist, hat man:

$$q = 125000^{\text{mg}},\quad L_1 = 20^{\text{mm}},\quad L_2 = 75^{\text{mm}},$$
$$T = 9{,}33^{\text{s}},\quad T_1 = 10{,}84^{\text{s}},\quad T_2 = 20{,}61^{\text{s}},$$

so dass für:

$$\frac{\partial N}{N} = \pm 0{,}0002$$

kommt:

$$\partial q = \pm 25^{\text{mg}},\quad \partial L_1 = \pm 0{,}0261^{\text{mm}},\quad \partial L_2 = \pm 0{,}0070^{\text{mm}},$$
$$\frac{\partial T}{T} = \pm 0{,}00010,\quad \frac{\partial T_1}{T_1} = \pm 0{,}000072,\quad \frac{\partial T_2}{T_2} = \pm 0{,}00036.$$

In Wirklichkeit waren die Fehler bei den Gewichts- und Längenbestimmungen über 10 mal kleiner als die vorstehenden Grenzwerthe und die Schwingungsdauern werden sich jedenfalls auch mit der erforderlichen Genauigkeit ermitteln lassen, wie dies z. B. die von Gauss mitgetheilten Bestimmungen zeigen, der Beobachtungen bei 4 verschiedenen Lagen der Gewichte anstellte.

Eine aufmerksame Betrachtung der bezüglichen Gauss'schen Resultate sowie ähnlicher Beobachtungen von Sartorius v. Waltershausen[2]) lässt indessen erkennen, dass die Bestimmungen für die intermediären Entfernungen auffallend viel grössere Abweichungen zwischen Berechnung und Beobachtung ergeben, als die aus den

1) Hier ist vorausgesetzt, dass die Gewichte auf dem Magnet selbst aufgehängt seien; sind sie aber wie bei Gauss' Versuchen an einem besonderen Stab mit dem linearen Ausdehnungscoefficienten s suspendirt, so kommt rechts noch der Factor $1 + 2\,(s - e)\,t$ hinzu.

2) Sartorius v. Waltershausen, Beobachtungen der absoluten Intensität des Erdmagnetismus zu Waltershausen. Resultate des magnet. Vereins für 1837 S. 97.

extremen Stellungen (am nächsten und am fernsten von der Drehungsaxe) abgeleiteten. Wir lassen es dahin gestellt, ob dies auf eine ungenügende Theorie dieser Methode, welche allfällige aërodynamische und Reibungscorrectionen sowie eigene Schwingungen der angehängten Gewichte nicht berücksichtigt, zurückzuführen sei oder nicht, jedenfalls fordert aber dieser Umstand zu eingehenderen Untersuchungen dieser Methode auf.

Bei dieser Gauss'schen Methode zur Bestimmung von N hat man mindestens dreierlei Schwingungsdauern zu bestimmen, was einen längeren Zeitraum in Anspruch nimmt und also auch für die ganze Zeit entweder volle Constanz des Stahl- und Erdmagnetismus oder eine genügende Elimination ihrer Variationen aus dem Endresultat voraussetzt. Zur Abkürzung hat man daher gesucht, die Messungen auf die von zwei Schwingungsdauern dadurch zu beschränken, dass man den Magnet nicht mit beliebigen Gewichten, sondern mit einem regelmässig gestalteten Körper belastete, dessen Trägheitsmoment genau genug aus seinen Dimensionen nebst Gewicht berechnet werden kann. Heissen wir wieder T die reducirte Schwingungsdauer des unbelasteten Magnets und T_1 diejenige, wenn der Körper vom Trägheitsmoment R (bei 0°) darauf gelegt ist, so hat man:

$$N = R\,\frac{T^2}{T_1^2 - T^2}\,(1 - 2et + 2st_1), \tag{15}$$

wo t die Temperatur bei der Bestimmung von T und t_1 diejenige bei der Messung von T_1, endlich s den linearen Ausdehnungscoefficienten der Substanz des aufgelegten Körpers darstellen. Hieraus folgt, wenn wir der Einfachheit halber $t = t_1$ setzen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial R}{R} &= \frac{\partial N}{N} \\ \frac{\partial T}{T} &= \frac{\partial T_1}{T_1} = \frac{\partial N}{N}\,\frac{T_1^2 - T^2}{2T_1^2} \\ \frac{\partial t}{t} &= \frac{\partial (s-e)}{s-e} = \frac{\partial N}{N}\,\frac{1}{2t(s-e)} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Für den obigen Werth von $\frac{\partial N}{N}$ erhalten wir also, wenn wir $t = 30^0$ und $s - e = 0{,}0000056$ (Unterschied der Ausdehnung von Messing und Stahl annehmen:

$$\partial t = \pm 17{,}8^0, \quad \partial (s - e) = \pm 0{,}0000033,$$

d. h. die Temperaturcorrection ist eine so kleine, dass Temperatur und Ausdehnung nur ganz ungefähr bekannt sein müssen. Ferner kommt:

$$\frac{\partial T}{T} = \frac{\partial T_1}{T_1} = \pm 0{,}0001 \left(1 - \frac{T^2}{T_1^2}\right) = \pm 0{,}0001 \cdot \frac{n}{n+1},$$

wenn wir mit n den Quotienten $\frac{R}{N}$ bezeichnen. Es nehmen somit die Fehlergrenzen für die Schwingungsdauern für verschiedene Werthe von n der Reihe nach folgende Grössen an:

n	$\frac{\partial T}{T} = \frac{\partial T_1}{T_1}$
1	$\pm 0{,}000050$
2	$\pm 0{,}000067$
5	$\pm 0{,}000083$
10	$\pm 0{,}000091$
20	$\pm 0{,}000095$
30	$\pm 0{,}000097$
50	$\pm 0{,}000098$

Je mehr also das Trägheitsmoment des aufgelegten Körpers dasjenige des Magnets übertrifft, um so weniger genau brauchen die Schwingungsdauern zur Erzielung einer gewissen Genauigkeit des Resultates N bestimmt zu werden. Da indessen, wie wir sehen, die Vergrösserung von n bei kleineren absoluten Werthen einen viel grösseren Einfluss hat als bei höheren Werthen und eine übermässige Vermehrung des Trägheitsmomentes des aufgelegten Körpers die Schwingungen unsicher machen würde, so wird man in der Praxis bei einem 10fachen Trägheitsmoment der Belastung gegenüber dem des Magnets stehen bleiben können. Es ist alsdann die Anforderung an die Genauigkeit der Ermittelung der Schwingungsdauer nur ganz wenig grösser als die bei den Intensitätsmessungen selbst (siehe unter 1°) und somit den dortigen Erörterungen zufolge hier ebenfalls zu erfüllen.

Die Relation:

$$\partial N = \partial R \frac{N}{R} = \partial R \frac{1}{n}$$

zeigt endlich, dass eine Vergrösserung von n resp. des Trägheitsmoments der Belastung im Verhältnis zu dem des Magnets auch deshalb geboten ist, um den Fehler ∂R in Bestimmung der erstern von geringerm Einfluss auf das letztere werden zu lassen. Im übrigen hat man:

$$\frac{\partial R}{R} = \pm 0{,}0002.$$

Dem Vorigen zufolge wird offenbar derjenige Körper zur Belastung des Magnets am geeignetsten sein, welcher bei genau herzustellender

und nicht zu unbequemer Form für gleiche Masse das grösste Trägheitsmoment darbietet.

Es ist nun das Trägheitsmoment einer Kugel vom Durchmesser D^I und der Masse Q^I bezogen auf einen grössten Durchmesser als Axe gegeben durch:

$$R^I = Q^I \cdot \frac{D^{I^2}}{10}; \tag{17}$$

ferner dasjenige eines Cylinders von der Masse Q^{II} und dem Durchmesser D^{II} und der Länge L^{II} bezogen auf eine durch den Schwerpunkt parallel zur geometrischen Axe gehende Drehungsaxe:

$$R^{II} = Q^{II} \frac{D^{II^2}}{8}; \tag{18}$$

sodann, wie schon oben mitgetheilt, das eines Cylinders von der Masse Q^{III}, dem Durchmesser D^{III} und der Länge L^{III} bezogen auf eine durch den Schwerpunkt, senkrecht zur geometrischen Axe gehenden Drehungsaxe

$$R^{III} = Q^{III}\left(\frac{D^{III^2}}{16} + \frac{L^{III^2}}{12}\right); \tag{19}$$

ebenso gemäss dem frühern dasjenige eines Prismas von der Masse Q^{IV}, der Länge L^{IV}, der Breite B^{IV} und der Höhe C^{IV} bezogen auf eine durch den Schwerpunkt parallel zur Höhenkante C gehende Drehungsaxe:

$$R^{IV} = Q^{IV}\left(\frac{B^{IV^2} + L^{IV^2}}{12}\right). \tag{20}$$

Ferner ist das Trägheitsmoment eines Ringes von der Masse Q^V, dem äussern Durchmesser D^V, dem innern d^V und der Höhe L^V bezogen auf eine durch das Centrum parallel zur Cylinderaxe gehende Drehungsaxe:

$$R^V = Q^V \cdot \frac{D^{V^2} + d^{V^2}}{8}; \tag{21}$$

endlich das eines hohlen Cylinders von der Masse Q^{VI}, dem äussern Durchmesser D^{VI} und dem innern d^{VI} und von der Länge L^{VI} bezogen auf eine durch den Schwerpunkt senkrecht zur Cylinderaxe gehende Drehungsaxe:

$$R^{VI} = Q^{VI}\left(\frac{D^{VI^2} + d^{VI^2}}{16} + \frac{L^{VI^2}}{12}\right). \tag{22}$$

Nehmen wir jetzt an, die Massen aller dieser Körper seien gleich gross, also Q^{II}, Q^{III}, Q^{IV} etc. $= Q^I$, und machen ferner über die Verhältnisse der verschiedenen Dimensionen bei ein und demselben Körper

gewisse Voraussetzungen, so lassen sich in den Gleichungen 18 bis 22 alle Grössen durch Q^I und den Diameter D^I der Kugel zum unmittelbaren Vergleich ausdrücken. Wir erhalten so, wenn wir der Kürze halber: $Q^I \cdot D^n = A$ setzen:

a) Kugel:

$$R^I = Q^I \cdot D^{I^2} \cdot 0{,}10 = A \cdot 0{,}10,$$

b) Cylinder (Scheibe, mit Drehungsaxe parallel zur geometrischen für:

$$L^{II} = 0{,}25 \cdot D^{II}, \quad D^{II} = 1{,}39 \cdot D^I \qquad L^{II} = 0{,}05 \cdot D^{II}, \quad D^{II} = 2{,}37 \cdot D^I$$
$$R^{II} = A \cdot 0{,}23 \qquad R^{II} = A \cdot 0{,}70.$$

c) Cylinder mit Drehungsaxe senkrecht zur geometrischen für:

$$L^{III} = 5\,D^{III}, \quad L^{III} = 2{,}55 \cdot D^I \qquad L^{III} = 10\,D^{III}, \quad L^{III} = 4{,}00 \cdot D^I$$
$$R^{III} = A \cdot 0{,}56 \qquad R^{III} = A \cdot 1{,}10,$$

d) Prisma mit Drehungsaxe parallel zur Kante C für:

$$L^{IV} = 5\,B^{IV} = 5\,C^{IV}, L^{IV} = 2{,}36 \cdot D^I \qquad L^{IV} = 10\,B^{IV} = 20\,C^{IV}, L^{IV} = 4{,}71 \cdot D^I$$
$$R^{IV} = A \cdot 0{,}48 \qquad R^{IV} = A \cdot 1{,}87,$$

e) Hohl-Cylinder (Ring) mit Drehungsaxe parallel zur geometrischen für:

$$d^V = 0{,}8 \cdot D^V, \; L^V = 0{,}1 \cdot D^V \qquad d^V = 0{,}1 \cdot D^V, \; L^V = 0{,}5 \cdot D^V$$
$$D^V = 2{,}62 \cdot D^I \qquad D^V = 2{,}38 \cdot D^I$$
$$R^V = A\,1{,}41 \qquad R^V = A\,0{,}77,$$

f) Hohl-Cylinder mit Drehungsaxe senkrecht zur geometrischen für:

$$d^{VI} = 0{,}8 \cdot D^{VI}, \; L^{VI} = 5\,D^{VI}, \; L^{VI} = 3{,}59 \cdot D^I$$
$$R^{VI} = A \cdot 1{,}13.$$

Der Vergleich dieser Zahlenresultate ergibt unmittelbar, dass unter allen diesen Körpern der Ring im Verhältnis zur Masse und der Hauptdimension das grösste Trägheitsmoment hat, wie auch schon Lamont es angab[1]). Er bietet ausserdem den Vortheil einer leichten genauen Herstellung, bequemer Centrirung und geringern aërodynamischen Widerstandes an der Luft bei den Schwingungen.

Dagegen stossen wir gegenüber den ersten 4 Körpern beim Ring auf eine Schwierigkeit bezüglich der Abmessungen. Während wir bei jenen nur eine oder zwei äussere Dimensionen abzumessen haben,

1) Lamont, Handbuch des Erdmagnetismus S. 79.

müssen wir hier ausser der äussern noch eine innere Dimension, d. h. den Durchmesser des Hohlraumes des Rings bestimmen, was verhältnismässig schwerer auszuführen ist. Wir sehen ferner aus e), dass ein dünnwandiger höherer Ring ein fast doppelt so grosses Trägheitsmoment darbietet als ein flacher, mehr scheibenförmiger Ring von gleicher Masse; für die Abmessung bietet der letztere, analog wie dies beim Cylinder der Fall war, wieder den Vortheil gegenüber dem erstern, dass der innere viel kleinere Durchmesser viel weniger genau bestimmt zu werden braucht. Nach Formel 21 haben wir nämlich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial Q^V}{Q^V} &= \frac{\partial R^V}{R^V}, \qquad \frac{dD^V}{D^V} = \frac{\partial R^V}{R^V}\left(1+\frac{d^{V2}}{D^{V2}}\right) \\ \frac{\partial d^V}{d^V} &= \frac{\partial R^V}{R^V}\,\frac{1}{2}\left(1+\frac{D^{V2}}{d^{V2}}\right) = \frac{\partial R^V}{R^V}\,\frac{1}{2}\left(1+\frac{d^{V2}}{D^{V2}}\right)\frac{D^{V2}}{d^{V2}} \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

oder auch:

$$\partial d^V = \partial D^V \cdot \frac{D^V}{d^V},$$

d. h. wenn der innere Ringdurchmesser, wie z. B. im zweiten Falle unter e), 10 mal kleiner ist als der äussere, so braucht er auch bloss mit einer 10 mal geringeren absoluten Genauigkeit bestimmt zu werden, im ersten Fall dagegen sind beide Durchmesser nahezu mit derselben Sicherheit zu ermitteln.

Es ist nach Früherm:

$$\frac{\partial R^V}{R^V} = \pm 0{,}0002$$

und setzen wir ferner allgemein:

$$D^V = 100^{\text{mm}},$$

so kommt im Fall 1:	und im Fall 2:
$d^V = 80^{\text{mm}},\ L^V = 10^{\text{mm}}$	$d^V = 10^{\text{mm}},\ L^V = 5^{\text{mm}}$
$\partial D^V = \pm 0{,}0164^{\text{mm}}$	$\partial D^V = \pm 0{,}0101^{\text{mm}}$
$\partial d^V = \pm 0{,}0205$	$\partial d^V = \pm 0{,}1010$

Es frägt sich also jetzt, welchen dieser Fälle man in der Praxis wählen soll, d. h. ob man wegen der Schwierigkeit der Ausmessung des innern Durchmessers den Vortheil des nahezu doppelt so grossen Trägheitsmoments bei gleicher Masse im erstern Fall aufgeben und den letztern wählen soll. Zur Entscheidung dieser Frage haben wir die Messungsmethoden selbst etwas näher zu betrachten.

1. Methode.

Gewöhnlich pflegt man nach dem Vorgange von Lamont[1]) die Durchmeser der Ringe — und ganz entsprechend den Durchmesser und die Länge bei Cylindern — in der Art zu messen, dass man dieselben auf den Schlitten einer Längentheilmaschine legt, ein fixes Mikroskop mitten über demselben aufstellt und durch Fortbewegung des Schlittens mit der Schraube der Theilmaschine der Reihe nach die 4 Kanten des Ringes zur Berührung mit dem Faden des Mikroskops bringt. Die Ablesung der jeweiligen Stellungen der Schraubentrommel und der ganzen Umdrehungen der letztern lässt dann zunächst in Schraubenumgängen und durch Reduction nach einer Fundamentaluntersuchung dieser und Vergleich mit einem Normalmeter später auch in Millimetern die Ringdurchmesser ausdrücken. Um die Fehler, die von einer konischen Form des Ringes herrühren, zu eliminiren, werden die Durchmesser beider Ringseiten gemessen und ebenso misst man auf jeder Seite nicht bloss je einen, sondern je 2 auf einander senkrecht stehende Durchmesser, um den störenden Einfluss einer ovalen Ringgestalt aus dem Resultat zu beseitigen. Diese Methode setzt voraus, dass während der ganzen Dauer der Messungen das fixe Mikroskop unverrückt bleibe.

2. Methode.

Eine directere Methode, die ich im physikalischen Central-Observatorium häufig zur Anwendung brachte, besteht darin, dass man den Ring neben das getheilte und verificirte Normalmeter in gleicher Höhe mit der Theilung dieses auf den Tisch oder in den Trog eines Längencomparators bringt, die Fäden zweier Mikrometermikroskope dann zuerst auf den einen und nachher auf den andern Ringdurchmesser einstellt und jeweilen Tisch oder Trog bei unveränderter Mikroskopstellung transveral verschiebt, bis die Theilung des Meters unter die letztern kommt. Die Abmessung der Entfernung der Faden von den nächsten Maassstabstrichen mittels der Mikrometer gibt unmittelbar die gesuchten Ringdurchmesser. Sind die Ringe so klein, dass die Mikroskope nicht nahe genug an einander geschoben werden können, um die Enden der Durchmesser in dem einen und andern zu sehen, so legt man den Ring auf eine Platte aus gleichem Metall, die in schicklicher Entfernung in der Höhe der Maassstabtheilung eine kleine Hilfstheilung oder auch bloss einen Theilstrich besitzt, stellt das eine Mikroskop unveränderlich auf diesen ein und das andere der Reihe nach auf die Enden der zwei Durchmesser. Der Vergleich

1) Lamont, Handbuch des Erdmagnetismus S. 80.

mit dem Normalmaassstab gibt dann unmittelbar nur die Abstände dieser Punkte von jenem Strich und erst mittelbar durch Subtraction die gesuchten Durchmesser. Diese Methode verdient einen Vorzug gegenüber der erstern, weil sie die unveränderte Stellung der Mikroskope nur zwischen Einstellung auf den Ring und den Maassstab andrerseits voraussetzt.

Gegen beide Methoden der Messung des Ringdurchmessers lässt sich aber noch ein sehr gewichtiges Bedenken erheben. Die Kanten eines solchen Ringes werden nie mathematisch scharf, sondern immer mehr oder minder abgerundet sein und man wird daher so den äusseren Durchmesser stets etwas zu klein und den inneren zu gross erhalten. Dass eine solche Fehlerquelle besteht, zeigt auch schon die Betrachtung der Ringränder im Mikroskop; man erblickt dabei immer noch jenseits des Randes, auf den man den Faden einstellt, eine helle Partie von gewisser Ausdehnung, die unstreitig dem Reflex der unterhalb etwas vorspringenden Ringfläche entspricht. Da sich a priori der Betrag dieses Fehlers nicht angeben lässt, so habe ich denselben durch folgende Modificationen der zweiten Messungsmethode zu beseitigen gesucht.

3. Methode.

Es werden bei dieser Methode die Mikrometerfaden der Mikroskope nicht auf den Rand des Ringes, sondern je auf die Grenze einer feinen Nadelspitze und ihres Spiegelbildes in der Seitenfläche des Ringes eingestellt, wobei die Nadelspitzen das eine Mal ungefähr 1/4 der Dicke des Ringes vom obern, des andere Mal um ebenso viel vom untern Rande desselben entfernt angebracht sind[1]). Ich habe an einem anderen Orte[2]) bereits gezeigt, dass diese von mir angegebene optische Methode zur Vergleichung von Endmaassen (Ring) und Strichmaassen (getheiltes Meter) einer ebenso hohen Genauigkeit fähig ist als die von Strichmaassen unter sich. Die Beleuchtung der Spitzen hat dabei durch Spiegel von unten zu erfolgen, so dass sie sich dunkel vom hellen Hintergrunde abheben. Messungen nach dieser optischen Methode sind an einem bestimmten Ringe im Sommer 1874 von Herrn Dr. Mägis im physikalischen Centralobservatorium ausgeführt worden. Sie leidet an dem Uebelstande, dass die Ajüstirung der Spitzen in eine Gerade, auf gleiche Höhe und auf einen grössten Durchmesser etwas zeitraubend und mühsam ist, auch leicht ein Zerkratzen der Ringoberfläche dabei erfolgen kann.

---

1) Siehe Jahresbericht des physik. Centralobservatoriums für 1873 und 74 S. 26.

2) Etudes métrologiques, Mémoires de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Pétersbourg VII série vol. XVIII No. 8 (1872) p. 17.

4. Methode.

Im Winter 1879/80 veranlasste ich daher Herrn Sworykin an demselben Ringe nach der folgenden Contactmethode Messungen der Durchmesser auszuführen. Der Ring wurde auf den mittleren, im Azimut, seitlich und in der Höhe verstellbaren Support eines von Repsold in Hamburg nach den Angaben meines Vorgängers, Akademiker Kupffer, construirten Cylindermessers[1]) gebracht und dort nivellirt und centrirt. Zwei auf seitlichen besondern Trägern ruhende, durch Rollen und untergelegte dünne Stahlcylinder beweglich gemachte und allseitig justirbare Schienen tragen an ihren, dem mittlern Support zugewandten Enden Stahlcontacte — je nach Bedürfnis ebene oder convexe — und sind am andern Ende mit einer Klemme so verbunden, dass eine mehr oder minder zu spannende Feder sie beständig gegen die Mitte hinstösst, also die Contacte mit einem gewissen Drucke an die Flächen des Cylinders resp. hier des Ringes auf dem mittleren Support anschiebt. Auf den beiden Schienen sind auf je $2\frac{1}{2}$ Zoll Länge, in 0,01 englische Zoll getheilte Silberlamellen festgeschraubt, welche mit an den Trägern festsitzenden Mikrometermikroskopen abgelesen werden. Auf einen Theil der Theilung gehen zwei Umdrehungen der Mikrometerschrauben und, da deren Trommeln in 100 Theile getheilt sind, so entspricht einem Trommeltheil 0,00005 eines englischen Zolls (oder $0{,}00127^{mm}$). Hat man also die, in diesem Falle ebenen, Contacte an die äusseren Seitenwände des Ringes angeschoben und dabei die Theilungen auf den Schienen mit den Mikrometer-Mikroskopen abgelesen, so hat man nur noch die ersteren wieder abzulesen, wenn die beiden Contacte sich entweder direct berühren oder auch an einen Stab von bekannter Länge angeschoben sind, um den gesuchten Ringdurchmesser durch die Theilung auf den Silberlamellen ausgedrückt zu erhalten. Das erstere ist nicht thunlich, da eine genaue Berührung zweier ebenen (wie auch zweier convexen) Contacte nicht garantirt werden kann; es wurde daher unterhalb des Ringes auf dem Support noch ein Stahlstab angebracht, der an den Enden mit Spitzen von kleinem Krümmungsradius versehen und beiläufig 103^{mm} lang ist. Nach erfolgter Messung des Ringdurchmessers wurde dann durch Hebung des Supports dieser Stahlstab zwischen die ebenen Contacte gebracht, diese angeschoben und die Mikrometer abgelesen. Der äussere Ringdurchmesser

1) Dieses Instrument stimmt im Princip mit dem von Kupffer bei seiner Bestimmung des Gewichtes von ein Kubikzoll Wasser gebrauchten und von Girgensohn construirten Apparats zur Ausmessung von Cylindern überein (s. Kupffer, Travaux de la commission pour fixer les mesures et les poids de l'Empire de Russie vol. II), ist aber viel grösser und sorgfältiger ausgeführt. Es scheint indessen nie zu Messungen benutzt worden zu sein.

ist gleich der Länge des Stahlstabes von Spitze zu Spitze weniger der Summe der Unterschiede der beiderlei Ablesungen an den Silberlamellen.

Um mit demselben Apparat den innern Ringdurchmesser zu erhalten, liess ich an Stelle der ebenen, übrigens bloss an 2^{mm} im Durchmesser haltenden Contacte, hakenförmig nach unten umgebogene Stücke anbringen, welche an den unteren Enden auf der innern Seite kleine halbkugelförmige Contacte aus Stahl tragen und mit diesen die Ringe auf ihrer Innenseite berühren können. Dabei müssen dann die Federn die Schienen je nach aussen ziehen, was durch eine kleine Umstellung leicht zu erzielen ist. Der Stahlstab mit Spitzen ist endlich hierbei in entsprechender Weise durch einen andern zu ersetzen, der nach oben zwei Nasen mit auf der Innenseite polirten ebenen Contactflächen besitzt.

Zum Schlusse blieb dann nur übrig, die Distanz der Spitzen des ersten Stahlstabes resp. der ebenen innern Contactflächen des zweiten zu messen, was bei ihrer Länge von über 1^{dcm} auf dem Längencomparator mit Verticalbewegung[1]) durch directe Vergleichung mit dem verificirten Normalmeter nach meiner optischen Methode leicht geschehen konnte.

Bei diesem Apparat und dieser Messungsmethode lassen sich alle Justirungen und einzelnen Operationen leicht und sicher ausführen, auch wird wie bei der zweiten und dritten Methode die unveränderte Lage der beiden Mikroskope nur für das kurze Zeitintervall zwischen den Contacten am Ring und am Stahlcylinder andrerseits gefordert. Um bei der Messung des innern Durchmessers sicher zu sein, dass man den grössten Durchmesser erhalte, lässt sich mit Vortheil folgende Einrichtung am Apparat benutzen. Die Stahlcylinder, auf welchen einerseits die beweglichen Schienen aufruhen, ragen über ihre Unterlage vor und tragen dort kleine Planspiegel, in welchen die reflectirten Bilder der Fadenkreuze von kleinen excentrischen Collimatorfernröhren gesehen werden können. Bringt man Fadenkreuz und Bild durch Drehung der letztern zur Deckung, so wird eine sehr kleine Drehung der Spiegel resp. Stahlcylinder, welche durch Abwicklung bei einer Bewegung der Schienen erfolgt, sofort an einem Auseinandertreten der Bilder zu erkennen sein. Die Contacte befinden sich nun offenbar an der richtigen Stelle, d. h. an den Endpunkten eines grössten innern Ringdurchmessers, wenn bei Verschiebung des Rings der Quere nach, was die Aufstellung des Supports erlaubt, die Bilder beiderseits sowohl

1) Metrologische Studien (Fortsetzung). Mémoires de l'Acad. Imp. des sc. de St. Pétersbourg VII série vol. XXIII No. 8.

bei einer Vor- als Rückbewegung des Ringes nach derselben Seite im Sinne eines Zusammenschiebens der Schienen abweichen. Es braucht schliesslich kaum noch besonders erwähnt zu werden, dass die Silberlamellen abgeschraubt und auf die Fehler ihrer, übrigens vorzüglichen Theilung auf dem Längencomparator untersucht wurden. Zur Erhöhung der Genauigkeit wurden sie hierbei an den Enden eines 1^m langen Messingstabs befestigt und so entsprechend wie oben die kleinen Ringe mit dem Normalmeter verglichen.

Derselbe Ring wurde schliesslich auch noch zum Vergleich nach der zweiten Methode ausgemessen. Folgendes sind die Resultate der dreierlei Messungen.

Ring von Messing zugehörig zum astronomisch-magnetischen Universal-Instrument Nr. 1 von Brauer.

Aeusserer Durchmesser bei $0^0 = D$ } Mittel von je zwei auf einander
Innerer „ „ $0^0 = d$ } senkrechten Durchmessern
Höhe des Ringes $= L$

a) Messung nach der 2. Methode 17. Dec. 1879.

			Mittel:
D	oberer Rand	$= 60{,}016^{mm}$	$60{,}0370^{mm}$
	unterer „	$= 60{,}058$	
d	oberer Rand	$= 40{,}166$	$40{,}1645$
	unterer „	$= 40{,}163$	

b) Messung nach der 3. Methode 14. Mai 1874.

			Mittel:
D	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 60{,}071^{mm}$	$60{,}0815^{mm}$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 60{,}092$	
d	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 40{,}146$	$40{,}1375$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 40{,}129$	

Wiederholung derselben Messung 1. August 1874.

D	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 60{,}067$	$60{,}0780$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 60{,}089$	
d	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 40{,}152$	$40{,}1460$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 40{,}140$	

c) Messung nach der 4. Methode 25. Januar 1880.

D	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 60{,}075$	$60{,}0820$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 60{,}089$	
d	$^1/_4 L$ vom obern Rand	$= 40{,}145$	$40{,}1410$
	$^1/_4 L$ „ untern „	$= 40{,}137$	

Hieraus ersehen wir zunächst, dass die nach der dritten und vierten Methode gewonnenen Resultate innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, die 0,002—0,003^{mm} betragen, übereinstimmen. Vereinigen wir sie daher zu einem Mittel, so kommt:

$$D = 60{,}0805^{mm} \pm 0{,}0017^{mm}$$
$$d = 40{,}1415 \quad \pm 0{,}0030$$

Vergleichen wir diese Werthe mit den nach der zweiten Methode gewonnenen, so folgt, die obigen als richtig vorausgesetzt, dass dieselbe den äussern Durchmesser um 0,0435^{mm} zu klein und den innern Durchmesser um 0,0230^{mm} zu gross ergeben haben. Diese Abweichungen sind nicht bloss ganz in dem oben angegebenen Sinne, sondern auch von einer Grösse, welche die Beobachtungsfehler weit übersteigt. Wir würden also bei Befolgung dieser Methode absolute Fehler von 0,02^{mm} bis 0,04^{mm} riskiren, während nach den Formeln 23 in diesem Falle höchstens:

$$\partial D = \pm 0{,}0086^{mm} \text{ und } \partial d = \pm 0{,}0129^{mm}$$

sein darf. Die dritte und vierte Methode dagegen lassen, wie die obigen Zahlenwerthe zeigen, eine ungefähr 5mal grössere Genauigkeit als die verlangte zu. Es ist also möglich, nach ihnen beide Ringdurchmesser mit ganz genügender Genauigkeit zu bestimmen und es wird daher besser sein, die Ringform zu wählen, welche das grössere Trägheitsmoment gibt, d. h. einen dickern Ring mit wenig verschiedenen Durchmessern.

Die erste und zweite Methode dagegen der Messung sind unzulänglich, wie auch die nachstehenden Daten für einen andern Ring zeigen, der zum magnetischen Theodolithen Nr. 59 von Brauer gehört. Dieser Ring wurde im physikalischen Centralobservatorium in St. Petersburg zweimal nach der zweiten Methode gemessen[1]).

Herr Dohrandt erhielt im November 1876 die Werthe:

$$D = 42{,}909^{mm} \qquad d = 24{,}410^{mm}$$

und Herr Trautvetter fand im November 1877:

$$D = 42{,}917^{mm} \qquad d = 24{,}412^{mm}$$ [2])

1) Siehe Annalen des physikal. Centralobservatoriums für 1878 Thl. 1 Einleitung S. LIII.

2) Der äussere Ringdurchmesser ist von Hrn. Dohrandt um nahe 0,01^{mm} kleiner erhalten worden als der innere, d. h. um eine die Beobachtungsfehler übersteigende Grösse, was vielleicht dem Umstand beizumessen ist, dass bei dieser Messung der Ring vertical auf eine horizontale Unterlage gestellt war und in dieser Stellung vermittelst eines Kathetometers mit dem daneben vertical aufgestellten Normalmeter verglichen wurde. Es könnte also dabei eine geringe elastische Compression des Durchmessers erfolgt sein.

also im Mittel beider Messungen war:

$$D = 42{,}913^{\text{mm}} \qquad d = 24{,}411^{\text{mm}}.$$

Das Gewicht des Ringes fand sich:

$$Q = 82650^{\text{mg}},$$

so dass also sein Trägheitsmoment zu

$$R = 25181600$$

sich berechnete. Diesen selben Ring habe ich nun nach der vierten Methode Ende Januar und Anfang Februar 1882 wiederholt ausgemessen und dabei folgende Resultate erhalten:

	D	d
1. Messung	42,9214^{mm}	24.3376^{mm}
2. „	42,9198	24,3448
3. „	42,9207	24,3368
Mittel	42,9206	24,3397
	± 0,0006	± 0,0027

Hier ist also der äussere Durchmesser wieder grösser, und zwar um 0,008^{mm}, und der innere kleiner, und zwar um 0,071^{mm}, als die betreffenden nach der zweiten Methode erhaltenen Werthe. Berechnet man mit diesen Resultaten für D und d und dem obigen unveränderten Werth von Q das Trägheitsmoment des Ringes, so kommt:

$$R = 25152500.$$

Die Differenz dieses Werthes und des obigen beträgt also:

$$29100,$$

während die Formel $\partial R = \pm\, 0{,}0002 \cdot R$ nach Einsetzung des obigen Werthes von R als zulässigen Fehler im Trägheitsmoment des Ringes:

$$\partial R = \pm\, 5030$$

ergibt. Wir werden somit zufolge der ersten fehlerhaften Ausmessung des Ringes die Horizontalintensität um nahezu 0,0006 ihres Werthes zu gross erhalten.

Wenn die Homogenität der Ringmasse nicht zu viel zu wünschen übrig lässt, so dürfte also das Trägheitsmoment vollkommen genau genug zu bestimmen sein. Was nämlich noch den von einer allfällig excentrischen Lage des Schwerpunktes herrührenden Fehler betrifft, so haben wir hier nach 12′:

$$\partial R = Q \cdot \lambda^2,$$

wenn eben λ die Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsaxe darstellt. Soll also in dem vorigen Beispiel ∂R nicht grösser als ± 5030 werden, so darf λ höchstens sein:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\partial R}{Q}} = \sqrt{\frac{5030}{82650}} = 0{,}25^{\text{mm}}.$$

Die Centrirung eines Ringes auf dem Magnet bis auf $1/4^{\text{mm}}$ lässt sich mechanisch durch Anbringung einer abgedrehten Scheibe am Magnet, auf die er sich aufsetzt, jedenfalls leicht erreichen.

10. Bestimmung der Constanten p, q etc.

Die Constanten p, q, etc. hängen von der Vertheilung des Magnetismus im ablenkenden und abgelenkten Magnete sowie auch noch vom Winkel v ab und sind von derselben Ordnung in Bezug auf die Länge dieser Magnete wie ihre Divisoren dies in Bezug auf die Entfernung E der Magnetmittelpunkte sind. Da nun jene Länge immer bedeutend kleiner als diese Entfernung ist, so ist also die Reihe jedenfalls eine rasch convergirende.

Die Gleichung 2 lässt sich auch so schreiben:

$$\operatorname{tang} v = \frac{x}{E^3} + \frac{y}{E^5} + \frac{z}{E^7} + \qquad (24$$

wo also:

$$x = \frac{2M}{H},\; y = \frac{2M}{H}p,\; z = \frac{2M}{H}q \text{ etc.,}$$

wenn wir von den Correctionsgliedern in den Klammern absehen.

Wären die Grössen x, y, z etc. alle wirklich unabhängig von v, so könnten also bloss die Ablenkungswinkel v_1, v_2, v_3 etc. bei den Entfernungen E_1, E_2, E_3 etc. gemessen und daraus dann (etwa nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn mehr Gleichungen als Unbekannte sind) die Constanten x, y, z etc., also auch p, q etc. berechnet werden.

Nach Lamont's Entwicklungen[1]) haben aber die Coefficienten p, q etc. folgende Werthe:

$$\left.\begin{aligned} p &= 2\frac{M_3}{M} - \frac{m_3}{m}(3 - 15\sin^2 v) \\ q &= 3\frac{M_5}{M} - 15\frac{M_3}{M}\frac{m_3}{m}(1 - 5\sin^2 v) + \frac{45}{8}\frac{m_5}{m}(1 - 14\sin^2 v + 21\sin^4 v) \end{aligned}\right\} \qquad (25$$

wo M_3, M_5 etc. in ähnlicher Weise von den 3., 5. etc. Potenzen der Längendimensionen des ablenkenden Magnets abhängige Grössen dar-

1) Lamont, Handbuch des Erdmagnetismus S. 28.

stellen, wie das magnetische Moment M von der ersten Potenz derselben abhängt und wo m_1, m_3, m_5 etc. die entsprechenden Grössen für den abgelenkten Magnet repräsentiren.

Nimmt man in erster Annäherung an, der freie Magnetismus sei in jedem Magnet in zwei von der Mitte um c Bruchtheile der halben Länge desselben entfernten Polen concentrirt, so kann man setzen[1]):

$$\left.\begin{array}{l} \frac{M_3}{M} = \frac{L^2}{4}c^2, \quad \frac{m_3}{m} = \frac{l^2}{4}c^2 \\ \frac{M_5}{M} = \frac{L^4}{16}c^4, \quad \frac{m_5}{m} = \frac{l^4}{16}c^4 \end{array}\right\} \qquad (26$$

wenn L die Länge des ablenkenden und l diejenige des abgelenkten Magnets bezeichnen. Angenähert ist also auch:

$$\left.\begin{array}{l} p = \frac{c^2}{4}[2L^2 - (3 - 15 \cdot \sin^2 v)\, l^2], \\ q = \frac{c^4}{16}\left[3L^4 - 15(1 - 5 \cdot \sin^2 v)\, L^2 \cdot l^2 + \frac{45}{8}(1 - 14 \cdot \sin^2 v + 21 \cdot \sin^4 v)\, l^4\right] \end{array}\right\} \qquad (27$$

Es frägt sich also, welche Veränderung darf hier der Winkel v bei den Messungen in verschiedenen Entfernungen erfahren, ohne dass der Einfluss derselben auf den Werth von p und q grösser ist als die bei der Bestimmung dieser Grössen zu tolerirende Unsicherheit ∂p und ∂q. Diese ist nach der dritten, gegeben durch:

$$\partial p = \pm 0{,}0002 \cdot E^2, \qquad \partial q = \pm 0{,}0002 \cdot E^4.$$

Aus 27 aber folgt:

$$\partial v = \frac{\partial p}{15 \cdot \frac{c^2}{4} l^2 \sin 2v}$$

und

$$\partial v' = \frac{\partial q}{15 \cdot \frac{c^4}{16} l^4 \sin 2v \left[5\frac{L^2}{l^2} - \frac{21}{4}(1 - 3\sin^2 v)\right]}.$$

Führen wir hier die obigen Werthe von ∂p und ∂q ein, und setzen ferner, wie dies bei den Gauss'schen Versuchen annähernd der Fall war:

$$E = 1200^{\text{mm}}, \; l = L = 300^{\text{mm}}, \; v = 3^0,$$

endlich: $c = 0{,}85$, so ergibt sich:

$$\partial v = \text{arc } 39' \text{ und } \partial v' = \text{arc } 275^0,$$

---

2) Lamont, Handbuch des Erdmagnetismus S. 45.

d. h. also die Constante q kann in der That als von der Variation von v unabhängig betrachtet werden, während die Grösse p ihren Werth schon für eine Variation von $\pm$ 39′ des Winkels v merklich verändert. Nun betrug aber z. B. bei der einen Bestimmung von Gauss diese Aenderung von v von der einen Entfernung zur andern: 2°8′ also nahezu 4mal mehr. Die Elimination der Grösse p resp. y aus Gleichungen von der Form der Gleichung 24 unter Voraussetzung der Constanz derselben, wie sie Gauss S. 39 der „Intensitas vis magneticae etc.“ ausführte, war also strenggenommen für seine Versuchsbedingungen nicht möglich. Sie wird es aber, wenn wir die Länge der abzulenkenden Nadel nur etwa gleich der Hälfte der ablenkenden machen, also z. B. oben

$$l = \frac{L}{2} = 150^{\mathrm{mm}}$$

setzen. Dann kommt für $\partial v'$ ungefähr derselbe Werth, dagegen finden wir:

$$\partial v = \operatorname{arc} 2^0\, 35'.$$

Nur unter der Bedingung also, dass die Länge der ablenkenden Nadel mindestens das Doppelte derjenigen der abgelenkten ist $\left(l = \frac{L}{2}\right)$, dürfen für das Verhältnis $\frac{L}{E} = \frac{1}{4}$ die Factoren p, q etc. resp. x, y, z etc. als constante resp. von den Variationen des Winkels v unabhängige Grössen betrachtet werden. Bei gleicher Nadellänge müsste zu dem Ende:

$$\frac{L}{E} = \frac{1}{8}$$

sein.

Nach Gauss' Vorgang wird ferner in der Reihe der Gleichung 24 gewöhnlich das Glied mit z resp. q als sehr klein vernachlässigt und aus den zwei Gleichungen entsprechend den Bestimmungen in zwei Entfernungen die Constante y resp. p eliminirt. Aus den 2 Gleichungen nämlich:

$$\operatorname{tang} v = \frac{x}{E^3} + \frac{y}{E^5},$$

$$\operatorname{tang} v_1 = \frac{x}{E_1^3} + \frac{y}{E_1^5},$$

welche für die Entfernungen E und E_1 mit den resp. Ablenkungen v und v_1 und den Temperaturen τ und τ_1 gelten, ergibt sich:

$$x = \frac{E_1^5 \operatorname{tang} v_1 - E^5 \operatorname{tang} v}{E_1^2 - E^2}; \qquad (28a$$

oder genauer mit Berücksichtigung der Temperaturcorrectionen:

$$x = \frac{E_1^5(1 + 3m\tau_1)\,\text{tang}\,v_1 - E^5(1 + 3m\tau)\,\text{tang}\,v}{E_1^2(1 - \mu'\tau_1 - \mu''\tau_1^2) - E^2(1 - \mu'\tau - \mu''\tau^2)}, \tag{28b}$$

wo jetzt E_1 und E die Entfernungen der Magnete bei 0° bedeuten.

Statt nach Gleichung I findet man dann in diesem Fall die Horizontal-Intensität aus der Formel:

$$H^2 = \frac{2\pi^2 N(1 + 2et)}{T^2 k'(1 + \nu' H)(1 - \mu' t - \mu'' t^2 \cdot x}, \tag{Ia}$$

woraus also für die Fehlergrenze von x folgt:

$$\frac{\partial x}{x} = 2\frac{\partial H}{H}.$$

Mit Berücksichtigung dessen ergeben sich aus Gl. 28 folgende Genauigkeitsbedingungen für die 4 Beobachtungselemente:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial E}{E} &= 2\frac{\partial H}{H}\,\frac{1 - \frac{E^2}{E_1^2} - \frac{E^5}{E_1^5}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1} + \frac{E^7}{E_1^7}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1}}{2\frac{E^2}{E_1^2} - 5\frac{E^5}{E_1^5}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1} + 3\frac{E^7}{E_1^7}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1}} \\
\frac{\partial E_1}{E_1} &= 2\frac{\partial H}{H}\,\frac{1 - \frac{E^2}{E_1^2} - \frac{E^5}{E_1^5}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1} + \frac{E^7}{E_1^7}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1}}{3 - 5\frac{E^2}{E_1^2} + 2\frac{E^5}{E_1^5}\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1}} \\
\partial v &= \frac{\partial H}{H}\sin 2v\left(\frac{E_1^5\,\text{tg}\,v_1}{E^5\,\text{tg}\,v} - 1\right) \\
\partial v_1 &= \frac{\partial H}{H}\sin 2v_1\left(1 - \frac{E^5\,\text{tg}\,v}{E_1^5\,\text{tg}\,v_1}\right)^{1)}
\end{aligned}\right\} \tag{29a}$$

Führen wir hier die Gauss'schen Beobachtungsdaten:

$$E = 1200^{\text{mm}},\ E_1 = 1600^{\text{mm}},\ v = 3^0\,42',\ v_1 = 1^0\,34'$$

ein und setzen dem Frühern zufolge:

$$\frac{\partial H}{H} = \pm 0{,}0001,$$

---

1) Setzt man in erster Annäherung in diesen Ausdrücken:

$$\frac{\text{tang}\,v}{\text{tang}\,v_1} = \frac{E_1^3}{E^3},$$

so vereinfachen sie sich zu folgenden:

$$\frac{\partial E}{E} = 2\frac{\partial H}{H}\cdot\frac{E_1^2 - E^2}{3E^2},$$

$$\frac{\partial E_1}{E_1} = 2\frac{\partial H}{H}\,\frac{E_1^2 - E^2}{3E_1^2} = \frac{\partial E}{E}\cdot\frac{E^2}{E_1^2},$$

so ergibt sich:

$$\partial E = \pm 0{,}063^{\mathrm{mm}} \qquad \partial E_1 = \pm 0{,}047^{\mathrm{mm}}$$
$$\partial v = \mathrm{arc} \pm 2{,}1'' \qquad \partial v_1 = \mathrm{arc} \pm 0{,}50''$$

Für E und v bleiben also die Fehlertoleranzen nahe dieselben wie die sub 4. und 5. bestimmten; dagegen muss E_1 etwas genauer und v_1 gar 4 mal sicherer gemessen werden, was ohne mehrfache Wiederholung der Beobachtung unmöglich erscheint.

Zur Erlangung eines genauen Werthes von x ist es ferner nicht ganz gleichgültig, in welchem Verhältnis die beiderlei Entfernungen E und E_1 zu einander stehen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung lehrt, dass der Fehler des Resultats x am kleinsten ist, wenn

$$E_1 = 1{,}32 \cdot E$$

gemacht wird. Bei den Versuchen von Gauss war diese Bedingung nahezu erfüllt.

Endlich bleibt noch der Einfluss des vernachlässigten Gliedes mit s auf das Resultat zu untersuchen. Nach Gl. 3 haben wir:

$$\partial q = 2 E^4 \frac{\partial H}{H}.$$

Damit also die Vernachlässigung des ganzen Gliedes mit q innerhalb unserer angenommenen Fehlergrenze für H bleibe, muss q selbst höchstens $= \partial q$ sein, oder also:

$$q = 0{,}0002 \cdot E^4.$$

Für $E = 1200^{\mathrm{mm}}$ darf somit q höchstens sein:

$$q = 4{,}147 \cdot 10^8.$$

Nun ist nach Gl. 27 zu setzen:

$$q = \frac{c^4}{16}\left(3 L^4 - 15 L^2 l^2 + \frac{45}{8} l^4\right), \tag{29b}$$

---

oder

$$\partial E_1 = \partial E \cdot \frac{E}{E_1};$$
$$\partial v = \frac{\partial H}{H} \sin 2v \left(\frac{E_1^2}{E^2} - 1\right),$$
$$\partial v_1 = \frac{\partial H}{H} \sin 2v_1 \frac{E^2}{E_1^2} \left(\frac{E_1^2}{E^2} - 1\right),$$

oder

$$\partial v_1 = \partial v \frac{\sin 2v_1}{\sin 2v} \frac{E^2}{E_1^2},$$

welche sehr nahe dieselben Resultate geben.

wenn wir die Glieder mit $\sin v$ als klein vernachlässigen. Führen wir nun hier die bei den Gauss'schen Versuchen geltenden Werthe:

$$L = l = 300^{\text{mm}}$$

ein und setzen wie früher: $c = 0{,}85$, so ergibt sich:

$$q = -16{,}85 \cdot 10^{8}.$$

Bei den Gauss'schen Beobachtungen war somit der Werth des nächsten vernachlässigten Gliedes in der Reihe ungefähr 4 mal grösser, als für eine Genauigkeit von 0,0001 in der Horizontalintensität zulässig gewesen wäre[1]). Hätte man dagegen, wie wir schon oben es annahmen, den abgelenkten Magnet bloss halb so lang wie den ablenkenden gemacht, also:

$$L = 300^{\text{mm}} \text{ und } l = 150^{\text{mm}},$$

so wäre angenähert:

$$q = -1{,}053 \cdot 10^{8}$$

geworden, somit der Fehler innerhalb der gewünschten Grenze gefallen. Um im erstern Falle diese einzuhalten, hätte die kleine Entfernung E von 1200 auf 1700^{mm} vergrössert werden müssen, also statt des 4fachen das 6fache der Länge der Magnete betragen sollen.

1) Hierauf hat auch schon Lamont hingewiesen, siehe Annalen für Meteorologie und Erdmagnetismus Jahrgang 1842 Heft IV S. 217.

(Schluss folgt.)

Horizontales Capillarelektrometer[1]).

Von

Ch. Claverie.

Eine Glasröhre v, deren innerer Durchmesser 0,005—0,006^m beträgt, wird vor der Lampe zu einem capillaren Faden ausgezogen, welcher etwas conisch ist und dessen innerer Durchmesser höchstens 0,001^m beträgt. Der capillare Theil ist, wie in der Zeichnung (Fig. 1) ersichtlich, zurückgebogen und das Ganze auf einem senkrechten Brettchen befestigt, welches von einem Fuss mit drei Stellschrauben getragen wird, ebenso wie eine zweite Röhre v', welche unten geschlossen ist und etwas Quecksilber und angesäuertes Wasser enthält, in welches das Ende der capillaren Röhre getaucht ist. Unterhalb AB ist eine Millimetertheilung angebracht; α und β sind Platindrähte; man setze sie in Contact, giesse Quecksilber in v, neige den Apparat, bis das Quecksilber tropfenweise nach v' fliesst, richte den Apparat wieder auf, indem man AB in eine fast horizontale Lage bringt, und giesse nach und nach so viel Quecksilber in v, bis der Meniscus des Quecksilbers in AB das Ende B, in der Nähe von v', erreicht hat. Dies ist der Nullpunkt des Apparats. Macht man nun α negativ im Vergleich mit β, so verschiebt sich der Meniscus von B gegen A, und die Verschiebung ist immer dieselbe für dieselbe elektromotorische Kraft, wenn der Apparat gut construirt ist. Aber es ist selten, dass ein Apparat, der ohne besondere Vorsichtsmassregeln construirt wurde, nicht einige Nullpunkte habe, und dass dieselbe elektromotorische Kraft nicht

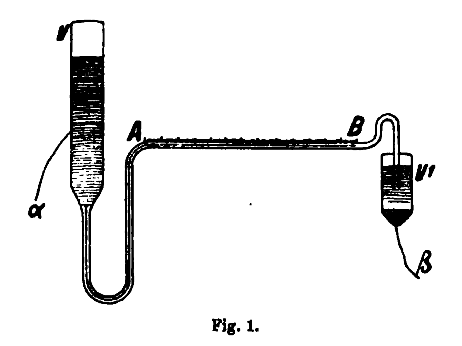


Fig. 1.

1) Uebersetzt aus J. de phys. (2) II. Sept. 1883.

mehrere verschiedene Verschiebungen hervorbringe. Wenn man die Verschiedenheiten des Durchmessers in dem capillaren Theil prüft, indem man einen kleinen Quecksilberfaden durchpassiren lässt, so sieht man, dass sie in der Regel sehr gross sind; ich benutze nur diejenigen Röhren, deren Durchmesser bei einer bestimmten Länge sich wie die Ordinaten einer geraden Linie ändern, zur Construction des geradlinigen Theiles AB.

Die Höhen des Quecksilbers, die der Meniscus tragen kann, wenn er sich an verschiedenen Punkten der Röhre befindet, sind, nach dem Gesetz von Jurin, in umgekehrtem Verhältnis zu den Durchmessern der Röhre und ändern sich infolgedessen wie die Ordinaten eines Hyperbelzweiges, welcher für den mit dem capillaren Zweig AB correspondirenden Theil nicht merklich von einer Geraden abweicht.

Nehmen wir an, AB bilde einen Winkel α mit dem Horizont, indem man es von A an abwärts neigt. Durch verschiedene Punkte von AB führen wir Senkrechte, auf welchen wir, von dieser Geraden aus, Längen auftragen gleich der Höhe des Quecksilbers, welche der Meniscus tragen kann, wenn er in diesen Punkten der Röhre steht und die Drähte α und β sich berühren.

Die Endpunkte dieser Längen bestimmen eine Gerade CD. Wenn man zwischen α und β eine Potentialdifferenz eintreten lässt, so wachsen die Höhen des Quecksilbers, die der Meniscus unterstützt, proportional zu e und man erhält eine neue Gerade $C'D'$, welche AB in demselben Punkt schneidet wie CD. Ist der Meniscus zuerst in M, so gelangt er nach einen Punkt M', sowie die Ordinaten von $C'D'$ und CD, in M' und M, gleich sind.

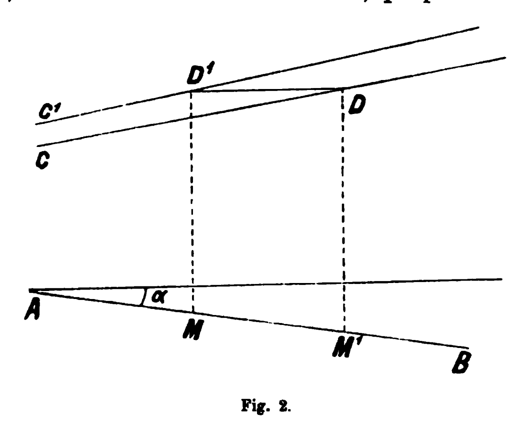


Fig. 2.

Nennt man l die Länge von AB, a und b die Quecksilberhöhen, die der in A und B befindliche Meniscus trägt, wenn $e = 0$ ist, x und x' die Entfernungen der Punkte M und M' von dem Punkt, wo AB von CD und $C'D'$ geschnitten wird, d die Verschiebung MM', so ist

$$d = \frac{k(b-a)x'e}{b-a-l\sin\alpha} = \frac{k(b-a)xe}{(b-a)(1+ke)-l\sin\alpha}.$$

Die Veränderungen von x sind immer klein genug, um sie unberücksichtigt zu lassen; z. B. wenn x gleich 4^{m} ist, so beträgt die grösste Differenz zwischen x und x' $0{,}20^{\mathrm{m}}$. Man sieht also, dass die Verschiebung d proportional zu e ist. Ebenso erkennt man, dass die Empfindlichkeit mit α zunimmt bis zu $b - a - l\sin\alpha = 0$; bei diesem Werth

von α würde CD horizontal sein, der Apparat würde keinen Nullpunkt mehr haben. Bei einem grösseren Werth von α würde man sehen, dass es für den Meniscus nur eine Stellung von labilem Gleichgewicht geben würde und dass dieser, bis an das Ende der Röhre getrieben, sei es nach der einen oder nach der anderen Seite sich bewegen würde bis zum Austritt aus AB.

Neigt man die Röhre in umgekehrter Weise, indem man den Endpunkt B erhebt, so verringert sich die Empfindlichkeit.

Man kann also mit Hilfe der Stellschrauben den Apparat auf eine bestimmte Empfindlichkeit bringen. Mit einer Verschiebung von 0,15^{m} für die elektromotorische Kraft eines Volt ist der Nullpunkt vollkommen fix und die Einstellungen des Meniscus sind sehr correct.

Ueber die spontane Oxydation des Quecksilbers[1].

Von

D. Macaluso.

Es ist eine allgemein bekannte Thatsache, dass das Quecksilber in Berührung mit der Luft eine Veränderung seiner Oberfläche erleidet, welche von den einen der Oxydation des Quecksilbers selbst, von den andern der Oxydation der schwachen Spuren der Metalle oder anderer Stoffe zugeschrieben wird, welche sich im Quecksilber vorfinden.

Berthelot hat gezeigt, dass das Häutchen, welches sich an der Oberfläche des besagten Quecksilbers in Berührung mit der Luft bildet, in der That Quecksilberoxyd[2] ist.

Da ich bei einigen Versuchen vielfach reines Quecksilber in Berührung mit der Luft handhabte, schien es mir, dass ich die Beobachtung machte, dass das charakteristische Häutchen sich um so leichter bilde, je feuchter gerade die Luft war, und ich wollte daher untersuchen, ob und welchen Einfluss die Feuchtigkeit bei dieser Erscheinung habe.

Ich brachte zu diesem Zwecke unter eine grosse Glasglocke *A* mit geriebenem Rande, welche auf einer ebenfalls geriebenen Platte ruhte, mehrere Gefässe mit Phosphorsäureanhydrid und einen kreisförmigen leeren Krystallisator aus Glas, der ca. 12 ^{cm} Durchmesser hatte, in welchen man am folgenden Tage kurz vorher, im luftleeren Raume nach der Methode von Weinhold destillirtes, Quecksilber brachte, so dass sich eine Schichte von ca. 5 ^{cm} Höhe bildete. In einer zweiten ähnlichen Glocke *B* richtete ich den Versuch ähnlich ein, nur dass ich statt der Gefässe mit Phosphorsäureanhydrid ein Glas mit destillirtem Wasser oder ein Papierkissen, das mit Wasser getränkt war, brachte. An feuchten Tagen liess ich unter dieser Glocke einfach die umgebende Luft, ohne eine besondere Feuchtigkeitsquelle beizufügen.

1) Mitgetheilt vom Verfasser aus Atti dell' Acad. di Sc. Catania (3) XVII.

2) Bull. de la Soc. chim. vol. XXXV p. 487 (1881).

Das Quecksilber in der feuchten Umgebung der Glocke *B* wurde nach 48 Stunden, während welcher nichts von seinem Platze gerückt worden war, untersucht; fuhr man mit einer gut gereinigten Glasröhre über die Oberfläche desselben hin, so blieb ganz deutlich ein Häutchen auf der Glasröhre zurück. Dasselbe erneuerte sich spontan von einem Tag zum andern, ja es genügten 4 oder 5 Stunden nach einer Untersuchung, um das Häutchen gleichsam schon erneuert zu finden.

In einer Untersuchung, welche nach kaum 24 Stunden nachdem das Quecksilber in die feuchte Umgebung gebracht war, angestellt wurde, war das auf der Untersuchungsröhre zurückgelassene Häutchen nicht sehr bemerklich, es scheint also, dass zur ersten Bildung desselben längere Zeit nothwendig sei, als zur Erneuerung, nachdem es sich schon einmal gebildet hatte.

Ich konnte auch beobachten, dass es hinreichte, die Glasröhre oder auch eine feine Glasspitze in der Richtung eines Durchmessers ein einziges Mal darüber zu führen, um ein zweites Mal, in welchem Sinne man immer mit der Röhre dann darüber fuhr, kaum mehr eine Spur des Häutchens vorzufinden, gleichsam als existirte es nicht mehr, d. h. gleichsam als ob beim Darüberfahren mit der Röhre in einer einzigen Richtung dasselbe von der ganzen Oberfläche verschwunden wäre.

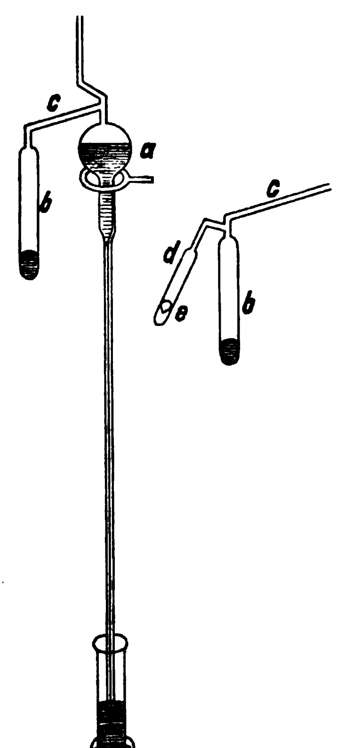


Fig. 1 und Fig. 2.

Die Glocke *A* wurde, nachdem das Quecksilber in den Krystallisator gebracht war, durch mehrere Tage nicht mehr vom Flecke gerührt (bei einem Versuche durch 16, bei einem andern durch 20 Tage). Während dieser Zeit beschränkte ich mich darauf, die Oberfläche des Metalles längs der Glaswände des Gefässes zu untersuchen, und sie zeigte sich immer vollkommen homogen und spiegelnd. Wenn ich dann nach einer bestimmten Zeit die gewöhnliche gut gereinigte Glasröhre über die Oberfläche des Quecksilbers hinführte, so erlitt sie kaum eine kleine Trübung, ja es blieb sogar ein und das andere runde Quecksilbertröpfchen an derselben hängen.

Ein einziges Mal blieb an der Stelle, wo die Quecksilberoberfläche die Röhre schnitt, ein zarter Quecksilberring zurück.

Aus diesen Versuchen würde sich also eine rasche Oxydation des Quecksilbers in feuchter Luft und eine unbedeutende oder vielleicht gar keine in vollkommen trockener Luft ergeben.

Um mich dessen besser zu versichern, wollte ich noch folgende Versuche anstellen:

Ich construirte eine Art Barometer (Fig. 1), so dass in dem Raume *a* desselben die Oberfläche des Quecksilbers sehr bedeutend war (26^{qcm} beiläufig); diese communicirte mittels eines Röhrchens mit einem grossen verticalen Reactionsglase *b*. Dieser ganze Theil des Apparats war aus einem Glasstücke. Das Vacuum wurde von oben mit einer Quecksilberpumpe Töpler-Bessel-Hagen hergestellt.

Wurde das Quecksilber im Raume *a* ein wenig erwärmt, so destillirte es sehr langsam in die Röhre *b* über: es wurden davon beiläufig 6^{ccm} in 5—6 Stunden gesammelt. Hierauf wurde in den Apparat entweder trockene Luft oder feuchte Luft, oder reiner Wasserdampf eingeführt. Hierauf wurde die Verbindungsröhre zwischen *b* und *a* in *c* vor der Lampe zugeschmolzen und *b* von *a* entfernt. Die verschiedenen so präparirten Eprouvetten wurden horizontal gelegt und in Ruhe gelassen.

Das Quecksilber, welches in dem eigenen, oben beschriebenen Barometer in Anwendung kam, war schon früher einmal im Vacuum destillirt worden; der Glasapparat wurde ebenfalls früher gewaschen und mit aller Sorgfalt getrocknet, bevor er aufgestellt wurde.

Die Verdünnung war vor der Destillation und während derselben auf $0{,}001^{mm}$ getrieben.

Um feuchte Luft in den Apparat zu bringen, wurde dieselbe eingelassen, nachdem sie langsam eine Röhre durchsetzt hatte, welche ein wenig mit destillirtem Wasser getränktes Papier enthielt, und hierauf eine Röhre mit Baumwolle, um Staub und Tröpfchen zurückzuhalten.

Um trockene Luft hineinzubekommen, liess man dieselbe vorerst sehr langsam durch Chlorcalciumröhren und durch horizontale, mit Glasstücken und Phosphorsäureanhydrid gefüllte Röhren streichen. Zwischen den ersten und zweiten und zwischen den letztern und dem Einlasshahne befanden sich Röhren mit Baumwolle gefüllt.

Um schliesslich eine mit Wasserdampf gesättigte oder aus reinem Wasserdampfe bestehende Umgebung herzustellen (die Luftspuren, welche die Quecksilberluftpumpe nicht zu entfernen vermochte, sind dabei ausser Acht gelassen), brachte man in eine zweite Röhre *d* (Fig. 2), welche an ihrem einen Ende geschlossen, mit dem andern an die Verbindungsröhre zwischen *a* und *b* angeschmolzen war, ein kleines Fläschchen *e*, das vollständig mit Wasser gefüllt und mit sehr leicht schmelzbarem Leime geschlossen war. Nach vollbrachter Destillirung genügte eine leichte Erwärmung des Röhrchens *d*, um den Austritt des Wassers und die Verdampfung desselben zu bewirken. Um endlich eine Umgebung von reinem Wasserdampf, aber nicht gesättigt zu erhalten, wurde, nachdem sich das Fläschchen *e* geöffnet hatte, durch eine bestimmte Zeit die Röhre *d* mit Schnee gekühlt und hierauf vor dem Löthrohre abgeschmolzen.

Für jede Versuchsart stellte ich wenigstens zwei Proben her.

Ich fand:

a) In den mit feuchter Luft gefüllten Röhren oxydirt das Quecksilber rapid. Schon nach 24 Stunden lässt es bei der Bewegung einen Streifen zurück und an den Stellen, wo die freie Oberfläche die Glaswände berührt, erscheinen braune Striche. In den darauffolgenden Tagen zeigt sich dies in deutlicherer Weise, und wird die Glasröhre eingeführt, so bleibt nicht nur letztere ganz beschlagen, sondern auch an der freien Oberfläche der Flüssigkeit befinden sich Flecken und glanzlose Punkte[1]).

b) In den mit trockener Luft gefüllten Röhren zeigt das Quecksilber selbst nach zwei Monaten auch nicht die geringste Veränderung; es lässt bei der Bewegung keine Streifen zurück und zeigt keine Spuren an den Stellen der Berührung mit den Glaswänden, selbst nach langer Zeit nicht.

c) Das Gleiche traf ein in den Röhren mit nicht gesättigtem Wasserdampf.

Es scheint, dass sich das Quecksilber auch in denjenigen Röhren, welche mit gesättigtem Wasserdampf gefüllt waren, auf gleiche Weise verhalte, obwohl man sich dessen schwerer versichern kann, da sich immer die Feuchtigkeit an den Glaswänden und auf der Oberfläche des Metalles selbst niederschlägt.

Man kann aus diesen Versuchen den Schluss ziehen, dass weder die trockene Luft allein, noch der Wasserdampf allein das Quecksilber oxydiren, dass die Oxydation aber in Gegenwart von beiden zugleich sich leicht vollziehe.

Eine ähnliche Thatsache kennt man schon für andere Metalle, welche sich gar nicht oder nur sehr schwer in trockener Luft oxydiren, während sie, feuchter Luft ausgesetzt, sehr leicht oxydiren. Man nimmt für dieselben an, dass der Oxydationsprocess von einer elektrolytischen Wirkung abhänge, welche von der Heterogeneität der verschiedenen Stellen der Oberfläche des Metalles in Gegenwart der Feuchtigkeit bedingt ist. Noch viel leichter lässt sich dieses annehmen für eine Flüssigkeit, wie das zwei Mal langsam im Vacuum destillirte Quecksilber.

Es ist wahr, dass einige dafür halten, eine solche Destillation entferne nicht vollständig jede Spur fremder Körper, aber abgesehen davon, dass diese Spuren, wenn sie vorhanden wären, ausserordentlich minimal sein müssten, scheint es, dass schon wegen der Art und Weise, wie das Quecksilber in der Proberöhre präparirt wird, die Zusammensetzung desselben vollständig homogen sein müsse.

---

1) Als ich das Residuum, welches der Röhre anhaftete, untersuchte, nachdem ich das metallische Quecksilber entfernt hatte, fand ich, dass es ein Gemenge von Oxyd und Dioxyd war und dass das erstere in grösserer Menge vorhanden war. Es löste sich in der That vollständig kalt in Schwefelsäure, aus welcher es Kali in brauner Form niederschlug. Das in Schwefelsäure Gelöste, mit Chlorwasserstoffsäure und Zinnchlorid behandelt, gab nach der Filtrirung einen anfangs weissen Niederschlag, der nachher braun wurde.

Nimmt man daher an, dass im Quecksilber, welches vielleicht mit einer äusserst dünnen Schichte Wasser bedeckt ist, eine permanente Ursache vorhanden sei, welche das Streben besitzt, einige Stellen desselben auf einem Potential zu erhalten, welches verschieden ist von dem der andern Stellen, und so elementare elektrische Ströme hervorzubringen, welche durch die dünne Wasserschichte hindurch circuliren, so wäre es ein Leichtes, die Versuche zu erklären, von denen oben die Rede war.

In der That würde das Quecksilber an den elektro-negativen Stellen das Streben haben, mit Wasserstoff sich zu polarisiren und an den elektro-positiven sich zu oxydiren. Ein solcher Process würde aber, kaum angefangen, wieder eingestellt und müsste gleichsam in einem potentiellen Zustande bleiben, wenn nicht der Sauerstoff der vorhandenen Luft die mit Wasserstoff polarisirten Stellen entpolarisiren würde, indem er wieder Wasser erzeugt.

Und dass die totale Polarisation, welche sich vollzieht, unter diesen Bedingungen den elektrolytischen Process einstellen müsse, kaum dass er begonnen sich zu vollziehen, erhellt aus der Thatsache, dass die Oxydationswärme des Quecksilbers c_m kleiner ist als die Oxydationswärme des Wasserstoffes im Wasser c_h, und es kann sich daher das Quecksilber nicht oxydiren auf Kosten des Sauerstoffs des Wassers, ohne dass secundäre Erscheinungen auftreten, welche wenigstens eine Wärmemenge frei machen, die gleich ist der Differenz $c_h - c_m$.

Und daher kommt es, dass das Quecksilber sich in irgend einer merklichen Weise nicht oxydirt in Gegenwart des Wasserdampfes allein (Versuch c).

Die gleiche Erklärung könnte man für die allgemein bekannte Thatsache geben, dass das Quecksilber, welches vom reinen Chlorwasserstoffgase oder der Lösung desselben in vollkommen luftfreiem Wasser nicht im geringsten angegriffen wird, sehr leicht Quecksilberchlorid bildet, in Berührung mit Chlorwasserstoffgas oder der Lösung desselben in Wasser in Gegenwart von Luft.

Ueber die Empfindlichkeit des Auges für geringe Farben-unterschiede[1]).

Von

B. O. Peirce.

Durch Versuche mit rotirenden Scheiben hat Aubert[2]) gezeigt, dass das Auge fähig ist, eine Veränderung, welche dadurch entsteht, dass man zu 360 Theilen farbiges Licht 1 Theil weisses Licht hinzufügt, wahrzunehmen, und dass bemerkbare Veränderungen in der Farbe hervorgebracht werden können, wenn man dem Lichte irgend einer Farbe kaum 1 % einer beliebigen anderen Farbe hinzufügt. Er folgert hieraus, ein normales Auge müsse mindestens tausend verschiedene Farben im Sonnenspectrum unterscheiden können.

Veranlasst durch Prof. Wolcott Gibbs habe ich einige Experimente gemacht, um die Empfindlichkeit der Augen mehrerer Personen gegen geringe Veränderungen der Wellenlänge in verschiedenen Theilen des Spectrums zu prüfen.

Zu diesem Zweck wurde ein langes, dünnes Vulkanitblatt der Länge nach in den Collimator eines grossen Spectroskops so eingefügt, dass die Röhre in eine obere und untere Hälfte getheilt war. Der untere Theil der Röhre empfing das Licht durch einen fixen Spalt, der obere durch einen beweglichen von gleicher Weite; beide Spalte konnten genau über einander gestellt oder nach rechts und links aus einander gerückt werden. Die Entfernung der Spalte von einander wurde an einer stählernen Scala gemessen, welche an dem oberen Spalt befestigt, sich an einem fixen Nullpunkte vorbei bewegte. Das Licht des Collimators fiel auf ein Rutherford'sches Diffractionsgitter von ungefähr 17000 Linien per Zoll, und die entstehenden Spectra erschienen dann, eines

1) Uebersetzt aus Am. Journ. of Sc. (3) XXVI. Oct. 1883.

2) „Physiologie der Netzhaut“ (Breslau 1865) S. 132—154; Rood, Modern hromatics p. 39—41.

über dem andern, im Beobachtungsfernrohr. Ein geschwärztes metallenes Diaphragma mit zwei gleichen schmalen, senkrecht stehenden Spalten wurde in das Ocular des Fernrohrs eingesetzt; wenn nun die beiden Spalten des Collimators über einander lagen, so sah der Beobachter bloss zwei schmale gleich gefärbte Lichtstreifen, einer über dem andern in einem schwarzen Felde. Wurde der bewegliche Collimatorspalt verrückt, so veränderte sich die Farbe des untern Streifens, ohne seine Lage im Felde zu verändern. Gegenstand der Experimente war es nun zu erfahren, wie gering die Verschiebung sein durfte, um vom Beobachter noch mit Sicherheit erkannt und nach ihrer Richtung bestimmt werden zu können.

Der Spalt am Collimator war ungefähr 0,25 ^{mm} breit und der Spalt im Oculardiaphragma hatte nahezu die scheinbare Grösse des Collimatorspaltes. Die Länge des Spectrums, welches hell genug war, um leicht untersucht werden zu können (sagen wir von *Li a* bis *G*), erstreckte sich über mehr als 12 Grade, und der Streifen, den der Beobachter sah, war ungefähr 5 Minuten breit, so dass nicht mehr als $^1/_{150}$ des ganzen Spectrums zu gleicher Zeit im Gesichtsfelde war.

Niemals war es möglich, einen Farbenunterschied zwischen den beiden Enden des Streifens zu entdecken; jeder Streif schien durchgehends von einer Farbe zu sein.

Es war nöthig, den Argandbrenner, der als Lichtquelle benutzt wurde, sehr sorgfältig zu reguliren, denn der geringste Unterschied in der Intensität der beiden Spectra liess den Streifen des helleren Spectrums gelber erscheinen als den des anderen. Dieser Irrthum, der der »Farbe des Glanzes« [1]) zuzuschreiben ist, war besonders augenfällig bei Beobachtungen, welche an den Enden des Spectrums gemacht wurden, d. h. in Roth und in Violett.

Eine Verschiebung des beweglichen Collimatorspaltes, die 1 Scalentheil betrug, entsprach 4 Minuten oder einer Differenz in Wellenlängen von 0,0000013 ^{mm}.

Der Beobachter sass in einem verdunkelten Zimmer und richtete das Fernrohr nach jenem Theile des Spectrums, an welchem die Beobachtungen gemacht werden sollten. Nachdem ein Gehilfe den beweglichen Collimatorspalt mit dem andern gleichgestellt und der Beobachter sich überzeugt hatte, dass unter diesen Umständen die Lichtstreifen im Ocular ganz gleich erschienen — wie sie es sollten —, entfernte der Beobachter sein Auge vom Instrument, der Gehilfe verschob den beweglichen Collimatorspalt und ersuchte den Beobachter, in das Fernrohr zu schauen und ihm nach den Farben der Streifen anzugeben, in welcher Richtung der Spalt zu bewegen sei, um wieder mit dem festen Spalt übereinstimmend zu stehen. War die Verschiebung sehr gross, so war der Beobachter sogleich im Stande zu sagen, wie der Spalt zu bewegen sei, um die Farbenstreifen gleich zu machen; wenn in auf einander

1) C. S. Peirce, über Farbenempfindung, Am. J. of Sc. April 1877.

folgenden Versuchen die Verschiebung kleiner und kleiner gemacht wurde, so wurde endlich eine Stelle erreicht, wo die Farben der Streifen dem Beobachter zwar nicht mehr übereinstimmend erschienen, wo er aber nicht mehr mit Zuversicht angeben konnte, nach welcher Richtung der bewegliche Spalt zu verschieben sei.

Die kleinsten Verschiebungen, welche der Beobachter mit Sicherheit bemerken und bezeichnen konnte, wurden an verschiedenen Stellen im Spectrum bestimmt und es zeigte sich bald, wie auch zu erwarten stand, dass die Grösse dieser Verschiebungen bei derselben Person in verschiedenen Farben sehr differiren und keineswegs gleich sei mit den Beobachtungen anderer Personen für dieselbe Farbe.

Obgleich die Resultate im Anfange etwas unregelmässig schienen, so fand ich doch, dass die Reihenfolge dieser Resultate bei ein und derselben Person unveränderlich blieb, selbst dann, wenn die Versuche Tage und Wochen lang unterbrochen waren, und dass gewisse Aehnlichkeiten bei allen Versuchen mit verschiedenen Beobachtern vorhanden waren.

Die grösste Verschiebung, die bei irgend einem Beobachter nöthig wurde (ausgenommen an den Enden des Spectrums), entsprach einer Veränderung der Wellenlänge der Mitte der beiden Streifen um etwa $0{,}000005^{mm}$, und die kleinste Verschiebung, die irgend ein Beobachter noch mit Bestimmtheit entdecken konnte, entsprach einer Veränderung von nur $0{,}0000005^{mm}$. Dieser letzte Umstand war sehr merkwürdig, denn obgleich niemand einen Unterschied erkennen konnte zwischen den Farben an den Enden eines Streifens, so wurden doch bisweilen die beiden Streifen unterscheidbar, wenn durch die Verschiebung die Farbe der Mitte eines derselben die gleiche wurde wie am Ende des andern Streifens.

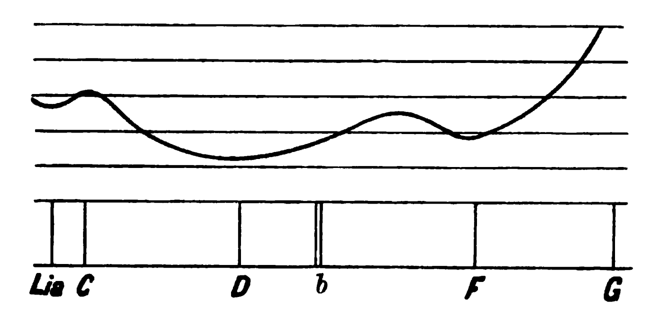
Eine eigenthümliche Gleichförmigkeit zeigte sich in der Function verschiedener Augen bei der Beurtheilung dieser Verschiebungen für das ganze sichtbare Spectrum. Vielleicht hätten kleinere Differenzen noch bemerkt werden können, wenn die Streifen schmaler gewesen wären; die Arbeit war jedoch so anstrengend für die Augen, dass es mir geboten schien, die Versuche nicht weiter fortzusetzen.

Von einer Reihe von Beobachtungen, welche durch eine Anzahl verschiedener Personen während mehrerer Monate gemacht wurden, mögen zwei oder drei allgemeine Schlussfolgerungen hier verzeichnet werden. Um dieselben deutlich zu machen, habe ich eine Curve entworfen, indem ich über den verschiedenen Punkten des Spectrums Ordinaten errichtete, die den von verschiedenen Beobachtern gewonnenen Mittelwerthen für eine eben noch merkbare Verschiebung an dieser Stelle des Spectrums entsprachen.

Die allgemeine Form dieser Curve zeigt sich in den Resultaten aller Beobachter.

In allen Fällen war das Auge höchst empfindlich für die Veränderungen in einer Farbe, die um ein Geringes weniger brechbar war

als die Natriumlinie, obgleich diese Farbe bei verschiedenen Personen etwas variirte, und in einigen Fällen mehr orange, in anderen mehr



gelb erschien. In allen Fällen war ferner das Auge empfindlicher für Veränderungen in der mit der *F*-Linie zusammen fallenden Farbe als für Veränderungen in den Farben, welche in der Mitte zwischen *b* und *F* lagen.

Sehr oft, jedoch nicht immer, war das Auge weniger empfindlich für Veränderungen in einem der *C*-Linie nahen Roth als für etwas dunkleres Roth jenseits der Lithiumlinie. In den dunkleren Farben an den Enden des Spectrums war es natürlich sehr schwierig, kleine Unterschiede zu erkennen.

Ausser diesen allgemeinen Zügen wurden in den Curven, welche die Resultate der verschiedenen Beobachter darstellten, noch schwächere Maxima und Minima beobachtet, die nur specielle Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Augen wiedergeben; diese Eigenthümlichkeiten blieben dieselben durch alle Beobachtungsreihen mit ein und derselben Person.

Ueber chemische Reactionen in capillaren Räumen[1]).

Von

J. Moutier.

Becquerel[2]) hat eine sehr wichtige Thatsache entdeckt: die chemischen Reactionen, welche in capillaren Räumen vor sich gehen, können von denen sehr verschieden sein, die sich unter den gewöhnlichen Bedingungen vollziehen.

Mischt man z. B. in einem Glasgefäss eine Lösung von salpetersaurem Kupfer und von schwefelsaurem Natron, so beobachtet man einen Niederschlag von schwefelsaurem Kupfer unter gleichzeitiger Bildung von salpetersaurem Natron. Nach den Versuchen von Becquerel vollzieht sich im Gegentheil, wenn diese Lösungen durch eine zersprengte Glasröhre getrennt sind, in dem Sprung eine ganz andere Reaction: metallisches Kupfer schlägt sich nieder. Dasselbe findet statt, wenn die Lösungen sich zwischen zwei sehr nahen, parallelen Glasplatten befinden.

Ich untersuchte in einer früheren Mittheilung die chemischen Phänomene, welche bei homogenen Systemen entstehen, indem ich dabei eine besondere Function in Betracht zog, eine Kräftefunction, welche von der Natur der Körper abhängt und die besondere Eigenthümlichkeit hat, einen grössten Werth zu erreichen, wenn das chemische Gleichgewicht hergestellt ist.

Betrachten wir eine aus verschiedenen Elementen gebildete Flüssigkeit A, z. B. eine Mischung von Säure und Alkohol. Betrachten wir eine zweite Flüssigkeit B aus einer Mischung von Aether und Wasser, das von der Reaction der Säure auf den Alkohol herrührt. Die beiden Flüssigkeiten A und B bilden getrennt zwei homogene Systeme, die aus denselben chemischen Elementen zusammengesetzt, aber in den beiden Fällen auf sehr verschiedene Weise gruppirt sind.

1) Uebersetzt aus Bull. de la Soc. philom. (7) VII (1883).

2) Des forces phys.-chim. etc. 187.

Setzen wir voraus, man mische aufs innigste, um ein homogenes System zu bilden, ein Gewicht m der Flüssigkeit A mit einem Gewicht n der Flüssigkeit B. Die Kräftefunction setzt sich aus drei Ausdrücken zusammen: 1. ein Glied am^2, indem man durch a eine Constante bezeichnet, die der Flüssigkeit A eigenthümlich ist und der Action dieser Flüssigkeit auf sich selbst entspricht; 2. ein Glied bn^2, indem man durch b eine Constante entsprechend der Action der Flüssigkeit B auf sich selbst bezeichnet; 3. ein Glied $2cmn$, wo c eine Constante bezeichnet, für die gegenseitige Action der Flüssigkeiten A und B.

Die Kräftefunction y hat die Form:

$$y = am^2 + 2cmn + bn^2.$$

Bezeichnet man durch M die Summe $m + n$ der Gewichte der beiden Flüssigkeiten, so ändert sich die Kräftefunction für dasselbe Gewicht M mit dem Verhältnis der Flüssigkeiten A und B.

Man kann die Kräftefunction durch die Ordinate einer Curve darstellen, welche als Abscisse das veränderliche Gewicht m der Flüssigkeit A hat; dann ist das Gewicht n der Flüssigkeit B gleich $M - m$.

$$y = am^2 + 2cm(M - m) + b(M - m)^2.$$

Die durch diese Gleichung dargestellte Curve ist ein Bogen der Parabel, welche zwischen der Axe der y und der Ordinate gedacht wird, welche a zur Abscisse hat.

Es können verschiedene Fälle eintreten:

1. Der Parabelbogen hat einen Punkt von grösster Ordinate.

In diesem Fall besteht ein chemisches Gleichgewicht; die Abscisse, welche der grössten Ordinate entspricht, setzt das Verhältnis der beiden Körper A und B fest, welches in der homogenen Mischung existirt, wenn das Gleichgewicht hergestellt ist.

Dieses Gleichgewicht ist immer das gleiche, ob man vom Körper A oder B ausgeht.

2. Wächst die Abscisse vom Nullpunkt gegen M, so kann sich die Ordinate des Bogens zwischen diesen Grenzen vergrössern: der Körper B verwandelt sich dann und geht in den Zustand A über.

3. Wächst die Abscisse vom Nullpunkt gegen M, so kann die Ordinate des Bogens zwischen diesen Grenzen abnehmen: der Körper A geht vollkommen in den Zustand B über.

Es ist wenig hinzuzufügen, um auf den Einfluss von Scheidewänden in capillaren Räumen überzugehen. Die Theorie der capillaren Phänomene lässt deutlich die Wirkung sehen, welche die Zwischenwände auf die mit ihnen in Berührung befindlichen Flüssigkeiten ausüben.

Setzt man ein homogenes System voraus, das von einer Mischung A aus zwei Flüssigkeiten und von einer Mischung B von zwei anderen Flüssigkeiten gebildet wird, welche letztere dieselben Elemente wie die erste Flüssigkeit enthalten; bringt man dieses System zwischen zwei sehr nahe parallele Ebenen, so wird die Wirkung der Zwischenwände auf

die beiden Flüssigkeiten in der Kräftefunction zwei neue Glieder einführen:

1. Ein Glied αm, indem man durch m das Gewicht der Flüssigkeit A, durch α eine Constante bezüglich der Wirkung der Zwischenwände auf die Flüssigkeit A, bezeichnet.

2. Ein Glied βn oder $\beta(M-m)$, indem man n das Gewicht der Flüssigkeit B nennt, β eine Constante betreffend die Wirkung der Zwischenwand auf die Flüssigkeit B.

Die Kräftefunction y, in der ganzen Masse betrachtet, muss im Fall capillarer Räume durch ein Glied dieser Form vervollständigt werden:

$$y' = \alpha m + \beta(M - m).$$

Das Glied y' kann als Ordinate einer geraden Linie betrachtet werden, deren Punkte zu Abscissen die verschiedenen Werthe von m haben.

Zählt man die Ordinaten y' im entgegengesetzten Sinne wie die Ordinaten y, so lässt sich der früher besprochene Parabelbogen nicht mehr auf die Axe der m beziehen, aber wohl auf eine Gerade D, den geometrischen Ort der Endpunkte der Ordinaten y', wenn letztere den y entgegengesetzt gezählt werden.

Man kann für die Gerade D wiederholen, was früher in Betreff der Axe der m besprochen wurde.

Es können verschiedene Fälle eintreten:

1. Es befindet sich im Parabelbogen ein Punkt, wo die Tangente parallel der Geraden D ist, oder, was dasselbe bedeutet, es existirt ein Punkt, so dass die Ordinate des Punktes $y + y'$ ein Maximum sei.

Mit diesem Punkt correspondirt ein chemisches Gleichgewicht: die entsprechende Abscisse, immer auf der Axe der m gezählt, setzt das Verhältnis der beiden Körper A und B fest, welches in der zwischen den beiden parallelen Platten befindlichen homogenen Mischung besteht, wenn das Gleichgewicht hergestellt ist.

Ist die Gerade D parallel zur Axe der m, wenn $\alpha = \beta$, so sind die Zwischenwände, welche den capillaren Raum begrenzen, ohne Einfluss auf das Verhältnis der Körper A und B bei hergestelltem Gleichgewicht.

Wenn die Gerade D zur Axe der m nicht parallel ist, also die Constanten α und β verschieden sind, so verändern die Zwischenwände das Verhältnis der Körper A und B bei hergestelltem Gleichgewicht.

2. Existirt auf dem Parabelbogen kein Punkt, wo die correspondirende Ordinate $y + y'$ ein Maximum ist, so findet eine vollständige Verwandlung statt, ein vollkommener Uebergang des Zustandes A in B, oder umgekehrt des Zustandes B in A.

Ist $m = 0$, so ist der Werth der correspondirenden Ordinate $\beta M^2 + \beta M$, sie bezieht sich auf den Zustand B.

Ist $m = M$, so ist der Werth der correspondirenden Ordinate $\alpha M^2 + \alpha M$, sie bezieht sich auf den Zustand A.

Aus dem Vorhergegangenen ergibt sich, wenn die erstere Ordinate grösser oder kleiner als die zweite ist, so geht das System von dem Zustand B in A über oder umgekehrt.

Es genügt, den Parabelbogen und die Linien D zu ziehen, um bei Besichtigung des Diagramms zu erkennen, dass die Wirkung der Zwischenwände vollständig die Reaction verändern kann, welche sich in der ganzen Masse, fern von den Zwischenwänden, vollzieht.

Wir haben in dem Vorhergehenden den Fall betrachtet, wenn zwei verschiedene Mischungen A und B existiren; es kann noch eine dritte C vorhanden sein.

Die erste A bestehe aus einer Mischung von salpetersaurem Kupfer und schwefelsaurem Natron. Die zweite Mischung B sei dargestellt aus salpetersaurem Natron und schwefelsaurem Kupfer. Eine Mischung von metallischem Kupfer mit den anderen Producten der Reaction stelle einen dritten Zustand C dar.

Würde man alle Constanten so wie a, b, c, α, β kennen, so würde es genügen, um zu wissen, was vorgehen wird, den Parabelbogen und die Gerade D zu construiren, zuerst für ein aus A und B zusammengesetztes System, dann für ein aus A und C zusammengesetztes, und endlich für eines aus B und C. Man würde bei einer Untersuchung der Curven augenblicklich den schliesslichen Zustand des Systems erkennen, wenn man von einem bestimmten Zustand ausgegangen ist.

Wir sind noch sehr weit davon entfernt, die Resultate dieser Theorie mit der Erfahrung vergleichen zu können; dazu müsste man erst die verschiedenen Constanten, welche in den Formeln vorkommen, mit den verschiedenen Coefficienten in Relation bringen können, welche für jeden Körper durch Versuche bekannt sind. Die gegenseitigen Beziehungen sind uns im Augenblick noch vollkommen unbekannt, man kann nur allgemeine Ideen aufstellen.

Wenn man besondere chemische Reactionen annimmt, die in capillaren Räumen entstehen könnten unter dem Einfluss capillarer Kräfte, so wird man darin die Erklärung der elektrischen Ströme finden, die man beobachtet hat, wenn zwei Lösungen, die auf einander reagiren, durch einen Spalt in der Zwischenwand communiciren, und zwar ohne einer anderen Kraft zu bedürfen als der chemischen Wirkung, um den Ursprung der elektromotorischen Kraft zu finden.

Becquerel hat durch sehr verschiedene Versuche gezeigt, dass die chemischen Reactionen, welche sich in capillaren Räumen vollziehen, die Erklärung einer grossen Zahl bei Bildung der Mineralien, der Ernährung der Thiere und der Pflanzen beobachteten Thatsachen abgeben können.

Es liegt nahe, mit dieser Reihe von Thatsachen die Phänomene alkoholischer Gärung in Verbindung zu bringen. Jede Zelle der Bierhefe repräsentirt eine mit capillaren Räumen ausgestattete Zwischenwand, deren Existenz genügen würde, die Umwandlung des Zuckers in Alkohol und andere Gärungsproducte zu erklären, unter alleiniger Voraussetzung der durch capillare Kräfte veränderten chemischen Reactionen.

Protokoll[1]) der ordentlichen Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 30. October 1883.

Der Präsident, Prof. v. Fleischl, bespricht zunächst die Vereinsangelegenheiten während des abgelaufenen 14. Vereinsjahres. Der Verein zählt 147 Mitglieder, und es wurden im ganzen an 12 Abenden 20 verschiedene Vorträge gehalten. Sodann erfolgt die Wahl des Vereinsvorstandes für 1883/84 und es erscheinen gewählt Prof. v. Lang als Präsident, Prof. K. Exner als Vicepräsident, Dr. E. Lecher als Secretär, und Dr. A. v. Waldheim als Cassier. Ferner beschliesst der Verein, seine Protokolle von jetzt ab im „Repertorium der Physik" zu publiciren. Zum Schlusse spricht Prof. v. Fleischl über eine Einrichtung des menschlichen Auges; ein Auszug dieses Vortrags folgt unmittelbar.

Ueber eine Einrichtung des menschlichen Auges.

Von

Prof. Dr. E. v. Fleischl.

Nach einer von Helmholtz herrührenden Nomenclatur werden Sinneseindrücke als der Modalität nach verschieden erklärt, wenn sie von verschiedenen Sinnesorganen herstammen. So unterscheidet sich z. B. eine Gesichtsempfindung von einer Gehörsempfindung durch ihre Modalität.

1) Die Protokolle der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, welche auch die von den Herren Autoren verfassten Auszüge der gehaltenen Vorträge enthalten, werden künftig regelmässig im Repertorium publicirt werden.

Die Red.

Eine andere, minder eingreifende Unterscheidung ist die zwischen verschiedenartigen Empfindungen desselben Sinnesorganes, z. B. zwischen Roth und Grün; diese unterscheiden sich von einander durch die Qualität der Empfindung.

Zwei Empfindungen von gleicher Modalität und Qualität können sich noch durch ihre Intensität oder Quantität von einander unterscheiden.

Nun unterscheiden wir aber Empfindungen von gleicher Modalität, Qualität und Intensität doch noch von einander, wenn sie von verschiedenen Stellen der empfindenden Oberfläche ausgehen. Dasjenige, wodurch sich solche Empfindungen noch für uns von einander unterscheiden, das ist das von Lotze jeder Elementarempfindung zugeschriebene, ihr eigenthümliche Localzeichen. Von der Anzahl von einander verschiedener Localzeichen, welche von der Flächeneinheit der empfindenden Oberfläche aus gegeben werden können, hängt natürlich die Feinheit des betreffenden Sinnesorganes ab.

Aus sehr triftigen Gründen, deren Aufzählung aber hier zu weit führen würde, hält man im Auge die Zapfen der Netzhaut für die eigentlich empfindlichen Endorgane, deren jedem also ein ihm eigenthümliches, charakteristisches, besonderes Localzeichen entspricht, so dass die Gesammtzahl der für das Sehen verfügbaren Localzeichen gleich der Anzahl der Zapfen in einem Auge sein müsste.

Auf der anderen Seite nimmt man aus nicht minder triftigen Gründen an, dass jede sensorische Nervenprimitivfaser bei ihrer Erregung ein ihr eigenthümliches, für sie charakteristisches, besonderes Localzeichen im Centralorgane auslöst, so dass hiernach die Anzahl der für das Sehen verfügbaren Localzeichen durch die Anzahl der Primitivfasern in einem Sehnerven bestimmt würde.

Vergleichende Zählungen der Zapfen in mehreren menschlichen Netzhäuten, und der Primitivfasern in mehreren menschlichen Sehnerven, welche Hr. Dr. F. Salzer[1]) im Wiener physiologischen Institute ausgeführt hat, haben das überraschende Resultat ergeben, dass im Mittel und in runden Zahlen in einer Netzhaut: drei und eine halbe Million Zapfen, in einem Sehnerven: eine halbe Million Primitivfasern enthalten sind, dass also im menschlichen Auge etwa auf je sieben Zapfen eine Nervenfaser kommt.

Unter der Voraussetzung, dass die oben erwähnten, von der Physiologie angenommenen Anschauungen über die Function der Zapfen einerseits, der Nervenprimitivfasern anderseits, die richtigen sind,

---

1) Salzer, Ueber die Anzahl der Sehnervenfasern und der Retinazapfen im Auge des Menschen. Wiener Sitzungsber. Bd. 81 Abth. III.

ergibt sich aus diesen Zahlen die folgende Schwierigkeit für das Verständnis.

Würde die Erregung eines jeden einzelnen Netzhautzapfens gesondert bis in das Centralorgan geleitet, so wäre mit der Anbringung einer bestimmten Anzahl von Zapfen in der Netzhaut ein Apparat angelegt, welcher eine bestimmte Sehschärfe gewährleistet. Werden jedoch die Erregungen mehrerer Zapfen, einer „Gruppe" von Zapfen, dem Centralorgane durch eine einzige Nervenfaser zugeleitet, so müsste hierin eine Anordnung erkannt werden, welche die, durch die Gesammtzahl der Zapfen möglich gemachte Sehschärfe wieder verringert, dieselbe nämlich auf jenen Werth herabdrückt, welcher der Zahl der Nervenfasern oder — was dasselbe ist — der Zapfengruppen entspricht. Diese unvollständige Ausnützung der Zapfenzahl, dieser verhältnismässig rohe Leitungsapparat, welcher die Feinheit der Leistung des peripheren Endorganes durch seine numerische Unzulänglichkeit grossentheils wieder verwischt, enthält eine unzweifelhafte Schwierigkeit für unser Verständnis.

Diese Schwierigkeit wird eher vermehrt als vermindert, wenn wir bedenken, dass für die fovea centralis retinae, also für jene Netzhautstelle, welcher die grösste Sehschärfe zukommt, und in welcher Zapfen an Zapfen dicht gedrängt stehen, die experimentell ermittelte Sehschärfe genau der Feinheit der Zapfenmosaik entspricht[1]), dass somit für jeden Zapfen dieser Stelle eine Nervenfaser in Anspruch genommen werden muss, welche seine Erregung gesondert dem Centralorgane zuleitet. Hierdurch wird das Zahlenverhältnis zwischen Zapfen und Fasern für die übrige Netzhaut noch verschlechtert, wenn auch — wegen der sehr geringen Ausdehnung dieser Stelle — nicht in erheblichem Maasse. Da jedoch die Sehschärfe von der fovea centralis gegen die Peripherie der Netzhaut zu ganz allmählich abnimmt, so wird man auch für die ausserhalb der Netzhautgrube gelegenen Zapfen keine gleichmässige Versorgung mit Nervenfasern voraussetzen dürfen, sondern man wird annehmen müssen, dass von den Zapfen in unmittelbarer Umgebung der fovea centralis immer nur wenige, etwa zwei oder drei, eine von einer einzigen Nervenfaser versorgte Gruppe bilden, und dass die Zahl der Zapfen, welche eine Gruppe bilden, und von einer einzigen Nervenfaser versorgt werden, mit zunehmender Entfernung von der fovea centralis, allmählich zunimmt.

Aus dieser Anordnung würde sich allerdings eine sehr beträchtliche Verschlechterung des gedachten Zahlenverhältnisses für die nahe

1) Helmholtz, Physiologische Optik, und neuerdings die an Salzer's Zählungen anschliessende Inauguraldissertation von Claude du Bois-Reymond über die Zahl der Empfindungskreise in der Netzhautgrube, Berlin 1881.

der Peripherie gelegenen Netzhautstellen ergeben, so dass daselbst vielleicht erst auf je zwanzig oder dreissig Zapfen eine Nervenfaser käme.

Die Sehschärfe im stark indirecten Sehen, bei welchem eben diese Netzhauttheile functioniren, ist auch in Wirklichkeit eine äusserst geringe, wofür allerdings auch schon die grössere Distanz zwischen den einzelnen Zapfen, also die geringere Zahl derselben auf der Flächeneinheit, einen Theil der Erklärung abgibt.

Nun gibt es aber einen, wie es scheint, schon seit längerer Zeit bekannten Umstand, auf den mein Freund Sigmund Exner vor einigen Jahren besonders aufmerksam gemacht hat[1]), welcher für die Beurtheilung der Leistungen der Netzhautperipherie sehr maassgebend ist. Nach seinen Beobachtungen, welche ich an meinen eigenen Augen vollkommen bestätigt finde, nimmt nämlich mit der wachsenden Entfernung von der Grube die Fähigkeit der Netzhaut, Bewegungen wahrzunehmen, bei weitem nicht in demselben Maasse ab, wie die eigentliche Sehschärfe. Das Vorhandensein eines Gegenstandes, dessen Bild auf die äusserste Peripherie der Netzhaut fällt, kommt z. B. gar nicht in unser Bewusstsein, und dennoch wird unsere Aufmerksamkeit sofort auch auf kleine Bewegungen dieses Gegenstandes gerichtet — wir vermögen absolut kein Urtheil über Form und Ausdehnung des Gegenstandes abzugeben, wissen aber mit grösster Sicherheit, dass sich derselbe bewegt.

Sind die Bewegungen, um welche es sich handelt, sehr klein, so tritt — wie ich mich auf das bestimmteste überzeugt habe — der Fall ein, dass wir zwar eine unzweifelhafte Wahrnehmung von einer Bewegung überhaupt machen, auch die Region des Gesichtsfeldes, in welcher die Bewegung stattfindet, mit einiger Genauigkeit anzugeben vermögen, von der Richtung der wahrgenommenen Bewegung jedoch nicht einmal eine undeutliche, sondern überhaupt gar keine Vorstellung haben.

Dies alles wird verständlich und auch der oben erwähnte Widerspruch wird gehoben, wenn wir uns zu der, an sich keine Schwierigkeit bietenden, Annahme entschliessen, dass in der Netzhautperipherie die von einer Nervenfaser versorgten Zapfen nicht auch anatomisch eine Gruppe bilden, sondern mit Zapfen vermischt stehen, welche von anderen Nervenfasern versorgt werden. In der Mitte des Fläche, auf welcher die zu einer Nervenfaser gehörigen Zapfen vorkommen, stehen dieselben am dichtesten; je weiter von der Mitte entfernt, desto weniger dicht stehen die zu dieser Nervenfaser gehörigen Zapfen, desto mehr

1) Sigm. Exner, Ueber das Sehen von Bewegungen u. s. w. Wiener Sitzungsberichte Bd. 72 Abth. III S. 7 u. 8 des Sep.-Abdr.

Zapfen, die zu einer anderen Nervenfaser gehören, schieben sich zwischen sie ein. Die Sehschärfe, an der aber ohnedies kaum mehr etwas zu verderben war, wird hierdurch allerdings noch weiter herabgesetzt, denn der Bezirk, von dem aus ein und dasselbe Localzeichen gegeben werden kann, wird noch grösser; aber dafür wird es unmöglich, dass selbst geringe Bildverschiebungen auf der Netzhaut stattfinden, ohne dass verschiedene Localzeichen nach einander gegeben werden oder das quantitative Verhältnis der Erregung mehrerer Localzeichen sich ändert. Sowie das Bild von einem Zapfen, der zu einer bestimmten Nervenfaser gehört, auf einen benachbarten Zapfen überwandert[1]), der zu einer anderen Nervenfaser gehört, wird unsere Aufmerksamkeit erregt, und es erfolgt unwillkürlich eine Augenbewegung, welche den interessant gewordenen Theil des Gesichtsfeldes auf die fovea centralis fallen macht. Es wird durch eine solche Anordnung mit einer verhältnismässig geringen Anzahl von Localzeichen eine Feinheit im Bemerken von Bewegungen erreicht, die sonst, nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise, nur durch Anbringung von ausserordentlich viel mehr Nervenfasern und Localzeichen erreichbar wäre.

Auch die eigenthümliche, fast peinliche Art der Unsicherheit im Urtheil über Contouren und Formen wird durch diese Uebereinanderlagerung von Empfindungskreisen verständlich. Letztere Eigenthümlichkeit der Netzhautperipherie ist bei der raschen und vollkommenen Beweglichkeit des Bulbus kein wirklicher Nachtheil, hingegen leuchtet es ein, ein wie grosser Vortheil im Kampfe ums Dasein durch die Fähigkeit geboten wird, von jeder Bewegung innerhalb eines sehr grossen Raumwinkels sofort unterrichtet zu werden, und dieser Vortheil wird, unter den von uns gemachten Voraussetzungen, mit einem Minimum von einander verschiedener Localzeichen erreicht. Wäre für jeden Zapfen auch in den peripheren Theilen der Retina eine eigene Nervenfaser vorhanden, so müsste deren Anzahl versiebenfacht werden und trotzdem würde die Sehschärfe der Peripherie (wegen der immerhin noch grossen Entfernung der einzelnen Zapfen von einander) gegen die der centralen Grube noch so weit zurückbleiben, dass das Bild eines Gegenstandes, um einigermaassen scharf gesehen zu werden, mittels einer Drehung des Bulbus auf letztere gebracht werden müsste. Es würde durch eine so beträchtliche Vermehrung der Nervenfasern und Localzeichen verhältnismässig ausserordentlich wenig gewonnen. Würde anderseits die Gleichheit der Zahlen für Zapfen und Nervenfasern dadurch hergestellt, dass die Zapfenzahl auf die Zahl der in

1) Oder auch nur das quantitative Verhältnis der Erregung beider Localzeichen sich ändert.

Wirklichkeit vorhandenen Nervenfasern reducirt würde, so würde, wegen der hieraus folgenden, sehr grossen Entfernung der Zapfen in der Peripherie der Netzhaut von einander, eine so minimale Sehschärfe, und zugleich eine so geringe Fähigkeit, Bewegungen wahrzunehmen, für das indirecte Sehen resultiren, dass die ganze übrige Netzhaut als eine ziemlich überflüssige und nutzlose Beigabe zur fovea und ihrer unmittelbaren Umgebung erscheinen würde.

Sind hingegen, wie wir annehmen, die Zapfen in der Peripherie in der Weise mit dem Centralorgane verbunden, dass ihrer mehrere oder viele eine physiologische Gruppe bilden, mit einer einzigen Nervenfaser in Verbindung stehen, und dass somit von jedem Zapfen einer solchen physiologischen Gruppe dasselbe Localzeichen ins Centrum kommt, wie von jedem anderen Zapfen derselben Gruppe, so ist damit eine starke Verminderung der Zahl der Localzeichen gegeben. Bilden, wie wir ferner annehmen, die Zapfen einer solchen physiologischen Gruppe nicht zugleich eine anatomische Gruppe auf der Netzhaut, sondern sind sie vielmehr, innig gemischt mit Zapfen, welche einer oder mehreren anderen physiologischen Gruppen angehören und also andere Localzeichen auslösen, über einen etwas grösseren Bezirk der Netzhaut vertheilt: so wird hierdurch erreicht, dass schon bei ganz kleinen Bildverschiebungen auf der Netzhautperipherie der Uebergang von einem Localzeichen zu einem oder mehreren anderen, oder eine Aenderung in dem Verhältnisse der Erregungsintensitäten erfolgt — wir somit von dem Vorhandensein einer Bewegung überhaupt unterrichtet werden. Dazu aber, dass wir den Ort, an welchem die Bewegung stattfindet, mit einer hinreichend grossen Genauigkeit wahrnehmen, um danach eine zweckmässige Augenbewegung — möglicherweise reflectorisch — auszuführen, dazu sind auch nach unserer Voraussetzung die Empfindungskreise immer noch klein genug.

Nach einer sehr treffenden Bemerkung Brücke's[1] dürfen die Werke der Natur nicht wie Menschenwerke beurtheilt werden, welch letztere immer irgend jemandem Zeit und Mühe kosten; eine Ersparungsrücksicht in diesem Sinne kann also niemals in einer naturwissenschaftlichen Erwägung geltend gemacht werden. Ganz anders aber steht es mit den Localzeichen; diese kosten jemandem Mühe und Zeit, nämlich uns selbst, da wir sie uns erst durch Erfahrung nutzbar machen müssen. Es ist also im Geiste der Theorie von der Zuchtwahl und von der Anpassung eine Einrichtung allerdings wahrscheinlich

1) Ernst Brücke, Ueber einige Consequenzen der Young-Helmholtz'schen Theorie, I. Abhandlung. Wiener Sitzungsberichte Bd. 80 Abth. III (Juli 1879) S. 29 des Sep.-Abdr.

gemacht, wenn von ihr gezeigt werden kann, dass durch sie ein bestimmter Zweck mit einer auffallenden Ersparung von Localzeichen erreicht würde. Die Localzeichen und ihre durch Erfahrung erworbenen Deutungen bilden, so zu sagen, eine continuirliche Belastung unseres Gedächtnisses, und mit ihrer Zahl wächst diese Belastung und die Complicirtheit unserer geistigen Functionen beim Percipiren.

Besteht nun die Netzhaut aus einem zum möglichst deutlichen Sehen bestimmten Theile — der fovea centralis und etwa ihrer nächsten Umgebung — und aus einem anderen, hauptsächlich zum Gewahren von Bewegungen bestimmten Theile, durch welchen wir erfahren, wohin wir mit der fovea centralis schauen sollen, dann wird, die Richtigkeit unserer Vermuthung vorausgesetzt, letztere Leistung auf eine solche Weise erreicht, dass hierdurch unser Gedächtnis, und unsere auf Verwerthung von Localzeichen gerichtete psychische Thätigkeit möglichst wenig dauernd belastet ist, dass möglichst wenige Localzeichen dazu erforderlich sind.

Soll die von uns vermuthete Einrichtung wirklich bestehen, so müssen sich folgende Consequenzen derselben nachweisen lassen:

1. Es muss sehr viel mehr Zapfen als Nervenfasern geben. — Dass dem so ist, haben die Zählungen Salzer's ergeben[1]).

2. Es muss wegen des vielfachen und ausgiebigen Ineinandergreifens der Empfindungskreise eine diesem Umstande entsprechende eigenthümliche und besondere Art der Unsicherheit in der Deutung der peripherischen Netzhautbilder existiren. — Dass diese Unsicherheit vorhanden ist, ist bekannt; und wie sehr die besondere Art derselben der besonderen Ursache entspricht, aus welcher sie nach unserer Voraussetzung herrührt, geht am besten aus folgender, höchst charakteristischen Schilderung Brücke's[2]) hervor:

„Unser indirectes Sehen hat eine ganz andere Art von Unvollkommenheit, als diejenige ist, welche nur von Unvollkommenheit der Netzhautbilder herrührt. Derjenige, welcher die Gegenstände schlecht unterscheidet lediglich wegen Unvollkommenheit der Netzhautbilder, der sieht die unvollkommenen Netzhautbilder an und für sich deutlich, er kann ihre Fehler, wenn er die sonst dazu nöthigen Kenntnisse besitzt, sehr bestimmt und sehr im Einzelnen beschreiben. Jeder kann sich diese Art des undeutlichen Sehens veranschaulichen, wenn er eine Linse vor sein Auge legt, welche die Einstellung für die jeweilige Objectweite unmöglich macht. Ganz anderer Art ist unser

1) W. Krause (allg. und mikroskop. Anatomie, 1876) nimmt zwar ganz andere Zahlen an als Salzer, das Verhältnis der Zapfen und Fasern ist aber auch nach ihm näherungsweise wie sieben zu eins.

2) a. a. O. S. 10. — Die gesperrte Schrift im folgenden Citate rührt von mir her.

indirectes Sehen. Hier haben wir nicht sowohl die Empfindung, dass die Bilder den Objecten nicht entsprechen, als vielmehr die, dass wir von den Bildern überhaupt keine hinreichende Kenntnis erlangen, um sie sicher beurtheilen zu können."

Diese Darstellung enthält einen zu klaren Nachweis davon, dass unser Postulat erfüllt ist, als dass es nöthig wäre, denselben noch besonders hervorzuheben, oder überhaupt irgend etwas hinzuzufügen.

3. Es muss ebenfalls wegen des vielfachen und ausgiebigen Ineinandergreifens der Empfindungskreise die Wahrnehmung einer Bewegung überhaupt ohne gleichzeitige Wahrnehmung der Richtung der Bewegung möglich sein — vorausgesetzt eine so kleine objective Bewegung, dass ihr auf der Netzhautperipherie eine Strecke von der Grössenordnung der Halbmesser der Empfindungskreise entspricht. Unter „Empfindungskreis" ist hier natürlich das Gebiet verstanden, auf welchem die zu einer Nervenfaser gehörigen Zapfen verstreut liegen, also ein Gebiet, von dessen verschiedenen Punkten aus ein und dasselbe Localzeichen gegeben werden kann.

Ich habe bereits oben erwähnt, dass diesem Postulate in Wirklichkeit entsprochen ist.

4. Es muss der Netzhautperipherie ein auffallend grosses, zu ihrer geringen Sehschärfe in keinem Verhältnisse stehendes Vermögen eigen sein, Bewegungen gewahr zu werden. — Dass dieses der Fall ist, geht aus Exner's[1]) Versuchen hervor. Ich selbst habe mich vielfältig davon überzeugt, und jedermann, der diese Versuche anstellt, wird zugeben, dass diesem Postulate in der Natur genügt ist.

Liegt nun schon in dem Umstande, dass alle aus unserer Hypothese abzuleitenden Consequenzen in so guter Uebereinstimmung mit der Erfahrung sind, etwas, was sie empfiehlt, so wird man hoffentlich um so eher geneigt sein, sie gelten zu lassen, als in ihrem Lichte eine an sich so räthselhafte Erscheinung, wie die der grossen Ueberzahl der Zapfen über die Nervenfasern, einfach und leicht begreiflich wird.

An diesen Vortrag knüpfte sich eine Debatte, an welcher sich die Herren Prof. F. Exner, Prof. S. Exner und Prof. Lieben betheiligten. Damit schloss die Sitzung.

Prof. V. v. Lang, Präsident.
Dr. Lecher, Sekretär.

1) a. a. O.

Berichtigung.

Von

A. Kurz.

Auf S. 340 Z. 10 muss es statt „100 Millionen" heissen 10000. Dieser Fehler, für dessen Berichtigung in den heurigen Wiedemann-schen Beiblättern S. 751 und 752 ich Herrn König hiermit danke, erklärt sich sehr wahrscheinlich durch Verwechslung eines Divisions- mit einem Multiplicationszeichen, nämlich in 10^6 durch 10^2, da der Atmosphärendruck wohl am häufigsten mit 1^{kg} pro Quadratcentimeter ausgewerthet wird. Immerhin ist der dort angegebene Ueberdruck $^2/_3$ auch noch klein gegen 10000.

Um so kleiner fällt aber dieses Resultat noch aus, nämlich ungefähr $^2/_9$ gegen 10000, wenn man statt der Oberflächenspannung des Wassers (16,5) diejenige des Seifenwassers, zwischen 5,7 und 6,8 einsetzt. Solche Zahlen waren mir, als ich meine obige Notiz ersann und schrieb, obwohl ich darnach suchte, nicht zur Hand und acceptire ich also jetzt mit um so grösserem Danke.

Als eine kleine Gegenleistung mag es auch erscheinen, wenn ich noch auf die a. a. O. von Herrn König erwähnten „hypothetischen Dunstbläschen in der Atmosphäre" eintrete, deren Radius 0,0043 bis $0{,}0478^{mm}$ betragen soll. Ich habe in Carl's Repertorium Bd. 18 S. 567 und 568 für die grössere Wahrscheinlichkeit der massiven Kügelchen auch Mohn citirt, von dessen „Grundzügen der Meteorologie" mittlerweile die dritte Auflage erschienen ist. In dieser sind nun auch an den von mir herausgehobenen zwei Stellen die „Bläschen" ganz verschwunden und durch Kügelchen ersetzt.

Ein solches von $0{,}0100^{mm}$ Radius sinkt nach meiner dort angegebenen Rechnung mit einer kleineren Geschwindigkeit als 10^{mm} herab, wenn man für den Luftreibungscoefficienten noch weniger als 0,0002 nehmen muss.

Eingesendete Bücher.

Landolt und Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin, J. Springer. 249 S. 12 Mk. — Das Buch enthält eine möglichst vollständige tabellarische Zusammenstellung der physikalisch-chemischen Constanten, deren Werth namentlich für den wissenschaftlich Arbeitenden noch dadurch besonders erhöht wird, dass alle Zahlenangaben durch die betreffenden Literaturstellen belegt sind, so dass der Nachschlagende sofort weiss, aus welcher Zeit und aus welcher Hand die jeweiligen Zahlen stammen. Eine übersichtliche Anordnung des ganzen Materials erleichtert überdies das Nachschlagen.

W. Ph. Hauck, Die Grundlehren der Elektricität mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendungen in der Praxis. Wien, Hartleben's Verlag. 1883. 277 S. mit 83 Abbildungen. 3 Mk. — Das Buch gibt eine kurze und übersichtliche Darstellung der hauptsächlichsten Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektricität und des Magnetismus, wobei auch die neueren Anschauungen Berücksichtigung gefunden haben; es bildet den 11. Band der bekannten elektrotechnischen Bibliothek.

A. P. L. Claussen, Lehrbuch der Physik. Potsdam, A. Stein. 1883. 124 S. mit 140 Holzschnitten. — Ein kurzgefasstes elementares Lehrbuch für Volksschulen, das sich durch gute Auswahl, Anordnung und Darstellung des Stoffes auszeichnet.

R. Biedermann, Chemikerkalender und Beilage hierzu für das Jahr 1884. Berlin, J. Springer. 3 Mk. — Enthält die bekannten und bewährten Hilfstabellen für das Arbeiten im Laboratorium nebst Anleitung zur qualitativen und quantitativen Analyse und eine tabellarische Uebersicht der wichtigsten physikalischen Eigenschaften von 1327 chemischen Verbindungen.

A. Ròiti, Elementi di fisica. Bd. 4. Florenz, le Mounier's Nachfolger, 1883. 356 S. mit 219 Figuren. — Der vorliegende 4. Band behandelt die Lehre von der Elektricität und zwar in einer dem Namen des Verfassers vollkommen würdigen Weise; es ist nicht nur die Reichhaltigkeit, sondern namentlich die Art der Behandlung des Stoffes, welche das Buch anziehend macht, indem bei deren strenger Wissenschaftlichkeit alle veralteten Anschauungen und Experimente bei Seite gelassen und durch die Erfolge der neueren Wissenschaft ersetzt wurden.

A. Brezina, Krystallographische Untersuchungen an homologen und isomeren Reihen. Thl. I. Wien, C. Gerold's Sohn. 342 S. mit 93 Figuren und vielen Tabellen. — Dieser I. Theil einer von der kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien gekrönten Preisschrift behandelt die physikalischen Methoden der Krystallographie und zwar: 1. Winkelmessung, 2. Kritik der Messungen, 3. stereographische Projection, 4. Krystallberechnung und 5. optische Orientirung.

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

